

Comprehensive analysis to investigate the effect of geometry and material properties on dynamic response of Metaconcrete

Ali Akbar Ozmaei¹, Mohammad Safi^{2*}, Hamid Bayesteh³

1- Master Student, Dept. of civil, Water and Environmental Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

2- Associate Professor, Dept. of civil, Water and Environmental Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

3- Assistant Professor, Dept. of civil, Water and Environmental Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

ABSTRACT

Metaconcrete with enhanced dynamic performance, based on the special properties of metamaterials, has been developed for vibration reduction using engineered concrete. In the present study, the influence of metaconcrete unit cell design parameters, considering the interaction between these parameters, on the band gap was evaluated using the global Morris sensitivity analysis method. To this end, based on the concept of negative effective mass, numerical modelling was used to obtain the dispersion curve. The parameters investigated in this study included the geometric arrangement, the volume ratio of materials, and the elastic properties and density of the metaconcrete unit cell's matrix material, coating, and core. In this regard, a mesh sensitivity analysis was conducted using the convergence criterion of the band gap frequencies. Furthermore, using the concept of the first irreducible Brillouin zone, the effect of applied angular and smooth shapes in the core and coating, with the same material volume ratio, on the upper and lower frequencies of the band gap was investigated. The comprehensive analysis conducted to evaluate the sensitivity of the material and geometric parameters of the metaconcrete unit cell indicates that the geometric parameters of coating radius and unit cell length were among the most influential metaconcrete parameters. Also, among the elastic properties and density of the unit cell, the elastic modulus of the coating was identified as an important parameter. The obtained findings provide a basis for the optimal design of metaconcrete for vibration control in structures.

ARTICLE INFO

Receive Date: 13 May 2025

Revise Date: 09 June 2025

Accept Date: 09 September 2025

Keywords:

Metaconcrete

Band Gap

Metamaterial

Vibration Isolation

Unit Cell

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: 10.22065/jsce.2025.523277.3727

*Corresponding author: Mohammad Safi

Email address: m_safi@sbu.ac.ir

بررسی جامع اثر خواص مواد و هندسه بر پاسخ ارتعاشی فرابتن

علی اکبر عظمائی^۱، محمد صافی^{۲*}، حمید بایسته^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط زیست، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط زیست، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

۳- استادیار، دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط زیست، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

چکیده

فرابتین با عملکرد دینامیکی ارتقاء یافته بر پایه خواص ویژه فرامواد، در جهت کاهش ارتعاشات به کمک بتن مهندسی شده توسعه یافته است. در پژوهش حاضر، میزان تأثیرگذاری پارامترهای طراحی سلول واحد فرابتین با در نظر گرفتن اندرکنش میان این پارامترها بر روی نوار ممنوعه با استفاده از روش تحلیل حساسیت جامع موریس ارزیابی شد. برای این منظور، براساس مفهوم جرم مؤثر منفی، از مدل سازی عددی به منظور دستیابی به نمودار پراکندگی استفاده شد. پارامترهای مورد بررسی در این پژوهش شامل چینش هندسی، نسبت حجمی مواد، خواص الاستیک و چگالی ماده ماتریس، پوشش و هسته سلول واحد فرابتین بودند. در این راستا تحلیل حساسیت مش با معیار همگرایی فرکانس‌های نوار ممنوعه انجام گرفته است. علاوه بر این با استفاده از مفهوم ناحیه کاهش ناپذیر اول بریلوئن، اثر اشکال زاویه دار و هموار کاربردی در هسته و پوشش با نسبت حجمی یکسان مواد، بر فرکانس‌های بالا و پایین نوار ممنوعه بررسی شد. تحلیل جامع انجام شده برای ارزیابی حساسیت پارامترهای مواد و هندسه سلول واحد فرابتین، نشان می‌دهد که پارامترهای هندسی شعاع پوشش و طول سلول واحد جزء تأثیرگذارترین پارامترهای فرابتین بودند. همچنین از میان خواص الاستیک و چگالی سلول واحد، مدول الاستیسیته پوشش به عنوان پارامتر مهم شناسایی شد. یافته‌های حاصله، مبنایی را جهت طراحی بهینه فرابتین به منظور کنترل ارتعاشات در سازه‌ها فراهم می‌آورد.

کلمات کلیدی: فرابتین، نوار ممنوعه، فرامواد، کنترل ارتعاش، سلول واحد.

doi:	شناسه دیجیتال:	سابقه مقاله:				
		چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
10.22065/jsce.2025.523277.3727						
10.22065/jsce.2025.523277.3727		۱۴۰۵/۰۲/۳۱	۱۴۰۴/۰۶/۱۸	۱۴۰۴/۰۶/۱۸	۱۴۰۴/۰۵/۱۸	۱۴۰۴/۰۲/۲۳
		*نویسنده مسئول: محمد صافی				
		m_safi@sbu.ac.ir				
		پست الکترونیکی:				

۱- مقدمه

به طور کلی فرامواد با ویژگی تشدید موضعی، امکان ایجاد نوار ممنوعه فرکانسی و کنترل میرایی موج را فراهم می‌کنند [۱]. این مواد در جداسازی صوتی و ارتعاشی در سازه‌های مختلف از جمله تیرها [۲ و ۳]، دال‌ها [۴ و ۵] و پوسته‌ها [۶ و ۷] کاربرد دارند. فرامواد با ویژگی تشدید موضعی، براساس اصل ضد تکانه، پاسخ‌های منفی کلی نسبت به بارگذاری دینامیکی ورودی از خود نشان می‌دهند [۸]. این ویژگی، آنها را از مواد کامپوزیتی تناوبی و بلورهای دانه‌ای متمایز می‌کند و امکان دستکاری موج را فراهم می‌سازد [۹ و ۱۰]. این مفهوم نوین، توجه جامعه مهندسی سازه را به خود جلب کرده و تحقیقات متعددی در زمینه توسعه ساختارهای مؤثرتر برای کاهش اثرات بارگذاری‌ها در رنج‌های مختلف فرکانسی انجام شده است. در این میان، تلاش زیادی برای کاهش اثرات مخرب زلزله به عنوان پدیده‌ای غیرقابل کنترل با استفاده از فرامواد، انجام شده است [۱۱].

بتن به عنوان دومین ماده پرمصرف جهان پس از آب، دوبرابر از سایر مصالح ساختمانی در ساخت‌وساز استفاده می‌شود [۱۲]. در سال‌های اخیر، نوع جدیدی از بتن با قابلیت کاهندگی ارتعاش در برابر محدوده مختلف بارگذاری با تکیه بر مفهوم فرامواد با ویژگی تشدید موضعی توسعه داده شده است [۱۳-۱۷]. این نوع جدید بتن که فرابتن نامیده می‌شود، برخلاف بتن‌های معمولی که از سنگدانه‌های استاندارد سنگ، ماسه و شن تشکیل می‌شوند، از سنگدانه‌های مهندسی شده که شامل یک هسته سنگین پوشیده شده با لایه بیرونی نرم است، استفاده می‌کند [۱۳]. با انتخاب مناسب ویژگی‌های مکانیکی و هندسی چنین سنگدانه‌هایی، می‌توان پاسخ سیستم را در فرکانس‌های دلخواه تغییر داد [۱۴]. مطالعات عددی انجام شده توسط میچل و همکاران [۱۳-۱۵] به بررسی اثربخشی فرابتن در کاهش اثرات ناشی از بارهای انفجاری پرداخته‌اند. نتایج این تحقیقات نشان می‌دهد که استفاده از فرابتن به طور قابل توجهی موجب بهبود مقاومت سازه‌ها در برابر این نوع بارگذاری دینامیکی می‌گردد. مطالعه دیگری توسط تان و همکاران [۸] به بررسی تأثیر تعداد لایه‌های هسته فلزی در مواد سنگین افزوده شده، بر عملکرد آنها در برابر بارهای انفجاری و ضربه‌ای پرداخته است. یافته‌های این پژوهش حاکی آن است که افزایش تعداد لایه‌های ماده سنگین افزوده شده، منجر به تضعیف مؤثرتر موج تنش ناشی از چنین بارگذاری‌هایی می‌گردد. همچنین پژوهش شو و همکاران [۱۸] به بررسی تجربی تأثیر پیکربندی‌های مختلف سنگدانه بر رفتار دینامیکی سلول‌های واحد فرابتن تحت بارگذاری انفجاری اختصاص داشت. در این پژوهش، خواص قابل تنظیم این سلول واحد نیز مورد مطالعه قرار گرفت. جین و همکاران [۱۹]، مدلی سه‌بعدی در مقیاس ماکرو از فرابتن توسعه دادند. آنها با استفاده از شبیه‌سازی عددی، پتانسیل بهره‌گیری از ویژگی میرایی موج توسط این بتن را به منظور ارتقاء مقاومت آن در برابر پوسته پوسته شدن مورد مطالعه قرار دادند. در مطالعه‌های دیگر، جین و همکاران [۲۰] به بررسی عددی رفتار کششی دینامیکی فرابتن متشکل از سلول‌های واحد با توزیع تصادفی تحت تأثیر بارهای ضربه‌ای با شدت و مدت زمان گوناگون پرداختند. یافته‌های این پژوهش نشان داد که انتشار امواج تنش به طور مؤثر توسط سنگدانه‌های با توزیع تصادفی تضعیف می‌شود. این امر، ساخت فرابتن را در کاربردهای مهندسی را تسهیل می‌نماید. در پژوهش دیگری، جین و همکاران [۲۱] به بررسی مکانیسم عملکرد فرابتن در کاهش امواج تنش ناشی از انفجار پرداختند. این بررسی با استفاده روش‌های تحلیلی و مدلسازی عددی صورت گرفت. در این مطالعه، تأثیر پارامترهایی نظیر مدول الاستیک و ضخامت پوشش نرم و همچنین جنس هسته سنگین بر رفتار سازه‌های فرابتن، از طریق تحلیل پارامتریک مورد ارزیابی قرار گرفت.

