

Comparison of Importance Sampling Method with Other Probability Estimation Methods for Completion of Construction Projects

M. AliAhmad¹, M. Miri^{2*}, M. Rashki³

1- Ph.D candidate, Department of Civil Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran.

2- Professor, Department of Civil Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran.

3- Assistant Professor, Department of Architecture Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran.

ABSTRACT

The Program Evaluation and Review Technique (PERT) is a stochastic network that utilizes the Beta-PERT distribution function. It was developed in the late 1950s to account for uncertainty in project management. However, due to simplifying assumptions and optimistic estimates resulting from considering the critical path alone, this method has been criticized by many researchers. New methods have been introduced that are believed to better model the actual completion time of projects. In this study, the Importance Sampling (IS) method was used for managing construction projects. Reliability methods allow for any desired distribution function to be considered for activity times, and all available paths for project completion can be taken into account using reliability systems. Five common numerical examples were investigated using importance sampling, Monte Carlo Simulation (MCS), First-Order Reliability Method (FORM), and PERT. The probability of failure (defined here as the probability of not completing the project within a certain deadline) was compared. The results indicated a significant difference in the results of the PERT and first-order reliability method compared to Monte Carlo simulation and importance sampling. Additionally, the importance sampling method had the least difference (17%) among the studied methods compared to Monte Carlo simulation. Furthermore, this study shows that Monte Carlo simulation and importance sampling methods are more reliable for accurately estimating the probability of project completion compared to PERT and first-order reliability methods.

ARTICLE INFO

Receive Date: 15 July 2023

Revise Date: 26 August 2023

Accept Date: 23 September 2023

Keywords:

Reliability

Project management

Monte Carlo simulation

Importance sampling

Project evaluation and review technique

First order reliability method

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: <https://doi.org/10.22065/jsce.2023.403524.3158>

*Corresponding author: Mahmoud Miri.

Email address: Mmiri@eng.usb.ac.ir

مقایسه روش نمونه‌برداری اهمیت با دیگر روش‌های تخمین احتمال در مدیریت پروژه‌های ساختمانی

مصطفی علی احمد، محمود میری^{۲*}، محسن راشکی^۳

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران

۲- استاد، دانشکده مهندسی، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران

۳- استادیار، دانشکده هنر و معماری، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران

چکیده

روش ارزیابی و بررسی پروژه (*PERT*) یک شبکه تصادفی است که از تابع توزیع *Beta-PERT* استفاده می‌کند و در اواخر دهه ۱۹۵۰ برای در نظر گرفتن عدم قطعیت در مدیریت پروژه توسعه یافته است. بعدها، به دلیل فرضیات ساده‌سازی و تخمین‌های خوش‌بینانه ناشی از در نظر گرفتن مسیر بحرانی به تنهایی، این روش توسط بسیاری از محققین مورد انتقاد قرار گرفت و روش‌های جدیدی برای رفع این نواقص معرفی شد و اعتقاد بر این بود که در مدل‌سازی مدت زمان واقعی تکمیل پروژه بهتر است. در این مقاله از روش نمونه‌برداری اهمیت برای مدیریت پروژه‌های ساختمانی استفاده شده است. در روش‌های قابلیت اطمینان می‌توان هر تابع توزیع آماری دلخواهی را برای زمان فعالیت‌ها در نظر گرفت و همچنین، اثر تمامی مسیرهای موجود برای تکمیل پروژه در مسئله را با استفاده از سیستم‌های قابلیت اطمینان لحاظ کرد. پنج مثال عددی رایج با استفاده از روش‌های نمونه‌برداری اهمیت، شبیه‌سازی مونت کارلو، مرتبه اول قابلیت اطمینان و *PERT* مورد بررسی قرار گرفت و مقدار احتمال خرابی (که در اینجا به عنوان احتمال شکست تکمیل پروژه در مدت زمان معین معرفی می‌شود) مقایسه گردید. نتایج، اختلاف قابل توجه بین پاسخ به دست آمده از روش‌های *PERT* و مرتبه اول قابلیت اعتماد با روش‌های شبیه‌سازی مونت کارلو و نمونه‌برداری اهمیت را نشان داد. همچنین، مقدار احتمال خرابی در روش نمونه‌برداری اهمیت ۱۷٪ با روش شبیه‌سازی مونت کارلو اختلاف داشت که کمترین اختلاف را در بین روش‌های مورد مطالعه با این روش دارا بود. علاوه بر این، نشان داده شد که روش‌های شبیه‌سازی مونت کارلو و نمونه‌برداری اهمیت برای تخمین دقیق احتمال تکمیل پروژه در مقایسه با روش‌های *PERT* و مرتبه اول قابلیت اطمینان، قابل اعتمادتر هستند.

کلمات کلیدی: مدیریت پروژه، شبیه‌سازی مونت کارلو، نمونه‌برداری اهمیت، ارزیابی پروژه به روش *PERT*، روش مرتبه اول قابلیت اعتماد.

| شناسه دیجیتال: | | سابقه مقاله: | | | | |
|-----------------------------------|---|--------------|---------------|------------|------------------------------------|------------|
| doi: | https://doi.org/10.22065/jsce.2023.403524.3158 | چاپ | انتشار آنلاین | پذیرش | بازنگری | دریافت |
| | 10.22065/jsce.2023.403524.3158 | ۱۴۰۲/۰۳/۳۱ | ۱۴۰۲/۰۷/۰۱ | ۱۴۰۲/۰۷/۰۱ | ۱۴۰۲/۰۶/۰۴ | ۱۴۰۲/۰۴/۲۴ |
| محمود میری Mmiri@eng.usb.ac.ir | | | | | *نویسنده مسئول: پست الکترونیکی: | |

۱- مقدمه

مدیریت پروژه شامل برنامه‌ریزی، طراحی و اجرای مجموعه‌ای از فعالیت‌ها برای انجام یک هدف یا وظیفه خاص است. برای سال‌های متمادی، دو روش مسیر بحرانی^۱ (CPM) و روش ارزیابی و بررسی پروژه^۲ (PERT) محبوب‌ترین روش‌ها برای مدیریت پروژه بوده است [۱]. در دهه ۱۹۵۰ برای کمک به برنامه‌ریزی تعطیلی، تعمیر و نگهداری کارخانه‌های فرآوری شیمیایی، کلی^۳ و واکر^۴ روش مسیر بحرانی را در شرکت دوپونت^۵ توسعه دادند. روش PERT نیز مدت کوتاهی پس از آن توسط نیروی دریایی ایالات متحده برای مدیریت توسعه موشک پولاریس^۶ معرفی [۲] و در ادامه توسط مالکوم^۷ و همکاران توسعه یافت [۳].

نسخه‌های اصلی PERT و CPM تفاوت‌ها و همچنین، اشتراکات مهم زیادی داشتند، و این دو روش به تدریج در طول سال‌ها با هم ادغام شدند. در واقع، بسته‌های نرم‌افزاری امروزی، اغلب شامل تمام گزینه‌های مهم از هر دو نسخه اصلی هستند. در حالی که CPM پروژه‌ها را با زمان‌های قطعی مدیریت می‌کند، روش PERT روشی است که در پروژه‌هایی استفاده می‌شود که وظایفی با زمان‌های تصادفی دارد [۱]. علاوه بر این هزینه فعالیت در PERT وجود ندارد؛ در حالی که در روش مسیر بحرانی به شکل صریح اعلام می‌شود [۴].

