

بررسی عددی تیرهای بتنی دارای خاموت دورپیچ مستطیلی تحت بارگذاری پیچشی

موسی مظلوم^{۱*}، حامد کاظمی^۲

۱- دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی سازه، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران

چکیده

در این تحقیق به بررسی عددی رفتار تیرهای بتن آرمه با خاموت‌های دورپیچ مستطیلی تحت بارگذاری پیچشی پرداخته شده است. این مقاله نتایج تحلیل اجزاء محدود ۲۷ تیر بتنی دارای خاموت‌گذاری دورپیچ مستطیلی را بررسی می‌کند، که در آن خاموت‌های دورپیچ مستطیلی دارای فواصل و زاویه ساق‌های قائم و افقی متفاوت می‌باشند. شرایط محصورشدگی با تغییر در منحنی تنش - کرنش بتن به تیرهای بتنی اعمال شده است. با توجه به نتایج مدل‌سازی، افزایش میزان آرماتورهای عرضی با افزایش میزان محصورشدگی، باعث افزایش لنگر پیچشی حداکثر و شکل‌پذیری بیشتر تیرهای بتنی شده است. استفاده از خاموت‌های دورپیچ مستطیلی پیوسته در مقایسه با خاموت‌های معمول، با درصد آرماتورهای عرضی برابر به طور متوسط باعث افزایش ۵ تا ۳۵ درصدی لنگر پیچشی حداکثر می‌گردد. در خاموت‌های دورپیچ مستطیلی که زاویه‌ی بالای آنها صفر نیست برای زوایای مختلف، با درصد آرماتور عرضی برابر، افزایش زاویه بالایی، باعث افزایش زاویه کناری شده است که حاصل آن افزایش لنگر پیچشی حداکثر می‌باشد. این افزایش زاویه بالایی تا ۲۰ درجه باعث افزایش لنگر پیچشی حداکثر و بیشتر از آن باعث کاهش لنگر فوق می‌شود. بررسی نتایج حاصل از خاموت‌های دورپیچ مستطیلی که زاویه‌ی بالایی آنها صفر نیست و مقایسه آنها با حالتی که صفر می‌باشد، نشان می‌دهد که برای حالتی که این زاویه کمتر از ۱۴ درجه است، حداکثر لنگر پیچشی حاصل دارای اختلاف اندکی با حالت بدون زاویه است. حتی در برخی حالات، هنگامی که زاویه بالایی صفر است، لنگر پیچشی بیشتری حاصل می‌گردد. از لحاظ اجرایی هم استفاده از خاموت‌های دورپیچ با زاویه بالایی صفر درجه با توجه به سهولت ساخت و کاهش هزینه‌های تولید خاموت‌های دورپیچ، توصیه می‌شود. لازم به ذکر است که اعمال محصور شدگی با تغییر در نمودار تنش - کرنش بتن و مدفون کردن میلگردها در بتن، نمی‌تواند تاثیر عدم قفل شدگی ناشی از مختلف‌الجهت بودن لنگر پیچشی با خاموت‌های دورپیچ مستطیلی را نشان دهد.

کلمات کلیدی: تیر بتنی، خاموت دورپیچ مستطیلی، پیچش، اجزاء محدود، آباکوس

سابقه مقاله:

شناسه دیجیتال:

شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:				
doi:	شناسه دیجیتال:	چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
10.22065/JSCE.2018.99981.1344	10.22065/JSCE.2018.99981.1344	۱۳۹۸/۰۹/۰۱	۱۳۹۶/۱۰/۱۲	۱۳۹۶/۱۰/۱۲	۱۳۹۶/۱۰/۰۴	۱۳۹۶/۰۷/۱۱
		موسی مظلوم			*نویسنده مسئول:	
		Mazloom@srttu.ed			پست الکترونیکی:	

Numerical Investigation of Reinforced Concrete Beams with Rectangular Spiral Reinforcement in Torsion

Moosa Mazloom^{1*}, Hamed Kazemi²

1-Associate professor, Faculty of Civil Engineering, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran
2 -M.Sc. Student in Structural Engineering, Faculty of of Civil Engineering, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran

ABSTRACT

In this numerical investigation, rectangular spiral reinforcement behavior have been examined. This article presents the finite element models of the experimental tests of 27 reinforced concrete beams that have rectangular spiral reinforcement with the distance of different vertical and horizontal leg angles. The explicit analyses have been verified the condition of confinement by changing in stress-strain curve of the reinforced concrete beams. According to the results of modeling, increasing the transverse reinforcement and improving in confinement advances the maximum torsion and ductility of the concrete beams. Using continues rectangular spiral reinforcement in comparison with commonly used stirrups, with the same percentage of transverse reinforcement, improved the maximum torsion capacity from 5 to 35 percent. In rectangular spiral reinforcement with various top angles, and the same percentage of the transverse reinforcement, increasing the top and side angles improves the maximum torsion. This improvement in torsion capacity is for the top angle of up to 20 degree. Exploring the results of rectangular spiral reinforcement that their top angles are not zero indicates that for the angles less than 14 degree, the results of maximum torsion have little deference with the ones having no top angle. Therefore, using rectangular spiral reinforcement with zero top angle is recommended. Its simple manufacturing and decreasing the producing cost is considerable too. It is worth noting that in modelling the rectangular spiral reinforcement, confinement with changing in stress-strain curve and embedded reinforcement cannot demonstrate the effect of unlocking by the different direction of torsion.

ARTICLE INFO

Received: 03/10/2017
Revised: 25/12/2017
Accepted: 31/12/2017

Keywords:

*Concrete beam,
Rectangular spiral,
reinforcement,
Torsion,
Finite element,
Abaqus.*

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: 10.22065/JSCE.2018.99981.1344

*Corresponding author: Moosa Mazloom
Email address: Mazloom@srttu.ed

۱- مقدمه

همواره اعضای سازه‌ها تحت تاثیر نیروهای مختلف قرار می‌گیرند. یکی از این نیروها پیچش بوده که به تنهایی و یا همراه برش و خمش بر اعضا اعمال می‌گردد. در اعضا برای مقابله با تنش‌های ناشی از پیچش از مقاومت پیچشی میلگردها، خاموت‌ها و مقاومت پیچشی بتن استفاده می‌شود. برای افزایش ظرفیت و شکل‌پذیری در مقابل تنش‌های عرضی و جلوگیری از خرابی‌های ناشی از تنش‌های عرضی که شامل برش و پیچش می‌باشد. پژوهش‌های زیادی پیرامون استفاده از خاموت‌های دورپیچ مستطیلی صورت گرفته که نشان می‌دهند استفاده از خاموت‌های دورپیچ مستطیلی به عنوان خاموت‌های عرضی باعث ایجاد محصورشدگی و شکل‌پذیری بیشتری می‌شود [۱-۴].

کیان و بلربی در سال ۲۰۱۱ با بررسی ستون‌های بتن آرمه مورب و منحنی شکل دریافتند. استفاده از خاموت‌های دورپیچ باعث افزایش شکل‌پذیری برای نسبت‌های مختلف پیچش به خمش می‌شود [۵]. موندال و پرکاش در سال ۲۰۱۵ با بررسی اجزاء محدود سازه‌های بتن آرمه تحت بارگذاری ترکیبی به این نتیجه رسیدند که افزایش میزان آرماتورهای عرضی باعث افزایش حداکثر مقاومت پیچشی می‌شود و سبب کاهش پیچش نهایی و میزان خسارت ستون‌ها تحت پیچش خالص می‌گردد [۶]. کاریانیس و سیرکلیس در سال ۲۰۰۵ با بررسی رفتار تیر ستون‌ها و ستون‌های که تحت بارگذاری سیکلی قرار گرفته بودند به این نتیجه رسیدند که استفاده از خاموت‌های دورپیچ در تیر ستون‌ها باعث می‌شود که خرابی و خسارت به صورت محلی در محل اتصال رخ نداده و خرابی و خسارت در محل تشکیل مفصل پلاستیک در تیرها رخ دهد. که این نوع خرابی و شکست مطلوب‌تر بوده و باعث افزایش شکل‌پذیری می‌گردد. آنها دریافتند میزان اتلاف انرژی در حالتی که از خاموت‌های دورپیچ استفاده گردیده ۳۴٪ بیشتر از حالتی است که از خاموت‌های معمول استفاده می‌گردد [۷]. کالیریس و کاریانیس در سال ۲۰۱۳ با بررسی رفتار تیرهای بتنی دارای خاموت‌های دورپیچ به این نتیجه رسیدند که رفتار تیرهای بتنی دارای خاموت‌های دورپیچ مستطیلی وابسته به قفل یا باز بودن آرماتورهای دورپیچ بوده که قفل بودن آنها باعث افزایش ظرفیت پیچشی می‌شود و اگر جهت پیچش خلاف جهت آرماتورهای دورپیچ باشد، میزان ظرفیت پیچشی تیرها در مقایسه با تیرهای با خاموت معمول کاهش می‌یابد [۸]. کاتادو و همکارانش در سال ۲۰۱۶ از خاموت‌های دورپیچ مستطیلی در تیرهای بتنی برای تحمل تنش‌های عرضی استفاده کردند. سپس با بررسی نمودار نیرو، خیز و مقایسه‌ی نتایج به دست آمده با آیین نامه ACI318M-14 به این نتیجه رسیدند که استفاده از خاموت‌های دورپیچ مستطیلی باعث افزایش ظرفیت برشی و شکل‌پذیری تیرهای بتنی در مقایسه با تیرهای با خاموت گذاری معمول می‌شود. همچنین به این نتیجه رسیدند که در حالتی که مود شکست برشی قالب است زاویه بهینه ساق‌های خاموت‌های دورپیچ ۸۰ درجه می‌باشد [۹]. کالیریس و کاریانیس در سال ۲۰۱۳ در مقاله‌ای دیگر به این نتیجه رسیدند که تیرهای بتنی دارای خاموت‌های دورپیچ مستطیلی، دارای ظرفیت برشی بیشتری به اندازه ۷٪/۱۴ تا ۷٪/۲۱ و میزان شکل‌پذیری ۱ تا ۶٪/۲ برابر نسبت به تیرهای با خاموت‌های معمول می‌باشند [۱۰]. کورت و کالیریس در سال ۲۰۱۳ با بررسی ۲۴ نمونه تیر بتنی دارای خاموت‌های دورپیچ مستطیلی به این نتیجه رسیدند که استفاده از این نوع خاموت‌ها برای حالت‌های که نسبت طول دهانه به عمق زیاد است دارای عملکرد بهتری نسبت به حالتی است که این نسبت کمتر است. همچنین استفاده از این نوع خاموت که به صورت قفس ساخته می‌شود باعث کاهش هزینه‌های اجرایی و میزان فولاد مصرفی می‌شود [۱۱]. کاریانس و همکارانش در سال ۲۰۰۵ با بررسی سه تیر بتنی تحت بارگذاری یک جهته به این نتیجه رسیدند که استفاده از خاموت‌های دورپیچ مستطیلی باعث افزایش ظرفیت برشی به میزان ۱۵٪ تا ۱۷٪ شده و شکل‌پذیری را افزایش می‌دهد [۱۲]. تگوس و همکارانش در سال ۲۰۱۴ با بررسی ستون‌های دارای خاموت‌های دورپیچ مستطیلی به این نتیجه رسیدند که استفاده از ستون‌های دارای خاموت‌های دورپیچ مستطیلی در هم قفل شده برای ستون‌های طبقات نرم ساختمان‌ها دارای مقاومت و شکل‌پذیری بیشتری می‌باشند [۱۳]. کاریانس و همکارانش در سال ۲۰۰۵ و ۲۰۱۱ از خاموت‌های دورپیچ مستطیلی برای اعضای مستطیلی بتن مسلح استفاده کردند. نتایج آزمایشات نشان داد که استفاده از این نوع خاموت‌گذاری باعث بهبود عملکرد لرزه‌ای قطعات مورد آزمایش نسبت به قطعات مشابه با خاموت‌گذاری معمول می‌گردد [۱۴-۱۵]. تحقیقات جامعی در این زمینه بر روی اتصال تیر به ستون هم انجام شده است [۱۶]. پرکاش و بلربی در سال ۲۰۰۹ و ۲۰۱۰، استفاده از خاموت‌های دورپیچ به عنوان آرماتورهای برشی برای ستون‌های دایره‌ای تحت بارگذاری سیکلی همراه با پیچش، دارای عملکرد لرزه‌ای بهتری نسبت به خاموت‌گذاری معمول می‌گردد [۱۷-۱۸]. استفاده از خاموت‌های دورپیچ به عنوان یک تکنیک جدید در مقاطع مستطیلی برای مقابله با پیچش به طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار

