

## Reliability sensitivity analysis in sandwich panel structures using Monte Carlo simulations

Masoud Babazadeh<sup>1</sup>, Omid Rezaeifar<sup>2</sup>, Ehsan Jahani<sup>3\*</sup>

- 1- Ph.D. Student, in Structural Engineering, Department of Civil Engineering, Semnan University of Technology, Semnan, Iran
- 2- Associate professor, Department of Civil Engineering, Semnan University of Technology, Semnan, Iran
- 3- Associate professor, Department of Civil Engineering, Babolsar University of Technology, Babolsar, Iran

### ABSTRACT

In many practical applications of structural reliability analysis, one of the preferred sciences is the sensitivity analysis of failure probability based on design parameters under the limit state function. This information is needed, for example, in design optimization based on reliability. The design parameters are calculated by first- and second-order reliability methods FORM/SORM to sensitivity analysis of the probability of failure approximately. Therefore, in many cases, these methods are very inaccurate or difficult to solve problems. Accordingly, the Monte Carlo simulation method is very useful for determining the reliability sensitivity parameters. The derivation probability of failure into the parameters of the limit state function is calculated by integrating the surface of the performance function. By using the Monte Carlo simulation to determine this integral will not be efficient due to the small portion probability of failure and will have a high computational cost. Hence, some methods can be used to estimate Monte Carlo simulations that reduce the computational cost. One of these methods is linear sampling method. In this paper, an approximate method is used to determine the surface integral in terms of a domain integral. The integration domain can be calculated using standard Monte Carlo simulations or importance sampling simulations. This article presents two practical examples of sandwich panels to determine the effectiveness of parameters random variables are used in the design. In the first example, according to table (3), effective depth ( $d$ ) and compressive strength of concrete have the greatest influence on the probability of failure under bending loads in the panel. Therefore, by increasing the height and compressive strength of shotcrete concrete, the resistance of the panel against incoming loads will increase. Also, in the second example panel under deflection load, the modulus of elasticity has the greatest effect on the control of deflection. Therefore, by increasing the compressive strength of concrete, which increases the modulus of elasticity of concrete, it is possible to reduce the deflection of the panel.

### ARTICLE INFO

**Receive Date:** 16 July 2022  
**Revise Date:** 23 October 2022  
**Accept Date:** 14 November 2022

### Keywords:

Reliability  
Sandwich Panels  
Monte Carlo simulation  
Sensitivity analysis  
Linear sampling

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: <https://doi.org/10.22065/jsce.2022.349985.2864>

\*Corresponding author: Ehsan Jahani.  
Email address: e.jahani@umz.ac.ir

## تحلیل حساسیت قابلیت اعتماد پانل‌های ساندویچی با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو

مسعود بابازاده<sup>۱</sup>، امید رضایی فر<sup>۲</sup>، احسان جهانی<sup>۳\*</sup>

۱- دانشجوی دکتری سازه، گروه مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

۲- دانشیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

۳- دانشیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه مازندران، بابلسر، ایران

### چکیده

در بسیاری از کاربردهای عملی تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها، یکی از علوم مورد علاقه، تحلیل حساسیت احتمال شکست بر مبنای پارامترهای طراحی تحت تابع حدی می‌باشد. این اطلاعات برای مثال در بهینه‌سازی طراحی مبنی بر قابلیت اعتماد مورد نیاز است. پارامترهای طراحی توسط روش‌های قابلیت اعتماد مرتبه اول و دوم  $FORM^1/SORM^2$  به منظور تحلیل حساسیت احتمال خرابی به صورت تقریبی محاسبه می‌شوند. بنابراین در بسیاری از موارد برای حل مسائل این روش‌ها بسیار نادرست و یا مشکل می‌باشند. بنابراین روش شبیه‌سازی مونت کارلو برای تعیین پارامترهای حساسیت قابلیت اعتماد بسیار مفید می‌باشد. مشتق احتمال شکست نسبت به پارامترهای تابع حدی با انتگرال‌گیری بر سطح تابع عملکرد محاسبه می‌شود. عملکرد شبیه‌سازی مونت کارلو برای تعیین این انتگرال با توجه به احتمال شکست بسیار کوچک، کارا نبوده و هزینه محاسباتی بالایی دارد. بنابراین می‌توان از روش‌هایی برای تخمین شبیه‌سازی مونت کارلو استفاده کرد که میزان هزینه محاسباتی را کاهش دهد. از این‌ها می‌توان به روش نمونه‌گیری خطی اشاره کرد. در این مقاله، از یک روش تقریبی برای تعیین انتگرال سطح به صورت یک انتگرال بازه‌ای استفاده شده است. ناحیه انتگرال‌گیری می‌تواند با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو استاندارد یا شبیه‌سازی نمونه‌گیری با اهمیت محاسبه شود. در این مقاله از دو مثال عملی پانل‌های ساندویچی برای تعیین میزان اثرگذاری پارامترهای متغیرهای تصادفی در طراحی استفاده شده است. در مثال اول به توجه به جدول (۳)، بیشترین تاثیر بر احتمال خرابی تحت بارهای خمشی در پانل را عمق موثر ( $d$ ) و مقاومت فشاری بتن دارند. بنابراین با افزایش ارتفاع و مقاومت فشاری بتن پاششی، مقاومت پانل در برابر بارهای وارده نسبت به دیگر پارامترها، افزایش بیشتری خواهد یافت. و همچنین در مثال دوم، پانل سقفی تحت خیز اعمال شده، پارامتر مدول الاستیسیته بیشترین اثر بر کنترل خیز را دارد. بنابراین با افزایش مقاومت فشاری بتن که منجر به افزایش مدول الاستیسیته بتن می‌شود، می‌توان خیز پانل را کاهش داد.

کلمات کلیدی: قابلیت اعتماد، پانل‌های ساندویچی، شبیه‌سازی مونت کارلو، تحلیل حساسیت، نمونه‌گیری خطی

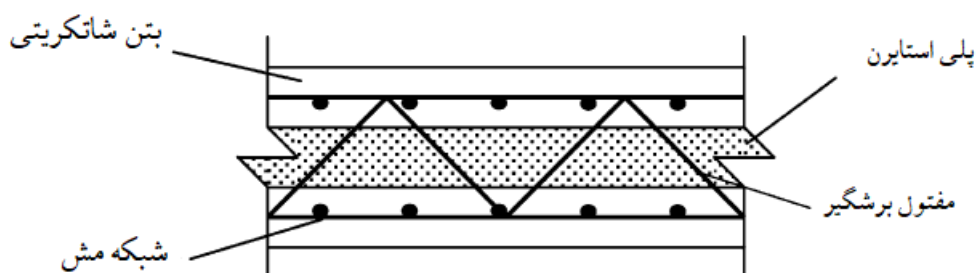
شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:				
doi:	<a href="https://doi.org/10.22065/jsce.2022.349985.2864">https://doi.org/10.22065/jsce.2022.349985.2864</a>	چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
	<a href="https://doi.org/10.22065/jsce.2022.349985.2864">10.22065/jsce.2022.349985.2864</a>	۱۴۰۲/۰۶/۳۱	۱۴۰۱/۰۸/۲۳	۱۴۰۱/۰۸/۲۳	۱۴۰۱/۰۸/۰۱	۱۴۰۱/۰۴/۲۵
احسان جهانی e.jahani@umz.ac.ir				*نویسنده مسئول: پست الکترونیکی:		

<sup>1</sup> First order reliability method

<sup>2</sup> Second order reliability method

## ۱- مقدمه

دهه‌های اخیر تحقیقات زیادی در مورد سازه‌های پانلی پیش ساخته صورت گرفته است. اولین بار در سال ۱۹۷۶ میلادی توسط ویکتور وایزمن در ایالات کالیفرنیا آمریکا مطرح شده است. یکی از روش‌های ساخت و ساز که اخیراً در ایران نیز شروع به توسعه نموده و آزمایشات و مطالعات فراوانی روی آن انجام شده است. [۱-۳] روش ساختمان‌سازی با استفاده از پانل‌های پیش ساخته ساندویچی بوده که در واقع یک روش نیمه پیش‌ساخته سبک جهت ساخت سازه‌های بتن آرمه می‌باشد. پانل‌های سه بعدی متشکل از یک لایه عایق پلی-استایرن در وسط و دو لایه بتن پاششی (شاتکریتی) در دو سمت و دولایه شبکه جوش شده در داخل بتن‌ها توسط مفتول‌های برشگیر قطری به هم متصل می‌باشند، که در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱: اجزای تشکیل دهنده پانل ساندویچی