مطالعات پیشین در زمینه طراحی فرابتن به منظور بهینه‌سازی نوارهای ممنوعه، عمدتاً براساس تعیین تصادفی پارامترهای سنگدانه بوده و فاقد تحلیل حساسیت جامع مناسب بوده‌اند. اگرچه برخی پژوهش‌ها به تحلیل‌های پارامتری با تغییر مشخصه‌های سنگدانه‌های مهندسی شده پرداخته‌اند، اما همبستگی بین پارامترهای مادی و هندسی سلول واحد و اثرات آن بر فرکانس‌های بالا و پایین نوار ممنوعه به صورت جامع بررسی نشده است. همچنین تأثیر چینش هندسی سنگدانه‌های مهندسی شده بر فرکانس‌های بالا و پایین کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. نوارهای ممنوعه به دلیل ارتباط مستقیم با ویژگی‌های میرایی موج، در تعیین اثربخشی مقاومت فرابتن در برابر بارگذاری حائز اهمیت هستند. تحلیل حساسیت بر روی سنگدانه‌های مهندسی شده برای طراحی مناسب فرابتن، می‌تواند راهنمایی‌های مفیدی را در انتخاب بهینه هندسه و مصالح ارائه دهد.

در این مقاله، ابتدا به بیان تئوری تحقیق، جرم مؤثر منفی، تئوری پراکندگی موج و روش تحلیل حساسیت موریس پرداخته شده و در انتهای بخش دوم صحت‌سنجی مدل عددی سلول واحد فرابتن مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش سوم، پس از تحلیل حساسیت بر روی مش‌بندی، به بررسی چینی هندسی و خواص ماده و هندسه سلول واحد با استفاده از روش تحلیل حساسیت جامع موریس بررسی می‌شود. در نهایت، در بخش چهارم، یافته‌های پژوهش حاضر، حوزه‌های تحقیقاتی و محدودیت‌ها بیان می‌گردد.

۲- روش تحقیق

۲-۱- رویکرد تحلیلی

تأثیر فرابتن در کاهش اثرات امواج، منوط به تنظیم دقیق اجزای تشکیل دهنده آن برای ایجاد نوسانات تشدیدی در جرم داخلی آنها هنگام قرار گرفتن در معرض یک موج در حال انتشار است. این تشدید در درون اجزاء، اساساً با اصل جرم مؤثر منفی مرتبط است؛ ویژگی که قابلیت‌های مطلوب تضعیف موج فرابتن را فراهم می‌کند [۲۲]. به طور مشخص، هنگامی که فرکانس موج ورودی با فرکانس طبیعی تشدیدگر داخلی منطبق باشد، جرم مؤثر ماده مرکب می‌تواند منفی شود و منجر به تضعیف قابل توجه موج یا حتی تشکیل نوارهای ممنوعه شود که مانع انتشار موج می‌شوند. این رفتار جرم مؤثر منفی ناشی از نیروهای اینرسی جرم داخلی در مقابله با تحریک خارجی است؛ بنابراین باعث ایجاد تغییر فاز در واکنش ماده می‌شود.

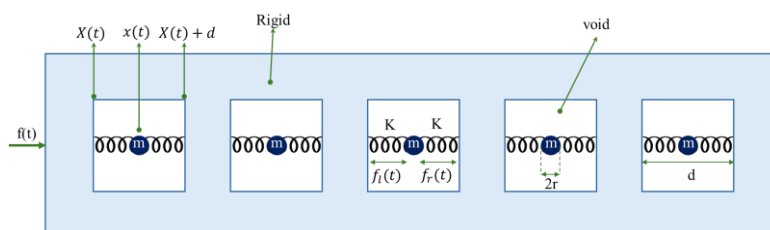
۲-۱-۱- جرم مؤثر منفی

در پژوهش حاضر، با بررسی مدل پایه‌ای که توسط میلتن و ویلیس [۲۲]، به تفصیل شرح داده شده، مفهوم جرم مؤثر منفی معرفی می‌گردد. مدل شامل سیستمی یک بعدی متشکل از n حفره استوانه‌ای، هر یک به طول d ، درون تیری صلب به جرم m_0 بود. همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده، درون هر حفره، جرم m توسط دو فنر، هر یک با ثابت سختی k ، به دیواره‌های حفره متصل است. تحت تأثیر نیروی خارجی $f(t)$ ، سیستم نوسانات هارمونیک با فرکانس ω از خود نشان می‌دهد. نیروهای وارد شده توسط فنرها به سمت راست و چپ هر جرم به ترتیب با $f_r(t)$ و $f_l(t)$ نشان داده می‌شود. تغییرات زمانی تمامی نیروها به صورت زیر است:

$$f(t) = \text{Re}(F e^{-i\omega t}) \quad (1)$$

$$f_r(t) = \text{Re}(F_r e^{-i\omega t}) \quad (2)$$

$$f_l(t) = \text{Re}(F_l e^{-i\omega t}) \quad (3)$$



شکل ۱: مدل تیر صلب [۲۲]

با نوشتن معادلات حرکت برای جرم تیر صلب و جرم درون حفرات، همچنین معادلات نیروهای فنر بر حسب جابجایی و استفاده از قانون هوک، معادلات به صورت زیر حاصل می‌شود [۱۳]:

$$F = M(\omega) A_x \quad (4)$$

$$M(\omega) = m_0 + \frac{2knm}{2k - m\omega^2} \quad (5)$$

به این صورت که، A_x نشان‌دهنده شتاب جسم در مدل تک بعدی، $M(\omega)$ جرم تکانه مؤثر یا جرم پی سیستم را نشان می‌دهد. جرم پی تابعی از فرکانس نوسان است. جرم پی در صورت صفر بودن سختی فنر، به جرم جسم صلب m_0 کاهش می‌یابد و در صورت عدم حرکت، به مجموع جرم‌های $m_0 + nm$ تبدیل می‌شود.

اگر فرکانس طبیعی یکی از هسته‌های جرم-فنر به صورت زیر تعریف شود:

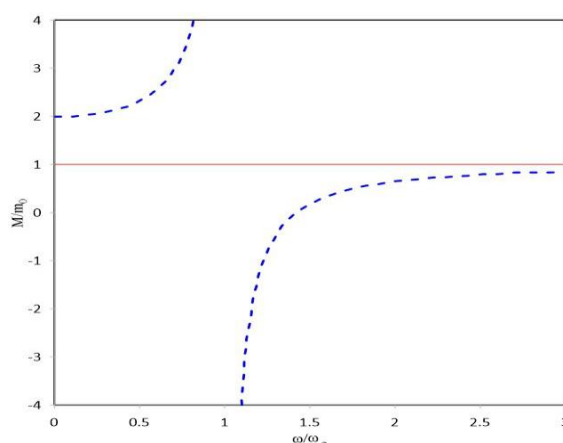
$$\omega_p = \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad (6)$$

جرم پی را می‌توان به این صورت بازنویسی کرد:

$$M(\omega) = m_0 \left(1 + \alpha \frac{\omega_p^2}{\omega_p^2 + \omega^2} \right) \quad (7)$$

$$\alpha = \frac{nm}{m_0} \quad (8)$$

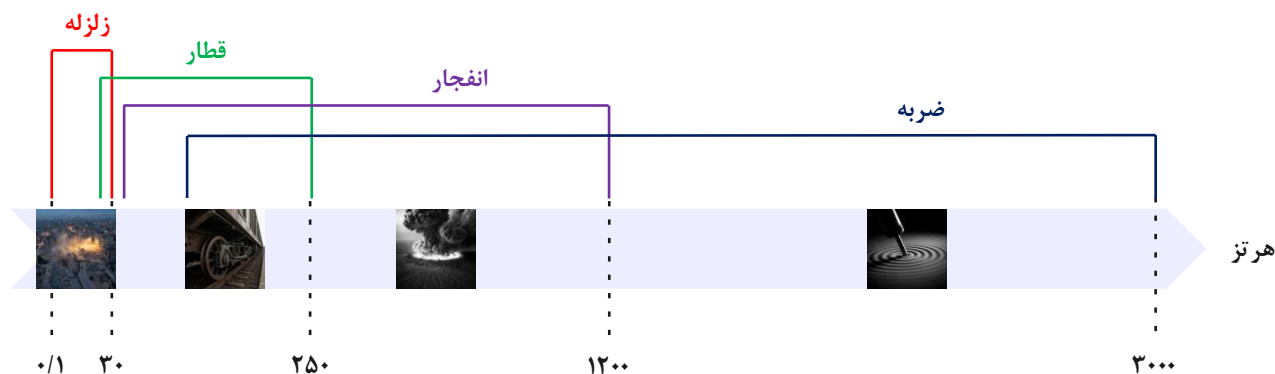
جرم پی، برای فرکانس‌های نزدیک به تشدید $\omega > \omega_p$ می‌تواند مقادیر منفی، مختلط و بزرگ، همانطور که در شکل ۲ نشان داده شده، داشته باشد.