می‌گیرد. از آنجایی که ترک‌های پیچشی تحت تنش‌های اصلی و به صورت قطری می‌باشد، استفاده از این نوع خاموت‌گذاری باعث بهبود عملکرد پیچشی می‌شود [۱۹-۲۱].

هدف از این مطالعه بررسی تاثیر استفاده، نحوه‌ی قرارگیری، زاویه ساق‌های قائم و افقی آرماتورهای دورپیچ مستطیلی تحت بارگذاری پیچشی و بررسی تاثیر اعمال محصور شدگی در منحنی تنش - کرنش بتن بر روی نتایج می‌باشد.

۲- مدل سازی اجزاء محدود

در این تحقیق، رفتار تیرهای دارای خاموت‌های دورپیچ مستطیلی با استفاده از روش اجزاء محدود و به کمک نرم افزار ABAQUS شبیه‌سازی شده‌است. با توجه به رفتار غیرخطی فولاد و بتن روش‌های تحلیل ضمنی (Implicit) توانایی همگرایی جواب را نداشته و به همین دلیل از روش صریح (Explicit) استفاده شده‌است. جهت صحت‌سنجی مدل‌سازی انجام شده، تیرهای ساخته شده توسط نسیم شاترات و همکارانش در نرم‌افزار مدل شده است و تحت بارگذاری خمشی چهارنقطه‌ای قرار گرفتند و نتایج حاصله با نتایج تیرهای مقاله مرجع مقایسه گردید. پس از صحت‌سنجی، تیرهای حاصله تحت بارگذاری پیچشی قرار داده شدند و نتایج آنها مورد بررسی قرار گرفت.

۲-۱- ارزیابی مدل اجزای محدود

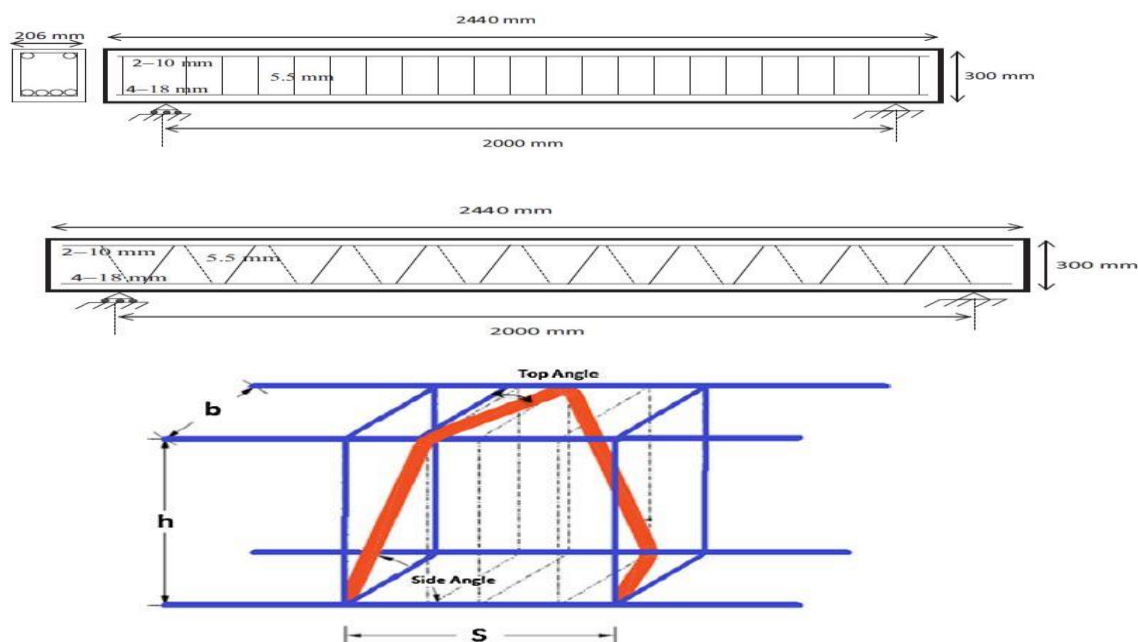
جهت اطمینان از نحوه‌ی مدل‌سازی و نتایج بدست آمده از نرم افزار تیرهای مقاله‌ی مرجع را به روشی که در ادامه توضیح داده شده است، مدل‌سازی شدند و نتایج بدست آمده با نتایج مقاله‌ی مرجع مقایسه گردید. مشخصات و نحوه‌ی بارگذاری تیرهای شاترات و همکارانش در جدول ۱ و شکل‌های ۱، ۲ و ۳ آمده‌اند. همچنین مشخصات مصالح مصرفی در تیرهای مقاله مرجع در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۱: مشخصات تیرهای استفاده شده در مقاله مرجع

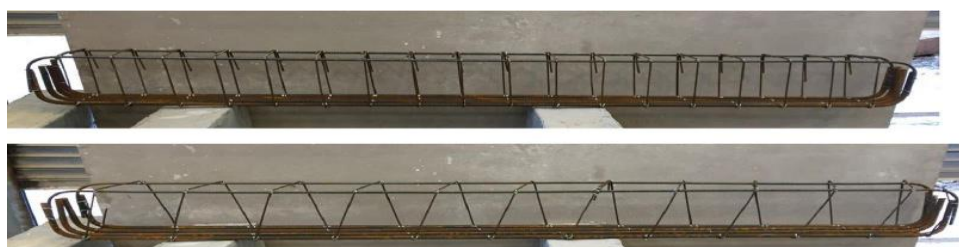
گروه	نام تیر	فاصله واقعی میلی متر	زاویه کناری (درجه)	زاویه بالای	a/d	pt	P _{max} (KN)	□ _{max} (mm)	V _{max} (KN)	Θ (زاویه)
G1	G1-C	۱۲۵	۹۰	۰	۲/۵	-۰/۰۰۳۰۳	۱۶۵/۲۲	۷/۰۳۱	۸۲/۶۱	۲۸
	G1-76	۱۳۲	۷۶	۰	۲/۵	-۰/۰۰۳۰۳	۲۰۶/۸۵	۶/۰۱۷	۱۰۳/۴۲۵	۳۴/۵
	G1-81	۱۲۸	۸۱	۸	۲/۵	-۰/۰۰۳۰۳	۲۴۰/۰۱	۵/۲۹۳	۱۲۰/۰۰۵	۳۵
	G1-85	۱۲۷	۸۵	۱۴	۲/۵	-۰/۰۰۳۰۳	۱۸۳/۶۹	۴/۲۳۵	۹۱/۸۴۵	۲۸/۵
G2	G2-C	۱۵۰	۹۰	۰	۲/۵	-۰/۰۰۲۵۳	۱۶۶/۸۴	۷/۱۷۵	۸۳/۴۲	۲۷
	G2-73	۱۶۱	۷۳	۰	۲/۵	-۰/۰۰۲۵۳	۱۸۹/۶۸	۷/۴۶۲	۹۴/۸۴	۲۷
	G2-79	۱۵۵	۷۹	۱۰	۲/۵	-۰/۰۰۲۵۳	۲۰۴/۸	۷/۱۸۳	۱۰۲/۴	۲۹/۵
	G2-85	۱۵۴	۸۵	۱۸	۲/۵	-۰/۰۰۲۵۳	۱۷۱/۲۳	۶/۶۲	۸۵/۶۱۵	۲۸/۵
G3	G3-C	۲۰۰	۹۰	۰	۲/۵	-۰/۰۰۱۸۹	۱۶۵/۹۳	۷/۱۴۹	۸۲/۹۶۵	۲۲/۵
	G3-62	۲۴۸	۶۲	۰	۲/۵	-۰/۰۰۱۸۹	۱۸۶/۴۱	۷/۳۳۶	۹۳/۲۰۵	۲۶/۵
	G3-70	۲۲۳	۷۰	۸	۲/۵	-۰/۰۰۱۸۹	۲۱۳/۴۶	۶/۰۳۳	۱۰۶/۷۳	۳۶
	G3-75	۲۱۵	۷۵	۱۴	۲/۵	-۰/۰۰۱۸۹	-	-	-	-
	G3-80	۲۱۱	۸۰	۲۰	۲/۵	-۰/۰۰۱۸۹	۲۶۸/۵۴	۷/۸۹۲	۱۳۴/۲۷	۲۲/۵
	G3-85	۲۱۱	۸۵	۲۷	۲/۵	-۰/۰۰۱۸۹	۲۱۶/۸۶	۷/۹۵۴	۱۰۸/۴۳	۲۵/۵
G4	G4-C	۱۲۵	۹۰	۰	۳	-۰/۰۰۳۰۳	۱۸۱/۸	۹/۹۰۲	۹۰/۹	۲۶/۵
	G4-76	۱۳۲	۷۶	۰	۳	-۰/۰۰۳۰۳	۲۱۵/۱۴	۱۰/۰۱	۱۰۷/۵۷	۳۰
	G4-81	۱۲۸	۸۱	۸	۳	-۰/۰۰۳۰۳	۲۰۴/۴	۹/۴۱	۱۰۲/۲	۲۹
	G4-85	۱۲۷	۸۵	۱۴	۳	-۰/۰۰۳۰۳	۲۰۱/۹۶	۶/۵۷۴	۱۰۰/۹۸	۲۶/۵