روش مسیر بحرانی به دنبال کاهش زمان اتمام پروژه با صرف کردن منابع اضافی برای فعالیت‌های موجود در مسیر بحرانی یا انتقال منابع از مسیرهای غیر بحرانی به مسیر بحرانی می‌باشد [۴-۶]. روش PERT دارای فرضیاتی برای ساده‌سازی مسئله است که به صورت زیر هستند:

- (الف) در روش PERT فرض می‌شود که رویدادها مستقل از یکدیگر هستند؛
- (ب) در این روش، مدت زمان کل پروژه دارای توزیع نرمال است؛
- (ج) در این روش، محاسبه میانگین و واریانس بر اساس قضیه حد مرکزی است [۷].

علاوه بر این، با توجه به قضیه حد مرکزی فقط زمانی فرض PERT برای مدت زمان پروژه دقیق است که فقط یک مسیر بحرانی در شبکه وجود داشته باشد و این در واقعیت به ندرت اتفاق می‌افتد؛ زیرا معمولاً تعداد بسیاری مسیر بحرانی موازی با این مسیر بحرانی در شبکه وجود دارد [۷]. روش PERT، میانگین زمان تکمیل پروژه را به صورت حداکثر امید ریاضی تمامی مسیرهای ممکن حدس می‌زند که همیشه از امید ریاضی حداکثر مسیرهای ممکن (میانگین دقیق زمان اتمام پروژه) کوچکتر است. اختلاف بین این دو، دلیل این است که روش PERT همیشه میانگین زمان واقعی پروژه را دست کم می‌گیرد [۸]. در واقعیت، فرض این که مدت زمان تکمیل پروژه و عدم قطعیت آن را می‌توان با طولانی‌ترین مسیر (مسیر بحرانی) تعیین کرد، حداکثر مقدار مورد انتظار را برای مدت زمان تکمیل پروژه می‌دهد ولی حداکثر عدم قطعیت را ارزیابی نمی‌کند؛ زیرا مسیرهای کوتاهتر و نامشخص را نادیده می‌گیرد [۹].

مشکل عمده‌ای که برای مدلسازی پروژه با آن مواجه هستید، عدم قطعیتی است که بر نتایج پروژه تأثیر می‌گذارد. معمولاً عدم قطعیت به صورت تصادفی بودن مدت زمان فعالیت‌ها در نظر گرفته می‌شود. با این حال، عوامل دیگری مانند میزان منابع و هزینه مورد نیاز هر فعالیت نیز می‌تواند تحت تأثیر عدم قطعیت قرار گیرد [۱۰]. وقتی پروژه‌ها بزرگ و پیچیده می‌شوند، روش‌های شبیه‌سازی می‌توانند برای بهبود مدیریت کلی پروژه استفاده شوند و ابزارهای مورد نیاز برای طراحی و تجزیه و تحلیل فرآیندهای پروژه، بدون در نظر گرفتن پیچیدگی یا اندازه ارائه شوند [۱۱].

¹ Critical Path Method (CPM)

² Project Evaluation and Review Technique (PERT)

³ Kelley

⁴ Walker

⁵ DuPont

⁶ Polaris

⁷ Malcolm

روش شبیه‌سازی مونت کارلو (MCS^8)، یک روش نمونه‌گیری تصادفی است که با تولید نمونه‌های زیاد برای حل مسائل تصادفی استفاده می‌شود. انجام شبیه‌سازی مونت کارلو در شبکه با حداکثر روابط و منطق شرطی کاملاً قابل اجرا است [۱۲]. استفاده از روش شبیه‌سازی در مدیریت پروژه‌ها از دهه ۱۹۶۰ توسط نویسندگانی مانند وان اسلیک^۹ [۱۳] و مک گوان^{۱۰} [۱۴] ظاهر شد و همه آنها از یک روش شبیه‌سازی استفاده کردند. قبل از اجرای شبیه‌سازی زمان تکمیل پروژه، باید تابع توزیع احتمال برای هر فعالیت تعیین یا فرض گردد. در واقع در هر تکرار شبیه‌سازی، مقادیر تصادفی به احتمال اتمام فعالیت‌ها اختصاص داده می‌شود. هنگامی که احتمال اتمام فعالیت‌ها مشخص شد، مدت زمان هر مسیر با جمع‌بندی مدت زمان تمام فعالیت‌های موجود در مسیر محاسبه می‌شود. مدت زمان اتمام شبکه، مدت زمان طولانی‌ترین مسیر است [۱۵]. شبیه‌سازی مونت کارلو برای پروژه‌های ساخت و ساز بزرگ می‌تواند حداکثر روابط را در نظر گرفته و تحلیل را انجام دهد [۱۲]. از مشکلات استفاده‌ی روش شبیه‌سازی مونت کارلو این است که این یک روش زمان‌بر است و حجم محاسباتی رایانه در آن بالا می‌باشد [۱۶ و ۱۷].

در این پژوهش از روش نمونه‌برداری اهمیت (IS^{11}) در مدیریت پروژه‌های ساختمانی استفاده شده و نتایج با روش‌های $PERT$ مرتبه اول قابلیت اطمینان ($FORM^{12}$) و شبیه‌سازی مونت کارلو مقایسه گردیده است. با استفاده از روش‌های شبیه‌سازی قابلیت اطمینان می‌توان از هر تابع توزیعی برای مدلسازی مسئله استفاده کرد. علاوه بر این، در روش‌های شبیه‌سازی با استفاده از سیستم‌های قابلیت اطمینان، اثرات تمامی مسیرهای موجود در تکمیل پروژه در خرابی لحاظ می‌گردد و تخمینی واقع‌بینانه از پاسخ مسئله را ارائه می‌دهد. پنج مثال عددی موجود در مقالات استخراج گردیده و با روش‌های $PERT$ ، شبیه‌سازی مونت کارلو، نمونه‌برداری اهمیت، مرتبه اول قابلیت اطمینان مورد بررسی قرار گرفتند.

۲- روش تحقیق

در این بخش روش‌های مورد استفاده در مقاله به صورت خلاصه ارائه شده است.

۲-۱- روش ارزیابی و بازبینی پروژه ($PERT$)

در روش ارزیابی و بررسی پروژه از یک شبکه پروژه که در آن فعالیت‌ها بر روی فلش‌ها و رویدادها بر روی راس قرار دارند، با یک نقطه شروع و پایان (که بیانگر آغاز و اتمام) پروژه است استفاده می‌شود. در این شبکه فعالیت‌هایی که بر روی یک راس قرار دارند، تنها زمانی می‌توانند شروع شوند که فعالیت‌هایی که به گره وارد می‌شوند، به اتمام برسند. در نتیجه شبکه مجموعه‌ای از فعالیت‌های پی‌درپی خواهد بود و پروژه زمانی به اتمام می‌رسد که طولانی‌ترین مسیر (مسیر بحرانی) به اتمام برسد. در یک شبکه $PERT$ توزیع احتمالاتی فعالیت‌ها $Beta-PERT$ می‌باشد.