شکل ۲: تغییر مقدار جرم پی با فرکانس تحریک مدل [۲۲]

۲-۲- محدوده‌های فرکانسی ارتعاشات

در زمینه طراحی، تحلیل و بهینه‌سازی سازه‌های فرابتن، تعیین دامنه عملکردی سلول واحد، که به عنوان عنصر پایه تکرارشونده در تشکیل ساختار کلی عمل می‌کند، از اهمیت حیاتی برخوردار است. تعیین این دامنه عملکردی، امکان دستیابی به پارامترهای مطلوب سلول واحد، نظیر بازه فرکانسی و عملکرد مورد انتظار فرابتن در کاربردهای خاص را فراهم می‌آورد. به منظور اطمینان از پایداری، کارایی و قابلیت اطمینان سلول واحد فرابتن، شناخت جامع و دقیق انواع بارگذاری‌های احتمالی که ممکن است بر این عنصر سازه‌ای اعمال شود، امری ضروری است [۲۳ و ۲۴]. بنابراین، در شکل ۳، محدوده‌های فرکانسی مرتبط با انواع بارگذاری‌های رایج، به منظور راهنمایی در طراحی کارآمد سلول‌های واحد فرابتن جهت حصول اطمینان از عملکرد پایدار در سناریوهای عملی، ارائه شده است.



شکل ۳: محدوده فرکانسی انواع بارگذاری

۲-۳- تئوری پراکندگی موج

۲-۳-۱- معادله موج

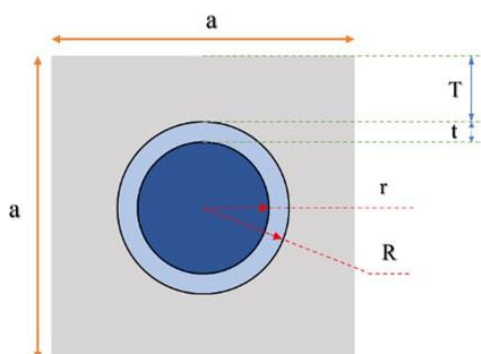
در این بخش، انتشار امواج سطحی در سلول واحد با آرایش تناوبی دو بعدی مورد بررسی قرار گرفت. یک سلول واحد با عنوان نمونه ۱ با پیکربندی هندسی نشان داده شده در شکل ۴ مورد مطالعه قرار گرفت. پارامترهای هندسی و مواد سلول واحد نمونه ۱ به ترتیب در جداول ۱ و ۲ ارائه شد. در طول این مطالعه، a ، ثابت شبکه تناوبی (طول سلول واحد) است؛ سایر پارامترهای هندسی دیگر نسبت به آن ذکر شده‌اند. برای نمونه ۱، r شعاع هسته سنگین و R شعاع پوشش نرم خارجی هستند که در مرکز سلول قرار گرفته‌اند؛ همچنین t ضخامت پوسته هسته سنگین می‌باشد.

جدول ۱: پارامترهای هندسی سلول واحد نمونه ۱

	R	r	t	T
$a = 100 \text{ mm}$	$0.33a$	$0.20a$	$0.13a$	$0.17a$

جدول ۲: پارامتر مواد سلول واحد نمونه ۱

نسبت پواسون (1)	مدول الاستیسیته (GPa)	چگالی (kg/m^3)	نام مصالح	موقعیت
0.2	30	2500	ماتریس	محیط
0.44	16	11400	سرب	هسته
0.49	0.01	900	رابر	پوشش



شکل ۴: سلول واحد نمونه [۲۵]

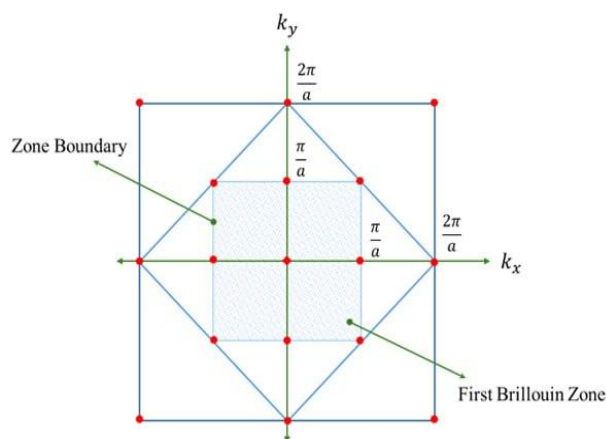
در پژوهش حاضر، بتن و سایر مصالح مورد استفاده در هسته و پوشش، موادی همگن، الاستیک خطی و اتصال آنها بصورت کاملاً چسبیده بهم در نظر گرفته شده‌اند. معادله انتشار امواج در محیط الاستیک خطی همگن را می‌توان بصورت زیر بیان کرد [۲۶]:

$$\nabla \cdot (C(r) : \nabla u(r)) = \rho(r) \frac{\partial^2 u(r)}{\partial t^2} \quad (9)$$

در این رابطه، $\nabla = \sum_{i=x,y,z} e_i \frac{\partial}{\partial x_i}$ ، عملگر دیفرانسیل برداری می‌باشد که در آن e_i بردار واحد پایه، $r = (x, y, z)$ بردار مکان، t متغیر زمان، $C(r)$ تانسور الاستیسیته مرتبه چهارم وابسته به مکان، $u(r)$ و $\rho(r)$ به ترتیب بردار جابجایی و چگالی جرم هستند. همچنین نمادهای " " و " " به ترتیب نشان‌دهنده ضرب داخلی برداری و ضرب داخلی دوگانه دایادیک می‌باشند.

۲-۳-۲- ناحیه اول بریلوئن

لئون بریلوئن [۲۷] سهمی بنیادین در مطالعه انتشار امواج در محیط‌های متناوب داشت. تلاش‌های او نقش حیاتی هر دو کمیت بردار موج و فرکانس انتشار را در تعیین ویژگی‌های امواج در چنین محیط‌هایی را برجسته کرد. بریلوئن نشان داد که تحلیل می‌تواند به طور مؤثر به یک مؤلفه تکرار شونده واحد تحت عنوان سلول واحد محدود شود. از طریق تغییر بردار موج و فرکانس انتشار در درون این سلول واحد، رفتار یک شبکه متناوب بی‌نهایت وسیع که از این واحدها ساخته شده، قابل تعیین است. این واحد تکرار شونده پایه، کوچک‌ترین جزء ساختار متناوب، توسط بریلوئن به عنوان ناحیه اول بریلوئن نامگذاری شد. شکل ۵ این ناحیه را نشان می‌دهد.

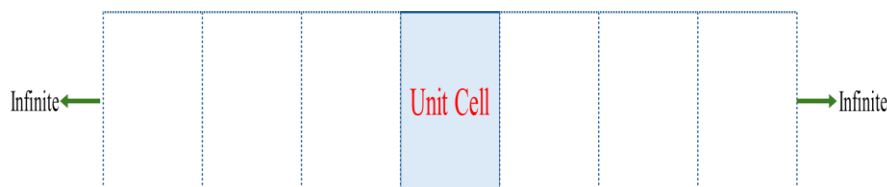


شکل ۵: ناحیه اول بریلوئن [۲۷]

۲-۳-۳- قضیه فلوکه-بلاخ

برای تحلیل انتشار موج در میان آرایش‌های دوره‌ای، اصول و چارچوب‌های فیزیک حالت جامد، به ویژه قضیه فلوکه-بلاخ [۲۸]، مورد استفاده قرار می‌گیرند. اساساً، این قضیه در تعیین پاسخ معادلات دیفرانسیلی که انتشار موج را درون آرایش‌های دوره‌ای در سیستم‌های حالت جامد توصیف می‌کنند، استفاده می‌شود. شکل ۶ نمایشی از یک شبکه بی‌نهایت و یک سلول واحد درون یک شبکه تکرارشونده یک بعدی را نشان می‌دهد. بنابراین، براساس این قضیه، جواب معادله ۹ را می‌توان به صورت زیر، بیان کرد:

$$u(r,t) = e^{i(k \cdot r - \omega t)} u_k(r) \quad (10)$$



شکل ۶: شبکه متناوب [۲۸]