ادامه جدول (۱):

گروه	نام تیر	فاصله واقعی میلی متر	زاویه کناری (درجه)	زاویه بالای	a/d	pt	P_{max} (KN)	\square_{max} (mm)	V_{max} (KN)	Θ (زاویه)
G5	G5-C	۱۵۰	۹۰	۰	۳	-۰/۰۰۲۵۳	۱۶۳/۱۳	۶/۰۳۸	۸۱/۵۶۵	۲۲/۵
	G5-73	۱۶۱	۷۳	۰	۳	-۰/۰۰۲۵۳	۱۶۵/۶۴	۵/۳۹۳	۸۲/۸۲	۲۷/۵
	G5-79	۱۵۵	۷۹	۱۰	۳	-۰/۰۰۲۵۳	۱۸۱/۸۸	۴/۴۵۲	۹۰/۹۴	۲۷
	G5-85	۱۵۴	۸۵	۱۸	۳	-۰/۰۰۲۵۳	۱۹۱/۸۷	۶/۰۷۷	۹۵/۹۳۵	۲۹/۵
G6	G6-C	۲۰۰	۹۰	۰	۳	-۰/۰۰۱۸۹	۱۴۶/۵۵	۶/۸۵۳	۷۳/۲۷۵	۲۵/۷
	G6-62	۲۴۸	۶۲	۰	۳	-۰/۰۰۱۸۹	۱۵۵/۶۷	۶/۷۱۶	۷۷/۸۳۵	۲۷
	G6-70	۲۲۳	۷۰	۸	۳	-۰/۰۰۱۸۹	۱۷۶/۷۸	۸/۲۱	۸۸/۳۹	۳۰
	G6-75	۲۱۵	۷۵	۱۴	۳	-۰/۰۰۱۸۹	۱۶۶/۳۷	۷/۹۲۳	۸۳/۱۸۵	۲۷
	G6-80	۲۱۱	۸۰	۲۰	۳	-۰/۰۰۱۸۹	۱۹۸/۲۹	۸/۶۹۶	۹۹/۱۴۵	۲۵/۵
	G6-85	۲۱۱	۸۵	۲۷	۳	-۰/۰۰۱۸۹	۱۴۸/۷۱	۶/۲۰۴	۷۴/۳۵۵	۲۹/۵



شکل ۱: مشخصات تیرهای تهیه شده توسط شاترات و همکارانش [۹]



شکل ۲: نمونه‌ای از تیرهای تهیه شده توسط شاترات و همکارانش [۹]

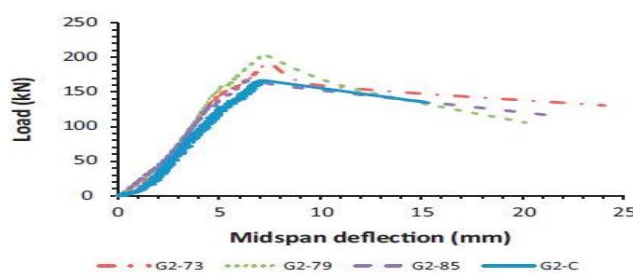


شکل ۳: نحوه‌ی بارگذاری خمش چهار نقطه‌ای تیرهای تهیه شده توسط شاترات و همکارانش [۹]

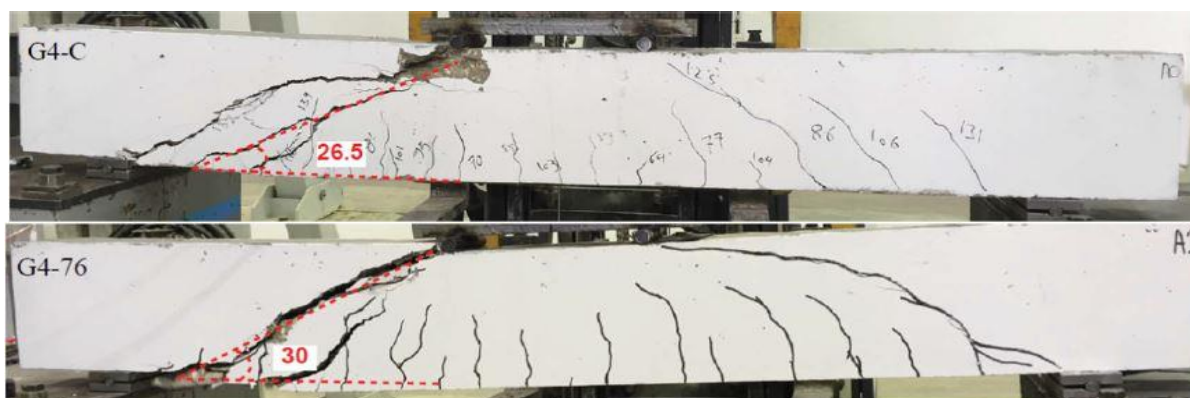
جدول ۲: مشخصات فولاد و بتن استفاده شده در مقاله مرجع

تنش تسلیم آرماتورهای طولی	تنش گسیختگی آرماتورهای طولی	تنش تسلیم آرماتورهای عرضی	تنش گسیختگی آرماتورهای عرضی	مقاومت مشخصه بتن
f_y (MPa) = ۴۵۵	f_u (MPa) = ۶۴۰	f_y (MPa) = ۲۹۰	f_u (MPa) = ۴۰۳	f_c (MPa) = ۳۰/۲

در شکل‌های ۴ و ۵ نمونه‌های از نتایج ارائه شده در تحقیق شاترات و همکارانش جهت کالیبره کردن نرم‌افزار آباکوس ارائه شده است.



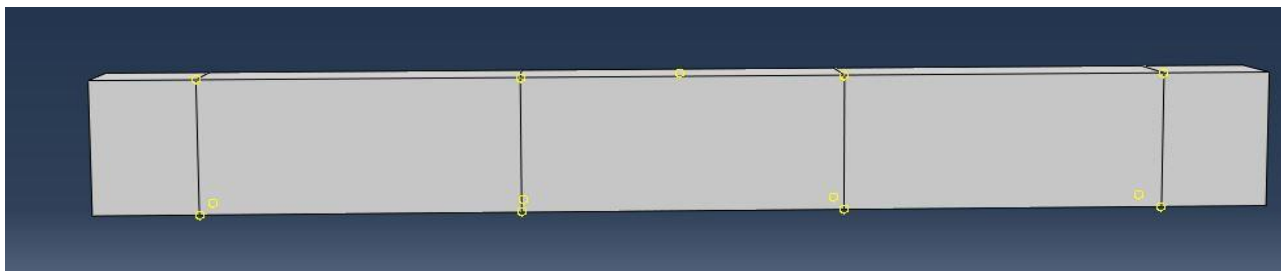
شکل ۴: نمودار نیرو-خیز مربوط به خمش چهار نقطه‌ای تیرهای تهیه شده توسط شاترات و همکارانش [۹]



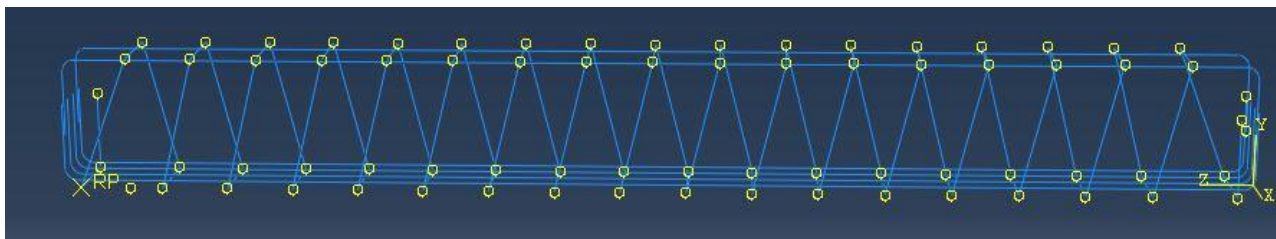
شکل ۵: تصاویر تیرهای شکسته شده مربوط به خمش چهار نقطه‌ای تیرهای تهیه شده توسط شاترات و همکارانش [۹]

۲-۲- مدل سازی

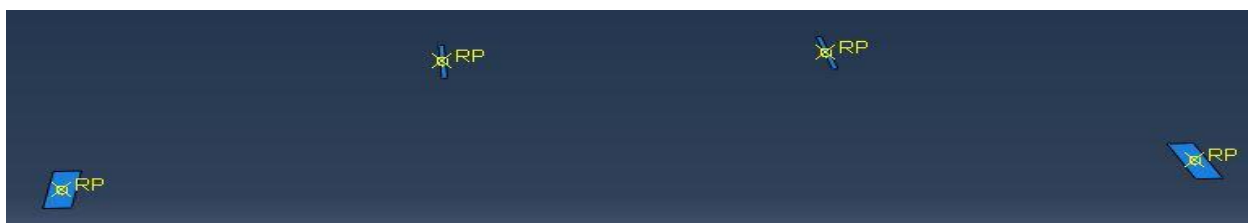
برای مدل‌سازی تیرها قسمت‌های مختلف آنها را به صورت پارتهایی (part) به شکل زیر که در آن قسمت بتنی را از 3D-Deformable-Solid-Extrusion و برای مدل‌سازی خاموت‌ها از 3D-Deformable-Wire و همچنین برای مدل‌سازی قطعات اعمال بار و تکیه‌گاه‌ها از 3D-Discrete Rigid-shell-Extrusion مطابق شکل‌های ۶ تا ۸ استفاده شده است.



