

تخمین پارامترهای مدل رفتاری مواد الاستومری با استفاده از آزمایش کشش تک محوره

عماد صارمی^۱، حمید توپچی نژاد^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی سازه، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران

۲- استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران

چکیده

مواد الاستومری به علت توانایی تحمل کرنش‌های کششی بیش از ۵۰۰٪ بدون هیچ گونه گسیختگی و تغییر شکل دائمی ایده‌آل جهت کاربرد در بسیاری از صنایع از جمله اتوموبیل سازی، هوافضا، انواع موتورهای مکانیکی و الکتریکی، انواع تایرها، و بسیاری از تجهیزات پزشکی می‌باشند. مضاف بر آن در پروژه‌های عمرانی بعنوان جداگرهای لرزه‌ای، تکیه‌گاه‌های سازه‌ای، میراگرهای الحاقی و غیره کاربرد دارند. پیش بینی رفتار تنش-کرنش مواد الاستومری دارای اهمیت زیادی در طراحی است. یکی از چالش‌های مهم در مدل سازی المان محدود قطعات الاستومری انتخاب مدل رفتاری مناسبی است که بتواند وضعیت الاستومر در کرنش‌های مختلف را به خوبی شبیه‌سازی نماید. در مواد الاستومری به دلیل غیر خطی بودن رابطه‌ی بین تنش و کرنش، به جای قانون هوک از مدل‌های رفتاری هایپیر الاستیک استفاده می‌شود. در مقاله حاضر عملکرد مدل‌های هایپیرالاستیک مختلف موجود در ادبیات تحقیق که بر اساس نتایج آزمایش کشش تک محوره کالیبره شده‌اند مورد ارزیابی قرار گرفته است. مدل سازی‌ها توسط نرم افزار المان محدود MSC.MARC انجام گرفته است. دقت مدل‌های رفتاری بررسی شده در بازه‌های مختلف کرنش کششی نشان داد، مدل‌های نئو-هوک و آردا-بویس مدل‌های مناسبی برای محدوده‌ی کرنش‌های کوچک و مدل‌های اگدن و به‌او مدل‌های رفتاری مناسبی برای محدوده‌ی گسترده‌ای از کرنش‌ها هستند.

کلمات کلیدی: مواد الاستومری، مدل‌های رفتاری هایپیرالاستیک، آزمایش کشش تک محوره، برازش نموداری.

شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:				
doi:	10.22065/jsce.2018.126524.1512	چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
	http://dx.doi.org/10.22065/jsce.2018.126524.1512	۱۳۹۷/۰۶/۳۰	۱۳۹۷/۰۵/۱۶	۱۳۹۷/۰۵/۱۶	۱۳۹۷/۰۳/۳۱	۱۳۹۷/۰۱/۱۹
حمید توپچی نژاد				*نویسنده مسئول:		
h.toopchinezhad@razi.ac.ir				پست الکترونیکی:		

Evaluation of constitutive model parameters of elastomeric materials using uniaxial tensile tests

Emad Saremi¹, Hamid Toopchi-Nezhad^{2*}

1- MSc Student, Dept. of Civil Engineering, Razi Univ., Kermanshah, Iran

2- Assistant Professor, Dept. of Civil Engineering, Razi Univ., Kermanshah, Iran

ABSTRACT

The ability of elastomers to withstand very large strains (of beyond 500%) without breakage or permanent deformation makes them an ideal material for many applications, including, but not limited to, aerospace, medical, and automobile industries, bridge bearings, seismic isolation, and supplemental dampers. It is essential for design purposes to simulate accurately the response behavior of elastomers under various loading conditions. Given the nonlinear stress-strain relationship in an elastomeric material, a hyperelastic model, instead of Hooke's law, must be employed in stress analysis of the material. The literature includes a variety of constitutive hyperelastic models for elastomeric materials. However, choosing a suitable constitutive model that simulates the elastomer stress-strain behavior under different loading conditions is challenging. This paper examines the effectiveness of various hyperelastic models of which the constant model parameters have been evaluated using the results of a standard uniaxial tensile test conducted at different strain values. The model parameters are evaluated through a curve fitting technique performed by MSC-MARC, a commercial finite element software program. A thorough examination of the efficiency and accuracy of various hyperelastic constitutive models at different strain ranges shows that the Neo-Hooke and Arruda-Boyce are suitable models for the range of small deformations, and the Ogden and Yeoh models are suitable for a wide range of deformations.

ARTICLE INFO

Received: 08/04/2018

Revised: 21/06/2018

Accepted: 07/08/2018

Keywords:

*elastomer
rubber
constitutive models
hyperelastic behavior
uniaxial tensile test
finite element model*

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: 10.22065/jsce.2018.126524.1512

*Corresponding author: Hamid Toopchi-Nezhad.

Email address: h.toopchinezhad@razi.ac.ir

۱- مقدمه

اغلب مواد مهندسی در محدوده‌ای که رابطه‌ی بار-جابجایی آنها خطی است، هنگام باربرداری به حالت اولیه‌ی قبل از بارگذاری باز می‌گردند. به عبارتی دیگر مواد مذکور در این محدوده از بارگذاری دارای رفتار الاستیک خطی بوده و طبق قانون هوک تناسب مستقیمی بین تنش و کرنش‌های ارتجاعی آنها وجود دارد اما مواد الاستومری از این قانون مستثنی می‌باشند. اصطلاح الاستومر ترکیبی از الاستیک و پلیمر است که اغلب به جای لاستیک از این عنوان استفاده می‌گردد [۱]. مواد الاستومری به علت توانایی تحمل کرنش‌های بیش از ۵۰۰٪ بدون هیچ‌گونه گسیختگی و تغییر شکل دائمی موادی ایده‌آل برای بسیاری از کاربردهای مهندسی هستند [۲]. علاوه بر قابلیت برگشت پذیری به حالت الاستیک (خواص ارتجاعی مناسب)، الاستومرها دارای دوام بالا، انعطاف پذیری و قابلیت مناسب در تحمل کشش می‌باشند [۳]. از این رو، الاستومر به عنوان یک ماده‌ی مهندسی، کاربردهای گسترده‌ای در صنعت اتومبیل سازی، هوا فضا، انواع موتورهای مکانیکی و الکتریکی، ساخت تایرها، جداگرهای لرزه‌ای، تکیه‌گاه‌های سازه‌ای، میراگرهای ارتعاش و تجهیزات پزشکی پیدا کرده است. بنابراین، پیش بینی رفتار تنش-کرنش مواد الاستومری در هر یک از کاربردهای فوق الذکر، همواره دارای اهمیت ویژه‌ای از نقطه نظر طراحی بوده است.

نرم شدگی در تنش بعد از اولین سیکل بارگذاری در سیکل‌های بعدی بارگذاری با همان دامنه در مواد الاستومری مشاهده می‌گردد. این خصوصیت اولین بار توسط بواسه و کاریزاً مشاهده شده است [۴]. از آنجایی که، مطالعات گسترده‌ای روی الاستومرها پر شده و پر نشده، توسط مولینز و همکارانش انجام شده است، این پدیده‌ی نرم شدگی در تنش، به عنوان اثر مولینز شناخته می‌شود [۵]. خواص مکانیکی الاستومرها توسط عوامل گوناگونی مثل نور، گرما، اکسیژن، و ازون با گذشت زمان دچار تغییر می‌شود. رفتار ویسکوالاستیک مواد الاستومری با تغییرات دما و نرخ کرنش‌های وارده دست خوش تغییر می‌شود که این عوامل باعث پیچیده‌تر شدن مدل سازی الاستومرها نسبت به دیگر مواد متداول در کاربردهای مختلف مهندسی شده است [۶]. رفتارهای پیچیده‌ی مکانیکی مثل تغییر شکل‌های بزرگ، رفتار پلاستیک، رفتار ویسکوالاستیک و نرم شدگی در تنش، الاستومرها را از تئوری الاستیک خطی خارج می‌کند [۷]. برای مدل سازی مواد الاستومری باید رفتار فیزیکی و هندسی غیر خطی آنها را در محاسبات و مدل سازی در نظر گرفت. به علت رفتار هندسی پیچیده و غیر خطی، رفتار مواد الاستومری را تنها به صورت تحلیلی نمی‌توان مورد بررسی قرار داد [۸]. رفتار مکانیکی الاستومرها به عنوان یک ماده هایپرالاستیک توسط تابع چگالی انرژی کرنشی تعریف می‌شود که در صورت استفاده از تابع مذکور کرنش پسماند برای این مواد در نظر گرفته نمی‌شود [۹]. امروزه مدل‌های رفتاری هایپرالاستیک در نرم‌افزارهای المان محدود متعددی همچون MSC.MARC، ADINA، ABAQUS و ANSYS به منظوره تحلیل الاستومرها توسعه یافته است. انتخاب یک مدل رفتاری مناسب و تخمین پارامترهای آن که بتواند رفتار الاستومرها را در کرنش‌های مختلف به خوبی محاسبه کند چالشی در مدل سازی المان محدود این مواد محسوب می‌شود. تخمین رفتار هایپرالاستیک مواد الاستومری نیازمند آزمایش‌های گران قیمت و زمان بر است. پارامترها (ضرایب) موجود در مدل‌های رفتاری هایپرالاستیک با استفاده از برازش نمودار تنش-کرنش مدل تئوری با نمودارهای آزمایشگاهی به دست می‌آید.