در جایی که $u_k(r)$ نمایانگر تابع مدولاسیون جابجایی، ω نشان‌دهنده فرکانس زاویه‌ای و $k = (k_x, k_y)$ دلالت بر بردار موج دارد که با k_x و k_y که به ترتیب متناظر با اعداد موج در امتداد محورهای x و y فضای وارون بریلوئن هستند. تبدیل فوریه بردار شبکه بریلوئن، شبکه وارون را نتیجه می‌دهد و بردارهای پایه این شبکه وارون، k_x و k_y می‌توانند به صورتی که در مرجع [۲۹] به تفصیل آمده، فرمول‌بندی شوند:

$$k_x = \frac{2\pi(e_y \times e_z)}{e_x \cdot (e_y \times e_z)}, k_y = \frac{2\pi(e_x \times e_z)}{e_y \cdot (e_x \times e_z)} \quad (11)$$

برای ساختار تناوبی دوبعدی مورد بررسی، بردارهای پایه فضای شبکه را می‌توان به صورت e_x ، e_y و e_z نمایش داد، که در آن این نمادها نشان‌دهنده بردارهای پایه فضای برداری شبکه مستقیم هستند:

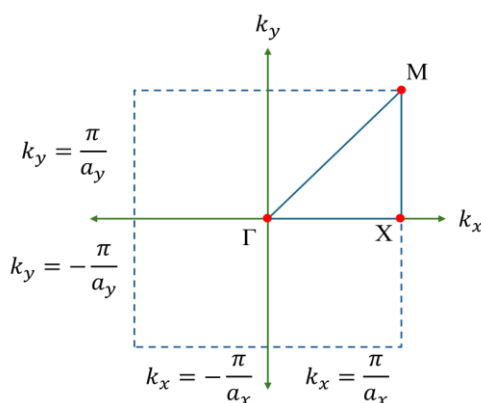
$$e_x = (a_x, 0, 0) \quad (12)$$

$$e_y = (0, a_y, 0) \quad (13)$$

$$e_z = (0, 0, 1) \quad (14)$$

ثابت‌های شبکه a_x و a_y ، که به ترتیب متناظر با جهت‌های x و y هستند، تناوب فضایی را تعریف می‌کنند. جهت و بزرگی بردار موج، اطلاعات حیاتی در مورد جهت و ویژگی‌های انتشار موج فراهم می‌آورند. در نتیجه، هر نقطه درون ناحیه بریلوئن، نمایانگر یک حالت انتشار موج مشخص درون یک محیط متناوب بی‌نهایت است. به دلیل تناوب ذاتی سیستم و طبیعت تکرارشونده حالت‌های موج، از ناحیه اول بریلوئن^۱ برای نمایش این مدها درون کوچک‌ترین ناحیه تکرارپذیر استفاده می‌شود [۲۹]. در زمینه یک ساختار دوبعدی بی‌نهایت، انتشار موج در هردو جهت مثبت و منفی، مدهای یکسانی را نتیجه می‌دهد. بنابراین، با بهره‌گیری از این تقارن، تحلیل یک ناحیه مثلثی، ΓXM ، که به عنوان ناحیه اول کاهش ناپذیر بریلوئن^۲ نامیده می‌شود؛ همانطور که در شکل ۷ نشان داده شده است، به جای کل ناحیه اول بریلوئن کافی است. برای ساختار متناوب دوبعدی مورد بررسی، بردار ثابت شبکه به صورت $a = (a_x, a_y)$ داده می‌شود. ثابت مدولاسیون $u_k(r)$ تناوب مشابه با ثابت شبکه را نشان می‌دهد، که دلالت بر این رابطه دارد:

$$u_k(r+a) = u_k(r) \quad (15)$$



شکل ۷: ناحیه بریلوئن کاهش ناپذیر اول [۳۰]

۲-۳-۴- شرایط مرزی تناوبی

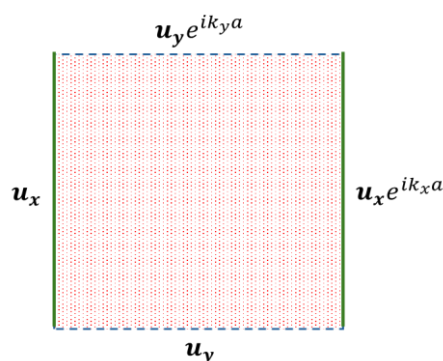
جایگزینی معادله ۱۵ در معادله ۱۰ منجر به رابطه زیر می‌شود:

$$u(r+a, t) e^{ik \cdot a} = u(r, t) \quad (16)$$

معادله فوق شرایط مرزی جابجایی تناوبی را تعریف می‌کند و بیانگر تغییر فاز بین موج ورودی و خروجی توسط پارامتر اسکالر $k \cdot a$ است. در نتیجه، حالت‌های موج درون یک ساختار سلول واحد بی‌نهایت تکرارشونده، در حقیقت تکرار حالت‌های ارتعاش آزاد یک سلول واحد منفرد هستند. همچنین، اعمال شرایط مرزی متناوب، امکان ساده‌سازی مسئله مقدار ویژه را از یک دامنه بی‌نهایت به یک دامنه محدود فراهم می‌سازد. به طور مشخص، این شرایط بر روی مرزهای یک سلول واحد اعمال می‌شود [۲۹]. در این پژوهش، شرایط مرزی متناوب به چهار مرز سلول واحد پیشنهادی اعمال شد. شکل ۸ آرایش شماتیک شرایط تناوبی دوبعدی را برای جفت‌های جابجایی در هردو جهت افقی و عمودی نشان می‌دهد.

¹ First Brillouin Zone (FBZ)

² First Irreducible Brillouin Zone (FIBZ)



شکل ۸: شرایط مرزی متناوب سلول واحد فرابتن [۲۹]

۲-۳-۵- معادله پراکندگی

رابطه پراکندگی که برای تحلیل انتشار موج ضروریست، نمایانگر رابطه ضمنی بین بردار موج k و فرکانس ω است. نمودارهای پراکندگی حاصل از این رابطه، نوارهای عبور و نوارهای ممنوعه حالت‌های انتشار را آشکار می‌سازند. در این پژوهش، رابطه پراکندگی با اعمال شرایط مرزی متناوب تعریف شده در معادله ۱۶ بر معادله ۹ و سپس حل مسئله مقدار ویژه حاصل می‌شود [۲۹]:

$$(\phi(k) - \omega^2 M) \cdot U = 0 \quad (17)$$

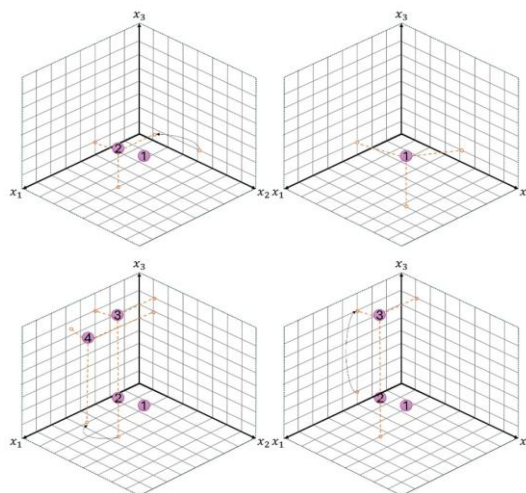
ماتریس سختی Φ وابسته به بردار موج k است. همچنین ماتریس جرم M ، به عنوان محور اصلی این تحلیل قرار دارد. برای هر سختی معین، تحلیل مودال می‌تواند مقدار ویژه یا فرکانس ω ، متناظر را تعیین کند. برای تحلیل جامع انتشار موج در تمام جهتها، بردار موج باید در سرتاسر ناحیه کاهش ناپذیر بریلونن، مشخصاً در مثلث ΓXM تغییر کند تا نمودار سطح فرکانس را به دست دهد. این فرآیند تمام حالت‌های انتشار موج، از جمله نوارهای عبور و نوارهای ممنوعه را در یک ساختار متناوب بی‌نهایت تکرار شونده شناسایی می‌کند. بردار موجی که برای آن هیچ فرکانس حقیقی وجود ندارد، یک نوار ممنوعه را تعریف می‌کند که نمایانگر عدم انتشار موج است. در مقابل، بردار موج مرتبط با یک فرکانس تعریف شده، یک نوار عبور را تشکیل می‌دهد که اجازه انتشار موج در محیط را می‌دهد. در حالی که این رابطه پراکندگی با فرض یک سلول واحد تکرار شونده بی‌نهایت به دست آمده است، ساختارهای واقعی محدود هستند. بنابراین، تحلیل‌های حوزه محدود ممکن است انتشار موج حداقلی را در فرکانس‌های نوار ممنوعه در مقایسه با انتشار قابل توجه مشاهده شده در فرکانس‌های نوار عبور نشان دهند. در تحلیل‌های حوزه فرکانس و زمان، آرایش‌های محدود برای تأیید وجود و اثربخشی این نوارهای ممنوعه به کار گرفته می‌شوند.