در این پژوهش بر تعیین احتمال خرابی و میزان حساسیت پارامترهای متغیرهای تصادفی سازه‌های پانلی سه بعدی به روش شبیه‌سازی مونت کارلو پرداخته شده است. بر آن شده‌ایم که میزان اثرپذیری اعضای پانل بر خرابی را بررسی کنیم. به این منظور ابتدا روش‌های قابلیت اعتماد بیان شده و در انتها از دو مثال عملی سازه‌های پانل ساندویچی پیش ساخته استفاده شده است. با توجه به اطلاعات ناکافی و جامع از داده‌های سازه‌های پانلی در این مقاله فرض بر آن شد که تمام داده‌ها از توزیع نرمال استاندارد برخوردار هستند. تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان سازه مستلزم ارزیابی احتمال شکست  $P_f$  است که توسط انتگرال  $n$  بعدی مطابق معادله (۱) تعریف شده است. [۴-۶]

$$P_f = \int_{g(X) \leq 0} f_X(X) dX \quad (1)$$

که در آن  $X$  یک بردار  $n$  بعدی از متغیرهای تصادفی که با استفاده از تابع چگالی احتمال  $f_X(X)$  توصیف شده است و  $g(X)$  تابع حالت حدی می‌باشد که  $g(X) \leq 0$  بیانگر رویداد شکست می‌باشد. تبدیل متغیرهای تصادفی  $X$  به فضای احتمال  $U$  متشکل از متغیرهای تصادفی مستقل استاندارد نرمال است. این امر با تبدیل یک به یک  $U = T(X)$  به دست می‌آید [۷، ۸]. احتمال شکست را می‌توان در فضای تبدیل یافته به صورت معادله (۲) بیان کرد:

$$P_f = \int_{G(u) \leq 0} \varphi_n(u) du \quad (2)$$

که در آن  $\varphi_n$ ، تعداد متغیر نرمال استاندارد تابع چگالی احتمال (PDF<sup>۳</sup>) و  $G(u) = g(T^{-1}(u))$  تابع حالت حدی در فضای  $U$  می باشد.

انتگرال معادله (۱) با استفاده از روش‌های مختلف قابل محاسبه می باشد [۹]. شامل روش‌های تقریبی مانند روش‌های قابلیت اعتماد مرتبه اول و دوم (FORM/SORM) [۷، ۱۰، ۱۱] و همچنین تکنیک‌های شبیه سازی مبتنی بر روش شبیه سازی مونت کارلو می باشد. رویکردهای FORM/SORM با موفقیت برای حل تعداد زیادی از مسائل قابلیت اطمینان به کار گرفته شده است. این روش‌ها مبتنی بر تقریب‌های بسط سری تیلور مرتبه اول و دوم از مرز تابع حالت حدی در فضای  $U$  هستند، که در نقطه‌ای از ناحیه شکست با بیشترین چگالی احتمال محاسبه می شوند. محاسبه انتگرال در محتمل ترین نقطه شکست (MPP<sup>۴</sup>) نیاز به حل یک مسئله بهینه سازی دارد. حل این مسئله ممکن است در مواردی که تابع حالت حدی بر حسب یک مدل عددی بیان می شود، یا زمانی که بعد  $n$  فضای متغیر تصادفی بزرگ باشد، دشوار است. علاوه بر این، راه حل های FORM/SORM ممکن است در چنین مسائلی با ابعاد بالا یا در مسائلی با توابع حالت حدی غیرخطی بسیار تقریبی و نادرست باشد. [۱۲] از طرف دیگر، روش شبیه سازی مونت کارلو [۱۳-۱۵] یک تکنیک ساده و قوی است که قادر است هر تابع حالت حدی را مستقل از پیچیدگی آن مدیریت کند. همچنین کارایی روش شبیه سازی مونت کارلو در شکل استاندارد آن به بعد فضای متغیر تصادفی بستگی ندارد. روش کلاسیک مونت کارلو  $P_f$  را با تولید نمونه‌های تصادفی  $X$  و گرفتن میانگین نمونه تابع نشانگر  $I(X)$  تخمین می زند، که در آن اگر  $g(X) \leq 0$  باشد مقدار  $I(X) = 1$  و در غیر اینصورت  $I(X) = 0$  خواهد بود. نقطه ضعف روش شبیه سازی مونت کارلو این است که هزینه محاسباتی آن برای ارزیابی احتمالات کوچک بسیار زیاد می باشد، بدین معنی که تعداد نمونه‌های مورد نیاز با احتمال شکست نسبت معکوس دارد. با این وجود با استفاده از روش کاهش واریانس می توان به جواب مسئله رسید. در بسیاری از کاربردهای عملی قابلیت اطمینان سازه، شخص علاقه مند به دانستن اثر تغییر در یک متغیر قطعی است، که در تعریف مسئله قابلیت اطمینان بر احتمال شکست وارد می شود. این متغیر می تواند پارامتری از توزیع متغیرهای تصادفی یا پارامتری از تابع حالت حدی باشد. تحلیل حساسیت احتمال شکست با توجه به پارامترهای توزیع چگالی و حالت حدی با استفاده از روش های تقریبی FORM/SORM به دست می آید [۹، ۱۶]. که شامل محاسبه مشتقات مرتبه اول یا دوم تبدیل  $T(\cdot)$  و تابع حالت حدی  $g(\cdot)$  نسبت به پارامترهای مربوطه در محتمل ترین نقطه شکست (MPP) می باشد. در این مقاله، در مورد برآورد تحلیل حساسیت احتمال شکست با روش‌های شبیه سازی مونت کارلو بحث می شود. همچنین بر حساسیت‌ها به پارامترهای متغیرهای تصادفی، مانند پارامترهای طراحی قطعی، که برای مثال در بهینه سازی طراحی مبتنی بر قابلیت اطمینان با روش‌های گرادیان مورد نیاز هستند، تمرکز می شود. همانطور که بعداً مورد بحث قرار خواهد گرفت، استفاده از روش‌های مونت کارلو برای تخمین حساسیت به پارامترهای توزیع یک کار ساده است. در ادامه، مشکل حساسیت قابلیت اطمینان را معرفی کرده و رویکردهای شبیه سازی موجود بررسی می شود. سپس کاربرد روش‌های کاهش واریانس موجود برای تخمین حساسیت قابلیت اطمینان را مورد بحث قرار داده و یک رویکرد جدید برای به دست آوردن حساسیت‌های قابلیت اطمینان تقریبی با روش‌های استاندارد مونت کارلو معرفی می شود.

## ۲- تحلیل حساسیت قابلیت اعتماد سازه ها

دو بردار مستقل  $\theta_f$  و  $\theta_g$  را در نظر بگیرید. بردار  $\theta_f$  شامل پارامترهایی از تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی  $X$  و بردار  $\theta_g$  شامل پارامترهای تابع حالت حدی است. احتمال شکست، که تابعی از  $\theta_f$  و  $\theta_g$  است، بصورت معادله (۳) محاسبه می شود. [۱۴]

$$P_f(\theta_f, \theta_g) = \int_{g(X, \theta_g)} f_X(X, \theta_f) dX \quad (3)$$

<sup>3</sup> Probability density function

<sup>4</sup> Most probability point

به منظور ساده‌سازی، حالتی در نظر گرفته شد، که در آن دو بردار پارامتر به  $\theta$  اسکالر کاهش می‌یابند، که  $\theta$  نشان‌دهنده یک توزیع یا یک پارامتر حالت حدی می‌باشد. احتمال شکست با  $P_f(\theta)$  نشان داده می‌شود. اگر  $\theta$  یک پارامتر توزیع باشد، مشتق  $P_f(\theta)$  بصورت معادله (۴) محاسبه می‌شود. [۱۴]

$$\frac{dP_f(\theta)}{d\theta} = \int_{g(X) \leq 0} \frac{\partial f_X(X, \theta)}{\partial \theta} dX \quad (۴)$$