در مطالعه‌ی حاضر به معرفی انواع توابع انرژی کرنشی مواد الاستومری و آزمایش‌های استاندارد مختلف برای تخمین پارامترهای مدل‌های رفتاری الاستومرها پرداخته شده است. یکی از ساده‌ترین آزمایشات قابل انجام بر روی مواد الاستومری، آزمایش کشش تک محوره می‌باشد. بنابراین، در مقاله حاضر آزمایش کشش تک محوره روی ماده الاستومری مورد بررسی انجام شده است و پارامترها و محدوده‌ی پایدار مدل‌های مختلف هایپرالاستیک با استفاده از برازش نمودار مدل‌های تئوری و نتایج آزمایشگاهی به دست آمده‌اند. برای برازش منحنی‌ها از نرم‌افزار المان محدود MSC. MARC 2016 [۱۰] استفاده شده است. در ادامه مقاله پس از معرفی مدل‌های هایپرالاستیک، نتایج برازش منحنی‌ها و عملکرد هر مدل در شبیه سازی رفتار تنش-کرنش ماده الاستومری مورد ارزیابی قرار گرفته است.

¹ Bouasse

² Carriere

³ Mulins

۲- مدل‌های رفتاری

در مواد الاستومری به دلیل غیر خطی بودن رابطه بین تنش و کرنش‌های ارتجاعی، رفتار هایپر الاستیک به جای قانون هوک برقرار است. الاستومرها مولکول‌های بلند و انعطاف پذیری دارند که چند برابر حالت اولیه خود کشیده می‌شوند. در کرنش‌های کوچک با فرض خطی بودن رابطه‌ی بین تنش-کرنش، می‌توان الاستومرها را مانند سایر مواد الاستیک متعارف طراحی کرد اما برای تحلیل این مواد در تغییر شکل‌های بزرگ باید از نظریه‌های تغییر شکل‌های بزرگ استفاده شود [۱۱]. بر اساس نظریه‌ی ریولین فرض بر این است که الاستومر در حالت الاستیک رفتاری ایزوتروپیک دارد و تقریباً تراکم ناپذیر است. رفتار الاستیک الاستومرها در تابع انرژی کرنشی بر اساس تغییر ناپذیرهای کرنش (I_1, I_2, I_3) تعریف می‌شود. این نظریه یک چارچوب ریاضی برای توصیف رفتار الاستومرها بر اساس مکانیک محیط‌های پیوسته ارائه می‌دهد. در این روش، تحلیل مسائل تنش و کرنش ممکن است به رفتار ماکروسکوپی و مفهوم مولکولی سیستم وابسته نباشد و رابطه الاستیسیته زیر نقطه شروعی برای هر نوع مدل سازی در این زمینه است [۱۲].

$$U = f(I_1, I_2, I_3) \quad (1)$$

در رابطه فوق U تابع چگالی انرژی کرنشی و (I_1, I_2, I_3) نامتغیرهای تانسور کوشی گرین هستند، که بر اساس کشش‌های اصلی λ از روابط (۲)، (۳) و (۴) تعریف می‌شوند.

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (2)$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \quad (3)$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \quad (4)$$

مقدار λ در روابط قبل بر اساس معادله (۵) تعریف می‌شود.

$$\lambda = \frac{L_i + \Delta L}{L_i} \quad (5)$$

L_i طول اولیه و ΔL تغییرات طول ناشی از اعمال بار را نشان می‌دهد.

اولین مدل‌های رفتاری مثل مدل مونی-ریولین^۱ [۱۳، ۱۴]، مدل اوگدن^۲ [۱۵، ۱۶]، و یه‌او^۳ [۱۷]، به شکل چند جمله‌ای و بر اساس مکانیک محیط‌های پیوسته بوده‌اند. سپس مدل‌هایی بر اساس تئوری آماری ترمودینامیکی مثل نئو-هوکن^۴ [۱۵]، کیون-گران^۵ [۱۸]، آرودا-بویسن^۶ [۱۸] و مدل گنت^۷ [۱۹] ظاهر شده‌اند.

مدل هایپر الاستیک کارآمد دارای چهار ویژگی است که در زیر به آنها اشاره شده است [۷]:

(۱) توانایی محاسبه‌ی تمام شکل پاسخ‌های یک ماده الاستومر را داشته باشد.

¹ Cauchy Green

² Moony-Rivlin

³ Ogden

⁴ Yeoh

⁵ Neo-Hookean

⁶ Kuhn-Grun

⁷ Arruda-Boyce

⁸ Gent

(۲) تغییر شکل مودهای الاستومر نباید مشکل ساز شود یعنی اگر مدل در کشش تک محوره به خوبی عمل می‌کند باید در برش ساده و کشش دو محوره هم دارای جواب‌های قابل قبول باشد.

(۳) تعداد ثابت‌های مدل که از برازش نمودار تئوری با آزمایشگاهی به دست می‌آید، به منظور کاهش آزمایش‌های مورد نیاز تا حد امکان کم باشد.

(۴) به منظور کاربرد بهتر مدل، دارای فرمول‌های تا حد امکان ساده باشد.

مارکمن^۲ و ورون^۳ لیست مدل هایپیرالاستیک را بر اساس هم خوانی آنها با داده‌های آزمایشگاهی به سه گروه اصلی پدیدار شناختی^۴، تجربی و بر اساس فیزیک مدل دسته بندی کرده‌اند [۲۰]. نظریه‌های آماری و جنبشی، با در نظر گرفتن ساده‌سازی برای ساختارهای ماکرومولکولی^۵ برای محاسبه تنش-کرنش تلاش می‌کنند و نظریه‌های پدیدار شناختی در تلاش برای محاسبه خواص تنش-کرنش بدون در نظر گرفتن مفاهیم مولکولی هستند.

مدل‌های رفتاری نئو-هوکن، مونی-ریولین، اگدن، یه‌او و آرودا-بویس جزء مدل‌های مشهور و پر کاربرد هستند که در ادامه به معرفی جزئیات این مدل‌ها و محاسبه ثابت‌های آنها از طریق برازش این مدل‌های تئوری و نتایج آزمایشگاهی (آزمایش کشش تک‌محوره) انجام شده، پرداخته شده است.

۲-۱- مدل چند جمله‌ای

مدل چند جمله‌ای ارائه شده در معادله (۶) یک مدل تراکم پذیر است که از اولین و دومین نامتغیرهای تانسور انحرافی کوشی-گرین تشکیل شده است. این تابع انرژی کرنشی برای به دست آوردن تنش-کرنش الاستومرهای پر شده، معمولاً دارای چهار یا پنج جمله است [۲۱].

$$U = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} (\bar{I}_1 - 3)^i (\bar{I}_2 - 3)^j + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J_{e1} - 1)^{2i} \quad (6)$$

در رابطه فوق U تابع چگالی انرژی کرنشی، J_{e1} نسبت حجم الاستیک، \bar{I}_1 و \bar{I}_2 اولین و دومین نامتغیرهای تانسور کرنش انحرافی و N تعداد جمله‌های تابع چگالی انرژی کرنشی هستند. C_{ij} و D_i توصیف کننده رفتار برشی مواد که D_i نشان دهنده‌ی تراکم پذیری است و برای مواد کاملاً تراکم ناپذیر برابر صفر در نظر گرفته می‌شود.