شکل ۶: قسمت بتنی تیرهای مدل سازی شده برای خمش چهار نقطه‌ای



شکل ۷: نمونه‌ای از آرماتورهای مدل سازی شده برای تیرها برای خمش چهار نقطه‌ای



شکل ۸: تکیه‌گاه‌ها و قطعات اعمال بار برای خمش چهار نقطه‌ای

۲-۳- شبیه سازی رفتار مصالح

۲-۳-۱- مدل سازی خواص بتن

در این تحقیق برای مدل سازی بتن از مدل بتن آسیب دیده‌ی پلاستیک CDP (Concrete Damaged Plasticity) استفاده شده است. در این نوع مدل سازی از دو مکانیسم گسیختگی بتن یعنی ترک خوردگی کششی و خردشدگی فشاری استفاده شده است. این مکانیسم‌ها ناشی از ایجاد و گسترش ترک‌ها می‌باشند [۲۲]. برای معرفی رفتار کامل بتن علاوه بر پارامترهای الاستیک بتن باید با استفاده از مدل CDP مقادیر عددی پارامترهای اختصاصی معرف رفتار بتن در کشش و فشار به نرم افزار داده شوند [۲۳]. پارامترهایی که رفتار پلاستیک بتن را توصیف می‌کنند، در جدول شماره ۳ آمده است. گفتنی است که این پارامترها به صورت کامل در Manual نرم افزار ABAQUS توضیح داده شده‌اند. در نتیجه از توضیح آنها صرف نظر می‌شود. اعداد موجود در جدول شماره ۳ مقادیر پیشنهادی نرم افزار برای پارامترهای CDP است.

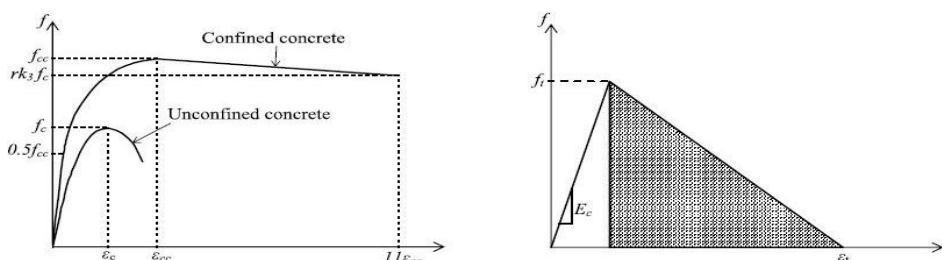
جدول ۳: پارامترهای مورد نیاز بتن به روش CDP در تعریف رفتار پلاستیک

Φ	خروج از مرکزیت	f_{b0}/f_{c0}	K	ویسکوزیته
۳۰	۰/۱	۱/۱۶	۰/۶۶۶۷	۰/۰۱

در مدل سازی صورت گرفته با فرض پیوستگی کامل میان بتن و آرماتورها، به اندرکنش بتن و فولاد که در رفتار سخت شدگی کششی بتن تعریف می شود، اکتفا گردید. در واقع میلگردهای طولی و برشی به صورت مدفون و محاط در بتن (Embedded) مدل شده اند [۲۳].

۲-۳-۲- محصور شدگی در بتن

پیرامون افزودن محصور شدگی ناشی از خاموت های دورپیچ در مدل های نرم افزاری مقالات زیادی وجود دارد که می توان به کارهای یانگ و البادی در سال ۲۰۱۱ [۲۴]، تاو و همکارانش در سال ۲۰۱۳ [۲۵]، ته و همکارانش در سال ۲۰۰۳ [۲۶]، چن و لین در سال ۲۰۰۵ [۲۷]، و مقدم و همکارانش در سال ۲۰۱۰ [۲۸] اشاره کرد. آنها در مقالات خود به نحوه ای اعمال محصور شدگی در مدل های عددی اشاره کرده اند. برای اعمال محصور شدگی در تیرهای مقاله مرجع از فرمول ها و روابط ارائه شده توسط یانگ و البادی در سال ۲۰۱۱ [۲۴]، که محصور شدگی را در منحنی تنش - کرنش فشاری بتن در نظر گرفته اند، استفاده شده است. در شکل ۹ نمودارهای فشاری و کششی مربوطه آمده است.



شکل ۹: منحنی تنش - کرنش فشاری ارائه شده برای بتن محصور شده توسط یانگ و البادی [۲۴]

۲-۴- مدل سازی خواص فولاد

برای استفاده از نرم افزار در مدل سازی عددی به نمودار تنش - کرنش فولاد نیاز است و با توجه به این که در مقاله مرجع این نمودار ارائه نشده است، نمودار فوق برای فولادهای با تنش تسلیم مشابه از نرم افزار ETABS استخراج شد و در مدل سازی استفاده گردید. نتایج این کار در جدول های ۴ و ۵ آمده اند.

جدول ۴: پارامترهای مورد استفاده در آرماتورهای عرضی

ضریب پواسون	مدول یانگ (MPa)	وزن مخصوص (N/mm ³)	کرنش پلاستیک	تنش تسلیم (MPa)
۰/۳	۲۱۰۰۰۰	۷/۸۵ ^{-۵}	۰	۲۷۰
			۰/۰۰۱۳۷۹	۲۷۵/۸
			۰/۰۳۱۱۱۱	۳۲۱/۷
			۰/۰۶۴۴۴	۳۶۷/۷
			۰/۱۲	۴۱۳/۷

جدول ۵: پارامترهای مورد استفاده در آرماتورهای طولی

ضریب پواسون	مدول یانگ (MPa)	وزن مخصوص (N/mm ³)	کرنش پلاستیک	تنش تسلیم (MPa)
۰/۳	۲۱۰۰۰۰	۷/۸۵ ^{-۵}	۰	۴۱۳
			۰/۰۰۸	۴۱۴
			۰/۰۱۸۸	۴۸۲
			۰/۰۴۵۶	۵۵۱/۶
			۰/۰۹	۶۲۰/۵۳
			۰/۱۰۸	۲۶۰/۶۲

۲-۵- شرایط مرزی

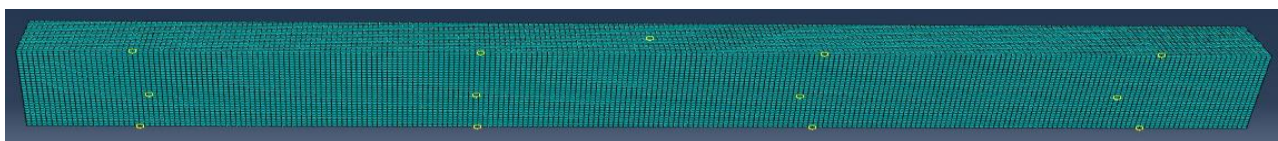
برای بارگذاری تیر از دو قطعه‌ی صلب بسته شده به سطح بالایی تیر در محل بارگذاری و مقید کردن این قطعات به حرکت در راستای (Y-) به اندازه ۱۲mm، استفاده گردید. تکیه‌گاه‌ها به صورت دو قطعه صلب که دارای ضریب اصطکاک ۰/۲ با بتن هستند و در راستای قائم بر روی تکیه‌گاه مقید نگردیده‌اند، مدل شده‌اند.

۲-۶- المان‌های بکار رفته در تحلیل عددی

با توجه به رفتار سه بعدی بتن المان‌های C3D8R (المان پیوسته، سه بعدی، هشت نقطه‌ای با انتگرال کاهش یافته) برای مدل سازی آن مد نظر قرار گرفته‌اند. همچنین برای آرماتورهای طولی و عرضی از المان T3D2 (المان خرابایی، سه بعدی، دو نقطه‌ای) استفاده شده‌است. برای قطعات تکیه‌گاه و قطعات بارگذاری نیز از المان‌های R3D4 (المان صلب، سه بعدی، چهارنقطه‌ای) کمک گرفته شده‌است.

۲-۷- آنالیز حساسیت سنجی مش بندی

در مدل سازی برای المان‌های تیر بتنی و آرماتورها به ترتیب از روش Hex و Linear استفاده شده‌است. همچنین آنالیز حساسیت سنجی مش بندی برای یکی از تیرهای مقاله مرجع صورت گرفت. در واقع هر قدر میزان مش بندی ریزتر می‌شد، زمان آنالیز افزایش می‌یافت و نتایج تحلیل دقیق تر می‌گردید. در نهایت مش ۱۰mm برای تمام قسمت‌های تیر و تکیه‌گاه‌ها و قطعات بارگذاری انتخاب گردید. نمونه مش بندی‌ها در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ آمده است.