۲-۴- آنالیز حساسیت موریس

روش تحلیل حساسیت و غربال‌گری موریس، که در سال ۱۹۹۱ توسط موریس ارائه شد، به منظور شناسایی پارامترها و متغیرهای ورودی مؤثر در مدل‌ها به کار می‌رود [۳۱]. این روش بر مبنای نمونه‌گیری تصادفی و اعمال تغییرات تکرار شونده بر یک پارامتر منفرد در هر تکرار استوار است. با فرض اینکه یک مدل با مجموعه پارامترهای X_i ، که در آن $i = (1, 2, \dots, n)$ ، متغیر است و ورودی‌هایی که هر یک دارای p سطح متمایز می‌باشند، وجود دارد. اثرات اولیه یک پارامتر یا متغیر ورودی خاص، که با نماد X_i نشان داده می‌شود، بر اساس رابطه ۱۸ تعریف می‌گردد:

$$d_i(X) = \frac{f(X_1, \dots, X_{i-1}, X_{i+\Delta}, X_{i+1}, \dots, X_n) - f(X_1, \dots, X_{i-1}, X_{i+1}, \dots, X_n)}{\Delta} \quad (18)$$

بدین ترتیب، مجموعه مقادیر Δ ، به صورت $\{\frac{1}{p-1}, \frac{2}{p-1}, \dots, 1 - \frac{1}{p-1}\}$ تعریف می‌شود؛ که در آن p ، نمایانگر تعداد سطوح است. همچنین، $(X_1, \dots, X_{i-1}, X_{i+\Delta}, X_{i+1}, \dots, X_n)$ ، یک نمونه تصادفی در فضای پارامتری در نظر گرفته می‌شود. با این شرط که نمونه تغییر یافته $(X_1, \dots, X_{i-1}, X_{i+\Delta}, X_{i+1}, \dots, X_n)$ نیز همچنان در محدوده فضای پارامتری قرار داشته باشد. شکل ۹، نمونه‌گیری مدل سه متغیره را با استفاده از روش موریس نشان می‌دهد.



شکل ۹. نمونه‌گیری مورس

در راستای تحلیل حساسیت، مورس دو شاخص آماری μ و σ را معرفی نمود. شاخص μ ، نمایانگر تأثیر کلی هر پارامتر ورودی بر متغیر خروجی مدل می‌باشد. در مقابل، شاخص σ ، معیاری از پراکندگی مقادیر اثرات با مرتبه بالاتر است که به طور جامع، اثرات متقابل میان پارامترها و رفتارهای غیرخطی مدل را در بر می‌گیرد [۳۲]. به منظور ارزیابی این معیارها، مورس پیشنهاد نمود که برای هر متغیر ورودی، تعداد R ، نقطه در فضای پارامترهای ورودی $X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(R)}$ به گونه‌ای انتخاب گردد که کل فضای نمونه پارامترها را پوشش دهد [۳۱]. سپس، با استفاده از این نقاط نمونه، اثرات اولیه از روابط ۱۹ و ۲۰ محاسبه گردد:

$$\mu_i = \frac{1}{R} \sum_{j=1}^R d_i(X^{(j)}) \quad (19)$$

$$\sigma_i = \frac{1}{R-1} \sum_{j=1}^R [d_i(X^{(j)}) - \frac{1}{R} \sum_{j=1}^R d_i(X^{(j)})]^2 \quad (20)$$

در تحلیل حساسیت یک مدل، بزرگی مقدار μ_i ، مرتبط با یک پارامتر یا متغیر ورودی در مقایسه با مقادیر μ_i سایر پارامترها یا متغیرها، دلالت بر حساسیت قابل توجه خروجی مدل نسبت به تغییرات آن پارامتر یا متغیر خاص دارد. در مقابل، چنانچه یک متغیر از مقدار میانگین μ_i پایینی برخوردار باشد، تأثیرگذاری آن بر خروجی مدل محدود خواهد بود. به عبارت دیگر، تغییرات اندک Δ در این پارامتر، تغییرات قابل توجهی در خروجی مدل ایجاد نخواهد کرد. رابطه ۲۰، نمایانگر تعاملات متقابل و روابط غیرخطی بین پارامترها و متغیرهای خروجی بوده و به منظور کمی‌سازی میزان پراکندگی مقادیر ناشی از اثرات اولیه به کار می‌رود [۳۳]. در شرایطی که تأثیر یک متغیر ورودی بر متغیر خروجی فاقد توزیع یکنواخت باشد، شاخص μ_i به عنوان سنج‌های مناسب جهت ارزیابی میزان ارتباط بین پارامترها و متغیرهای ورودی با متغیر خروجی تلقی نمی‌گردد. به منظور رفع این مسئله، کامپونگو و همکاران پیشنهاد نمودند که بجای میانگین، μ از معیار μ^* ، نشان دهنده میانگین مطلق طبق معادله ۲۱ استفاده شود [۳۴]. به منظور اندازه‌گیری اثرات ناشی از غیرخطی بودن و ناهمگنی اثرات که توسط معیار μ قابل سنجش نیستند، می‌توان از میانگین مطلق، μ^* بهره برد [۳۵]. مقدار بزرگ پارامتر μ^* ، حاکی از تأثیرگذاری قابل توجه آن پارامتر بر متغیر خروجی مدل می‌باشد.

$$\mu_i^* = \frac{1}{R} \left| \sum_{j=1}^R d_i(X^{(j)}) \right| \quad (21)$$

با توجه به تعداد تکرارهای موردنیاز برای تعیین اثرات اولیه و تعداد پارامترها براساس روش مورس، تعداد شبیه‌سازی‌های موردنیاز برابر با $(1 + \text{تعداد پارامتر}) \times r^*$ خواهد بود. مطابق با یافته‌های کامپونگو و همکاران، مقدار r معمولاً در بازه ۱۰ تا ۲۰ در نظر گرفته می‌شود [۳۱]. روانو و همکاران مقادیر بین ۶۰ تا ۷۰ را به عنوان مقدار مناسب پیشنهاد نمودند [۳۶ و ۳۷]. با توجه به پژوهش‌های پیشین و محدودیت‌های هزینه‌ای و زمانی شبیه‌سازی عددی، همچنین به منظور تعیین حجم نمونه بهینه، در مطالعه حاضر مقدار r نمونه‌گیری ۵۰ واحد تعیین

گردید.

طراحی سلول‌های واحد فرابتن، دسته‌ای از فرامواد با خواص میرایی ارتعاشات، به دلیل پیچیدگی شناسایی مشخصات آن‌ها، چالش‌های قابل توجهی را ایجاد می‌کند. هر سلول واحد، که با استفاده از رویکرد عددی المان محدود مدل‌سازی می‌شود، تحت تأثیر ۱۲ پارامتر ورودی قرار دارد که دو خروجی حیاتی را تعیین می‌کنند. این فضای پارامتری بزرگ، فرآیند بهینه‌سازی را از نظر محاسباتی پرهزینه و پیچیده می‌سازد و توسعه کارآمد فرابتن را برای کاربردهای مهندسی عملی با مشکل مواجه می‌کند. برای غلبه بر این چالش، تعیین پارامترهایی که بیشترین تأثیر را بر محدوده عملکرد دارند، امری ضروری است.

این پژوهش با به‌کارگیری تکنیک تحلیل حساسیت جامع برای شناسایی حیاتی‌ترین پارامترهای ورودی به این چالش می‌پردازد و بدین ترتیب فرآیند طراحی را ساده‌تر می‌کند. این مطالعه با تمرکز بر این عوامل کلیدی، با هدف افزایش کارایی بهینه‌سازی فرابتن، راه را برای استفاده از آن در کاربردهای جداسازی ارتعاشات هموار می‌سازد.