مشاهده می‌شود که موارد فوق یک انتگرال بازه ای (احتمالاً با ابعاد بالا) است و با استفاده از روش‌های استاندارد مونت کارلو قابل حل است. این روش توسط [۱۷] مورد مطالعه قرار گرفته است، کسی که از روش نمونه برداری با اهمیت استاندارد، برای حل انتگرال معادله (۴) استفاده کرده‌است. سایر روش‌های کاهش واریانس همچون شبیه‌سازی زیر مجموعه [۱۸] نیز می‌توانند اعمال شوند. با این حال، باید توجه داشت که این رویکردها را نمی‌توان در فضای  $U$  اعمال کرد. بنابراین با در نظر گرفتن این شرط که در فضای  $U$ ، پارامترهای توزیع تابع حالت حدی به فضای  $G(\cdot)$  انتقال یافته‌اند، و نیز تابع چگالی احتمال  $\phi_n(\cdot)$  بدون پارامتر می‌باشد. رویکرد متفاوتی توسط ملچرز و همکاران [۱۹] برای تخمین حساسیت پارامترهای متغیرهای تصادفی معرفی شد. نویسندگان زیادی از روش شبیه‌سازی مونت کارلو به جای روش قابلیت اعتماد مرتبه اول خطی برای تعیین حساسیت پارامترهای متغیرهای تصادفی استفاده کرده‌اند. در اینجا ذکر می‌شود که این رویکرد همچنین می‌تواند برای تحلیل حساسیت نسبت به پارامترها با توجه به اینکه  $\theta$  یک پارامتر تابع حالت حدی است، مشتق احتمال شکست  $P_f(\theta)$  نسبت به  $\theta$  به صورت معادله (۵) بیان می‌شود. [۱۶]

$$\frac{dP_f}{d\theta} = - \int_{g(X, \theta)=0} f_X(X) \frac{1}{\|\nabla_X g(X, \theta)\|} \frac{\partial g(X, \theta)}{\partial \theta} ds(X) \quad (۵)$$

که در آن  $ds(X)$  انتگرال سطح نسبت به  $g(X, \theta) = 0$  می‌باشد.

روش‌های کلاسیک مونت کارلو را نمی‌توان برای تخمین انتگرال‌های سطح به کار برد. با این حال، برای حل انتگرال در معادله (۵) می‌توان از روش‌های شبیه‌سازی که بر دامنه تابع حالت حدی نظارت می‌کند، استفاده کرد. چنین روش‌هایی عبارتند از روش نمونه‌گیری جهت‌دار [۱۶] و نمونه‌گیری خطی [۲۰، ۲۱]. هر دو رویکرد به منظور حل مشکل جستجوی خطی برای هر نمونه به منظور تعیین محل تقاطع نمونه‌گیری جهت‌دار یا خطی با سطح حالت حدی ارائه شده‌اند. کاربرد این روش‌ها برای حساسیت قابلیت اطمینان در بخش بعدی مورد بحث قرار می‌گیرد. روش‌های جایگزین برای حل مسئله معادله (۵) توسط روی ست و همکاران [۲۲] و جانسن و همکاران [۲۳] ارائه شده‌است. روش معرفی شده توسط روی ست و همکاران [۲۲] مستلزم حل معادله حالت حدی  $g(X, \theta) = 0$  برای یک مولفه  $X$  است. برآورد حساسیت قابلیت اطمینان با استفاده از نمونه‌گیری با اهمیت شرطی بر حسب متغیرهای تصادفی باقی‌مانده به دست می‌آید. روش ارائه شده توسط جانسن و همکاران [۲۳] شامل یک روش خطی تقریبی از تابع حالت حدی بر حسب بردار پارامتریک و تعیین تقریبی احتمال شکست بر حسب تابع حالت حدی می‌باشد. در این روش به علت غیرخطی فرض کردن تابع حالت حدی هر چه به سطح شکست نزدیک‌تر می‌شود جواب مسئله از واقعیت دور خواهد شد. در این مقاله، ما یک رویکرد جدید برای تحلیل حساسیت تقریبی قابلیت اطمینان با روش‌های استاندارد مونت کارلو معرفی می‌کنیم. این روش به صورت تقریبی از انتگرال گیری سطح در بازه انتگرال معادله (۵) بدست می‌آید. این روش در بخش بعدی به تفصیل مورد بحث قرار گرفته و عملکرد آن با دو مثال از سازه‌های پانلی بررسی شده است.

## ۳- تحلیل حساسیت قابلیت اعتماد با استفاده از روش کاهش واریانس

## ۳-۱- نمونه‌گیری جهت‌دار

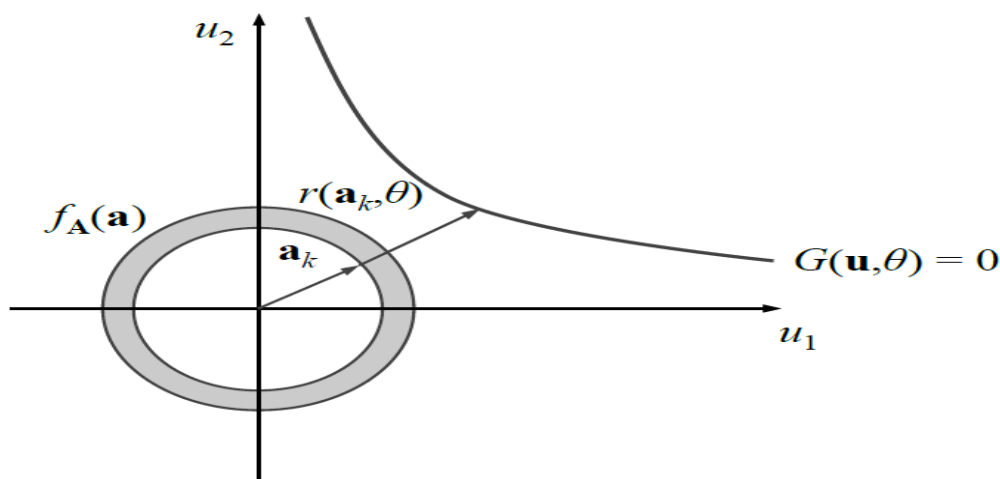
نمونه‌گیری جهت‌دار [۲۴، ۲۵] یک روش شبیه‌سازی برای تخمین احتمال شکست در فضای  $U$  می‌باشد. همانطور که گفته شد در فضای  $U$  پارامترهای توزیع حالت حدی متغیرهای تصادفی غیر استاندارد تبدیل به پارامترهای توزیع حالت حدی استاندارد  $G(\cdot)$  می‌شوند. با استفاده از انتقال مختصات قطبی  $U = RA$  که در آن  $A$  یک بردار واحد جهت‌دار دارای توزیع یکنواخت توسعه یافته در فضای  $n$  بعدی و  $R$  شعاع در جهت  $A$  می‌باشد. بنابراین انتگرال معادله (۲) به شکل رابطه (۶) بیان خواهد شد.

$$P_f(\theta) = \int_{D(a)} \int_{r(a,\theta)}^{\infty} f_R(s) ds f_A(a) da = \int_{D(a)} [1 - F_R(r(a,\theta))] f_A(a) da \quad (6)$$

که در آن  $\theta$  یک پارامتر وابسته و  $f_R$  و  $F_R$  به ترتیب تابع چگالی احتمال و تابع توزیع تجمعی یکنواخت در فضای  $\chi$  با  $n$  درجه آزادی می‌باشند.  $D(a)$  فضای واحد و  $r(a,\theta)$  فاصله مبدأ از سطح ناحیه شکست در جهت  $a$  یعنی  $G(r(a,\theta)a) = 0$  باشد که در شکل ۲ نشان داده شده است. بنابراین  $P_f(\theta)$  با توجه به تولید نمونه‌ها مستقل  $n_s$  از فضای  $A$  و میانگین نمونه‌ها  $[1 - F_R(r(a,\theta))]$  به شکل رابطه (۷) بدست می‌آید.

$$P_f(\theta) \approx \frac{1}{n_s} \sum_{k=1}^{n_s} [1 - F_R(r(a_k, \theta))] \quad (7)$$

برای هر نمونه  $a_k$ ، ریشه  $G(r(a_k, \theta)a_k) = 0$  را می‌توان با استفاده از هر روش جستجوی خطی پیدا کرد.