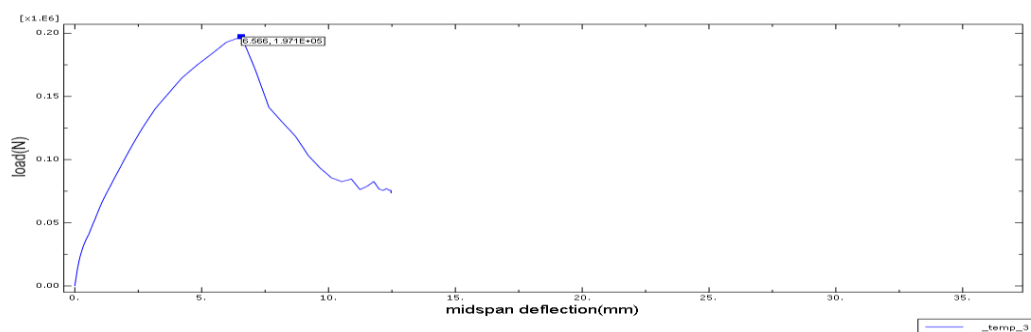


شکل ۱۰: مش بندی قسمت بتنی تیر بتن آرمه

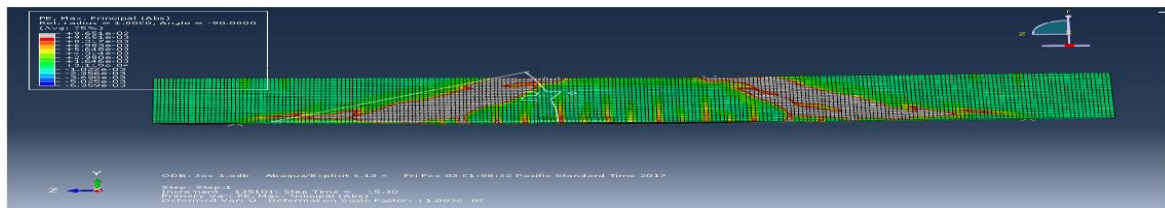


شکل ۱۱: مش بندی آرماتورها و قطعات تکیه‌گاهی و قطعات اعمال نیرو

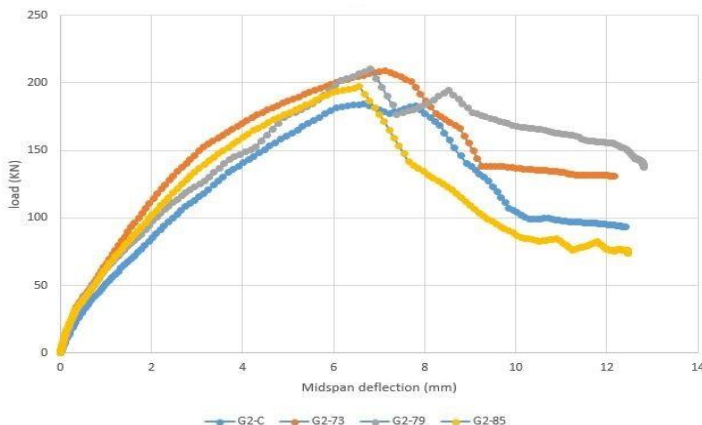
نمونه‌ای از نمودارهای ارائه شده توسط نرم افزار آباکوس در شکل ۱۲ دیده می‌شود. همچنین محل شکست تیر در نرم افزار در شکل ۱۳ آورده شده‌است. در شکل ۱۴ نیز خروجی‌های نرم افزار برای تیرهای گروه G2 آمده‌است.



شکل ۱۲: خروجی نرم افزار آباکوس برای نمودار نیرو - خیز مربوط تیر G2-85



شکل ۱۳: خروجی نرم افزار آباکوس برای محل شکست تیر G4-C در نرم افزار



شکل ۱۴: خروجی نرم افزار آباکوس برای تیرهای گروه G2

جدول ۶: نتایج بدست آمده از نرم افزار و نتایج آزمایشگاهی

نتایج به دست آمده از آزمایش های شاترات و همکارانش [5]				نتایج به دست آمده از نرم افزار		
نام تیر (فاصله واقعی)	P_{max} (kN)	δ_{max} (mm)	θ (درجه)	P_{max} (kN)	δ_{max} (mm)	θ (درجه)
G1-C(125)	۱۶۵/۲۲	۷/۰۳۱	۲۸	۱۷۱/۷	۶/۷۰۲	۲۸
G1-76(132)	۲۰۶/۸۵	۶/۰۱۷	۳۴/۵	۲۰۸/۷	۶/۶۶۶	۳۶
G1-81(128)	۲۴۰/۰۱	۵/۲۹۳	۳۵	۲۳۲/۷	۶/۸۴۳	۳۵
G1-85(127)	۱۸۳/۶۹	۴/۲۳۵	۲۸/۵	۱۸۲/۱	۴/۹۰۹	۳۰
G2-C(150)	۱۶۶/۸۴	۷/۱۷۵	۲۷	۱۸۳/۱	۶/۷۷۵	۳۷
G2-73(161)	۱۸۹/۶۸	۷/۴۶۲	۲۷	۲۰۶/۹	۶/۷۴۲	۳۳
G2-79(155)	۲۰۴/۸	۷/۱۸۳	۲۹/۵	۲۱۰/۲	۶/۸۰۶	۳۰
G2-85(154)	۱۷۱/۲۳	۶/۶۲	۲۸/۵	۱۹۷/۱	۶/۵۶۶	۳۱
G3-C(200)	۱۶۵/۹۳	۷/۱۴۹	۲۲/۵	۱۸۲/۱	۷/۱۲۸	۲۷
G3-62(248)	۱۸۶/۴۱	۷/۳۳۶	۲۶/۵	۱۹۳/۹	۷/۱۷۶	۲۶
G3-70(223)	۲۱۳/۴۶	۶/۰۳۳	۳۶	۲۰۶/۸	۶/۱۴۸	۳۲
G3-75(215)	-	-	-	-	-	-
G3-80(211)	۲۶۸/۵۴	۷/۸۹۲	۲۲/۵	۲۶۸/۹	۸/۰۷۲	۲۴
G3-85(211)	۲۱۶/۸۶	۷/۹۵۴	۲۵/۵	۲۲۳/۸	۸/۰۶۱	۲۶
G4-C(125)	۱۸۱/۸	۹/۹۰۲	۲۶/۵	۱۹۹/۵	۹/۲۲۵	۲۸
G4-76(132)	۲۱۵/۱۴	۱۰/۰۱	۳۰	۲۱۴/۳	۹/۷۷۷	۲۷

ادامه جدول ۶:

نتایج به دست آمده از آزمایش‌های شاترات و همکارانش [5]				نتایج به دست آمده از نرم افزار		
نام تیر (فاصله واقعی)	P_{max} (kN)	\square_{max} (mm)	θ (درجه)	P_{max} (kN)	\square_{max} (mm)	θ (درجه)
G4-81(128)	۲۰۴/۴	۹/۴۱	۲۹	۲۰۸/۲	۹/۲۴۹	۳۶
G4-85(127)	۲۰۱/۹۶	۶/۵۷۴	۲۶/۵	۱۸۸	۷/۴۶	۴۱
G5-C(150)	۱۶۳/۱۳	۶/۰۳۸	۲۲/۵	۱۵۷/۱	۶/۴۱۳	۱۹
G5-73(161)	۱۶۵/۶۴	۵/۳۹۳	۲۷/۵	۱۵۷	۵/۷۶۴	۳۵
G5-79(155)	۱۸۱/۸۸	۴/۴۵۲	۲۷	۱۵۰/۱	۵/۲۰۱	۲۷
G5-85(154)	۱۹۱/۸۷	۶/۰۷۷	۲۹/۵	۱۶۸/۴	۶/۹۶۲	۳۰
G6-C(200)	۱۴۶/۵۵	۶/۸۵۳	۲۵/۷	۱۵۷/۶	۶/۴۱۴	۲۷
G6-62(248)	۱۵۵/۶۷	۶/۷۱۶	۲۷	۱۴۶/۸	۶/۴۳۳	۲۷
G6-70(223)	۱۷۶/۷۸	۸/۲۱	۳۰	۱۸۶	۸/۲۰۵	۳۰
G6-75(215)	۱۶۶/۳۷	۷/۹۲۳	۲۷	۱۷۸/۵	۷/۶۷۳	۲۸
G6-80(211)	۱۹۸/۲۹	۸/۶۹۶	۲۵/۵	۱۹۷/۶	۸/۲۹۵	۲۸
G6-85(211)	۱۴۸/۷۱	۶/۲۰۴	۲۹/۵	۱۵۰/۹	۶/۲۸۵	۳۰

۳- تحلیل نتایج

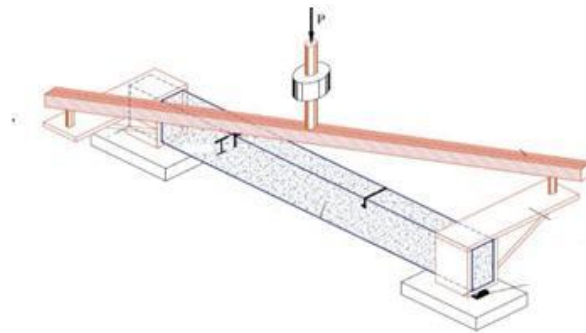
با توجه به نتایج بدست آمده از شکل ۱۴ مشاهده می‌شود که اختلاف اندکی بین نتایج شاترات و همکارانش با نتایج به دست آمده از نرم‌افزار آباکوس وجود دارد. از دلایل اختلاف‌های موجود می‌توان به فرض همگن بودن مصالح و ایدال‌سازی‌های موجود در مدل‌سازی و همچنین زیاد بودن تعداد پارامترهای موثر در مدل‌سازی توسط نرم‌افزار اشاره کرد. در جدول ۶ نتایج آزمایشگاهی و نتایجی که از نرم‌افزار به دست آمده به طور کامل آورده شده‌است. همان‌طور که در این جدول دیده می‌شود، اختلاف اندکی بین نتایج آزمایشگاهی و نتایج نرم‌افزار وجود دارد و صحت‌سنجی عملکرد نرم‌افزار انجام شده‌است. تیرهایی که در نام‌گذاری آنها از حرف C استفاده شده‌است، دارای خاموت‌گذاری معمول می‌باشند و عدد داخل پرانتز بیانگر فاصله و عدد بیرون پرانتز زاویه ساق‌ها را نشان می‌دهد. از نتایج جدول شماره ۶ مشاهده می‌شود که اختلاف اندکی بین نتایج بدست آمده از نرم‌افزار و نتایج آزمایشگاهی وجود دارد، که بیانگر صحت عملکرد نرم‌افزار می‌باشد. لازم به ذکر است که خواص پلاستیک به دست آمده برای تیرهای مدل‌سازی شده از طریق سعی و خطا و بر اساس نتایج آزمایشگاهی برای یک حالت خاص بدست آمده‌اند.