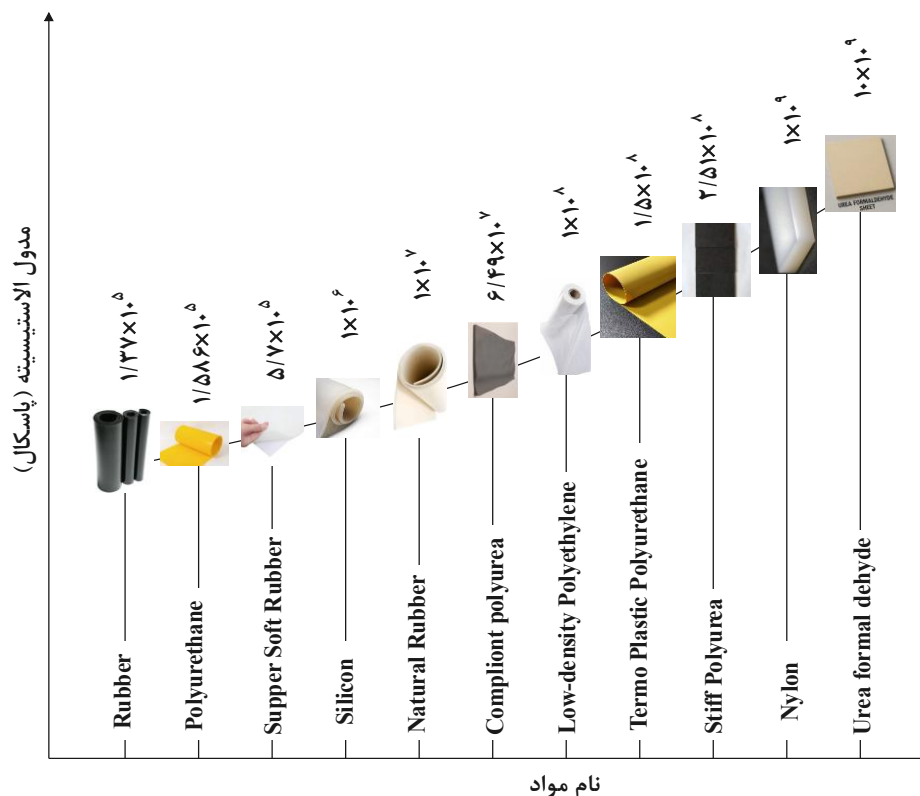
۲-۵- مشخصات مدل سلول واحد

در حوزه مدل‌سازی عددی، به ویژه در زمینه تحلیل اجزاء محدود، درک چگونگی تأثیر تغییرات پارامترهای ورودی بر خروجی مدل برای بهینه‌سازی و کمی عدم قطعیت امری ضروری است. مدل‌های اجزاء محدود اغلب شامل مجموعه‌ای از ورودی‌ها نظیر خواص مواد و ابعاد هندسی هستند و ارزیابی آن‌ها نیازمند محاسبات است. در نتیجه، تحلیل حساسیت جامع به ابزاری حیاتی برای تشخیص اینکه کدام ورودی‌ها بیشترین تأثیر را بر خروجی در کل دامنه مقادیر ممکن خود دارند، تبدیل می‌شود. روش تحلیل حساسیت مورس به دلیل کارایی محاسباتی و توانایی ارائه معیارهای روشنگر حساسیت جامع، به عنوان یک تکنیک پرکاربرد برجسته است. این روش در کاربردهای غربالگری برتری دارد و محققان را قادر می‌سازد تا تأثیرگذارترین پارامترها را برای مطالعه عمیق‌تر شناسایی کرده و بدین ترتیب استفاده از منابع محاسباتی را بهینه نمایند.

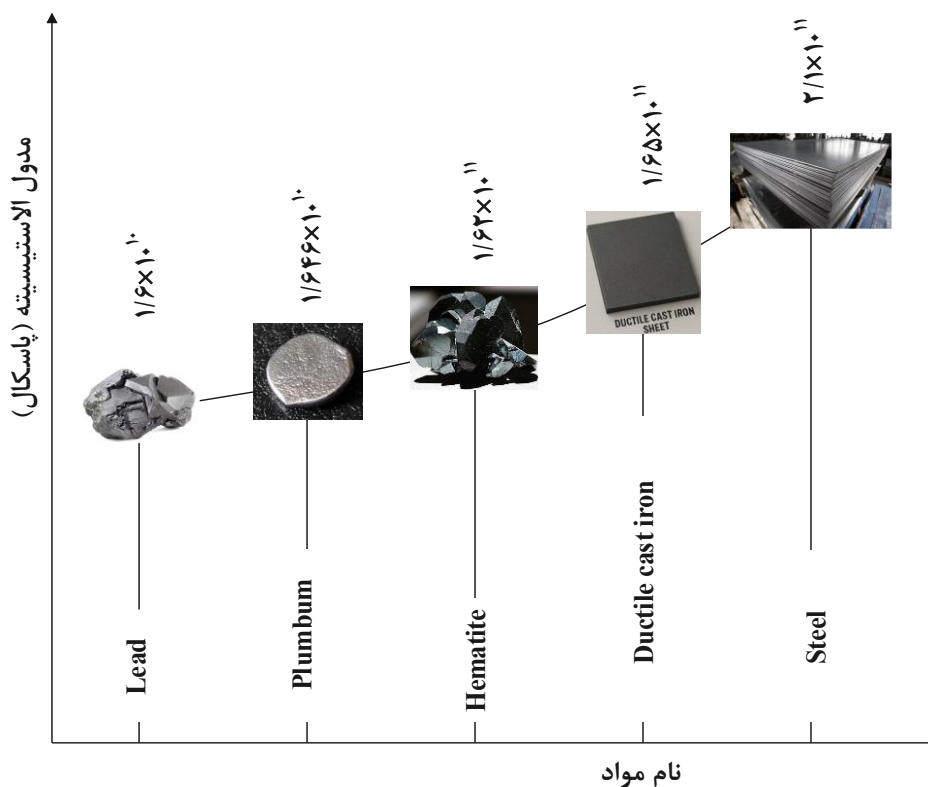
برای انجام فرآیند پیکربندی تحلیل حساسیت مورس برای مدل سلول واحد فرابتن، از جدول ۳ استفاده می‌شود. ستون اول شامل فهرست نام پارامترهای مدل اجزاء محدود که تحت ارزیابی حساسیت قرار می‌گیرند. این ورودی‌ها شامل خواص الاستیک، چگالی بخش‌های ماتریس، پوشش و هسته و ابعاد هندسی دربرگیرنده طول سلول واحد، شعاع‌های بخش هسته و پوشش هستند. هدف اصلی روش مورس، ارزیابی چگونگی تأثیر تغییرات در این ورودی‌ها بر خروجی مدل است که بینش‌هایی را در خصوص رفتار و پایداری مدل ارائه می‌دهد. ستون‌های دوم و سوم جدول ذکر شده به ترتیب حدود پایین و بالای هر ورودی را به تفصیل بیان می‌کند. این کران‌ها، دامنه‌ای را مشخص می‌کنند که هر ورودی می‌تواند در طول تحلیل در آن محدوده تغییر کند. دامنه تغییرات مدول الاستیسیته مواد بخش پوشش و هسته به ترتیب در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ مشخص شده‌اند؛ چنین نمودارهایی بازتاب دهنده تغییرات واقع‌بینانه پارامترها هستند. بنابراین جدول ۳، زیربنای لازم را برای روش مورس به منظور کاوش نظام‌مند فضای ورودی فراهم می‌آورد.

جدول ۳: محدوده مؤلفه‌های مواد و هندسه سلول واحد فرابتن

مؤلفه‌ها	حد پایین	حد بالا
مدول الاستیسیته ماتریس (GPa)	۲۷/۶	۵۹/۹
چگالی ماتریس (kg/m^3)	۲۱۰۰	۲۶۰۰
نسبت پواسون ماتریس (1)	۰/۱۶	۰/۳۳
مدول الاستیسیته پوشش (GPa)	۰/۰۰۰۱۳۷	۱۰
چگالی پوشش (kg/m^3)	۹۰۰	۱۵۰۰
نسبت پواسون پوشش (1)	۰/۲	۰/۴۹۵
مدول الاستیسیته هسته (GPa)	۱۶	۲۱۰
چگالی هسته (kg/m^3)	۵۱۹۶	۱۱۶۰۰
نسبت پواسون هسته (1)	۰/۲۷۵	۰/۴۴
طول سلول واحد (m)	۰/۰۶	۱
شعاع پوشش (m)	۰/۰۲	۰/۴۹
شعاع هسته (m)	۰/۰۱	۰/۴۸