تابع توزیع عمومی بتا به صورت زیر می‌باشد:

$$f(t) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)(t-a)^{\alpha-1}(b-t)^{\beta-1}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)(b-a)^{\alpha+\beta-1}} \quad a < t < b, \alpha, \beta > 0 \quad (1)$$

که در آن Γ نشان دهنده تابع گاما، a حد پایین، b حد بالا و α, β بیانگر توابع شکل توزیع بتا هستند. میانگین، واریانس و انحراف معیار هر فعالیت در توزیع $Beta-PERT$ از فرمول‌های زیر محاسبه می‌شود:

⁸ Monte Carlo Simulation (MCS)

⁹ Van Slyke

¹⁰ McGowan

¹¹ Importance Sampling (IS)

¹² First-Order Reliability Method (FORM)

$$\mu_t = \frac{a + 4m + b}{6} \quad (2)$$

$$\sigma_t^2 = \left(\frac{b-a}{6}\right)^2 \quad (3)$$

$$\sigma_t = \left(\frac{b-a}{6}\right) \quad (4)$$

که در آن μ_f نشان دهنده میانگین، σ_f^2 واریانس و σ_f انحراف معیار زمان انجام فعالیت t می‌باشند. هم‌چنین، a بیانگر زمان اتمام خوش‌بینانه (حد پایین) m محتمل‌ترین و b بدبینانه (حد بالا) زمان فعالیت t می‌باشند. در روش PERT و بر اساس قضیه حد مرکزی، زمان تکمیل پروژه دارای توزیع نرمال بوده که میانگین آن از مجموع میانگین زمان فعالیت‌هایی که بر روی مسیر بحرانی قرار دارند محاسبه می‌شود. میانگین و واریانس زمان تکمیل پروژه از روابط زیر محاسبه می‌گردد:

$$\mu_P = t_{1CP} + t_{2CP} + \dots + t_{nCP} = \sum_{P=CP} t_P \quad (5)$$

$$\sigma_P^2 = \sigma_{1CP}^2 + \sigma_{2CP}^2 + \dots + \sigma_{nCP}^2 = \sum_{P=CP} \sigma_P^2 \quad (6)$$

که در آن μ_P و σ_P^2 به ترتیب بیانگر میانگین و واریانس زمان تکمیل پروژه و P بیانگر فعالیت‌های موجود در مسیر بحرانی (CP) است. استفاده از قضیه حد مرکزی برای زمان تکمیل پروژه زمانی درست است که تعداد فعالیت‌های موجود بر مسیر بحرانی به اندازه کافی زیاد باشد (معمولاً بیشتر از ۳۰ فعالیت باشد) که این یکی از ایرادات اساسی روش PERT می‌باشد.

۲-۲- استفاده از تئوری قابلیت اطمینان در مدیریت پروژه

در حالت کلی مسئله سلامت و خرابی با در نظر گرفتن متغیرهای مسئله به صورت تصادفی توسط تئوری قابلیت اطمینان مورد بررسی قرار می‌گیرد. در مدیریت پروژه‌های ساختمانی متغیرهای تصادفی، فعالیت‌های موجود برای تکمیل پروژه در مسیرهای مختلف هستند. اگر حالت حدی بین سلامت و خرابی را در یک مسئله مدیریت پروژه به صورت تابع $g(T_P, T_D)$ بیان گردد که در آن T_P مجموع زمان فعالیت‌های موجود بر روی مسیرهای مختلف پروژه و T_D زمان مورد انتظار برای تکمیل پروژه است، خرابی که در مدیریت پروژه به معنی تکمیل پروژه در زمانی بیشتر از زمان مورد انتظار است، زمانی اتفاق می‌افتد که T_P بیشتر از T_D گردد و رابطه $g = T_D - T_P < 0$ n_f ارضا گردد. در این حالت احتمال خرابی با رابطه (۷) تعریف می‌گردد:

$$P_f = P(T_D < T_P) = P(g(T_P, T_D) < 0) \quad (7)$$

رابطه (۷) با در نظر گرفتن تابع چگالی احتمال برای متغیرهای تصادفی به صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$P_f = \text{prob} [G(t) \leq 0] = \int_{G(t) \leq 0} f(t) dt \quad (8)$$

که در آن t یک بردار از متغیرهای تصادفی که نمایانگر عدم قطعیت می‌باشد. $G(t)$ و $f(t)$ به ترتیب نشان دهنده تابع شرایط حدی و تابع چگالی احتمال متغیر t (که در مدیریت پروژه می‌تواند هر تابع توزیع دلخواهی مانند لوگ نرمال، مثلثی، یکنواخت، بتا و غیره را شامل شود) و P_f نشانگر احتمال خرابی (احتمال شکست پروژه) در زمان معین است.

برای در نظر گرفتن اثر تمامی مسیرهای موجود تکمیل پروژه در روش‌های قابلیت اطمینان، از سیستم‌های قابلیت اطمینان استفاده می‌شود؛ به این صورت که کل شبکه پروژه به صورت یک سیستم سری در نظر گرفته شده و احتمال خرابی برای آن محاسبه می‌گردد. احتمال خرابی برای سیستم‌های سری و موازی به ترتیب از روی روابط (۹) و (۱۰) قابل محاسبه است:

$$P_f^{series} = P \left[\bigcup_{i=1}^N G_i < 0 \right] \quad (9)$$

$$P_f^{parallel} = P \left[\bigcap_{i=1}^N G_i < 0 \right] \quad (10)$$

در ادامه روش‌های قابلیت اطمینان مرتبه اول، شبیه‌سازی مونت کارلو و نمونه‌برداری اهمیت که در این پژوهش استفاده گردیده است به صورت مختصر توضیح داده شده است.

۱-۲-۲- روش مرتبه اول قابلیت اطمینان (FORM)

در این روش ابتدا با یک نگاهت متغیرهای تصادفی از فضای اصلی به فضای نرمال استاندارد شده که در آن میانگین صفر و واریانس یک است، منتقل می‌شوند. علاوه بر این، تابع شرایط حدی در این روش به وسیله تابعی درجه‌ی یک حاصل از بسط تیلور، تخمین زده می‌شود که کوتاه‌ترین فاصله‌ی هندسی مبداء مختصات تا تابع تخمین زده شده را شاخص قابلیت اطمینان (β) می‌نامند. نقطه‌ای روی تابع حالت حدی که کمترین فاصله را با مبداء مختصات در فضای نرمال استاندارد دارا است، نقطه طراحی نام دارد.

احتمال خرابی در روش مرتبه اول قابلیت اطمینان با استفاده از رابطه‌ی زیر حاصل می‌شود [۱۸ و ۱۹]:

$$P_f \approx \Phi(-\beta) \quad (11)$$

۲-۲-۲- روش شبیه‌سازی مونت کارلو (MCS)

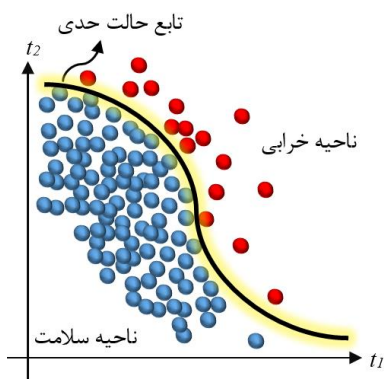
این روش در سال ۱۹۴۹ توسط متروپولیس^{۱۳} و یولام^{۱۴} ارائه شد [۲۰]. اساس روش شبیه‌سازی مونت کارلو بر روی تولید نمونه‌های تصادفی استوار است که با تعریف تابع شمارنده I نمونه‌هایی که در ناحیه‌ی سلامت قرار دارند را از نمونه‌هایی که در ناحیه‌ی خرابی قرار دارند، جدا می‌سازد (شکل (۱)). به این صورت که تابع شمارنده I برای نمونه‌های در ناحیه‌ی خرابی برابر یک و برای نمونه‌های در ناحیه‌ی سلامت صفر می‌باشد. احتمال خرابی در روش MCS به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$p_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_{g \leq 0}(t^{(i)}) \approx \frac{n_f}{N} \quad (12)$$

که در آن n_f بیانگر نمونه‌های موجود در ناحیه خرابی و N بیانگر تعداد کل نمونه‌های تولید شده می‌باشند.