۴- اعمال بارگذاری پیچشی

در این مرحله برای اعمال بارگذاری پیچشی، تکیه‌گاه‌ها و قطعات اعمال بار حذف شدند و قطعات صلبی مانند شکل ۱۵ به دو انتهایی تیر بسته شد. شرایط مرزی مانند شکل ۱۶، که یک نمونه آزمایشگاهی می‌باشد، به تیرها اعمال گردید. برای حالت اول اعمال بارگذاری پیچشی، یکسر تیر را کاملاً گیر دار در نظر گرفته و در سر دیگر، تنها دوران حول محور ۳ آزاد نگه داشته شده‌است. بارگذاری پیچشی به سر آزاد تیر و در دو جهت مثبت و منفی اعمال می‌گردد. در حالت دوم، در دو سر تیر تمام درجه‌های آزادی به‌جز دوران حول محور ۳ مقید گردیده و بارگذاری پیچشی را در دو سر تیر به صورت مختلف‌الجهت در دو جهت مثبت و منفی به اندازه ۰/۵ رادیان و به صورت smooth step به تیرها اعمال می‌گردد. همچنین تمام مقید سازی‌ها در Initial، step و تمام بارگذاری‌ها را در load، step اعمال می‌گردد.



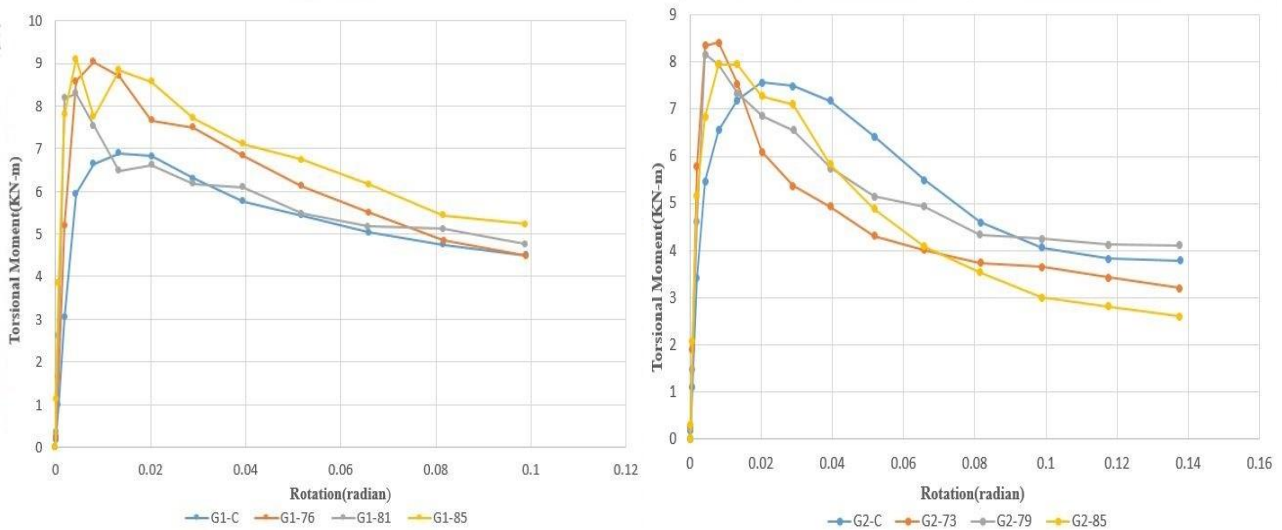
شکل ۱۵: قطعات ایجاد شده برای اعمال شرایط مرزی و اعمال بارگذاری پیچشی



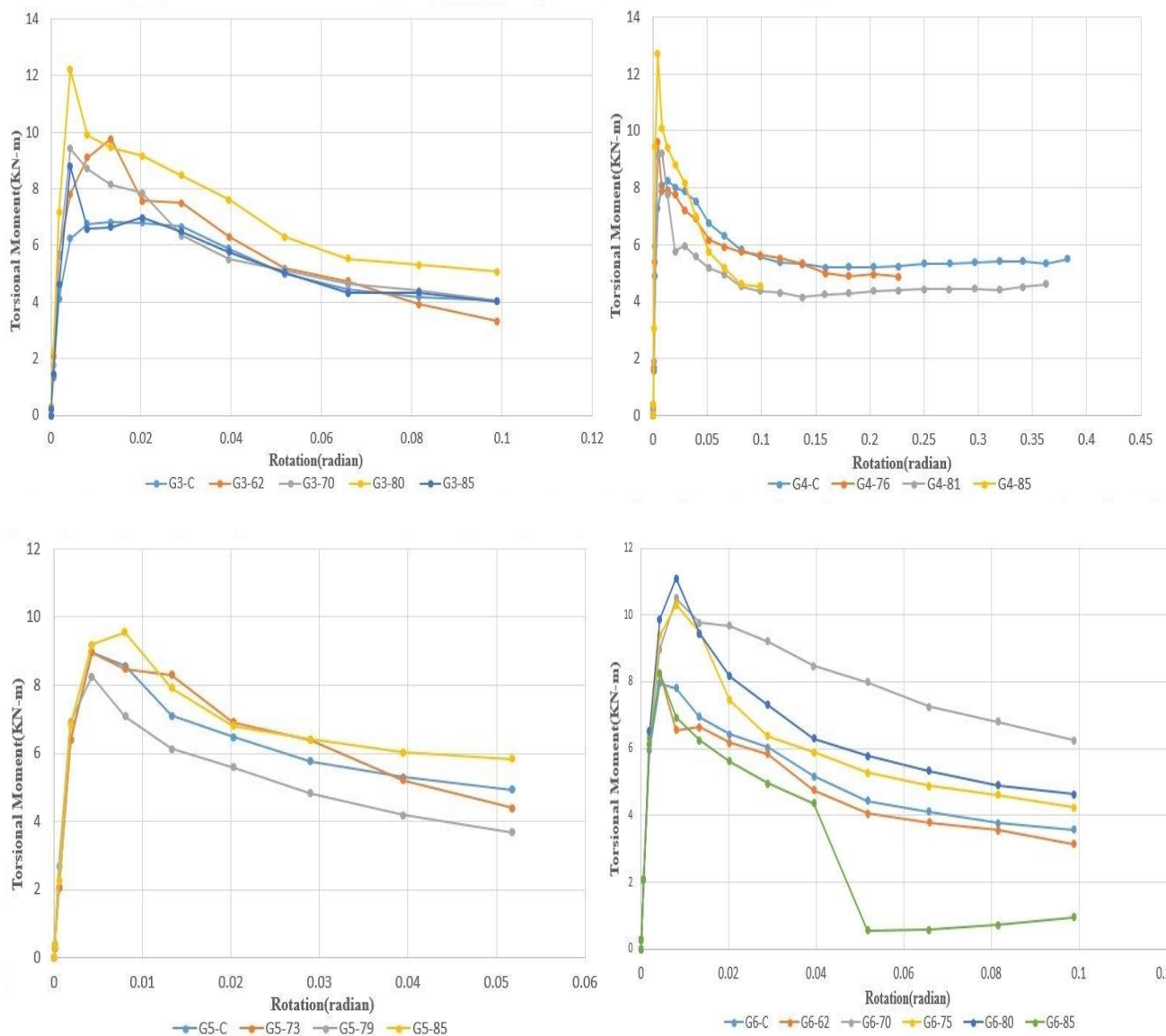
شکل ۱۶: نحوه‌ی اعمال شرایط مرزی و اعمال بارگذاری پیچشی در آزمایشگاه [۸]

۵-ارائه و بررسی نتایج آزمایشات و مقایسه با آزمایشات مشابه

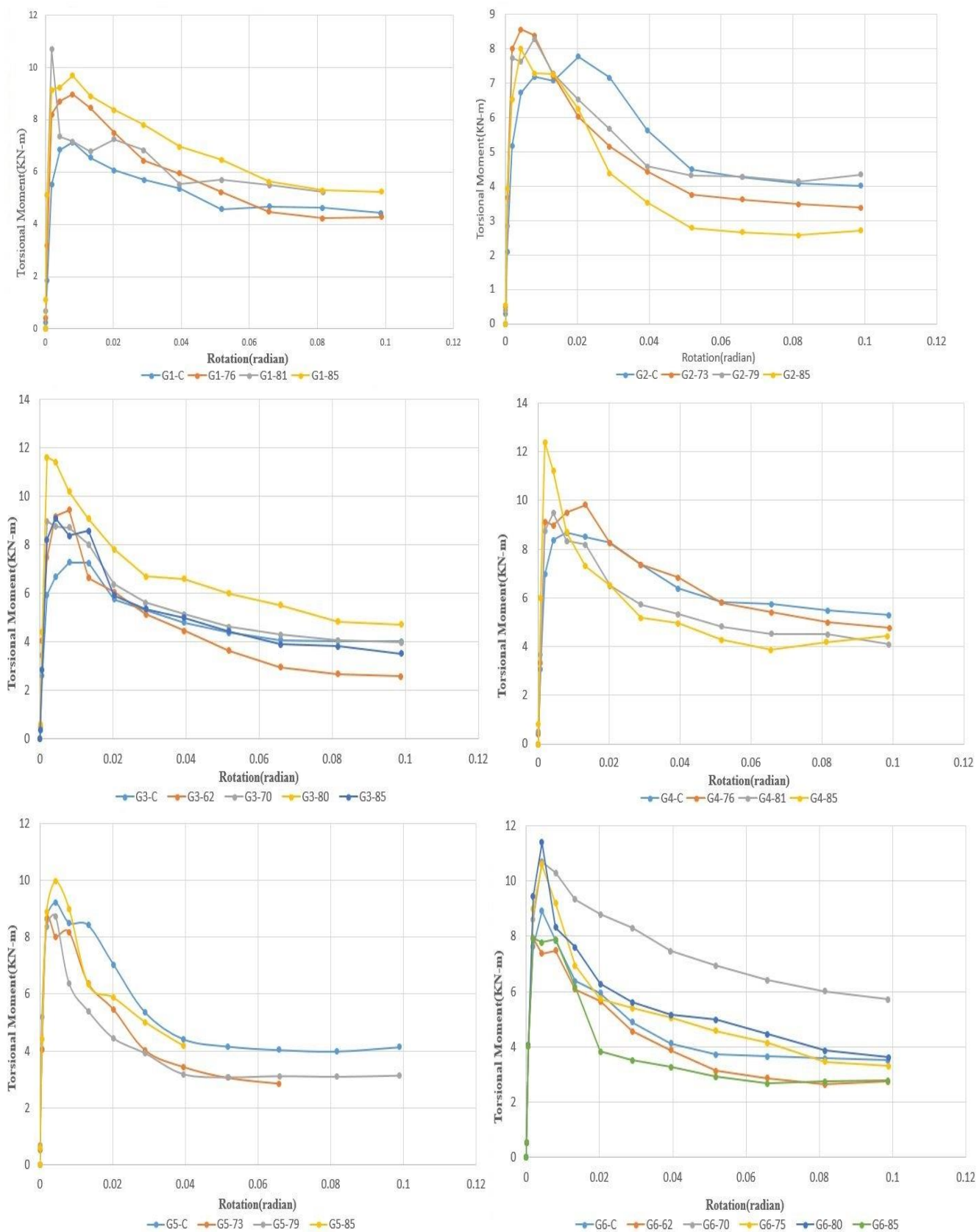
در شکل‌های ۱۷ تا ۲۰ نتایج بارگذاری پیچشی، زاویه پیچش برای حالات مختلف بارگذاری دیده می‌شود.