۲-۲- مدل چند جمله‌ای کاهش یافته

اگر دومین نامتغیر تانسور انحرافی کوشی-گرین حذف شود مدل چند جمله‌ای به چند جمله‌ای کاهش یافته معادله (۷) تبدیل می‌شود در این فرمول J برابر صفر در نظر گرفته شده است [۲۲].

$$U = \sum_{i=1}^N C_{ij} (\bar{I}_1 - 3)^i + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J_{e1} - 1)^{2i} \quad (7)$$

¹ Marckmann

² Verron

³ Phenomenological

⁴ Macromolecular structure

۳-۲- مدل آگدن

این مدل تابع انرژی کرنشی را بر اساس کشیدگی در امتدادهای اصلی $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$ طبق رابطه (۸) بیان می‌کند. برای مواد تراکم ناپذیر، حاصل ضرب این مقادیر مساوی یک است $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1$. این مدل قابلیت استفاده در تغییر شکل‌های بزرگ را دارد که اندازه‌گیری مقادیر کشش‌های اصلی یکی از مزیت‌های مدل آگدن محسوب می‌شود [۲۱].

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{2\mu_i}{\alpha_i} \left(\bar{\lambda}_1^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_2^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_3^{\alpha_i} - 3 \right) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J_{e1} - 1)^{2i} \quad (8)$$

در معادله فوق $\bar{\lambda}_i = J^{-\frac{1}{3}} \lambda_i$ و $J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$ است. λ_i کشیدگی‌های اصلی، J دترمینان ژاکوبین، J_{e1} نسبت حجم الاستیک، α_i و μ_i رفتار برشی و D_i تراکم پذیری مواد را در نظر می‌گیرند.

۴-۲- مدل مونی-ریولین

تابع انرژی کرنشی در این مدل در معادله (۹) نشان داده شده است [۲۰، ۲۳].

$$U = \sum_{i,j=0}^N C_{ij} (\bar{I}_1 - 3)^i (\bar{I}_2 - 3)^j + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J_{e1} - 1)^{2i} \quad (9)$$

C_{ij} پارامتر مواد و $C_{00} = 0$ است.

اولین جمله از حالت تراکم‌ناپذیر کامل مدل مونی-ریولین به شکل معادله (۱۰) است [۲۴].

$$U = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3) \quad (10)$$

با فرض $N=2$ ، $\alpha_1 = 2$ و $\alpha_2 = -2$ در معادله (۸)، مدل مونی-ریولین به شکل معادله (۱۱) حاصل می‌شود [۲۶].

$$U = C_{10} \left(\bar{\lambda}_1^{-2} + \bar{\lambda}_2^{-2} + \bar{\lambda}_3^{-2} - 3 \right) + C_{01} \left(\bar{\lambda}_1^2 + \bar{\lambda}_2^2 + \bar{\lambda}_3^2 - 3 \right) \quad (11)$$

که در آن $C_{10} = \frac{\mu_1}{2}$ و $C_{01} = \frac{-\mu_2}{2}$ است.

۵-۲- مدل نئو-هوکن

این مدل اولین جمله از مدل چند جمله‌ای کاهش یافته را در نظر می‌گیرد و ساده‌ترین مدل رفتاری هایپر الاستیک است که در معادله (۱۲) نشان داده شده است.

$$U = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{D_1} (J_{e1} - 1)^2 \quad (12)$$

با قرار دادن $N=1$ و $\alpha_1 = 2$ در معادله (۸)، معادله مدل نئو-هوکن به شکل معادله (۱۳) حاصل شده است [۲۳].

$$U = \frac{\mu_1}{2} (\bar{\lambda}_1^2 + \bar{\lambda}_2^2 + \bar{\lambda}_3^2 - 3) = C_{I0} (I_1 - 3) \quad (13)$$

که در معادله (۱۳) $C_{I0} = \frac{\mu_1}{2}$ است. به دلیل ظاهر شدن نظریه آماری الاستیسیته لاستیک در مدل نئو-هوکن معادله (۱۴) این مدل دارای اهمیت زیادی است. اگرچه که دو معادله (۱۳) و (۱۴) شکل ظاهری تقریباً یکسانی دارند اما دارای نقطه شروعی کاملاً متفاوت هستند [۲۵].

$$U = \frac{1}{2} NKT (I_1 - 3) \quad (14)$$

در رابطه فوق N تعداد زنجیره‌های شبکه در واحد حجم، K ثابت بولتزمن و T دمای مطلق است.

۶-۲- مدل یه او

اگر در مدل چند جمله‌ای کاهش یافته $N = 3$ باشد، آنگاه تابع چگالی انرژی کرنشی یه او به شکل معادله (۱۵) به دست می‌آید [۲۴].

$$U = \sum_{i=1}^3 C_{i0} (\bar{I}_1 - 3)^i + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J_{e1} - 1)^{2i} \quad (15)$$

که مدول برشی اولیه μ_0 و مدول بالک K_0 به صورت معادله (۱۶) تعریف می‌شوند.

$$\mu_0 = 2C_{10}, \quad K_0 = \frac{2}{D_i} \quad (16)$$

دلایل انتخاب مدل یه او به منظور بررسی رفتار هایپر الاستیک الاستومرها، به شرح زیر است [۲۶]:

- ۱) این مدل قابلیت استفاده در بازه گسترده‌ای از تغییر شکل‌ها را دارد.
- ۲) این مدل توانایی پیش بینی رفتار تنش-کرنش مودهای مختلف تغییر شکل، با استفاده از داده‌های به دست آمده از یک حالت تغییر شکلی مثلاً کشش تک محوره را دارد.

۷-۲- مدل آرودا-بویس

مدل فیزیکی آرودا-بویس بر اساس زنجیره‌های شبکه‌ی مولکولی بنا شده است. با فرض این که تابع انرژی کرنشی معادله (۱۷) برابر با مجموع انرژی زنجیره‌های شبکه با جهت‌گیری‌های مختلف است [۲۷].

$$U = \mu \sum_{i=1}^5 \frac{C_i}{\lambda_m^{2i-2}} (\bar{I}_1 - 3^i) + \frac{1}{D} \left[\frac{J_{e1}^2 - 1}{2} - \ln(J_{e1}) \right] \quad (17)$$

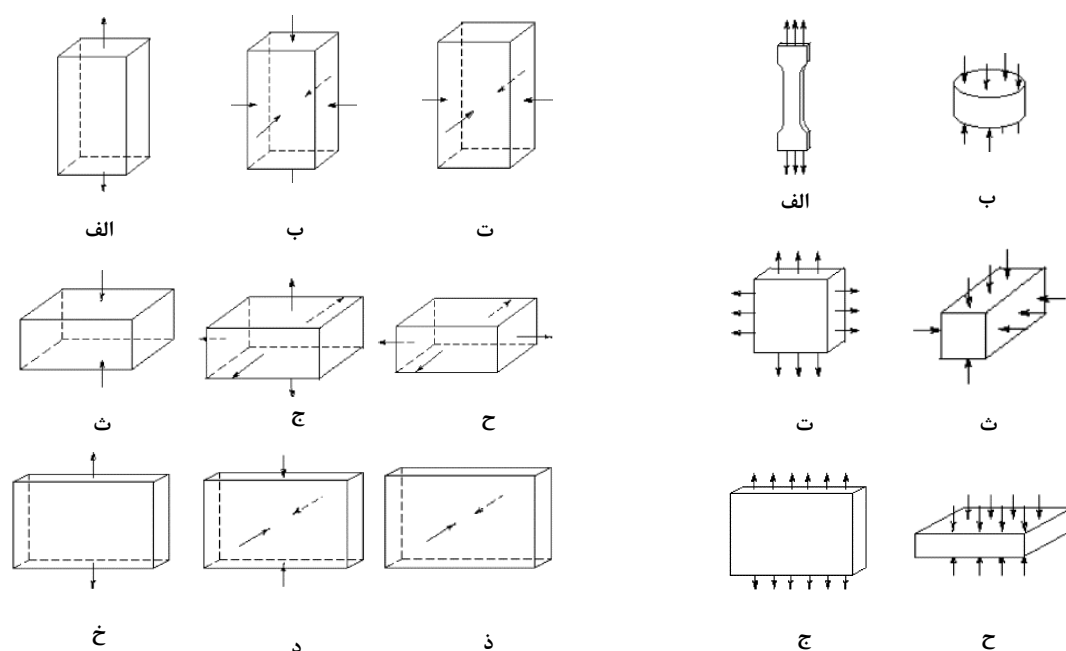
که در معادله‌ی (۱۷) مقادیر C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 به صورت مقادیر نشان داده شده در فرمول (۱۸) تعریف می‌شوند:

$$C_1 = \frac{1}{2}, \quad C_2 = \frac{1}{20}, \quad C_3 = \frac{11}{1050}, \quad C_4 = \frac{19}{7000}, \quad C_5 = \frac{519}{673750} \quad (18)$$

در رابطه‌ی (۱۷) μ مدول برشی اولیه و λ_m کشش قفل شدگی است. مقدار $D = \frac{2}{K}$ است که D برای مواد تراکم ناپذیر صفر قرار داده می‌شود. این مدل با صرف نظر از دومین نامتغیر تانسور کوشی-گرین جواب‌های دقیقی را برای تغییر شکل‌های کوچک ارائه می‌دهد و همچنین در تغییر شکل‌های کوچک و بزرگ با افزایش پارامتر قفل شدگی، دقت این مدل افزایش می‌یابد.