شکل ۲: نمایش گرافیکی نمونه‌گیری جهت‌دار در یک فضای نرمال استاندارد

با مشتق گرفتن از معادله (۶) نسبت به  $\theta$ ، داریم:

$$\frac{dP_f(\theta)}{d(\theta)} = \int_{D(a)} \left[ -f_R(r(a, \theta)) \frac{\partial r(a, \theta)}{\partial \theta} \right] f_A(a) da \quad (8)$$

نقطه برخورد بردار  $a$  با سطح تابع حالت حدی برابر است با  $u(a, \theta) = r(a, \theta)a$ ، بنابراین

$$\frac{\partial u(a, \theta)}{\partial \theta} = \frac{\partial r(a, \theta)}{\partial \theta} a \quad (9)$$

و با خطی سازی  $G(u(a, \theta)) = 0$  رابطه (۱۰) حاصل می شود.

$$\frac{\partial G(u(a, \theta))}{\partial \theta} + \nabla_u G(u(a, \theta))^T \frac{\partial u(a, \theta)}{\partial \theta} = 0 \quad (10)$$

بنابراین با ترکیب معادله (۹) و (۱۰)، معادله (۱۱) بدست می آید.

$$\frac{\partial r(a, \theta)}{\partial \theta} = - \frac{1}{\nabla_u G(u(a, \theta))^T a} \frac{\partial G(u(a, \theta))}{\partial \theta} \quad (11)$$

با جایگذاری معادله (۱۱) در معادله (۸)، معادله (۱۲) شکل می گیرد.

$$\frac{dP_f(\theta)}{d(\theta)} = \int_{D(a)} \left[ \frac{f_R(r(a, \theta))}{\nabla_u G(u(a, \theta))^T a} \frac{\partial G(u(a, \theta))}{\partial \theta} \right] \quad (12)$$

با میانگین گیری از عبارت داخل پرانتز از نمونه های  $\{a_k, k=1, \dots, n_s\}$  در نهایت یک تخمین از حساسیت احتمال شکست به دست می آید.

$$\frac{dP_f(\theta)}{d(\theta)} \approx \frac{1}{n_s} \sum_{k=1}^{n_s} \left[ \frac{f_R(r(a_k, \theta))}{\nabla_u G(u(a_k, \theta))^T a} \frac{\partial G(u(a_k, \theta))}{\partial \theta} \right] \quad (13)$$

با توجه به اینکه عبارت در مخرج معادله (۱۳) کسینوس بین جهت نمونه گیری و بردار تابع حالت حدی در نقطه تقاطع است. از این رو، ارزیابی بردار تابع حالت حدی در هر جهت نمونه گیری مورد نیاز است.

## ۲-۳- نمونه گیری خطی

نمونه گیری خطی یا نمونه گیری با اهمیت موازی محور توسط هوهنیکلر و راکویتز (۱۹۸۸) [۲۱] برای به دست آوردن ضریب تصحیح تخمین های FORM/SORM از احتمال شکست با نمونه گیری موازی با در نظر گرفتن محتمل ترین نقطه شکست (MPP) بیان شده است. این روش قبلاً توسط کوتسورلکیس و همکاران [۲۱] با جایگزینی روش FORM/SORM به روش شبیه سازی مونت کارلو به منظور تعیین نمونه گیری جهت دار استفاده شده است، با این پیشنهاد مشکل قابلیت اطمینان را در فضای  $U$  حل شده است. که این حالت، با دوران، فضای نمونه گیری به یک بعد می نگارد و کاهش می یابد، یعنی  $V = RU$  و  $V = [V_1^T, v_n]^T$ . جایی که  $V_1$  شامل فضای

$n-1$  بعدی و  $v_n$  مختصات موازی با جهت  $a$  که به سطح حالت حدی اشاره دارد و  $R$  یک ماتریس چرخشی مناسب است که ردیف  $n$  ام جهت بردار واحد  $a$  می باشد. بنابراین انتگرال احتمال شکست به صورت معادله (۱۴) بیان می شود:

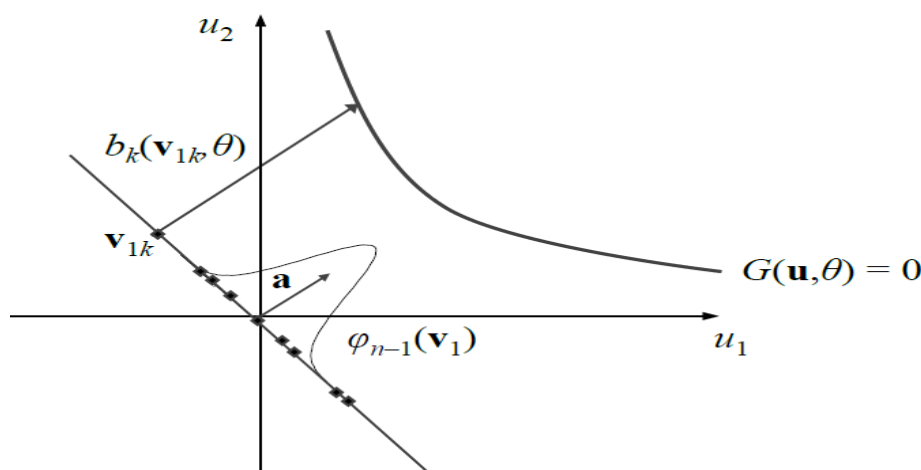
$$P_f(\theta) = \int_{D(V_1)} \int_{b(V_1, \theta)}^{\infty} \varphi(v_n) dv_n \varphi_{n-1}(V_1) dV_1 = \int_{D(V_1)} \phi(-b(V_1, \theta)) \varphi_{n-1}(V_1) dV_1 \quad (14)$$

که در آن  $\varphi_{n-1}$ ،  $(n-1)$  امین متغیر نرمال استاندارد تابع حالت حدی در فضای  $v_n = 0$  می باشد و  $\phi$  و  $\varphi$  به ترتیب تابع چگالی احتمال نرمال استاندارد و تابع چگالی تجمعی نرمال استاندارد و همچنین  $D(V_1) = \mathbb{R}^{n-1}$  و  $b(V_1, \theta)$  فاصله سطح شکست عمود بر صفحه  $v_n = 0$  نسبت به  $V_1$  یعنی  $G(R^T [V_1^T, b(V_1, \theta)]^T) = 0$  می باشد که در شکل ۳ نمایش داده شده است. احتمال شکست  $P_f(\theta)$  با تولید نمونه های مستقل  $\{V_{1k}, k = 1, \dots, n_s\}$  از  $V_1$  به صورت معادله (۱۵) بدست می آید.

$$P_f(\theta) \approx \frac{1}{n_s} \sum_{k=1}^{n_s} \phi(-b(V_{1k}, \theta)) \quad (15)$$

که در آن برای هر نمونه  $V_{1k}$ ، ریشه  $G(R^T [V_1^T, b(V_1, \theta)]^T) = 0$  با استفاده از روش جستجوی خطی بدست می آید. با مشتق گیری از معادله (۱۴)، رابطه (۱۶) حاصل می شود:

$$\frac{dP_f(\theta)}{d\theta} = \int_{D(V_1)} \left[ -\varphi(b(V_1, \theta)) \frac{\partial b(V_1, \theta)}{\partial \theta} \right] \varphi_{n-1}(V_1) dV_1 \quad (16)$$



شکل ۳: نمایش گرافیکی نمونه برداری خطی در فضای نرمال استاندارد دو بعدی

نقطه تقاطع خط موازی  $a$  در  $V_1$  برابر است با  $u(V_1, \theta) = R^T [V_1^T, b(V_1, \theta)]^T$ . با مشتق گیری و محاسبه ستون  $n$  ام  $R^T$  در بردار واحد  $a$  رابطه (۱۷) را بدست می آید:

$$\frac{\partial u(V_1, \theta)}{\partial \theta} = \frac{\partial b(V_1, \theta)}{\partial \theta} a \quad (17)$$



و با خطی سازی  $G(u(V_1, \theta)) = 0$  معادله (۱۸) حاصل می شود

$$\frac{\partial G(u(V_1, \theta))}{\partial \theta} + \nabla_u G(u(V_1, \theta))^T \frac{\partial u(V_1, \theta)}{\partial \theta} = 0 \quad (18)$$

با ترکیب رابطه (۱۷) و (۱۸)، رابطه (۱۹) بدست می آید

$$\frac{\partial b(V_1, \theta)}{\partial \theta} = \frac{1}{\nabla_u G(u(V_1, \theta))^T a} \frac{\partial G(u(V_1, \theta))}{\partial \theta} \quad (19)$$