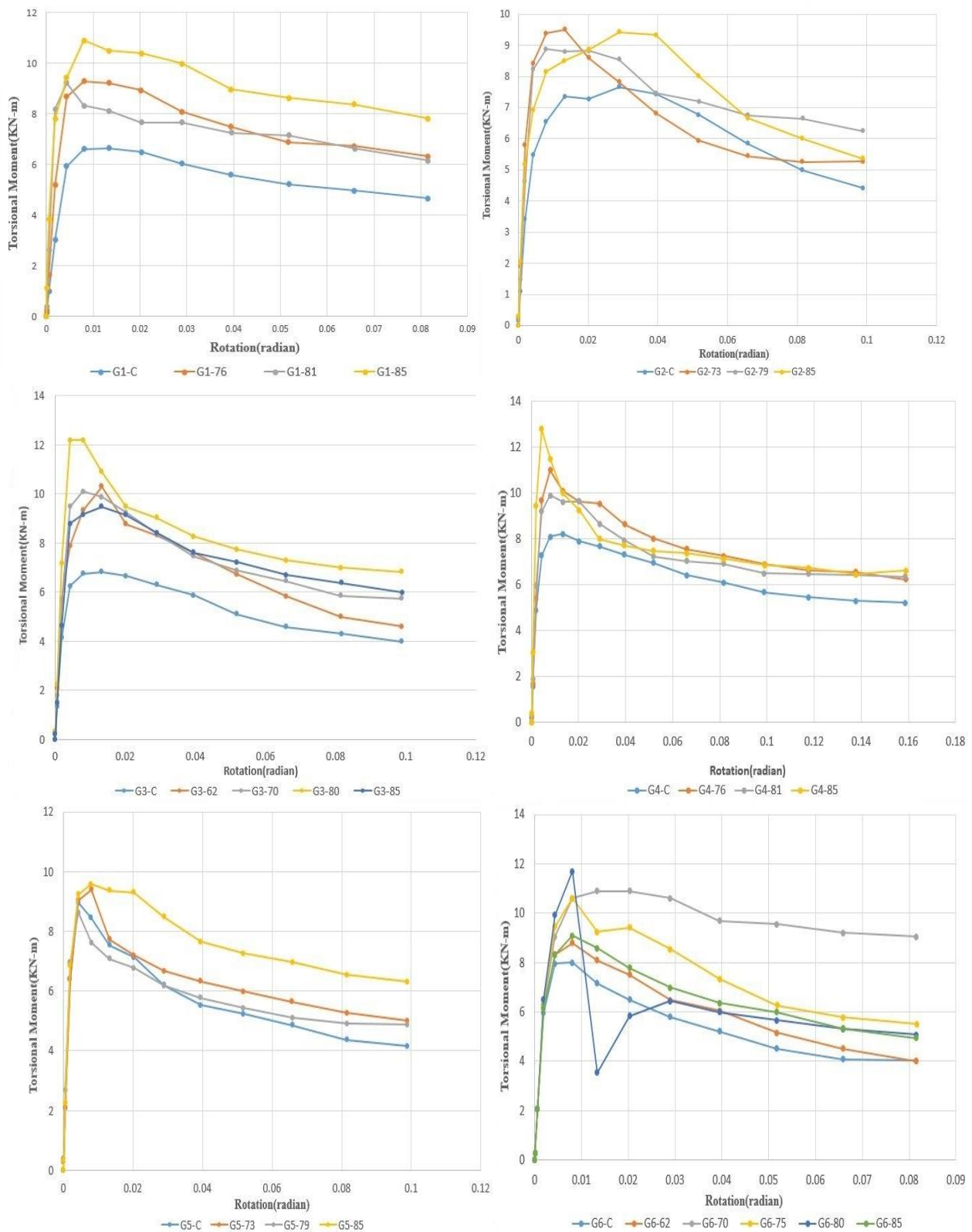
شکل ۱۷: بارگذاری از یک سمت تیر و در جهت پیچش خاموت‌های دورپیچ



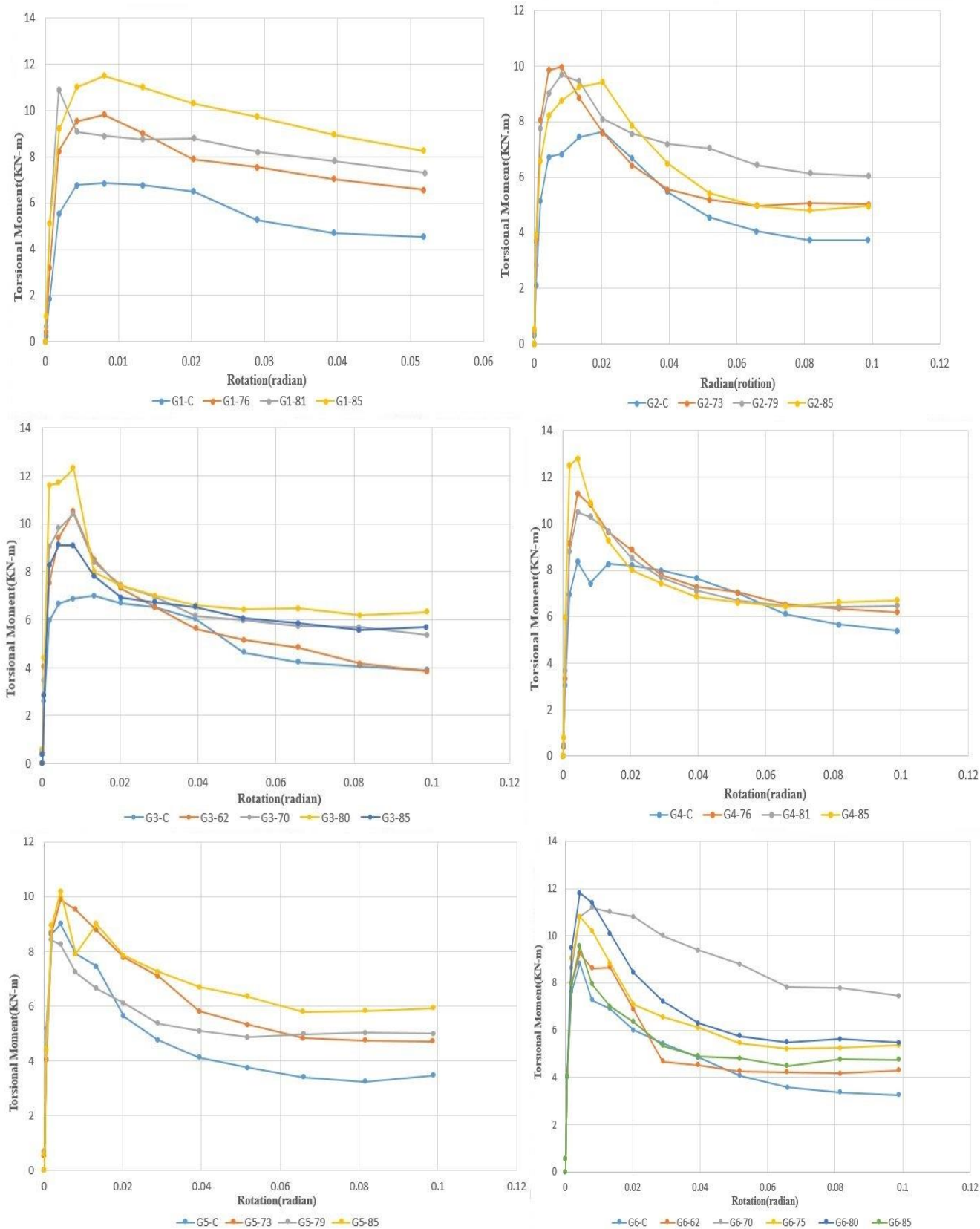
شکل ۱۷: بارگذاری از یک سمت تیر و در جهت پیش‌خاموت‌های دورپیچ



شکل ۱۸: بارگذاری از دو سمت تیر و در جهت پیچش خاموت‌های دورپیچ



شکل ۱۹: بارگذاری از یک سمت تیر و در خلاف جهت پیچش خاموت‌های دورپیچ



شکل ۲۰: بارگذاری از دو سمت تیر و در خلاف جهت پیش خاموت‌های دورپیچ

با توجه به قسمت الاستیک نمودارهای به دست آمده از نرم افزار می توان میزان لنگر ترک خوردگی (T_{cr}) و زاویه پیچش متناسب با آن یعنی (θ_{cr}) را برداشت نمود. در واقع زمانی که نمودار وارد ناحیه غیرخطی می شود، تیر بتنی ترک می خورد و از روی نمودارها می توان این اعداد را برداشت نمود. حداکثر لنگر بعد از ترک خوردگی را (T_{II}) و زاویه متناسب با آن را (θ_{II}) می نامند. از آنجایی که میزان آرماتور در تیرهای مقاله ی مرجع طوری تعیین شده است که شکست برشی قالب باشد، تیرها دارای شکل پذیری کمی می باشند. با توجه به بررسی نتایج، استفاده از خاموت های دورپیچ، باعث افزایش میزان لنگر پیچشی و شکل پذیری نسبت به حالتی که از خاموت های معمول استفاده شده است، می شود. همچنین افزایش میزان آرماتورهای دورپیچ مستطیلی باعث افزایش لنگر پیچشی حداکثر و شکل پذیری نسبت به حالتی که از خاموت های معمول استفاده شده است، می شود.