۳- آزمایش‌های مواد الاستومری

هر یک از مدل‌های رفتاری ارائه شده در بخش قبل دارای ثابت‌هایی هستند که از برازش منحنی آزمایشگاهی به این مدل‌های رفتاری به دست می‌آیند. اغلب تست‌های آزمایشگاهی روی الاستومرها به دو روش کششی یا فشاری انجام می‌شود. آزمایش فشاری همیشه به صورت تک محوره و آزمایش کششی به صورت تک محوره، صفحه‌ای و دو محوره انجام می‌شود. در شکل ۱ آزمایش‌های رایجی که برای تخمین ثابت مواد استفاده می‌شود، نشان داده شده است. از آنجایی که الاستومرها تراکم ناپذیر هستند، آزمایش‌های مورد نیاز برای تخمین رفتار این مواد کاهش می‌یابد. لذا می‌توان تنش‌های هیدرواستاتیک را روی دیگر تنش‌ها سوار کرد. بنابراین، سه نوع از آزمایش‌های نشان داده شده در شکل ۱ مورد نیاز است، که در شکل ۲ نشان داده شده است [۲۸].



شکل ۲: (الف) کشش تک محوره (ب) فشار تک محوره (ت) فشار هیدرواستاتیک (ت) فشار دو محوره (ث) فشار یک محوره (ج) کشش هیدرواستاتیک (ح) کشش دو محوره (خ) کشش صفحه‌ای (د) فشار هیدرواستاتیک (ذ) فشار صفحه‌ای [۲۸].

شکل ۱: (الف) کشش تک محوره (ب) فشار تک محوره (ت) کشش دو محوره (ث) فشار دو محوره (ج) برش صفحه‌ای (ح) فشار صفحه‌ای [۲۸].

۴- آزمایش کشش تک محوره

در مقاله حاضر آزمایش کشش تک محوره روی سه نمونه دمبلی شکل در دمای اتاق ۲۵ درجه سانتی گراد مطابق استاندارد ASTM D 412 [۲۹] در پژوهشگاه پتروشیمی و پلیمر ایران انجام شده است. نمونه‌ها دمبلی شکل و به ترتیب دارای سطح مقطع ۲۰، ۲۲/۷۹۹ و ۲۱/۲۰ میلی‌متر مربع هستند (شکل ۳). در جدول ۱ مشخصات نمونه‌های آزمایش شده ارائه شده است. هر سه نمونه در دستگاه کشش تک محوره نشان داده شده در شکل ۴ با سرعت ۵۰۰ میلی‌متر بر دقیقه تحت کشش قرار گرفته‌اند. نمونه‌های اول و سوم تا حدود ۲۷۰٪ و نمونه‌ی

دوم تا حدود ۲۵۰٪ کشیده شده است. نمودارهای حاصل از آزمایش کشش تک محوره همان طور که در شکل ۵ نشان داده شده است، دارای سه فاز الاستیک، نرم شدگی و سخت شدگی هستند که این رفتارها به علت خصوصیت ذاتی مواد الاستومری است.



شکل ۳ نمونه‌های آماده شده جهت تست کشش.

جدول ۱: مشخصات نمونه‌ها

نمونه‌ها	شکل نمونه‌ها	مقطع عرضی	عرضی [mm]	ضخامت [mm]	طول گیج [mm]	دمای اتاق [°C]
۱	Dumbbell	Rectangular	۸	۲/۵	۲۵	۲۵
۲	Dumbbell	Rectangular	۸	۲/۸	۲۵	۲۵
۳	Dumbbell	Rectangular	۸	۲/۷	۲۵	۲۵



شکل ۴: دستگاه تست کشش.

۵- تعیین پارامترهای مدل‌های رفتاری

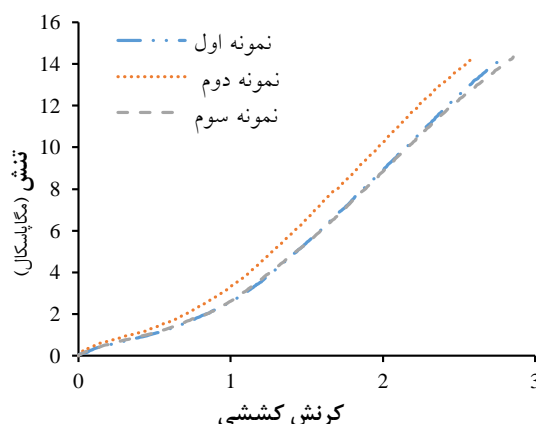
تنها راه به دست آوردن پارامترهای مدل‌های رفتاری استفاده از داده‌های حاصل از آزمایش‌های تجربی است. برای انتخاب مدل مناسب به منظور تحلیل الاستومرها و تخمین رفتار آنها، باید مراحل زیر در نظر گرفته شود [۲۸]:

(۱) بدست آوردن رفتار آزمایشگاهی.

۲) برازش منحنی آزمایشگاهی با مدل‌های رفتاری الاستومرها.

۳) اعتبار سنجی مدل‌های رفتاری با نتایج آزمایشگاهی.

۴) انتخاب مدل رفتاری مناسب برای الاستومر.



شکل ۵: نمودار تنش-کرنش آزمایشگاهی.

امروزه قابلیت برازش منحنی آزمایشگاهی با مدل‌های رفتاری در نرم افزارهای المان محدود گنجانده شده که در این مطالعه برای برازش منحنی‌ها از نرم‌افزار المان محدود MSC. MARC 2016 استفاده شده است. این نرم افزار توانایی برازش مدل‌های مواد در حالت‌های کشش تک محوره، کشش دومحوره، برش صفحه‌ای، برش ساده و حجمی را به داده‌های آزمایشگاهی داراست. اگرچه، اکثر اجزاء الاستومری تحت بار فشاری قرار می‌گیرند اما استفاده از آزمایش فشاری برای تخمین پارامترهای مدل‌های رفتاری به علت وابستگی سختی محاسبه شده به ضریب شکل نمونه‌های مورد آزمایش به تنهایی کافی نیست [۲۸].

۱-۵- برازش منحنی‌ها

به منظور بررسی دقت عملیات برازش بین منحنی‌ها و سنجش حساسیت عملیات برازش مدل‌های رفتاری به افزایش کرنش، نمودار تنش-کرنش آزمایشگاهی به بازه‌های مختلفی که در جدول ۲ نشان داده شده‌اند تقسیم شده است.

جدول ۲: تقسیم بندی محدوده کرنش‌ها

نام محدوده	محدوده کرنش
۰/۵	(۰-۰/۵)
۱	(۰-۱)
۱/۵	(۰-۱/۵)
۲	(۰-۲)
۲/۷	(۰-۲/۷)

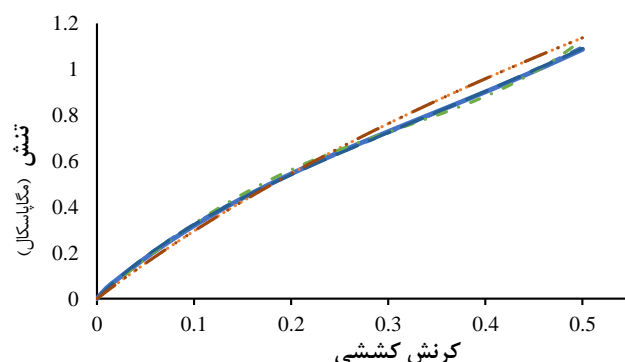
نمودار کشش تک محوره مدل‌های رفتاری نئو-هوکن، مونی-ریولین، یه‌او، آرادا-بویس و اگدن به آزمایش کششی تک محوره در نرم‌افزار MSC.MARC برازش داده شد و پارامترهای به دست آمده از این پنج مدل در جدول‌های ۳ و ۴ درج گردیده است. وضعیت برازش نمودار آزمایشگاهی با مدل‌های موجود در نرم افزار MSC. MARC در دو بازه ۰ تا ۰/۵ و ۰ تا ۲/۷ در شکل ۶ ترسیم شده است.