شکل ۱۰: دامنه تغییرات مدول الاستیسیته مواد پوشش

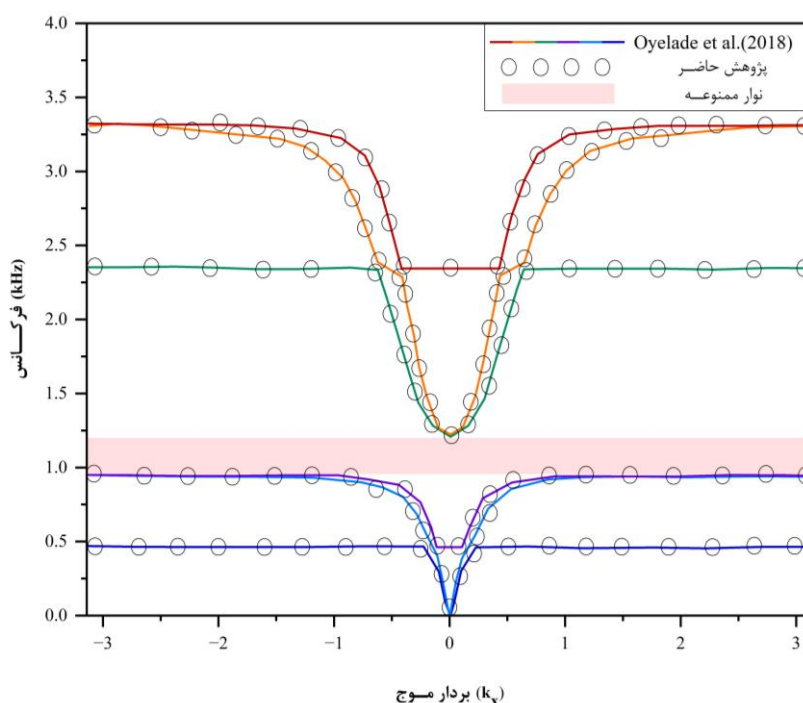


شکل ۱۱: دامنه تغییرات مدول الاستیسیته مواد هسته

۲-۶- صحت‌سنجی

روش‌های شبیه‌سازی عددی به ابزاری ضروری برای بررسی رفتار دینامیکی فرامواد، به ویژه در تعیین نوارهای ممنوعه و ویژگی‌های تأثیرگذار بر نوارهای ممنوعه تبدیل شده‌اند. این رویکرد به طور گسترده در مطالعات مربوط به فرابتن نیز مورد استفاده قرار گرفته است. همان‌طور که در پژوهش اوایلاده و همکاران [۲۵] نمونه‌ای از آن دیده می‌شود. به منظور اعتبارسنجی دقت و قابلیت اطمینان مدل عددی مورد استفاده در پژوهش حاضر، تحلیلی تطبیقی در برابر نتایج ارائه شده توسط پژوهش فوق انجام شد. اوایلاده و همکاران [۲۵] از جدول ۱ به عنوان مشخصات هندسی و از جدول ۲ به عنوان مشخصات مکانیکی مواد استفاده کرده‌اند؛ شماتیک سلول واحد مطالعه اوایلاده و همکاران در شکل ۴ نشان داده شده است.

اوایلاده و همکاران [۲۵] یک ناحیه نوار ممنوعه‌ای را برای سلول واحد فرابتن با پوشش تک لایه، در محدوده فرکانس تقریبی ۰/۹۵ تا ۱/۲ کیلوهرتز شناسایی کردند. در پژوهش حاضر، نوار ممنوعه مربوطه تقریباً بین ۰/۹۶ تا ۱/۲۵ کیلوهرتز مشاهده شد. انطباق مجموعه نتایج بین پژوهش حاضر و مرجع [۲۵]، همان‌طور که در شکل ۱۲ نشان داده شده است، بیانگر صحت روابط مورد استفاده و نحوه مدل‌سازی می‌باشد.

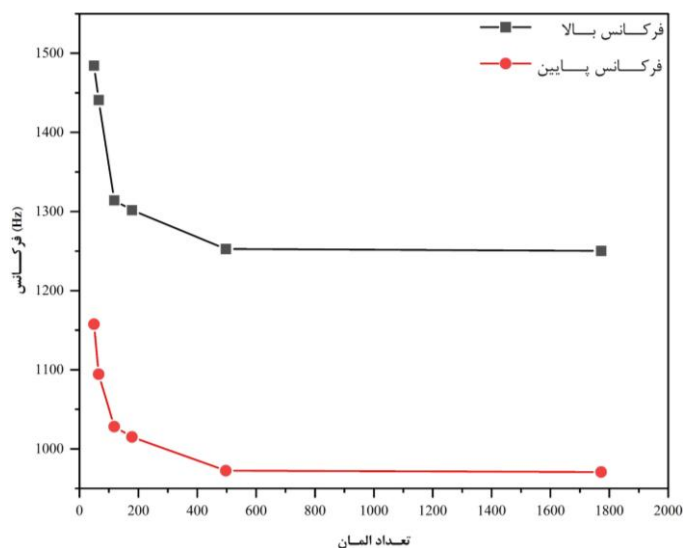


شکل ۱۲. نمودار پراکندگی حاصل از مطالعه صحت‌سنجی

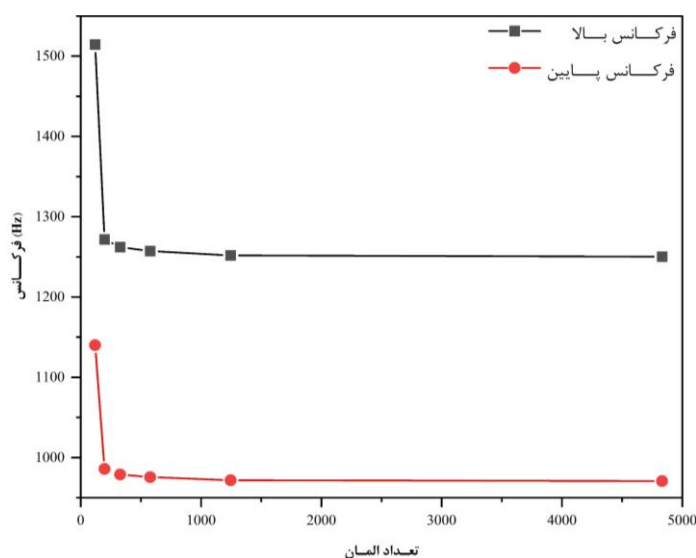
۳- بحث و نتایج

۳-۱- آنالیز حساسیت مش

تحلیل حساسیت مش، یک اصل اساسی در تضمین استقلال حل عددی مدل از گسسته‌سازی و جلوگیری از هزینه‌های محاسباتی غیرضروری است. با استفاده از مدل عددی بخش صحت‌سنجی، پس از محاسبه محدوده فرکانسی نوار ممنوعه برای دو نوع المان و شش سایز مختلف مش، طبق شکل ۱۳ و ۱۴ تحلیل حساسیت مش صورت گرفت. در شکل‌های ذکر شده محور افقی نشان دهنده تعداد المان و محور عمودی نشان دهنده فرکانس می‌باشد. نتایج تحلیل حساسیت، نشان دهنده استقلال عددی برای المان چهارضلعی، در ۵۰۰ المان و برای المان مثلثی در ۱۲۵۰ المان بود. بنابراین، با معیار قرار دادن ۰/۱۲۵ درصد مساحت کل سلول واحد، به عنوان سایز مش، مدل عددی به نتایج قابل اطمینانی رسید. همچنین المان چهار ضلعی به عنوان المان مناسب از نظر کارایی محاسباتی قابل استفاده خواهد بود.



شکل ۱۳: نمودار آنالیز حساسیت مش بندی با المان چهارضلعی





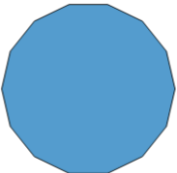
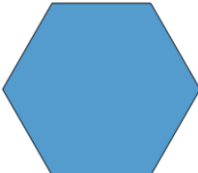
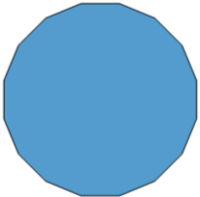
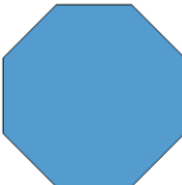
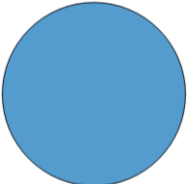
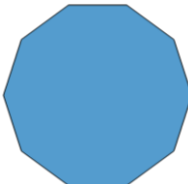
شکل ۱۴: نمودار آنالیز حساسیت مش بندی با المان مثلثی

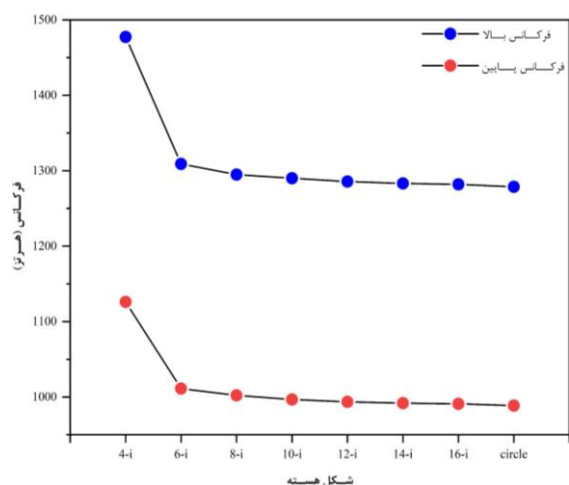
۳-۲- چینه‌سازی هندسی

هندسه سلول واحد در فرابتن‌ها، به ویژه چینه‌سازی بخش‌های پوشش و هسته، نقشی محوری در تعیین محدوده فرکانسی عملکرد آن‌ها ایفا می‌کند. در واقع، تغییر شکل این اجزاء مستقیماً بر پاسخ فرکانسی سلول واحد و نحوه تعامل آن با امواج تأثیرگذار است. به عنوان مثال، تغییر هندسه هسته و پوشش از اشکال زاویه‌دار مانند چهارضلعی منتظم به اشکال هموارتر مانند شانزده ضلعی منتظم یا دایره، دینامیک این تعامل را دگرگون می‌سازد. در پژوهش حاضر، به منظور بررسی دقیق و کنترل‌شده‌ی این تأثیر، شکل پوشش و هسته سلول واحد به صورت سیستماتیک تغییر داده شد. نکته‌ی کلیدی در این مطالعه، حفظ نسبت حجمی ثابت مواد در طول تغییرات هندسی بود. این رویکرد امکان جداسازی تأثیر تغییرات هندسی از تغییرات حجم ماده را فراهم کرد و اجازه داد تا نقش مستقل هندسه را در تعیین مرزهای فرکانسی نوار ممنوعه به طور عمیق‌تری بررسی شود. اشکال مورد بررسی در این تحلیل، با تکیه بر مفهوم ناحیه بریلوئن کاهش ناپذیر اول و با در نظر گرفتن تقارن‌های فیزیکی مرتبط با انتشار امواج، در جدول ۴ قرار گرفته‌اند. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که تغییر شکل پوشش و هسته از اشکال زاویه‌دار (مانند چهارضلعی منتظم) به اشکال هموارتر (مانند دایره)، منجر به کاهش قابل توجهی در محدوده فرکانسی کلی نوار ممنوعه می‌شود. این یافته‌ها حاکی از آن است که هموارسازی هندسی، اثری ساختاری ایجاد می‌کند که فرکانس‌های تشدید آن را به سمت