¹³ Metropolis

¹⁴ Ulam



شکل ۱- برآورد احتمال خرابی در روش شبیه‌سازی مونت کارلو.

۳-۲-۲- روش نمونه‌برداری اهمیت (IS)

با توجه به اینکه در روش شبیه‌سازی مونت کارلو تولید نمونه در کل فضای طراحی و بر اساس تابع چگالی احتمال متغیرها صورت می‌گیرد، این روش به تعداد زیادی نمونه برای یافتن پاسخ مسئله نیاز دارد. روش‌های زیادی جهت کاهش تعداد نمونه‌های روش شبیه‌سازی مونت کارلو ارائه شده‌اند که روش نمونه‌برداری اهمیت یکی از آنها است. این روش‌ها واریانس پاسخ مسئله را کاهش می‌دهند و به همین دلیل روش‌های کاهش واریانس نامیده می‌شوند [۲۱].

در روش نمونه‌برداری اهمیت، تولید نمونه بر اساس یک تابع چگالی احتمال جدید $h(t)$ و در اطراف نقطه طراحی یا نقطه با بیشترین احتمال خرابی صورت می‌گیرد [۲۱]. در واقع در این روش به جای تولید تعداد زیادی نمونه در کل فضای مسئله و بر اساس تابع چگالی متغیرها، تعداد بسیار کمتری نمونه در اطراف نقطه طراحی و بر اساس تابع چگالی احتمال جدید تولید می‌گردد. احتمال خرابی در این روش از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$P_f = \int_{G(t)<0} \frac{f(t)}{h(t)} h(t) dt \quad (13)$$

که در آن $h(t)$ تابع چگالی احتمال جدید است. رابطه ۱۳ به صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(t_i) \frac{f(t_i)}{h(t_i)} \quad (14)$$

نکته مهم در انتخاب تابع چگالی احتمال جدید این است که تا حد ممکن مشابه تابع اولیه باشد. دقت این روش به تعیین نقطه یا نقاط با بیشترین اهمیت و بیشترین احتمال خرابی در مسئله وابسته است و در صورتی که اطلاعات دقیقی از نقاط با اهمیت در دسترس نباشد، پاسخ این روش دقیق نخواهد بود.

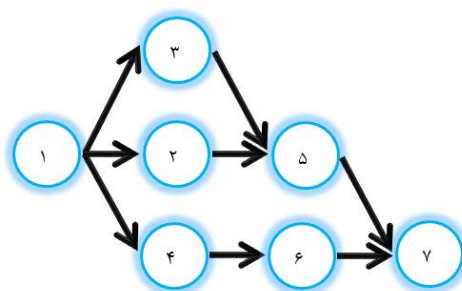
۳- مثال‌های عددی

در این بخش پنج مثال عددی موجود در منابع شامل پروژه‌های کوچک و متوسط ارائه شده است، که با استفاده از روش‌های PERT، مرتبه اول قابلیت اطمینان، شبیه‌سازی مونت کارلو و نمونه‌برداری اهمیت مورد بررسی و بحث قرار گرفته است.

مثال ۱- مشخصات یک پروژه ساخت کوچک متشکل از ۷ فعالیت و با ۳ مسیر تکمیل در جدول (۱) قرار داده شده است. همچنین، شبکه فعالیت بر روی فلش این پروژه در شکل (۲) ارائه گردیده است.

جدول ۱- مشخصات پروژه در مثال ۱.

| فعالیت | پیش‌نیاز | زمان حداقل (a) | محتمل‌ترین زمان (m) | زمان حداکثر (b) |
|--------|----------|--------------------|-------------------------|---------------------|
| ۱ | - | ۱۴ | ۲۰ | ۲۴ |
| ۲ | ۱ | ۱۵ | ۱۸ | ۲۰ |
| ۳ | ۱ | ۱۵ | ۲۲ | ۳۳ |
| ۴ | ۱ | ۱۲ | ۱۶ | ۲۰ |
| ۵ | ۳، ۲ | ۲۲ | ۲۴ | ۲۸ |
| ۶ | ۴ | ۱۴ | ۱۸ | ۲۴ |
| ۷ | ۵، ۶ | ۹ | ۱۵ | ۱۸ |



شکل ۲- شبکه مثال ۱.

فرض می‌گردد که کارفرما بمدت زمان تکمیل این پروژه را ۹۵ روز تعیین کرده است. نتایج تحلیل این مثال با چهار روش $PERT$ روش مرتبه اول قابلیت اطمینان، شبیه‌سازی مونت کارلو و نمونه‌برداری اهمیت در جدول (۲) ارائه شده است. با استفاده از روش $PERT$ مقدار احتمال خرابی برابر $۱۰^{-۴} \times ۱/۷۹$ به دست آمده است. احتمال خرابی در روش مرتبه اول قابلیت اطمینان برابر $۱۰^{-۴} \times ۵/۷۸$ به دست آمده است که در مقایسه با روش $PERT$ اختلاف ۶۹ درصدی را نشان می‌دهد. مقدار احتمال خرابی در روش شبیه‌سازی مونت کارلو برابر $۱۰^{-۴} \times ۲/۶۶$ است که در مقایسه با روش‌های $PERT$ و مرتبه اول قابلیت اطمینان به ترتیب اختلاف ۳۲/۷ و ۵۳/۹ درصدی را نشان می‌دهند.

علاوه بر این مقدار احتمال خرابی در روش نمونه‌برداری اهمیت برابر $۱۰^{-۴} \times ۲/۴$ به دست آمد که در مقایسه با روش‌های $PERT$ مرتبه اول قابلیت اطمینان و شبیه‌سازی مونت کارلو به ترتیب اختلاف ۲۵/۴، ۵۸/۴ و ۱۰/۸ درصدی را نشان می‌دهد. مشاهده می‌گردد که مقدار احتمال خرابی در روش نمونه‌برداری اهمیت که مبنای مطالعه حاضر است، دارای کمترین اختلاف با روش شبیه‌سازی مونت کارلو (به عنوان دقیق‌ترین روش) است. در واقع در روش‌های قابلیت اطمینان (به دلیل استفاده از سیستم‌های قابلیت اطمینان)، اثر تمامی مسیرهای موجود تکمیل پروژه، در خرابی مسئله لحاظ می‌گردد، در حالی که در روش $PERT$ تنها اثرات مسیر بحرانی در نظر گرفته می‌شود. تخمین مرتبه اول از تابع حالت حدی دلیل اختلاف زیاد پاسخ در روش مرتبه اول قابلیت اطمینان در مقایسه با سایر روش‌ها است.