جدول ۳: پارامترهای مدل‌های رفتاری

بازه کرنش	مدل رفتاری و پارامترها								
	Neo-Hookean		Moony-Rivlin(3)		Yeoh		Arruda-Boyce		
	C_{10}	C_{10}	C_{01}	C_{11}	C_{10}	C_{20}	C_{20}	NKt	N
۰/۵	۰/۵۳۹	-۰/۵۸۵	۱/۲۸	۰/۳۰۳	۰/۶۱۴	-۰/۳۲۳	۰/۲۹۳	۱/۰۷۷	۱۰۰۰۰۰۰
۱	۰/۵۶۵	-۰/۶۳۸	۱/۳۴	۰/۳۱۵	۰/۵۶۹	-۰/۰۷۹	۰/۰۴۶	۰/۷۷۶	۲/۷۶۶
۱/۵	۰/۶۲۱	-۰/۷۶۲	۱/۴۸	۰/۳۴۸	۰/۵۳۳	۰/۰۰۳	۰/۰۱۴	۰/۷۰۷	۲/۳۳۹
۲	۰/۶۲۷	-۰/۷۴۷	۱/۴۶	۰/۳۴۵	۰/۵۰۲	۰/۰۴۸	۰/۰۰۴	۰/۷۹۶	۲/۷۴۳
۲/۷	۰/۷۳۱	-۰/۵۳۳	۱/۲۱	۰/۳۰۵	۰/۴۷	۰/۰۸۱	-۰/۰۰۱	۰/۹۷۵	۳/۸۰۴

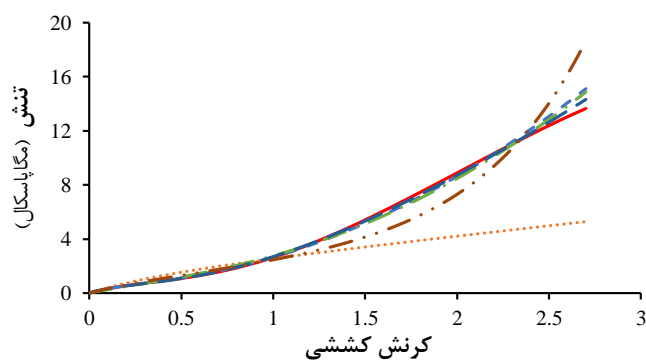
جدول ۴: پارامترهای مدل رفتاری آگدن

بازه کرنش	Ogden					
	μ_1	μ_2	μ_3	α_1	α_2	α_3
۰/۵	۰/۹۹۸	-۰/۴۳	۲۲/۰۵۴	-۰/۳۹۵	-۶/۸۷۴	۰/۰۱۲
۱	۰/۹۴۱	-۱/۶۸	-۳/۲۳۰	۳/۳۷۶	-۳/۱۲۶	۱/۷۴۴
۱/۵	۱۱۲/۴۹	-۱۸	۰/۴۰۴	-۰/۱۶۹	-۱/۱۱۷	۳/۹۶۷
۲	۱۸۴/۱۸	-۱۹/۰۲	۰/۵۹۳	-۰/۱۱۱	-۱/۱۱۱	۳/۶۰۹
۲/۷	-۱۹/۷۷	-۸۶/۶۵	۶۵/۷۹	-۰/۹۴۳	۱/۵۰۹	۱/۷۲۵



Uniaxial Experiment Neo_hookean
 Mooney3 Yeoh
 Ogden3 Arruda_Boyce

(ب)



Uniaxial Experiment Neo-Hookean
 Mooney3 Yeoh
 Ogden3 Arruda-Boyce

(الف)

شکل ۶: (الف) برازش رفتار کشش تک محوره مدل‌های رفتاری در محدوده کرنش‌های ۰ تا ۲/۷، (ب) برازش رفتار کشش تک محوره مدل‌های رفتاری در محدوده کرنش‌های ۰ تا ۰/۵.

۲-۵- دقت مدل‌های رفتاری در تخمین منحنی آزمایشگاهی

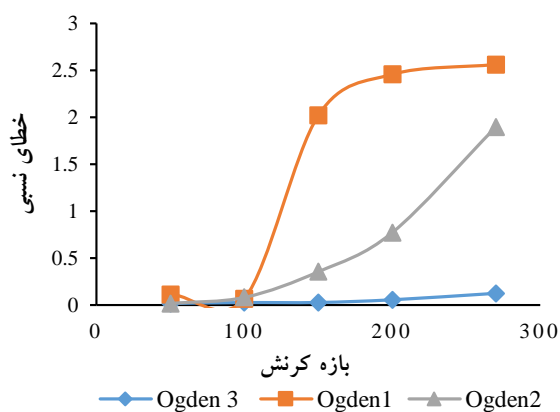
به منظور بررسی میزان دقت برازش بین منحنی‌های آزمایشگاهی و پنج مدل رفتاری فوق‌الذکر، از تعریف خطای نسبی بین منحنی‌ها معادله (۱۹) استفاده شده است. میزان حساسیت و خطای مدل‌های رفتاری به افزایش مقدار کرنش در شکل ۷-الف ترسیم و در جدول ۵ به صورت کمی ثبت شده است. عملیات برازش مدل رفتاری آگدن با ۱، ۲، و ۳ جمله به منظور بررسی میزان تغییرات خطا در این مدل با مرتبه‌های مختلف انجام گرفته است (شکل ۷ ب).

$$Error^R = \sum_i^{Ndata} \left(1 - \frac{\sigma_{calc}^i}{\sigma_{measured}^i} \right)^2 \quad (19)$$

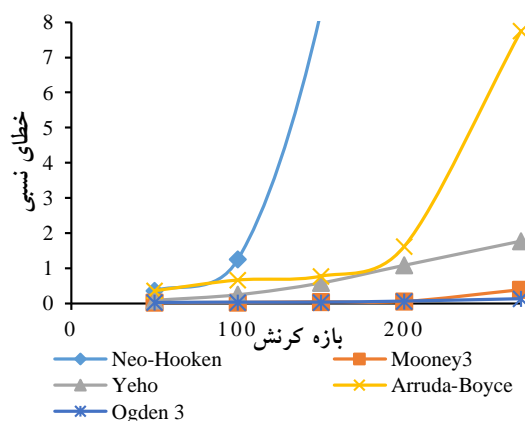
در رابطه فوق σ_{calc}^i مقدار تنش محاسبه شده توسط نرم افزار و $\sigma_{measured}^i$ مقدار تنش به دست آمده از آزمایش کشش تک محوره است.

برای انتخاب مدل رفتاری مناسب و تخمین پارامترهای آن‌ها برای مدل‌سازی الاستومرها در نرم افزارالمان محدود باید نکات زیر را در نظر گرفت [۳۰]:

- (۱) بهتر است برازش منحنی‌ها را از مدل‌های ساده شروع شود.
- (۲) تنش حاصل از آزمایش تک محوره در اکثر مواد الاستومری کمترین و تنش حاصل از آزمایش دومحوره بیشترین مقدار را در بین سه آزمایش تک محوره، دو محوره و برش صفحه‌ای دارد.
- (۳) مودهای تغییر شکلی تک محوره، دومحوره و برش صفحه‌ای الاستومر در برازش منحنی‌ها در نظر گرفته شود یعنی هنگام برازش منحنی آزمایشگاهی با مدل‌های رفتاری حتی هنگامی که یک نوع آزمایش در دسترس است، وضعیت کلی دیگر مودهای رفتاری به صورت بصری از لحاظ اختلاف با منحنی آزمایشگاهی علاوه بر خطای ریاضی در نظر گرفته شود.
- (۴) استفاده از پارامترهای مثبت در مدل‌های رفتاری باعث پایداری بیشتر مدل در محدوده وسیع‌تری از تغییر شکل‌ها می‌گردد.