شکل های ۱۹ و ۲۰ نتایج بارگذاری پیچشی خلاف جهت آرماتورهای دورپیچ را نشان می دهند. هدف از مدل سازی این دسته تیرها با این شرایط بارگذاری بررسی تاثیر قفل شدگی در نتایج مدل سازی بود. با توجه پژوهش های کالیریس و کاریانیس [۸] قفل شدگی باعث محصور شدگی بیشتر بتن و افزایش ظرفیت پیچشی و شکل پذیری، نسبت به حالت استفاده از خاموت های معمول می گردد. اما همان طور که در نتایج مشاهده می شود، از طریق اعمال محصور شدگی با تغییر در نمودار تنش - کرنش و مدفون کردن آرماتورها در بتن نمی توان تاثیر قفل شدگی را در نتایج دید.

۶- نتیجه گیری

- با توجه به مطالعه انجام شده بر روی ۲۷ عدد تیر بتنی تحت اثر لنگر پیچشی نتایج زیر به دست آمد:
- ۱- استفاده از خاموت های دورپیچ مستطیلی که زاویه ی بالایی آنها صفر است، در مقایسه با خاموت های معمول با درصد آرماتور عرضی برابر، به طور متوسط باعث افزایش لنگر پیچشی حداکثر به اندازه ۵ تا ۳۰ درصد می گردد.
 - ۲- استفاده از خاموت های دورپیچ مستطیلی که زاویه ی بالایی آنها صفر نیست، در مقایسه با خاموت های معمول با درصد آرماتور عرضی برابر، به طور متوسط باعث افزایش لنگر پیچشی حداکثر به میزان ۵ تا ۳۵ درصد می شود.
 - ۳- در خاموت های دورپیچ مستطیلی که زاویه ی بالایی آنها صفر نیست، برای زوایای مختلف با درصد آرماتور عرضی برابر، افزایش زاویه بالایی باعث افزایش زاویه کناری می گردد، و حاصل آن افزایش لنگر پیچشی حداکثر می باشد.
 - ۴- در خاموت های دورپیچ مستطیلی که زاویه ی بالایی آنها صفر نیست، برای زوایای مختلف با درصد آرماتور عرضی برابر، افزایش زاویه بالایی تا ۲۰ درجه باعث افزایش لنگر پیچشی حداکثر و بیشتر از آن باعث کاهش لنگر پیچشی حداکثر می گردد.
 - ۵- بررسی نتایج حاصل از خاموت های دورپیچ مستطیلی که زاویه ی بالایی آنها صفر نیست و مقایسه آنها با حالتی که صفر می باشد، نشان می دهد که برای حالاتی که این زاویه کمتر از ۱۴ درجه می باشد، حداکثر لنگر پیچشی حاصل دارای اختلاف کمی با حالت بدون زاویه است و در برخی حالات، هنگامی که زاویه بالایی صفر است، لنگر پیچشی بیشتری حاصل می گردد.
 - ۶- مقایسه نتایج حاصل از تیرهایی که در آنها از خاموت های دورپیچ مستطیلی با زاویه ی بالایی صفر و مخالف صفر استفاده شده است، نشان می دهد که تفاوت زیادی بین نتایج حالت با زاویه و بدون زاویه دیده نمی شود. از لحاظ اجرایی استفاده از خاموت های دورپیچ با زاویه بالایی صفر درجه با توجه به سهولت ساخت و کاهش هزینه های تولید آنها توصیه می گردد.
 - ۷- اعمال محصورشدگی با تغییر در نمودار تنش - کرنش بتن و مدفون کردن آرماتورها در بتن، نمی تواند تاثیر عدم قفل شدگی ناشی از مختلف الجهد بودن لنگر پیچشی با خاموت های دورپیچ مستطیلی را نشان دهد.

منابع و مراجع

- [1] Park, R. and Paulay, T. (1975). *Reinforced concrete structures*. New Zealand: Christchurch, 663.
- [2] Saatcioglu, M. and Razvi, S. (1992). Strength and ductility of confined concrete. *J Struct Eng ASCE*, 25, 1590-1607.
- [3] Sheik, S and Toclucu, M. (1993). Reinforced concrete columns confined by circular spirals and hoops. *ACI Struct*, 5, 542-553.

- [4] Tsitotas, M.A. and Tegos, IA. (1995). Seismic behaviour of r/c columns and beams with interlocking spirals. *Adv Earthquake Eng*, 5, 449–461.
- [5] Qian, L. and Belarbi, A. (2011). Seismic behaviour of RC Columns with spirals under combined loadings including torsion. *Procedia Engineering*, 14, 1281–1291.
- [6] Mondal, T.G. and Prakash, SS. (2016). Nonlinear finite-element analysis of RC bridge columns under torsion with and without axial compression. *Journal of Bridge Engineering*, 21, 1-13.
- [7] Karayannis, C. and Sirkelis, G. (2005). Response of columns and joints with spiral shear reinforcement. *Computational Methods and Experimental Measurements*, 6, 455–463.
- [8] Chalioris, C.E. and Karayannis, C.G. (2013). Experimental investigation of RC beams with rectangular spiral reinforcement in torsion. *Engineering Structures*, 56, 286–297.
- [9] Katkhuda, S.N., Mu'tasim A.H. and Maha. A. (2016). Experimental investigation of reinforced concrete beams with spiral reinforcement in shear. *Construction and Building Materials*, 125, 585–594.
- [10] Karayannis, C.G. and Chalioris, C.E. (2013). Shear tests of reinforced concrete beams with continuous rectangular spiral reinforcement. *Construction and Building Materials*, 46, 86–97.
- [11] Corte, W.D. and Chalioris, V.B. (2013) Effectiveness of spirally shaped stirrups in reinforced concrete beams. *Engineering Structures*, 52, 667–675.
- [12] Karayannis, C.G. Chalioris, C.E., and Mavroeidis, P.D. (2005). Shear capacity of RC rectangular beams with continuous spiral transversal reinforcement. *Computational Methods and Experimental Measurements*, 6, 379–386.
- [13] Tegos, I.A. Chrysanidis, T.A and Tsitotas, M.A. (2014). Seismic behavior of concrete columns and beams reinforced with interlocking spirals. *International Journal of Scientific & Engineering Research*, 5, 310–319.
- [14] Karayannis, C.G. and Sirkelis, G.M. (2005). Seismic behaviour of reinforced concrete columns with rectangular spiral shear reinforcement. *Third International Conference on Construction in the 21st Century*. Athens: Advancing Engineering, Management and Technology, 11.
- [15] Kakaletsis, D.J., Karayannis, C.G. and Panagopoulos, G.K. (2011). Effectiveness of rectangular spiral shear reinforcement on in filled R/C frames under cyclic loading. *J Earthquake Eng*, 8, 1178–1193.
- [16] Tsonos, A.G. (2004). Improvement of the earthquake resistance of R/C beam – column joints under the influence of P–D effect and axial force variations using inclined bars. *Struct Eng Mech*, 4, 389–410.
- [17] Belarbi, A. Prakash, S. and You, Y.M. (2009). Effect of spiral reinforcement on flexural–shear– torsional seismic behaviour of reinforced concrete circular bridge columns. *Struct Eng Mech*, 2, 137–158.
- [18] Prakash, S. Belarbi, A. and You, Y-M. (2010). Seismic performance of circular RC columns subjected to axial force, bending, and torsion with low and moderate shear. *Eng Struct*, 32, 46–59.
- [19] Karayannis, C.G. (1995). Torsional analysis of flanged concrete elements with tension softening. *Comput Struct*, 54, 97–110.
- [20] Karayannis, C.G. and Chalioris, C.E. (2000). Experimental validation of smeared analysis for plain concrete in torsion. *J Struct Eng ASCE*, 126, 646–653.
- [21] Karayannis, C.G. and Chalioris, C.E. (2000). Strength of prestressed concrete beams in torsion. *Struct Eng Mech*, 10, 165–180.
- [22] Hansen, E. Willam, K and Carol, I. (2001). A two-surface anisotropic damage/plasticity model for plain concrete. *Paris Fracture Mechanics of Concrete Materials*, 4, 549–556.
- [23] Taqieddin, Z.N. *Elasto-Plastic and Damage Modelling of Reinforced Concrete*. Vol. 1. Louisiana State Univ. Baton Rouge LA, 2008.
- [24] Ellobody, E. and Young, B. (2011). Numerical simulation of concrete encased steel composite columns. *Journal of Constructional Steel Research*, 67, 211–222.
- [25] Tao, Z. Wang, Zhi, B. and Yu, Q. (2013). Finite element modelling of concrete-filled steel stub columns under axial compression." *Journal of Constructional Steel Research*, 89, 121–131.
- [26] Teh H., Hsuan. H., Chiung-Shiann, W., Ming H. and Wu, Y.M. (2003). Nonlinear analysis of axially loaded concrete-filled tube columns with confinement effect. *Journal of Structural Engineering*, 129, 1322–1329.
- [27] Chen, C.C. and Lin, N.J. (2006). Analytical model for predicting axial capacity and behaviour of concrete encased steel composite stub columns. *Journal of Constructional Steel Research*, 62, 424–433.
- [28] Moghaddam, H., Samadi, M. and Pilakoutas, K. (2010). Compressive behaviour of concrete actively confined by metal strips, part B: Analysis. *Materials and Structures*, 43, 1383–1396.