و با جایگذاری رابطه (۱۹) در رابطه (۱۶)، رابطه (۲۰) حاصل می شود.

$$\frac{dP_f(\theta)}{d\theta} = \int_{D(V_1)} \left[ \frac{\varphi(b(V_1, \theta))}{\nabla_u G(u(V_1, \theta))^T a} \frac{\partial G(u(V_1, \theta))}{\partial \theta} \right] \varphi_{n-1}(V_1) dV_1 \quad (20)$$

با یک میانگین گرفتن ساده از عبارت داخل پرانتز در معادله (۲۰) نسبت به  $\{V_{1k}, k = 1, \dots, n_s\}$  حساسیت احتمال شکست به صورت رابطه (۲۱) بیان می شود.

$$\frac{dP_f(\theta)}{d\theta} \approx \frac{1}{n_s} \sum_{k=1}^{n_s} \frac{\varphi(b(V_1, \theta))}{\nabla_u G(u(V_1, \theta))^T a} \frac{\partial G(u(V_1, \theta))}{\partial \theta} \quad (21)$$

که عبارت مخرج کسر معادله (۲۱)، کسینوس بین جهت  $a$  و گرادیان تابع حالت حدی در نقطه تقاطع می باشد. بنابراین بررسی گرادیان تابع حالت حدی در هر نمونه گیری خطی مورد نیاز می باشد.

#### ۴- تحلیل حساسیت قابلیت اطمینان با استفاده از شبیه سازی مونت کارلو

##### ۴-۱- تقریب انتگرال سطح

در این بخش، تقریبی از انتگرال سطحی معادله (۵) را بر حسب یک دامنه انتگرال بدست می آید. احتمال شکست معادله (۱) را می توان به صورت رابطه (۲۲) نوشت:

$$P_f(\theta) = \int_{D(X)} I(X) f_X(X) dX \quad (22)$$

که در آن  $D(X) = \mathbb{R}^n$  و  $I(X)$  تابع نشانگر ناحیه شکست می باشد. در روش شبیه سازی مونت کارلو احتمال خرابی  $P_f(\theta)$  با تولید  $n_s$  نمونه  $\{X_k, k = 1, \dots, n_s\}$  از متغیر تصادفی  $X$  و میانگین گیری از تابع  $I(X)$  به شکل رابطه (۲۳) محاسبه می شود.

$$P_f(\theta) \approx \frac{1}{n_s} \sum_{k=1}^{n_s} I(X_k) \quad (23)$$

تابع نشانگر از رابطه حد (۲۴) بدست می‌آید. [۲۶]

$$I(X) = \lim_{\sigma \rightarrow 0} \phi\left(-\frac{g(X, \theta)}{\sigma}\right) \quad (24)$$

که در آن  $\phi$  تابع توزیع تجمعی می‌باشد. با انتخاب  $\sigma$  کوچک  $I(X)$  به صورت تقریبی به صورت رابطه (۲۵) بیان می‌شود.

$$I(X) \approx \left(-\frac{g(X, \theta)}{\sigma}\right) \quad (25)$$

در شکل ۴، میزان  $\phi\left(-\frac{g}{\sigma}\right)$  برای مقادیر مختلف  $\sigma$  نمایش داده شده است. با جایگذاری معادله (۲۵) در معادله (۲۲)، یک

تقریبی از احتمال شکست قابلیت اعتماد  $\tilde{P}_f(\theta, \sigma)$  به صورت رابطه (۲۶) بدست می‌آید.

$$\tilde{P}_f(\theta, \sigma) = \int_{D(X)} \phi\left(-\frac{g(X, \theta)}{\sigma}\right) f_X(X) dX \quad (26)$$

که با مشتق گرفتن نسبت به  $\theta$  رابطه (۲۷) حاصل می‌شود.

$$\frac{\partial \tilde{P}_f(\theta, \sigma)}{\partial \theta} = - \int_{D(X)} \frac{1}{\sigma} \phi\left(\frac{g(X, \theta)}{\sigma}\right) \left(\frac{g(X, \theta)}{\sigma}\right) \frac{\partial g(X, \theta)}{\partial \theta} f_X(X) dX \quad (27)$$

از آنجایی که معادله (۲۷) دارای دامنه انتگرال گیری است آنالیز حساسیت قابلیت اعتماد سازه با روش نمونه‌گیری شبیه‌سازی

مونت کارلو به صورت رابطه (۲۸) قابل محاسبه است.

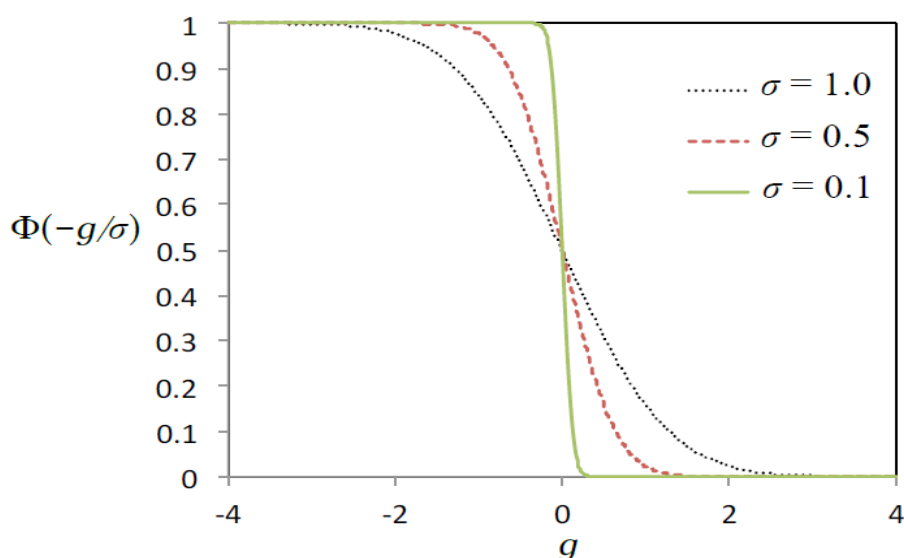
$$\frac{\partial \tilde{P}_f(\theta, \sigma)}{\partial \theta} \approx \frac{1}{n_s} \sum_{k=1}^{n_s} \left[ -\frac{1}{\sigma} \phi\left(\frac{g(X_k, \theta)}{\sigma}\right) \frac{\partial g(X_k, \theta)}{\partial \theta} \right] \quad (28)$$

## ۲-۴- همگرایی تقریب به صورت $\sigma \rightarrow 0$

واضح است که احتمال شکست تقریبی  $\tilde{P}_f(\theta, \sigma)$  وقتی  $\sigma \rightarrow 0$  به  $P_f(\theta)$  همگرا می‌شود. حال اثبات خواهد شد که تحت

یک شرایط منظم معادله (۲۷) وقتی  $\sigma \rightarrow 0$  با انتگرال گیری معادله (۵) همگرا خواهد شد. برای اثبات این موضوع، متغیرهای تصادفی را در انتگرال معادله (۲۷) با اعمال نگاشت  $X \rightarrow (y, h)$  تغییر داده، که در آن  $y$  سیستم مختصات روی سطح  $g(X, \theta) = 0$  و  $h$  فاصله نرمال تا سطح می‌باشد. سپس دامنه انتگرال گیری را در فاصله  $d$  تا ناحیه حالت حدی کوتاه کرده، که منجر به تقریب رابطه (۲۹) می‌شود:

$$\frac{\partial \tilde{P}_f(\theta, \sigma)}{\partial \theta} \approx - \int_{g(y, \theta)=0} \int_{-d}^d \frac{1}{\sigma} \left( \frac{g(y + hn(y), \theta)}{\sigma} \right) \times \frac{\partial g(y + hn(y), \theta)}{\partial \theta} j^{-1}(y + hn(y)) dh f_X(y) ds(y) \quad (29)$$



شکل ۴: تقریبی از تابع نشانگر برای مقادیر مختلف  $\sigma$

که در آن  $n(y) = \|\nabla_y g(y, \theta)\|^{-1} \nabla_y g(y, \theta)$  و  $j^{-1}(\cdot)$  ژاکوبین نگاشت معکوس  $(y, h) \rightarrow X$  می‌باشند. از آنجایی که  $n(y)$  بر سطح حالت حدی  $y$  عمود است، همواره  $j^{-1}(y, 0) = 1$  می‌باشد. بنابراین

$$\frac{\partial \tilde{P}_f(\theta, \sigma)}{\partial \theta} \approx - \int_{g(y, \theta)=0} \left[ \int_{-d}^d \left( \frac{g(y + hn(y), \theta)}{\sigma} \right) dh \right] \times \frac{\partial g(y, \theta)}{\partial \theta} f_X(y) ds(y) \quad (30)$$