(ب)



(الف)

شکل ۷: (الف) و (ب) تغییرات خطای نسبی با افزایش کرنش کششی.

جدول ۵: مقدار خطای برازش مدل‌های رفتاری

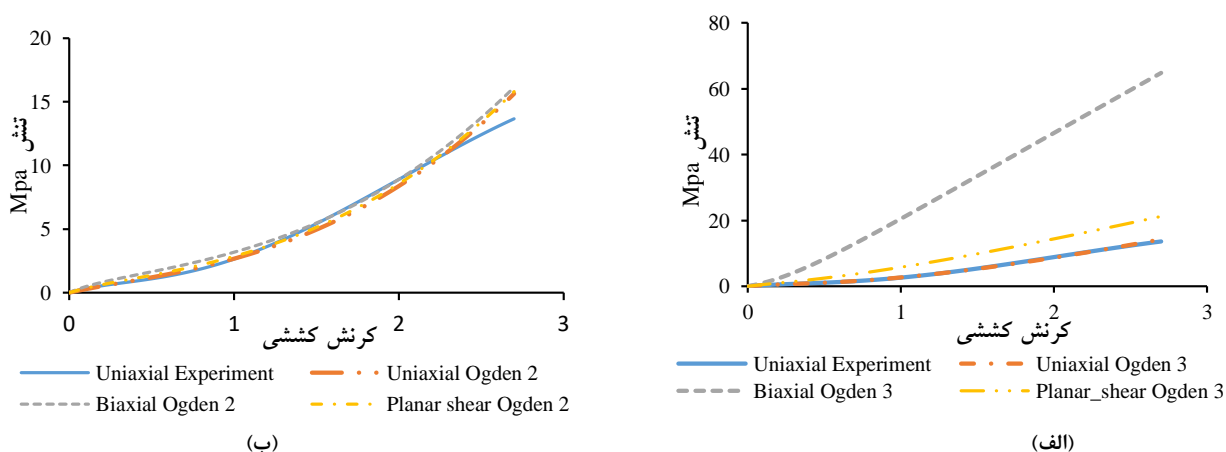
بازه کرنش	Neo-Hookeen	Moony-Rivlin	Yeho	Arruda-Boyce	Ogden 3 (tremms)
۰/۵	۰/۳۵۸	۰/۰۲۶	۰/۰۹۱	۰/۳۵۸	۰/۰۲۱
۱	۱/۲۵۴	۰/۰۳۱	۰/۲۴۹	۰/۶۶۲	۰/۰۳۰
۱/۵	۸/۳۲۰	۰/۰۴۸	۰/۵۸۲	۰/۷۷۳	۰/۰۳۱
۲	۲۱/۹۳۹	۰/۰۵۶	۱/۰۸۳	۱/۶۲۵	۰/۰۵۹
۲/۷	۴۶/۷۱۴	۰/۳۸۳	۱/۷۶۸	۷/۷۵۸	۰/۱۲۶

همان گونه که در شکل ۷-الف ملاحظه می‌گردد، مدل آگدن ۳ جمله‌ای دارای خطای نسبی کمتری نسبت به سایر مدل‌های نشان داده شده در شکل مذکور است. همچنین بر اساس شکل ۷-ب افزایش مرتبه‌ی مدل آگدن باعث کاهش خطای ریاضی برازش بین دو منحنی تئوری و آزمایشگاهی شده است اما همان طور که در شکل ۸ نشان داده شده است، این افزایش مرتبه (از دو جمله به سه جمله) به تدریج باعث سخت شدن بیش از حد رفتار دو محوره که توسط نرم افزار محاسبه می‌شود، گردیده است. همان طور که در شکل ۸-الف و ۹-الف

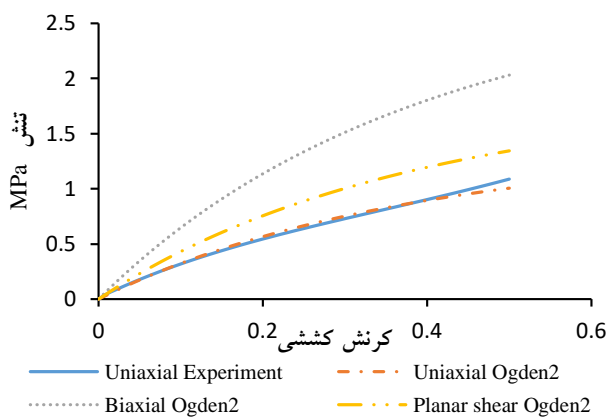
مشخص است مودهای رفتاری دومیحوره و برش صفحه‌ای مدل اگدن ۳ جمله‌ای در محدوده کرنش‌های کششی کوچک و بزرگ وضعیت پایداری ندارند. در حالی‌که، مدل اگدن ۲ جمله‌ای تقریباً در سراسر محدوده کرنش کششی دارای پایداری قابل قبولی از لحاظ وضعیت مودهای دومیحوره و برش صفحه‌ای علاوه بر کشش تک‌محوره است (شکل ۸-ب و ۹-ب). بنابراین انتخاب تعداد جملات مدل اگدن تاثیر قابل ملاحظه‌ای بر روی تخمین صحیح رفتار آزمایشگاهی توسط این مدل رفتاری به منظور استفاده در مدل سازی المان محدود دارد. این موضوع نشان داد که، در مدل اگدن افزایش مرتبه همیشه دلیل بر افزایش دقت برازش نموداری بین نتایج آزمایشگاهی و مدل‌های تئوری نیست. شکل ۱۰-الف وضعیت برازش نموداری در مودهای مختلف تغییر شکلی مدل یه‌او را تا حداکثر کرنش کششی اعمالی ۲/۷ نشان داده است. این مدل رفتاری در رنج تغییر شکل‌های بزرگ توانایی مناسبی در تخمین رفتار آزمایشگاهی هم به لحاظ خطای ریاضی و هم دید بصری دارد اما در محدوده‌های کوچک کرنش کششی شکل ۱۰-ب رفتار دومیحوره این مدل وضعیت پایداری از خود نشان نداد. بنابراین، در هنگام استفاده از این مدل هایپر الاستیک در محدوده‌ی تغییر شکل‌های کوچک باید این موضوع در نظر گرفته شود.

با توجه به شکل ۱۱-الف مدل‌های رفتاری نئو-هوکن و آرودا-بویس در محدوده‌ی تغییر شکل‌های کوچک مدل‌های مناسبی برای تخمین رفتار آزمایشگاهی با توجه ویژگی‌های یک برازش مناسب (یعنی خطای ریاضی و وضعیت مودهای تغییر شکلی کشش دومیحوره و برش صفحه‌ای به صورت بصری) هستند. در حالی‌که، با افزایش کرنش کششی از دقت برازش این مدل‌های رفتاری از لحاظ خطای ریاضی و وضعیت مودهای تغییر شکلی کشش دومیحوره و برش صفحه‌ای به منظور تخمین رفتار آزمایشگاهی کاسته شده است. همان طور که در شکل ۱۱-ب نشان مشخص است این مدل‌های هایپر الاستیک در تخمین رفتار آزمایشگاهی در رنج کرنش‌های بزرگ دچار انحراف از نتیجه‌ی آزمایشگاهی در هر سه مود رفتاری کشش تک‌محوره، کشش دومیحوره و برش صفحه‌ای شده‌اند. بنابراین، استفاده از مدل‌های رفتاری نئو-هوکن و آرودا-بویس برای تحلیل المان‌های الاستومری که تحت تغییر شکل‌های بزرگ قرار می‌گیرند، مناسب نیست.

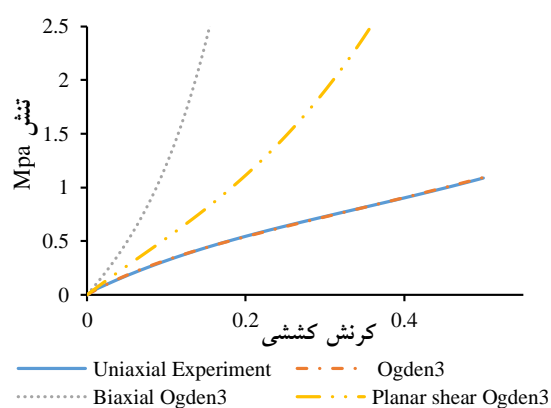
این نکته قابل توجه است که تمام برازش‌های نموداری انجام شده در این مقاله فقط با آزمایش کشش تک محوره انجام شده است و برای تعیین محدوده‌ی پایدار دقیق مدل‌های رفتاری نیاز به آزمایش‌های جامع‌تری از جمله کشش دومیحوره و برش صفحه‌ای است.