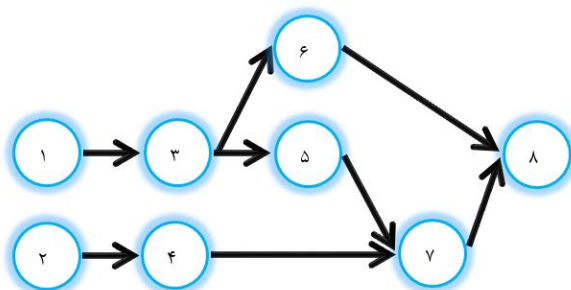
جدول ۲- نتایج مثال ۱.

| روش | احتمال خرابی (P) | شاخص قابلیت اطمینان (β) |
|------------------------------|-----------------------|---------------------------------|
| $PERT$ | $۱/۷۹ \times ۱۰^{-۴}$ | ۳/۵۶۸۴ |
| روش مرتبه اول قابلیت اطمینان | $۵/۷۸ \times ۱۰^{-۴}$ | ۳/۲۴۹۴ |
| شبیه‌سازی مونت کارلو | $۲/۶۶ \times ۱۰^{-۴}$ | ۳/۴۶۴۱ |
| نمونه‌برداری اهمیت | $۲/۴ \times ۱۰^{-۴}$ | ۳/۴۹۰۸ |

مثال ۲- مشخصات یک پروژه کوچک متشکل از ۸ فعالیت و با ۳ مسیر تکمیل که توسط پترز^{۱۵} [۲۲] معرفی شد در جدول (۳) ارائه گردیده است. همچنین شبکه فعالیت بر روی فلش این پروژه در شکل (۳) ارائه گردیده است.

جدول ۳- مشخصات پروژه در مثال ۲.

| فعالیت | پیش‌نیاز | زمان حداقل (a) | محتمل‌ترین زمان (m) | زمان حداکثر (b) |
|--------|----------|----------------|---------------------|-----------------|
| ۱ | - | ۱ | ۲ | ۳ |
| ۲ | - | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳ | ۱ | ۱ | ۲ | ۳ |
| ۴ | ۲ | ۲ | ۴ | ۶ |
| ۵ | ۳ | ۱ | ۴ | ۷ |
| ۶ | ۳ | ۱ | ۲ | ۹ |
| ۷ | ۵، ۴ | ۳ | ۴ | ۱۰ |
| ۸ | ۷، ۶ | ۱ | ۲ | ۳ |



شکل ۳- شبکه مثال ۲.

نتایج مثال ۲ در جدول (۴) ارائه شده است. مقدار احتمال خرابی در روش‌های PERT و مرتبه اول قابلیت اطمینان به ترتیب برابر $۸/۰۲ \times ۱۰^{-۵}$ و $۵/۴ \times ۱۰^{-۴}$ به دست آمده است که اختلاف قابل توجه $۸۵/۱$ درصد را نشان می‌دهد. مقدار احتمال خرابی در روش شبیه‌سازی مونت کارلو برابر $۲/۶۵ \times ۱۰^{-۴}$ است که به ترتیب در مقایسه با روش‌های PERT و مرتبه اول قابلیت اطمینان اختلاف $۶۹/۷$ و $۵۰/۹$ درصدی را نشان می‌دهد.

همچنین مقدار احتمال خرابی در روش نمونه‌برداری اهمیت برابر $۳/۲ \times ۱۰^{-۴}$ است که در مقایسه با روش‌های PERT، مرتبه اول قابلیت اطمینان و شبیه‌سازی مونت کارلو به ترتیب اختلاف $۷۴/۹$ ، $۴۰/۷$ و $۱۷/۱$ درصد را نشان می‌دهد. در این مثال نیز پاسخ در روش نمونه‌برداری اهمیت کمترین اختلاف را با روش شبیه‌سازی مونت کارلو دارا بوده و با روش PERT بیشترین اختلاف را دارد. در واقع این مثال شامل چند مسیر نیمه بحرانی، موزی مسیر بحرانی اصلی است که در روش PERT در نظر گرفته نشده است و باعث اختلاف قابل توجه پاسخ‌های این روش با سایر روش‌ها شده است.

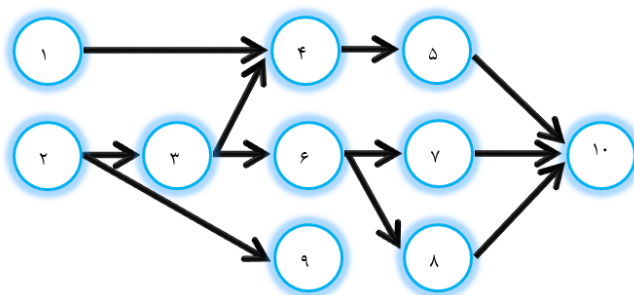
جدول ۴- نتایج مثال ۲.

| روش | احتمال خرابی (P) | شاخص قابلیت اطمینان (β) |
|------------------------------|-----------------------|-------------------------|
| PERT | $۸/۰۲ \times ۱۰^{-۵}$ | ۳/۷۷۴۴ |
| روش مرتبه اول قابلیت اطمینان | $۵/۴ \times ۱۰^{-۴}$ | ۳/۲۶۸۵ |
| شبیه‌سازی مونت کارلو | $۲/۶۵ \times ۱۰^{-۴}$ | ۳/۴۶۵۱ |
| نمونه‌برداری اهمیت | $۳/۲ \times ۱۰^{-۴}$ | ۳/۴۱۳۶ |

مثال ۳- مشخصات یک پروژه متوسط متشکل از ۱۰ فعالیت و با ۵ مسیر تکمیل نزدیک به هم با زمان بین ۱۷ تا ۲۰ روز که توسط دوپس^{۱۶} [۲۳] معرفی شده، در جدول (۵) ارائه گردیده و در شکل (۴) شبکه فعالیت بر روی فلش نشان داده شده است.

جدول ۵- مشخصات پروژه در مثال ۳.

| فعالیت | پیش‌نیاز | زمان حداقل (a) | محتمل‌ترین زمان (m) | زمان حداکثر (b) |
|--------|----------|----------------|---------------------|-----------------|
| ۱ | - | ۳ | ۶ | ۹ |
| ۲ | - | ۲ | ۵ | ۶ |
| ۳ | ۲ | ۲ | ۳ | ۷ |
| ۴ | ۳، ۱ | ۱ | ۳ | ۳ |
| ۵ | ۴ | صفر | ۷ | ۸ |
| ۶ | ۳ | ۱ | ۲ | ۱۰ |
| ۷ | ۶ | ۳ | ۴ | ۱۲ |
| ۸ | ۶ | ۱ | ۲ | ۱۵ |
| ۹ | ۲ | ۵ | ۱۰ | ۳۰ |
| ۱۰ | ۸، ۷، ۵ | ۱ | ۳ | ۴ |



شکل ۴- شبکه مثال ۳.