انتگرال سطح زیر  $h$  را می‌توان توسط بسط تیلور  $g$  در  $y$  تقریب زد، بنابراین:

$$\int_{-d}^d \left( \frac{g(y + hn(y), \theta)}{\sigma} \right) dh \approx \int_{-d}^d \frac{1}{\sigma} \phi\left(\frac{g(y, \theta) + h \|\nabla_y g(y, \theta)\|}{\sigma}\right) dh \quad (31)$$

با توجه به رابطه بالا حاصل  $\|\nabla_y g(y, \theta)\| h = hn(y) T \nabla_y g(y, \theta) = g(y + hn(y)) - g(y, \theta) \approx hn(y) T \nabla_y g(y, \theta)$  از بسط مرتبه اول چند متغیری تیلور نتیجه می‌شود از آنجایی که  $y$  روی سطح ناحیه حالت حدی می‌باشد، در معادله (۳۱)،  $g(y, \theta) = 0$  می‌باشد. بنابراین حاصل انتگرال را می‌توان بصورت رابطه (۳۲) نوشت:

$$\begin{aligned} & \int_{-d}^d \frac{1}{\sigma} \phi\left(\frac{g(y, \theta) + h \|\nabla_y g(y, \theta)\|}{\sigma}\right) dh \\ &= \frac{1}{\|\nabla_y g(y, \theta)\|} \left[ \phi\left(\frac{d \|\nabla_y g(y, \theta)\|}{\sigma}\right) - \phi\left(-\frac{d \|\nabla_y g(y, \theta)\|}{\sigma}\right) \right] \end{aligned} \quad (32)$$

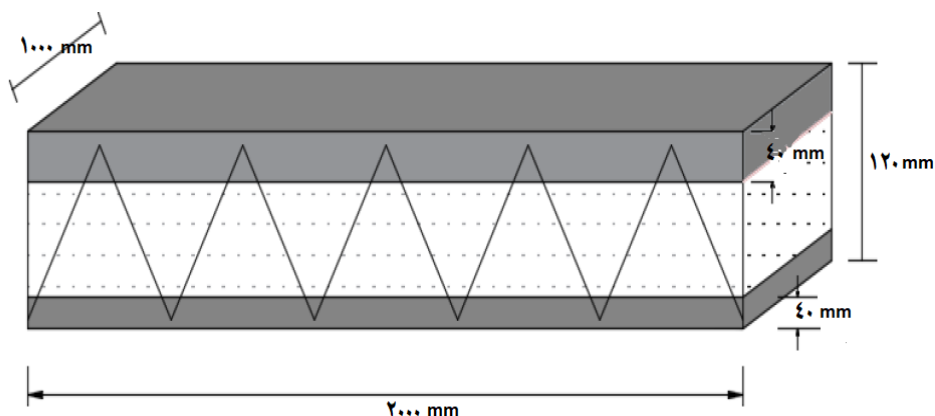
عبارت داخل پرانتز در معادله بالا وقتی  $\sigma \rightarrow 0$  همگرا می‌شود. با قرار دادن آن در معادله (۳۰)، این نتیجه حاصل می‌شود که

$$\text{عبارت} \frac{\partial \tilde{P}_f(\theta, \sigma)}{\partial \theta} \text{ وقتی } \sigma \rightarrow 0 \text{ به } \frac{dP_f(\theta)}{d\theta} \text{ همگرا می‌شود.}$$

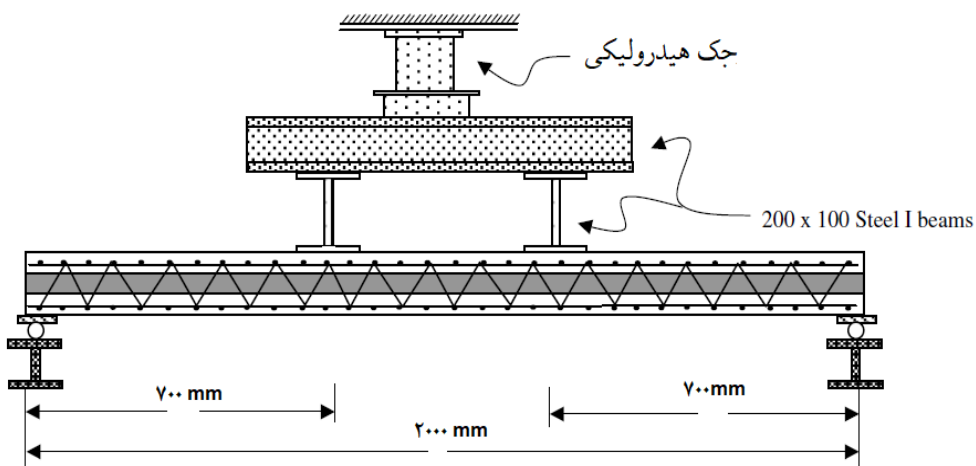
## ۵- مثال

## ۵-۱- تحلیل حساسیت و احتمال قابلیت اعتماد پانل ساندویچی تحت نیرو خمشی

یک پانل با ابعاد پلان  $1000 \times 2000$  میلی‌متر مطابق شکل ۵ را در نظر بگیرید که تحت بار خمشی مطابق شکل ۶ قرار گرفته است. [۲۷] در این پانل از دو لایه مش با ابعاد چشمه  $100 \times 100$  میلی‌متر در داخل بتن که توسط مفتول‌های برشی که مشخصه‌های مکانیکی آن در جدول ۱ آورده شده است، استفاده شد. با فرض عملکرد کاملاً مرکب پانل مطابق شکل ۷:



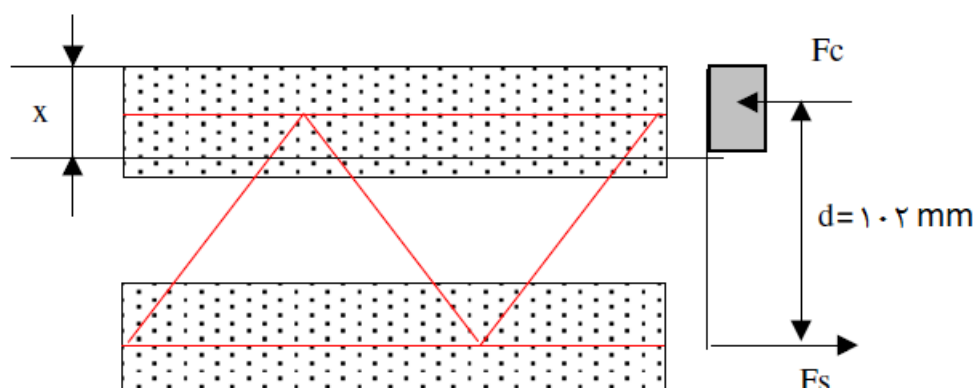
شکل ۵: مقطع پانل ساندویچی (ابعاد بر حسب میلی‌متر)



شکل ۶: بارگذاری پانل (ابعاد بر حسب میلی‌متر)

جدول ۱: مشخصات مکانیکی مفتول

مفتول	$F_y = 250MPa$	$\nu = 0.3$	$E_s = 210000MPa$	$w_s = 7850 \text{ kg/cm}^3$
-------	----------------	-------------	-------------------	------------------------------



شکل ۷: پانل کامپوزیتی کامل

متغیرهای تصادفی اصلی شامل بار وارده، مقاومت فشاری بتن، تنش تسلیم مفتول، سطح مقطع شبکه مفتول تحت خمش، عمق موثر و عرض پانل می‌باشد. بنابراین تابع حالت حدی را می‌توان بصورت رابطه (۳۳) مطرح نمود.

$$g(X) = M_u - M_s = A_s F_y \left( d - 0.5 \frac{A_s F_y}{F_c b} \right) - \frac{P_u l}{8} \quad (33)$$

که در آن  $X = (M_u, M_s, A_s, F_y, d, F_c, b, l, P_u)$  معرف متغیرهای تصادفی مسئله به شرح زیر می‌باشند.