شکل ۸: وضعیت کشش تک‌محوره، دو محوره و برش صفحه‌ای مدل اگدن تا کرنش کششی ۲/۷، (الف) مدل اگدن ۳ جمله‌ای، (ب) مدل اگدن ۲ جمله‌ای.

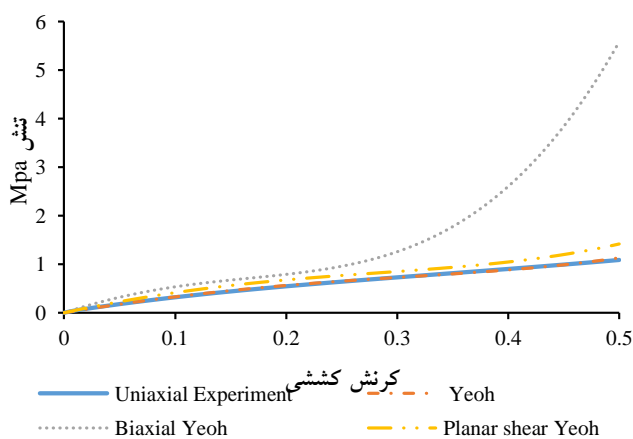


(ب)

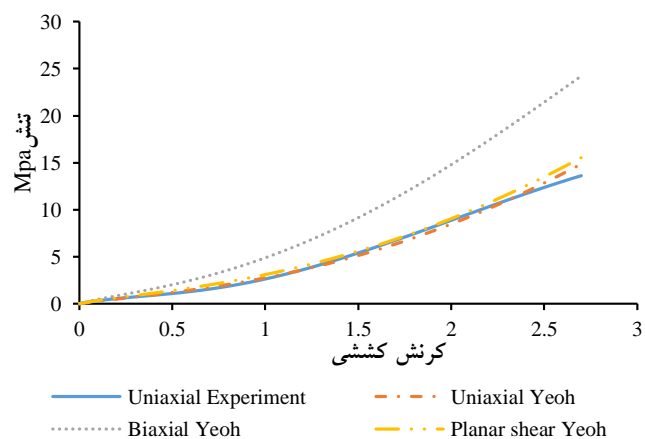


(الف)

شکل ۹: وضعیت کشش تک‌محوره، دو محوره و برش صفحه‌ای مدل اگدن تا کرنش کششی ۰/۵، (الف) مدل اگدن ۳ جمله‌ای، (ب) مدل اگدن ۲ جمله‌ای.

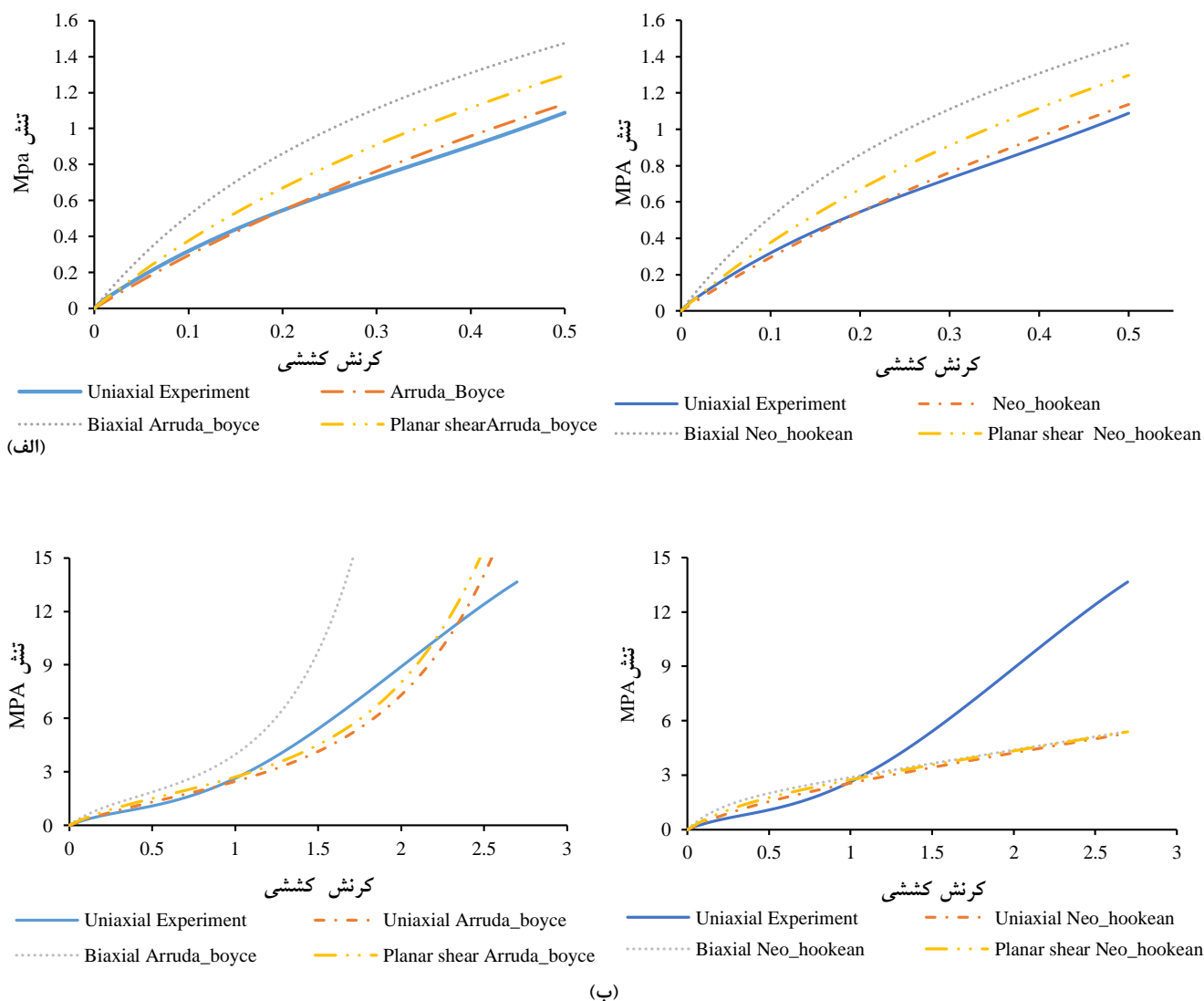


(ب)



(الف)

شکل ۱۰: وضعیت کشش تک‌محوره، دو محوره و برش صفحه‌ای مدل یه‌او، (الف) تا کرنش کششی ۲/۷، (ب) تا کرنش کششی ۰/۵.



شکل ۱۱: (الف) وضعیت کشش تک محوره، کشش دو محوره و برش صفحه‌ای دو مدل نئو-هوک و آرودا بویس، (الف) تا کرنش کششی ۰/۵، (ب) تا کرنش کششی ۲/۷.

۶- نتیجه گیری

الاستومرها به علت خواص تراکم ناپذیری کاربرد گسترده‌ای در صنایع مختلف از جمله ساخت میراگرها و جداگرهای لرزه‌ای دارند. در مقاله حاضر ابتدا الاستومر و مدل‌های رفتاری هایپرالاستیک آن را به صورت خلاصه بررسی نموده، سپس با بهره‌گیری از نتایج آزمایشگاهی کشش تک محوره انجام شده روی نمونه‌های دمبلی شکل از جنس الاستومر، کارایی پنج مدل الاستومری بررسی شده در تخمین رفتار آزمایشگاهی به منظور شبیه سازی عددی الاستومر مورد بررسی قرار گرفت. نتایج کلی تحقیق به شکل زیر می‌باشد:

۱- انتخاب مدل رفتاری مناسب به منظور تحلیل المان‌های الاستومری نیازمند در نظر گرفتن دو عامل خطای ریاضی بین مدل‌های تئوری و نتایج آزمایشگاهی و بررسی وضعیت مودهای رفتاری دو محوره و برش صفحه‌ای (مخصوصاً زمانی که داده‌های آزمایشگاهی کافی در دست نباشد) در هنگام برازش نموداری به منظور تخمین ضرایب مدل‌های رفتاری هایپرالاستیک است.