نتایج تحلیل این مثال با چهار روش *PERT* مرتبه اول قابلیت اطمینان، شبیه‌سازی مونت کارلو و نمونه‌برداری اهمیت در جدول (۶) ارائه شده است. با توجه به نتایج، دو روش *PERT* و مرتبه اول قابلیت اطمینان قادر به حل این مثال نبوده‌اند؛ به طوری که مقدار احتمال خرابی برای روش *PERT* برابر $۱۰^{-۱۴} \times ۶/۶۷$ و برای روش مرتبه اول قابلیت اطمینان صفر محاسبه شده است که اختلاف قابل توجهی با روش‌های شبیه‌سازی مونت کارلو و نمونه‌برداری اهمیت دارد. مقدار احتمال خرابی در دو روش شبیه‌سازی مونت کارلو و نمونه‌برداری اهمیت به ترتیب برابر $۱۰^{-۵} \times ۸/۳$ و $۱۰^{-۵} \times ۹/۱۲$ است که اختلاف ۸/۹ درصدی را نشان می‌دهند. در این مثال تمام مسیرهای موجود با مسیر بحرانی اصلی موازی هستند که در روش *PERT* نادیده گرفته می‌شود و به این دلیل مقدار احتمال خرابی محاسبه شده در این روش اختلاف زیادی با مقدار احتمال خرابی محاسبه شده در روش‌های شبیه‌سازی مونت کارلو و نمونه‌برداری اهمیت دارد. همچنین تقریب مرتب اول روش مرتبه اول قابلیت اطمینان باعث شده است که این روش برای پاسخ به این مثال، مناسب نباشد.

جدول ۶- نتایج مثال ۳.

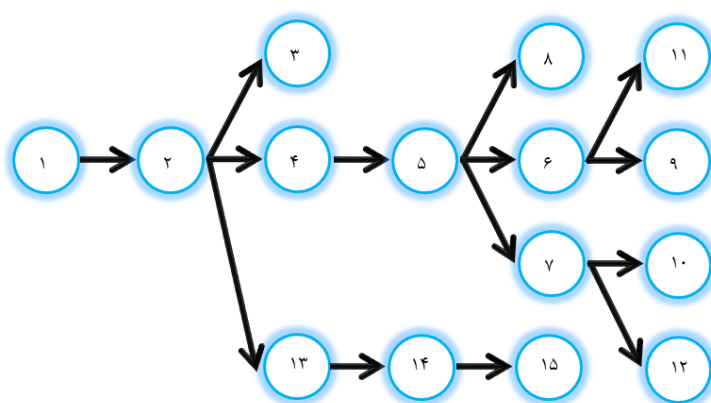
| روش | احتمال خرابی (Pf) | شاخص قابلیت اطمینان (β) |
|------------------------------|------------------------|-------------------------|
| <i>PERT</i> | $۱۰^{-۱۴} \times ۶/۶۷$ | ۷/۴۰۲۷ |
| روش مرتبه اول قابلیت اطمینان | - | ۷۸۱ |
| شبیه‌سازی مونت کارلو | $۱۰^{-۵} \times ۸/۳$ | ۳/۷۶۵۸ |
| نمونه‌برداری اهمیت | $۱۰^{-۵} \times ۹/۱۲$ | ۳/۷۴۲ |

¹⁶ Davis

مثال ۴- مشخصات یک پروژه متوسط متشکل از ۱۶ فعالیت و با ۸ مسیر تکمیل که توسط پرز [۲۲] ارائه گردید، در جدول (۷) و شبکه فعالیت بر روی فلش این پروژه در شکل (۵) نشان داده شده است. فرض می‌شود که کارفرما برای تکمیل این پروژه مهلت ۶۳ روز تعیین کرده است، با این فرض نتایج تحلیل مثال ۴ با استفاده از روش مورد مطالعه در جدول (۸) ارائه شده است.

جدول ۷- مشخصات پروژه در مثال ۴.

| فعالیت | پیش‌نیاز | زمان حداقل (a) | محتمل‌ترین زمان (m) | زمان حداکثر (b) |
|--------|----------|----------------|---------------------|-----------------|
| ۱ | - | ۰/۱ | ۱ | ۲ |
| ۲ | ۱ | ۱ | ۳ | ۴ |
| ۳ | ۲ | ۴ | ۶ | ۱۲ |
| ۴ | ۲ | ۰/۱ | ۲ | ۴ |
| ۵ | ۴ | ۱ | ۱/۵ | ۳ |
| ۶ | ۵ | ۱ | ۴ | ۸ |
| ۷ | ۵ | ۱ | ۳ | ۴ |
| ۸ | ۵ | ۱ | ۲ | ۴ |
| ۹ | ۶ | ۰/۱ | ۱ | ۴ |
| ۱۰ | ۷ | ۰/۱ | ۲ | ۳ |
| ۱۱ | ۶ | ۰/۱ | ۱ | ۳ |
| ۱۲ | ۷ | ۰/۱ | ۱ | ۲ |
| ۱۳ | ۲ | ۰/۱ | ۱ | ۲ |
| ۱۴ | ۱۳ | ۶ | ۱۳ | ۳۰ |
| ۱۵ | ۱۴ | ۱۰ | ۱۲ | ۴۰ |



شکل ۵- شبکه مثال ۴.

با توجه به جدول (۸)، مقدار احتمال خرابی با روش‌های PERT و مرتبه اول قابلیت اطمینان به ترتیب $۱۰^{-۵} \times ۱/۲۲$ و $۴^{-۴}$ به دست آمده است که اختلاف ۸۸/۴ درصدی را نشان می‌دهد. مقدار احتمال خرابی در روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو و نمونه‌برداری اهمیت به ترتیب برابر $۱۰^{-۵} \times ۷/۴$ و $۱۰^{-۵} \times ۷/۸۹$ محاسبه شده است که نسبت به هم اختلاف ۶/۲ درصدی را نشان می‌دهد. مقایسه مقدار احتمال خرابی روش‌های شبیه‌سازی مونت‌کارلو و نمونه‌برداری اهمیت با روش PERT به ترتیب اختلاف ۸۳/۵ و ۸۴/۵ درصد، و با روش مرتبه اول قابلیت اطمینان به ترتیب ۳۰/۱ و ۲۵/۵ درصد را نشان می‌دهند.

در این پروژه چندین مسیر نیمه بحرانی، موازی مسیر بحرانی اصلی وجود دارند که در روش PERT به دلیل اینکه این روش فقط اثر مسیر بحرانی را در نظر می‌گیرد، نادیده گرفته شده است. در روش‌های قابلیت اطمینان با استفاده از سیستم‌های قابلیت اطمینان اثر تمامی مسیرها را در نظر می‌گیرند که اختلاف بیش از ۸۰ درصدی روش PERT با سه روش قابلیت اطمینان ناشی از همین مسئله است.

تقریب مرتبه اول روش مرتبه اول قابلیت اطمینان از تابع حالت حدی نیز سبب اختلاف ۲۵ و ۳۰ درصدی این روش با روش‌های شبیه‌سازی مونت کارلو و نمونه‌برداری اهمیت است. با توجه به نتایج مشخص است که روش نمونه‌برداری اهمیت کمترین اختلاف را در بین روش‌های مطالعه شده با روش شبیه‌سازی مونت کارلو دارا می‌باشد.

جدول ۸- نتایج مثال ۴.