$M_u$ = لنگر مقاوم نهایی	$M_s$ = لنگر محرک	$A_s$ = سطح مقطع مفتول
$F_y$ = تنش تسلیم مفتول	$d$ = عمق موثر پانل	$F_c$ = مقاومت فشاری بتن شاتکریتی
$b$ = عرض پانل	$l$ = طول پانل	$P_u$ = بار نهایی اعمالی به پانل

فرض کنید تمام متغیرهای تصادفی اصلی دارای توزیع نرمال و مستقل از هم می‌باشند. مقادیر مورد نظر برای میانگین، انحراف از معیار و ضریب تغییرات در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲: پارامترهای متغیرهای تصادفی پانل تحت خمش

متغیرها	میانگین	انحراف معیار	ضریب تغییرات
$A_s (mm^2)$	۲۸۲/۷	۱۴/۱۳۵	۰/۰۵
$F_y (MPa)$	۲۵۰	۲۰	۰/۰۸
$d (mm)$	۱۰۲	۱۰/۲	۰/۱
$F_c (MPa)$	۲۴/۱۵	۲/۹	۰/۱۲
$b (mm)$	۱۰۰۰	۱۰۰	۰/۱
$P_u (N)$	۱۲۰۰۰	۱۸۰۰	۰/۱۵
$l (mm)$	۲۰۰۰	۲۰۰	۰/۱

برای تحلیل حساسیت از روش شبیه‌سازی مونت کارلو با تعداد نمونه‌های شبیه‌سازی  $N_s = 1000000$  استفاده شده است. مقادیر پاسخ تحلیل حساسیت و احتمال خرابی با استفاده از کد نویسی در برنامه متلب در جدول ۳ بر اساس میانگین  $\mu$  و انحراف معیار  $\sigma$  متغیر-های تصادفی آورده شده است.

جدول ۳: آنالیز حساسیت و احتمال خرابی پانل تحت خمش

	MC تعداد شبیه سازی ۱۰۰۰۰۰۰
$P_f$	۵/۱ e-۵
$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_{A_s}}$	-۳/۵۶ e-۶
$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_{F_y}}$	-۳/۱۶ e-۶
$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_d}$	-۹/۹۱ e-۶
$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_{F_c}}$	۳/۹۵ e-۷
$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_b}$	۱/۹۵ e-۸
$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_{p_u}}$	۵/۴۵ e-۸
$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_t}$	۴/۰۵ e-۷
$\frac{\partial P_f}{\partial \sigma_{A_s}}$	۲/۷۷ e-۶
$\frac{\partial P_f}{\partial \sigma_{F_y}}$	۵/۴۴ e-۶
$\frac{\partial P_f}{\partial \sigma_d}$	۲/۸۵ e-۵
$\frac{\partial P_f}{\partial \sigma_{F_c}}$	-۱/۸۴ e-۶
$\frac{\partial P_f}{\partial \sigma_b}$	-۱/۵۷ e-۷
$\frac{\partial P_f}{\partial \sigma_{p_u}}$	۱/۱۵ e-۷
$\frac{\partial P_f}{\partial \sigma_t}$	۲/۶۸ e-۷

## ۲-۵- تعیین احتمال شکست و تحلیل حساسیت پانل سقفی بر مبنای تغییر شکل:

یک پانل سقفی مطابق جدول ۴ با ابعاد پلان ۵۲۰۰×۴۵۵۰ میلی‌متر را در نظر بگیرید. این پانل دارای ضخامت کل ۲۰۰ میلی‌متر

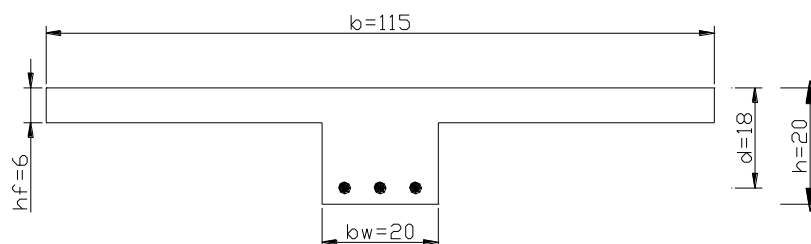
می‌باشد [۲۵].

جدول ۴: جزئیات پانل

$f_c = 160\text{MPa}$	$t_t = 60\text{mm}$	لایه بالا
-----------------------	---------------------	-----------

$t = 100mm$	پلی استایرن	لایه میانی
$f_c = 160MPa$	$t_b = 40mm$	لایه پایین

که در لایه‌های بالا و پایین از دو لایه مش با قطر مفتول  $3/5$  میلی‌متر و ابعاد  $80 \times 80$  میلی‌متر که توسط مفتول‌های برشی به صورت زیگزاگی به فاصله  $160$  میلی‌متر و به قطر  $3/5$  میلی‌متر به هم متصل شده‌اند. در محل درز بین دو پانل از از تیر تقویتی مطابق شکل ۸ استفاده شده است.



شکل ۸: ابعاد هندسی تیر پانلی

با توجه به مقطع، سطح مقطع میلگرد کششی  $A_s = 2\phi_{16} + L\phi_{14} = 5/56cm^2$  و میلگرد فشاری

$$A'_s = \left( \frac{\pi}{4} \times 0/35^2 \right) \times \frac{115}{8} = 1/38cm^2$$

و همچنین سطح بارگیر کف  $1150$  میلی‌متر می‌باشد، بنابراین بار واحد طول کف مطابق رابطه (۳۴) بدست می‌آید.

$$q = (DL + LL) \times 1/15 = 747/5 kg/m \quad (34)$$

با توجه به آن که خیز سقف پانلی تابعی از طول دهنه، شدت بار و شرایط مرزی می‌باشد، بنابراین با فرض گیردار بودن سقف رابطه تغییر مکان مجاز به شکل رابطه (۳۵) بدست می‌آید:

$$\Delta_s = \frac{ql^4}{384E_c I_e} \quad (35)$$

که در آن  $I_e$  ممان اینرسی موثر مقطع و  $E_c$  مدول الاستیسیته بتن شاکریتی می‌باشد. بنابراین تابع حالت حدی را می‌توان مطابق رابطه (۳۶) مطرح کرد.

$$g(X) = \frac{l}{480} - \frac{ql^4}{384E_c I_e} \quad (36)$$

در این مسئله متغیرهای اصلی شامل شدت بار وارده، مدول الاستیسیته بتن، ممان اینرسی موثر و طول دهنه می‌باشند. که با فرض توزیع نرمال و مستقل بودن متغیرها، پارامترهای متغیرهای تصادفی مطابق جدول ۵ بیان می‌شوند:

جدول ۵: پارامترهای متغیرهای تصادفی پانل سقفی

متغیرها	میانگین	انحراف معیار	ضریب تغییرات
$E_c (kg/cm^2)$	۲e۵	۲۴۰۰۰	۰/۱۲
$I_e (cm^4)$	۱/۲۵ e۴	۱/۲۵ e۳	۰/۱
$l (cm)$	۴۵۵	۴۵/۵	۰/۱
$q (kg/cm)$	۷/۴۷۵	۱/۱۲۱	۰/۱۵

برای تحلیل حساسیت از روش شبیه سازی مونت کارلو با تعداد نمونه های  $N_s = 1000000$  استفاده شده است. مقادیر پاسخ تحلیل حساسیت و احتمال خرابی با کد نویسی در برنامه متلب مطابق جدول ۶ بر اساس میانگین  $\mu$  و انحراف معیار  $\sigma$  متغیرهای تصادفی ارائه شده است.