۲- نتایج برازش نموداری نشان داد که دقت مدل‌های رفتاری در بازه‌های مختلف کرنش، متفاوت است. به طوری که، برازش مدل‌های نئو-هوک، آرودا-بویس و مونی-ریولین به نتیجه‌ی آزمایش کشش تک محوره نشان داد که مدل‌های نئو-هوک و آرودا بویس برای

تغییر شکل‌های کوچک و مدل مونی-ریولین برای تغییر شکل‌های متوسط، مدل‌های مناسبی برای تخمین رفتار آزمایشگاهی مواد الاستومری هستند. چون که، این مدل‌ها در محدوده‌ی تغییر شکل‌های کوچک از لحاظ خطای ریاضی و همچنین وضعیت مودهای کشش دومحوره و برش صفحه‌ای نسبت به نتایج آزمایش کشش تک محوره وضعیت پایداری از خود نشان داده‌اند. در حالی که این مدل‌های رفتاری به خصوص دو مدل نئو-هوک و آرودا-بویس به علت ناپایداری مودهای کشش دو محوره و برش صفحه‌ای و خطای ریاضی زیاد نسبت به آزمایش کشش تک محوره مدل‌های مناسبی در تغییر شکل‌های بزرگ نیستند.

۳- دو مدل اگدن و یه‌او مدل‌های توانمندی در رنج گسترده‌ای از تغییر شکل‌های اعمالی در آزمایش، هم به لحاظ خطای ریاضی بین نمودارها و هم وضعیت مودهای کشش دو محوره و برش صفحه‌ای بودند در حالی که مدل اگدن در رنج تغییر شکل‌های کوچک وضعیت پایداری از لحاظ وضعیت مودهای کشش دومحوره و برش صفحه‌ای نسبت به مدل یه‌او از خود نشان داده است.

۴- نتایج برازش‌های انجام شده نشان داد که افزایش مرتبه‌ی مدل‌های رفتاری اگدن و مونی-ریولین اگرچه که باعث کاهش خطای ریاضی محاسبه شده بین نمودار کشش تک محوره آزمایشگاهی و مدل تئوری می‌شود اما این افزایش مرتبه باعث انحراف مودهای کشش دو محوره و برش صفحه‌ای از حالت پایدار شده است. بنابراین، بررسی تعداد جملات بهینه در این دو مدل رفتاری امری ضروری و مهم است که باید تعداد جملات این دو مدل رفتاری به گونه‌ای انتخاب شود که یک تعادل بین خطای ریاضی و وضعیت دیگر مودهای رفتاری (بخصوص در مواقعی که نتایج آزمایشگاهی کاملی در دسترس نیست) برقرار باشد.

۵- به علت هزینه زیاد و زمان‌بر بودن آزمایش الاستومرها، استفاده از مدل‌های ساده‌تر به منظور کاهش تعداد آزمایش‌های مورد نیاز در مدل سازی المان محدود مناسب است. از آنجا که تابع چگالی کرنشی مدل نئو-هوکن به اولین نامتغیر تانسور کوشی گرین وابسته است، برای محاسبه ثابت این مدل فقط به نتایج آزمایش کشش تک محوره نیاز می‌باشد که در هنگام در دست بودن نتایج آزمایشگاهی محدود و در رنج تغییر شکل‌های کوچک مدلی مناسب است.

مراجع

- [1] Smith, L. P. (1993). *The language of rubber: an introduction to the specification and testing of elastomers* (p. 1). Oxford: Butterworth-Heinemann.
- [2] Mars, W. V. (2002). *Cracking energy density as a predictor of fatigue life under multiaxial conditions*. Rubber chemistry and technology, 75(1), 1-17.
- [3] Coran, A.Y., (2006). *Elastomers*. In: *Handbook of Plastics Technologies*. 2nd Edn. New York: McGraw-Hill Companies, 1-4.111.
- [4] Diani, J., Fayolle, B., & Gilormini, P. (2009). *A review on the Mullins effect*. European Polymer Journal, 45(3), 601-612.
- [5] Mullins, L. (1948). *Effect of stretching on the properties of rubber*. Rubber Chemistry and Technology, 21(2), 281-300.
- [6] Whibley, I. J., Cutts, E., Phillip, M., & Pearce, D. (2005). *Mechanical characterization and modeling of elastomers based on chemical composition*. Constitutive Models for Rubber IV, 437-441.
- [7] Chagnon, G., Marckmann, G., & Verron, E. (2004). *A comparison of the Hart-Smith model with Arruda-Boyce and Gent formulations for rubber elasticity*. Rubber chemistry and technology, 77(4), 724-735.
- [8] Kaliske, M., Nasdala, L., & Rothert, H. (2001). *On damage modelling for elastic and viscoelastic materials at large strain*. Computers & Structures, 79(22-25), 2133-2141.
- [9] Dorfmann, A., & Ogden, R. W. (2004). *A constitutive model for the Mullins effect with permanent set in particle-reinforced rubber*. International Journal of Solids and Structures, 41(7), 1855-1878.
- [10] MSC. Marc. (2016) Santa Ana, CA: MSC Software Corporation
- [11] Gent, A.N., (2012). Elasticity. In: *Engineering with Rubber*. 3rd Edition. New York, Hanser Publishers, pp: 37-77.
- [12] Boyce, M. C., & Arruda, E. M. (2000). *Constitutive models of rubber elasticity: a review*. Rubber chemistry and technology, 73(3), 504-523.
- [13] Mooney, M. (1940). *A theory of large elastic deformation*. Journal of applied physics, 11(9), 582-592.
- [14] Tschoegl, N. W. (1971). *Constitutive equations for elastomers*. Journal of Polymer Science. Polymer Chemistry, 1959-1970.
- [15] Treloar, L. R. G. (1946). *The elasticity of a network of long-chain molecules*. —III. Transactions of the Faraday Society, 42, 83-94.
- [16] Ogden, R. W. (1997). *Non-linear elastic deformations*. Courier Corporation.

- [17] Yeoh, O. H. (1993). *Some forms of the strain energy function for rubber*. Rubber Chemistry and technology, 66(5), 754-771.
- [18] Arruda, E. M., & Boyce, M. C. (1993). *A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 41(2), 389-412.
- [19] Gent, A. N. (1996). *A new constitutive relation for rubber*. Rubber chemistry and technology, 69(1), 59-61.
- [20] Marckmann, G., & Verron, E. (2006). *Comparison of hyperelastic models for rubber-like materials*. Rubber chemistry and technology, 79(5), 835-858.
- [21] Martelli, M. F. A., & Dusi, A. (1999). *Implementation and validation of hyperelastic finite element models of high damping rubber bearings*. Constitutive Models for Rubber, 239.
- [22] Peeters, F. J. H., & Kussner, M. (1999). *Material law selection in the finite element simulation of rubber-like materials and its practical application in the industrial design process*. Constitutive Models for Rubber, 29-36.
- [23] Ali, A., Hosseini, M., & Sahari, B. B. (2010). *A review of constitutive models for rubber-like materials*. American Journal of Engineering and Applied Sciences, 3(1), 232-239.
- [24] Sasso, M., Palmieri, G., Chiappini, G., & Amodio, D. (2008). *Characterization of hyperelastic rubber-like materials by biaxial and uniaxial stretching tests based on optical methods*. Polymer Testing, 27(8), 995-1004.
- [25] Achenbach, M., & Duarte, J. (2003). *A finite element methodology to predict age-related mechanical properties and performance changes in rubber components*. Constitutive Models for Rubber, 59-70.
- [26] Ghosh, P., Saha, A., & Mukhopadhyay, R. (2003). *Prediction of tyre rolling resistance using FEA*. Constitutive Models for Rubber, 141-146.
- [27] Seibert, D. J., & Schoche, N. (2000). *Direct comparison of some recent rubber elasticity models*. Rubber chemistry and technology, 73(2), 366-384.
- [28] Pearson, I., & Pickering, M. (2001). *The determination of a highly elastic adhesive's material properties and their representation in finite element analysis*. Finite elements in analysis and design, 37(3), 221-232.
- [29] Standard, A. S. T. M. (2006). *D412-06 Standard Test Methods for Vulcanized Rubber and Thermoplastic Elastomers-Tension*. ASTM International, West Conshohoken, PA, USA.
- [30] Marc, M.S.C., (2016). *Experimental elastomer analysis*.