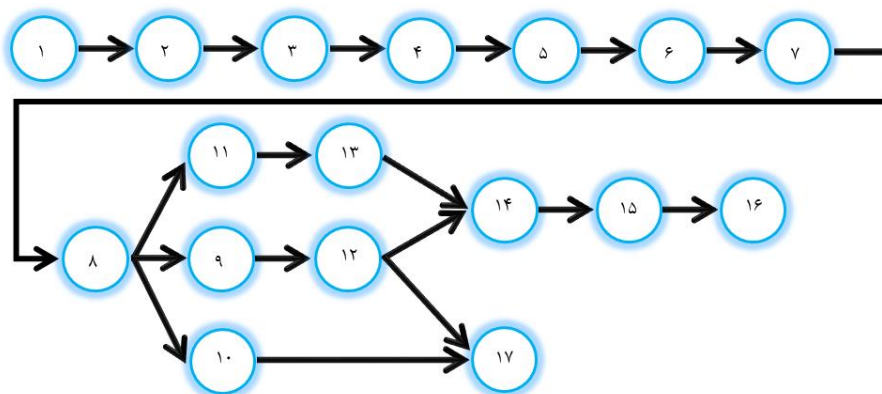
| روش | احتمال خرابی (P_f) | شاخص قابلیت اطمینان (β) |
|------------------------------|------------------------|---------------------------------|
| PERT | $1/22 \times 10^{-5}$ | ۴/۲۱۸۸ |
| روش مرتبه اول قابلیت اطمینان | $1/0.6 \times 10^{-4}$ | ۳/۷۰۳۷ |
| شبیه‌سازی مونت کارلو | $7/4 \times 10^{-5}$ | ۳/۷۹۴۴ |
| نمونه‌برداری اهمیت | $7/89 \times 10^{-5}$ | ۳/۷۷۸۵ |

مثال ۵- مشخصات یک پروژه مسکونی متوسط متشکل از ۲۱ فعالیت و با ۶ مسیر تکمیل که توسط هندراداوا^{۱۷} [۲۴] معرفی شده است، در جدول (۹) و شبکه فعالیت بر روی فلش این پروژه در شکل (۶) ارائه شده است.

جدول ۹- مشخصات پروژه در مثال ۵.

| فعالیت | فاز | شرح فعالیت | پیش‌نیاز | زمان حداقل (a) | محتمل‌ترین زمان (m) | زمان حداکثر (b) |
|--------|------------|---|----------|--------------------|-------------------------|---------------------|
| ۱ | امکان‌سنجی | خلاصه استراتژی و نظرسنجی بودجه و مطالعات امکان‌سنجی | - | ۹ | ۱۰ | ۱۵ |
| ۲ | | | ۱ | ۱۰ | ۱۱ | ۱۳ |
| ۳ | طراحی | طراحی مفهومی | ۲ | ۱۰ | ۱۴ | ۱۶ |
| ۴ | | تدوین طراحی و تنظیم مقررات | ۳ | ۱۳ | ۱۵ | ۲۱ |
| ۵ | | طراحی تکنیکی | ۴ | ۹ | ۱۲ | ۱۴ |
| ۶ | ساخت | شروع کار ساختمانی | ۵ | ۸ | ۱۰ | ۱۱ |
| ۷ | | کار زیرسازی | ۶ | ۲۳ | ۲۵ | ۲۸ |
| ۸ | | ستون و دیوار حائل | ۷ | ۱۸ | ۲۱ | ۲۲ |
| ۹ | | لوله کشی | ۸ | ۵ | ۸ | ۹ |
| ۱۰ | | سقف | ۸ | ۴ | ۹ | ۱۰ |
| ۱۱ | | نصب سقف | ۸ | ۱۰ | ۱۶ | ۲۰ |
| ۱۲ | | کارهای الکتریکی | ۹ | ۶ | ۹ | ۱۰ |
| ۱۳ | | ایزوگام سقف | ۱۱ | ۴ | ۵ | ۷ |
| ۱۴ | | گچ‌کاری و آندودکاری | ۱۳، ۱۲ | ۱۲ | ۱۴ | ۱۸ |
| ۱۵ | | نصب پنجره، قاب و درب | ۱۴ | ۷ | ۱۱ | ۱۹ |
| ۱۶ | | رنگ آمیزی | ۱۵ | ۱۵ | ۱۸ | ۲۲ |
| ۱۷ | | کاشی‌کاری و کف‌سازی | ۱۲، ۱۰ | ۱۲ | ۱۵ | ۱۵ |
| ۱۸ | | نما | ۱۵ | ۸ | ۱۲ | ۱۳ |
| ۱۹ | | محوطه‌سازی | ۱۸ | ۶ | ۷ | ۱۰ |
| ۲۰ | | تمیز کردن و کنترل نهایی | ۱۹، ۱۶ | ۲ | ۵ | ۶ |
| ۲۱ | | اتمام پروژه | ۲۰ | ۶ | ۷ | ۱۰ |

¹⁷ Hendradewa



شکل ۶- شبکه مثال ۵.

در جدول (۱۰) نتایج مثال ۵ ارائه شده است؛ مشاهده می‌گردد که مقدار احتمال خرابی در دو روش *PERT* و مرتبه اول قابلیت اطمینان اختلاف زیادی با روش‌های شبیه‌سازی مونت کارلو و نمونه‌برداری اهمیت دارد. مقدار احتمال خرابی محاسبه شده با روش *PERT* برابر با $1/14 \times 10^{-5}$ و مقدار احتمال خرابی محاسبه شده با روش مرتبه اول قابلیت اطمینان $1/85 \times 10^{-4}$ است که اختلاف ۹۳/۸ درصدی دارند. مقدار احتمال خرابی به دست آمده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو برابر با $8/3 \times 10^{-5}$ است که در مقایسه با احتمال خرابی محاسبه شده با روش *PERT*، ۸۶/۲ درصد و با روش مرتبه اول قابلیت اطمینان ۵۵/۱ درصد اختلاف دارد.

احتمال خرابی با استفاده از روش نمونه‌برداری اهمیت مقدار $7/04 \times 10^{-5}$ به دست آمد که کمترین اختلاف را با روش شبیه‌سازی مونت کارلو دارد (۱۵/۱ درصد اختلاف). اختلاف احتمال خرابی این روش و روش‌های *PERT* و مرتبه اول قابلیت اطمینان به ترتیب برابر ۸۳/۸ و ۶۱/۹ درصد است. در واقع تنها در نظر گرفتن اثر مسیر بحرانی و نادیده گرفتن سایر مسیرهای تکمیل پروژه در روش *PERT* و تخمین‌های مرتبه اول روش مرتبه اول قابلیت اطمینان از تابع حالت حدی، دلایل اختلاف قابل ملاحظه پاسخ‌های این روش‌ها با روش شبیه‌سازی مونت کارلو و نمونه‌برداری اهمیت هستند.

جدول ۱۰- نتایج مثال ۵.

| روش | احتمال خرابی (p) | شاخص قابلیت اطمینان (β) |
|------------------------------|-----------------------|---------------------------------|
| <i>PERT</i> | $1/14 \times 10^{-5}$ | ۴/۲۳۴۳ |
| روش مرتبه اول قابلیت اطمینان | $1/85 \times 10^{-4}$ | ۳/۵۶۰۶ |
| شبیه‌سازی مونت کارلو | $8/3 \times 10^{-5}$ | ۳/۷۶۵۸ |
| نمونه‌برداری اهمیت | $7/04 \times 10^{-5}$ | ۳/۸۰۶۶ |

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله پنج مثال عددی از پروژه‌های ساختمانی کوچک و متوسط با استفاده از روش نمونه‌برداری اهمیت مورد بررسی قرار گرفت و نتایج با روش‌های *PERT*، مرتبه اول قابلیت اطمینان و شبیه‌سازی مونت کارلو مورد مقایسه شد که خلاصه نتایج به شرح زیر حاصل گردید:

- ۱- در بین تمامی روش‌های مورد مطالعه پاسخ‌های روش نمونه‌برداری اهمیت کمترین اختلاف را با روش شبیه‌سازی مونت کارلو دارد؛ به طوری که بیشترین اختلاف احتمال خرابی این دو روش در مثال ۲ و برابر ۱۷/۱ درصد بود.
- ۲- روش نمونه‌برداری اهمیت نیاز به تولید نمونه کمتر و در نتیجه فراخوانی کمتر تابع حالت حدی در مقایسه با روش شبیه‌سازی مونت کارلو دارد که باعث کاهش هزینه محاسباتی این روش در مقایسه با روش شبیه‌سازی مونت کارلو می‌گردد.