جدول ۶: تحلیل حساسیت و احتمال خرابی پانل سقفی بر مبنای تغییر شکل

	MC تعداد شبیه سازی ۱۰۰۰۰۰۰
$P_f$	۰/۰۰۱۳
$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_{E_c}}$	-۳/۷۸ e-۸
$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_{I_e}}$	-۶/۱۵ e-۷
$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_l}$	۳/۹ e-۵
$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_q}$	۸/۸ e-۴
$\frac{\partial P_f}{\partial \sigma_{E_c}}$	۴/۹۴ e-۸
$\frac{\partial P_f}{\partial \sigma_{I_e}}$	۷/۶ e-۷
$\frac{\partial P_f}{\partial \sigma_l}$	۸/۹۵ e-۵
$\frac{\partial P_f}{\partial \sigma_q}$	۶/۳۴ e-۴

## ۶- نتیجه گیری

هدف از این مقاله تعیین میزان اثرگذاری پارامترهای طراحی بر احتمال خرابی می باشد. همانطور که در نتایج مثال های مقاله ارائه شده مشاهده می شود، میزان تاثیر پارامترهای مقاومت فشاری بتن و ارتفاع مقطع در سازه های پانلی نسبت به دیگر پارامترها بیشتر می باشد و با تغییر و افزایش در این دو پارامتر، میزان مقاومت پانل در برابر خمش و تغییر شکل نسبت به دیگر پارامترها افزایش بیشتری خواهد یافت. بنابراین نتایج حاصل از این مقاله به صورت موردی به شرح زیر ارائه شده است.



- ۱) برای حل انتگرال احتمال شکست به صورت عددی به علت حجم محاسباتی بالا نیازمند یک روش تقریبی می‌باشد. حل این انتگرال با استفاده از روش‌های ممانی همچون روش قابلیت اعتماد مرتبه اول و دوم در صورتی که تابع عملکرد خطی یا درجه دو باشد، مناسب است. ولی اگر درجه تابع عملکرد بالا باشد این روش‌ها بسیار تقریبی و در عمل اشتباه می‌باشند.
- ۲) روش شبیه سازی مونت کارلو یک روش بسیار دقیق و قدرتمند برای تخمین احتمال شکست و تحلیل حساسیت پارامترهای متغیرهای تصادفی در حل مسائل قابلیت اعتماد می‌باشد.
- ۳) با افزایش تعداد شبیه‌سازی‌ها جواب مسئله دقیق‌تر خواهد شد.
- ۴) تعداد شبیه‌سازی‌ها باید تا اندازه‌ای باشد که مقدار پاسخ مسئله همگرا شود.
- ۵) در مسائل عملی قابلیت اعتماد سازه‌ها درجه نامعینی تابع عملکرد به علت تعداد متغیرهای تصادفی، بالا می‌باشد. در نتیجه حل انتگرال احتمال شکست و تحلیل حساسیت با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو استاندارد بسیار زمانبر و به سیستم‌های کامپیوتری قوی نیازمند است.
- ۶) برای تحلیل حساسیت نیازمند مشتق تابع حالت حدی نسبت به پارامترهای هر نمونه می‌باشد. در مسائلی که دارای تابع عملکرد با درجه نامعینی بالا می‌باشند روش شبیه‌سازی مونت کارلو استاندارد یک روش ناکارآمد می‌باشد. بنابراین برای کاهش هزینه محاسباتی از سطوح عملکرد که تاثیر ناچیز در تحلیل حساسیت قابلیت اعتماد دارند صرف نظر می‌شود.
- ۷) برای کاهش هزینه‌های محاسباتی در تحلیل حساسیت پارامترهای متغیرهای تصادفی از روش‌های کاهش واریانس (نمونه‌گیری خطی و مستقیم) استفاده می‌شود.
- ۸) روش پیشنهادی (روش نمونه‌گیری خطی و مستقیم) یک روش بسیار کارآمد برای کاهش زمان محاسباتی مسائل با تابع عملکرد با درجه نامعینی بالا می‌باشند.

## مراجع

1. Kabir, M., O. Rezaifar, and M. Rahbar, *Upgrading flexural performance of prefabricated sandwich panels under vertical loading*. Structural Engineering and Mechanics, 2007. **26**(3): p. 277-296.
2. Rezaifar, O., et al., *Dynamic behaviour of 3D-panel single-storey system using shaking table testing*. Engineering Structures, 2008. **30**(2): p. 318-337.
3. REZAEIFAR, O., M.Z. Kabir, and A. Bakhshi, *Shaking table test of a 1: 2.35 scale 4-story building constructed with a 3D panel system*. 2009.
4. Wang, Z. and P. Wang, *A double-loop adaptive sampling approach for sensitivity-free dynamic reliability analysis*. Reliability Engineering & System Safety, 2015. **142**: p. 346-356.
5. Jebur, H.Q. and S.R. Al-Zaidee, *Non-deterministic approach for reliability evaluation of steel portal frame*. Civ. Eng. J, 2019. **5**(8): p. 1684-97.
6. Malakzadeh, K. and M. Daei, *Hybrid FORM-Sampling simulation method for finding design point and importance vector in structural reliability*. Applied Soft Computing, 2020. **92**: p. 106313.
7. Hohenbichler, M. and R. Rackwitz, *Non-normal dependent vectors in structural safety*. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1981. **107**(6): p. 1227-1238.
8. Der Kiureghian, A. and P.-L. Liu, *Structural reliability under incomplete probability information*. Journal of Engineering Mechanics, 1986. **112**(1): p. 85-104.
9. Ditlevsen, O. and H.O. Madsen, *Structural reliability methods*. Vol. 178. 1996: Wiley New York.
10. Huang, B. and X. Du, *Probabilistic uncertainty analysis by mean-value first order saddlepoint approximation*. Reliability Engineering & System Safety, 2008. **93**(2): p. 325-336.

11. Belokas, G., *First order reliability method on soil strength parameters estimation and stability analysis*. Procedia Structural Integrity, 2018. **10**: p. 120-128.
12. Rackwitz, R., *Reliability analysis—a review and some perspectives*. Structural safety, 2001. **23**(4): p. 365-395.
13. Jahani, E., M.A. Shayanfar, and M.A. Barkhordari, *A new adaptive importance sampling Monte Carlo method for structural reliability*. KSCE Journal of civil Engineering, 2013. **17**(1): p. 210-215.
14. Furch, J. and Q.H. Nguyen, *Lifetime test of tracked vehicle torsion bars using Monte Carlo method*. Emerging Science Journal, 2020. **4**(5): p. 376-389.
15. Löfman, M.S. and L.K. Korkiala-Tanttu, *Reliability analysis of consolidation settlement in clay subsoil using FOSM and Monte Carlo simulation*. Transportation Geotechnics, 2021. **30**: p. 100625.
16. Breitung, K.W., *Arbitrary probability integrals*. Asymptotic Approximations for Probability Integrals, 1994: p. 106-120.
17. Wu, Y.-T., *Computational methods for efficient structural reliability and reliability sensitivity analysis*. AIAA journal, 1994. **32**(8): p. 1717-1723.
18. Song, S., Z. Lu, and H. Qiao, *Subset simulation for structural reliability sensitivity analysis*. Reliability Engineering & System Safety, 2009. **94**(2): p. 658-665.
19. Melchers, R. and M. Ahammed, *A fast approximate method for parameter sensitivity estimation in Monte Carlo structural reliability*. Computers & Structures, 2004. **82**(1): p. 55-61.
20. Hohenbichler, M. and R. Rackwitz, *Improvement of second-order reliability estimates by importance sampling*. Journal of Engineering Mechanics, 1988. **114**(12): p. 2195-2199.
21. Koutsourelakis, P.-S., H.J. Pradlwarter, and G.I. Schueller, *Reliability of structures in high dimensions, part I: algorithms and applications*. Probabilistic Engineering Mechanics, 2004. **19**(4): p. 409-417.
22. Royset, J. and E. Polak, *Reliability-based optimal design using sample average approximations*. Probabilistic Engineering Mechanics, 2004. **19**(4): p. 331-343.
23. Jensen, H.A., et al., *Reliability-based optimization of stochastic systems using line search*. Computer methods in applied mechanics and engineering, 2009. **198**(49-52): p. 3915-3924.
24. Bjerager, P., *Probability integration by directional simulation*. Journal of Engineering Mechanics, 1988. **114**(8): p. 1285-1302.
25. Jerez, D.J., et al., *On the use of Directional Importance Sampling for reliability-based design and optimum design sensitivity of linear stochastic structures*. Probabilistic Engineering Mechanics, 2022: p. 103368.
26. Spanier, J. and K. Oldham, *An Atlas of Functions* (Washington. 1987, DC).
27. Benayoune, A., et al., *Flexural behaviour of pre-cast concrete sandwich composite panel—experimental and theoretical investigations*. Construction and Building Materials, 2008. **22**(4): p. 580-592.
28. Rezaifar, Omid. and Moazzenipour, Navid. (2017). *Precast concrete construction-Design and Construction*. Semnan: Sima Danesh Semnan university, p.167-176 .