- ۳- وقتی توابع حالت حدی پیچیده می‌شوند، روش مرتبه اول قابلیت اطمینان به دلیل تخمین مرتبه اول از تابع حالت حدی، توانایی پاسخ دادن به مسئله را ندارد و پاسخ‌های این روش اختلاف قابل توجهی با روش‌های شبیه‌سازی مونت‌کارلو و نمونه‌برداری اهمیت دارند.
- ۴- هنگامی که در پروژه چند مسیر نیمه بحرانی موازی مسیر بحرانی اصلی وجود دارد، تخمین‌های روش PERT اختلاف قابل توجهی با روش‌های شبیه‌سازی مونت‌کارلو و نمونه‌برداری اهمیت دارند.
- ۵- در روش‌های شبیه‌سازی قابلیت اطمینان با استفاده از سیستم‌های قابلیت اطمینان اثر تمامی مسیرهای موجود برای تکمیل پروژه در خرابی لحاظ می‌شود در حالی که روش PERT تنها اثر مسیر بحرانی را در نظر می‌گیرد.
- ۶- فرضیات ساده‌سازی روش PERT سبب تخمین‌های خوش‌بینانه این روش می‌گردد.
- ۷- با استفاده از روش‌های قابلیت اطمینان می‌توان هر تابع توزیع قابل استفاده‌ای برای مسئله در نظر گرفت در حالی که در روش PERT فقط می‌توان تابع توزیع $Beta-PERT$ را برای زمان فعالیت‌ها در نظر گرفت.

۵- جمع‌بندی

در این مقاله پنج مثال از مقالات موجود مدیریت پروژه بر مبنای روش PERT استخراج گردید و با استفاده از روش‌های قابلیت اطمینان مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج بیانگر تخمین خوشبینانه روش PERT برای تکمیل پروژه در مقایسه با روش‌های شبیه‌سازی مونت‌کارلو و نمونه‌برداری اهمیت بود. در حقیقت در روش‌های قابلیت اطمینان اثر تمامی مسیرهای موجود در مسئله در نظر گرفته می‌شود در حالی که در روش PERT تنها مسیر بحرانی در نظر گرفته می‌شود و دلیل تخمین خوشبینانه روش PERT همین موضوع است. نویسندگان به خوانندگان پیشنهاد می‌کنند که روش‌های دیگر قابلیت اطمینان را برای مدلسازی پروژه‌های اجرایی موجود در کشور جهت ادامه پژوهش درباره این موضوع مورد توجه قرار دهند.

مراجع

- [1] Mouhoub N.E, Benhocine A., Belouadah H. (2011). A new method for constructing a minimal PERT network, *Applied Mathematical Modelling*, 35, 4575–4588.
- [2] W.A. Haga W.A., Tim O'keefe T. (2001). Crashing PERT networks: a simulation approach, in: *4th International Conference of the Academy of Business and Administrative Sciences*, Quebec City, Canada, July 12–14.
- [3] Malcolm D. G, Roseboom J. H, Clark C. E, Fazar W. (1959). Application of a technique for research and development program evaluation, *Operations Research*, 7(5), 646–669.
- [4] Azaron A., Perkgoz C., Sakawa M. (2005). A genetic algorithm approach for the time-cost trade-off in PERT networks, *Applied Mathematics and Computation*, 168, 1317–1339.
- [5] Bordley R.F., Keisler J.M., Logan T.M. (2019). Managing Projects with Uncertain Deadlines, *European Journal of Operational Research*, Vol. 274(1), 291–302.
- [6] Abdallah H., Emara H. M., Dorrah H. T., Bahgat A. (2009). Using Ant Colony Optimization algorithm for solving project management problems, *Expert Systems with Applications*, 36, 10004–10015.
- [7] Hajdu M. (2013). Effects of the application of activity calendars on the distribution of project duration in PERT networks, *Automation in Construction*, 35, 397–404.
- [8] Banerjee A., Paul A. (2008). On path correlation and PERT bias, *European Journal of Operational Research*, 189, 1208–1216.
- [9] Ang, A.H.-S., Abdelnour, J. and Chaker, A.A. (1975). Analysis of Activity Networks Under Uncertainty, *Journal of The Engineering Mechanics Division*, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, 101, 373–387.

- [10] Winston, W.L. (2003). Operations Research: Applications & Algorithms, in: 4th ed. Thomson Business Press, (2003).
- [11] AbouRizk, S. (2010). Role of simulation in construction engineering and management, *Journal of Construction Engineering and Management*, 136(10), 1140–53.
- [12] Malyusz L., Hajdu M., Vattai Z. (2021). Comparison of different algorithms for time analysis for CPM schedule networks, *Automation in Construction*, 127.
- [13] Van Slyke R.M. (1963). Monte Carlo Methods and the PERT Problem. *Operations Research*, 10(5), 839-860.
- [14] McGowan, L.L. (1964). Monte Carlo Techniques Applied to PERT Networks, *MS thesis: Texas A&M University*, College Station, Texas.
- [15] Diaz, C.F. (1989). Probabilistic Network Analyses for Construction Projects”, *MS thesis: Ohio State University*, Columbus, Ohio.
- [16] Hartley, H.O., Wortham, A.W. (1966). A Statistical Theory for PERT Critical Path Analysis, *Management Science*, 12(10), B469-B481.
- [17] Ringer, L.J. (1969). Numerical Operators for Statistical PERT Critical Path Analysis”, *Management Science*, 16(2).
- [18] Nowak, S.A., Collins, K.R. (2000). Reliability of Structures, *McGraw-Hill: New York*.
- [19] Keshtegar, B. (2016). Chaotic conjugate stability transformation method for structural reliability analysis”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 310, 866–885.
- [20] Metropolis, N., Ulam, S. (1949). The Monte Carlo Method”, *Journal of the American Statistical Association*, 44, 335-41.
- [21] Rashki, M. (2014). A new and efficient simulation method for sensitivity analysis and reliability based design of structures, *Ph.D thesis: University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran*.
- [22] Perez J.G., Martin M.M.L., Garcia C.G., Angel M., Granero S. (2016). Project management under uncertainty beyond beta: the generalized bicubic distribution, *Operations Research Perspectives*, 3, 67-76.
- [23] Davis R. (2008). Teaching Note—Teaching Project Simulation in Excel Using PERT-Beta Distributions. *INFORMS Transactions on Education*, 8(3):139-148.
- [24] Andrie Pasca Hendradewa A.P. (2019). Schedule Risk Analysis by Different Phases of Construction Project Using CPM-PERT and Monte-Carlo Simulation, *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 528.