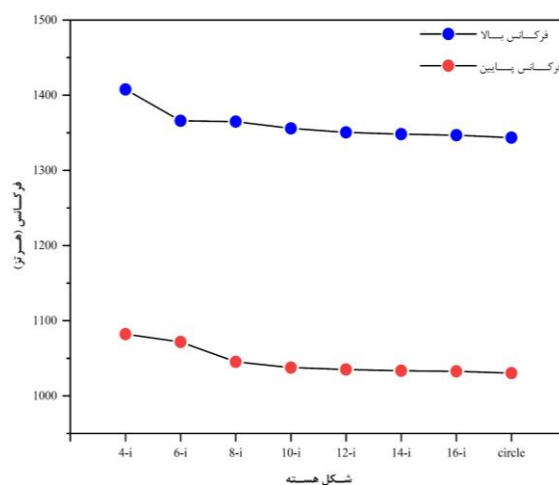
محدوده‌های پایین‌تر سوق می‌دهد. جزئیات نتایج حاصل از هر تغییر در چینش هندسی در شکل‌های ۱۵ تا ۲۲ ارائه شده است؛ در این شکل‌ها، محور افقی بیانگر تغییر در هندسه هسته سلول واحد و محور عمودی نشان‌دهنده محدوده فرکانسی نوار ممنوعه است. بر این اساس، یافته‌های این پژوهش به وضوح نشان می‌دهد که با طراحی دقیق و هدفمند هندسی، می‌توان بدون نیاز به تغییر در ترکیب مواد، ساختارهای فرابتنی را برای دستیابی به پاسخ‌های فرکانسی مطلوب‌تر بهینه‌سازی کرد.

جدول ۴- چینش هندسی هسته و پوشش

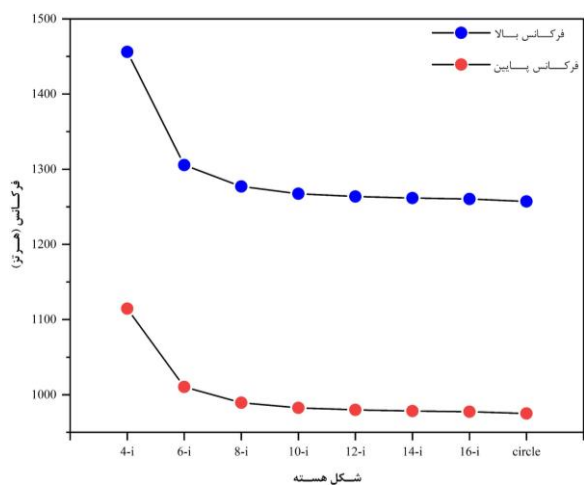
شکل هندسی	عنوان	نام	شکل هندسی	عنوان	نام
	$12 - i$	دوازده ضلعی منتظم		$4 - i$	چهار ضلعی منتظم
	$14 - i$	چهارده ضلعی منتظم		$6 - i$	شش ضلعی منتظم
	$16 - i$	شانزده ضلعی منتظم		$8 - i$	هشت ضلعی منتظم
	circle	دایره		$10 - i$	ده ضلعی منتظم



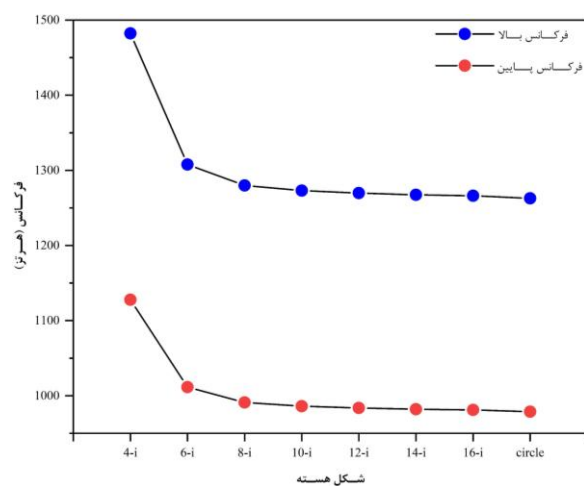
شکل ۱۶: پوشش از نوع شش ضلعی



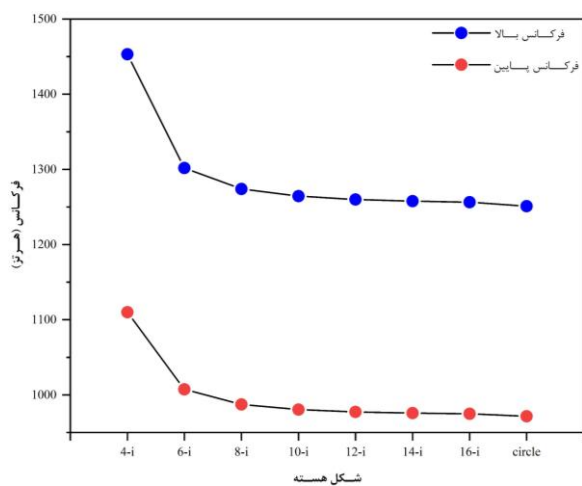
شکل ۱۵: پوشش از نوع چهار ضلعی



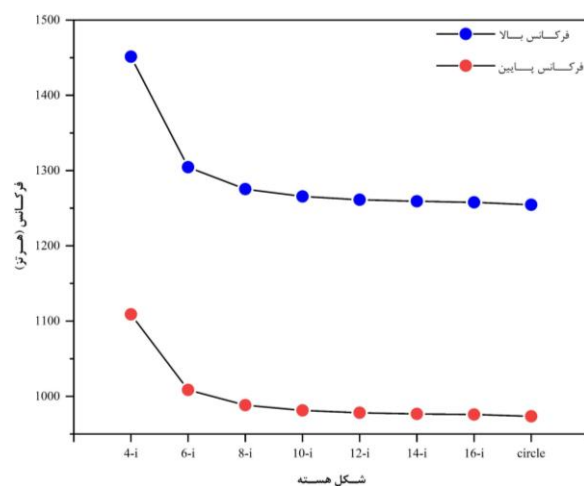
شکل ۱۸: پوشش از نوع ده ضلعی



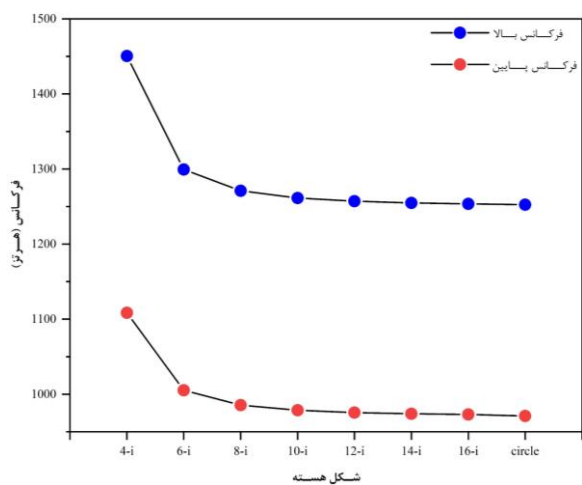
شکل ۱۷: پوشش از نوع هشت ضلعی



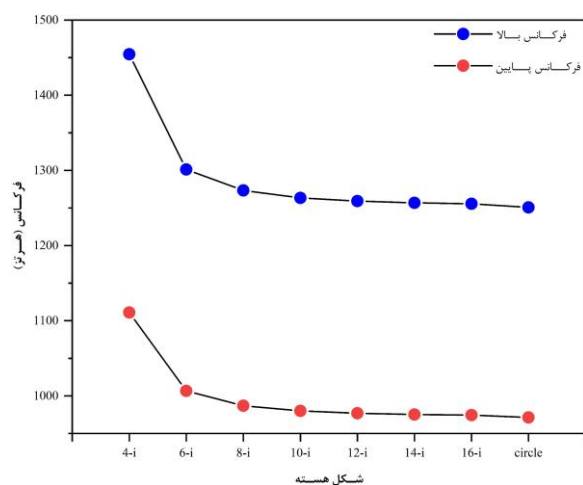
شکل ۲۰: پوشش از نوع چهارده ضلعی



شکل ۱۹: پوشش از نوع دوازده ضلعی



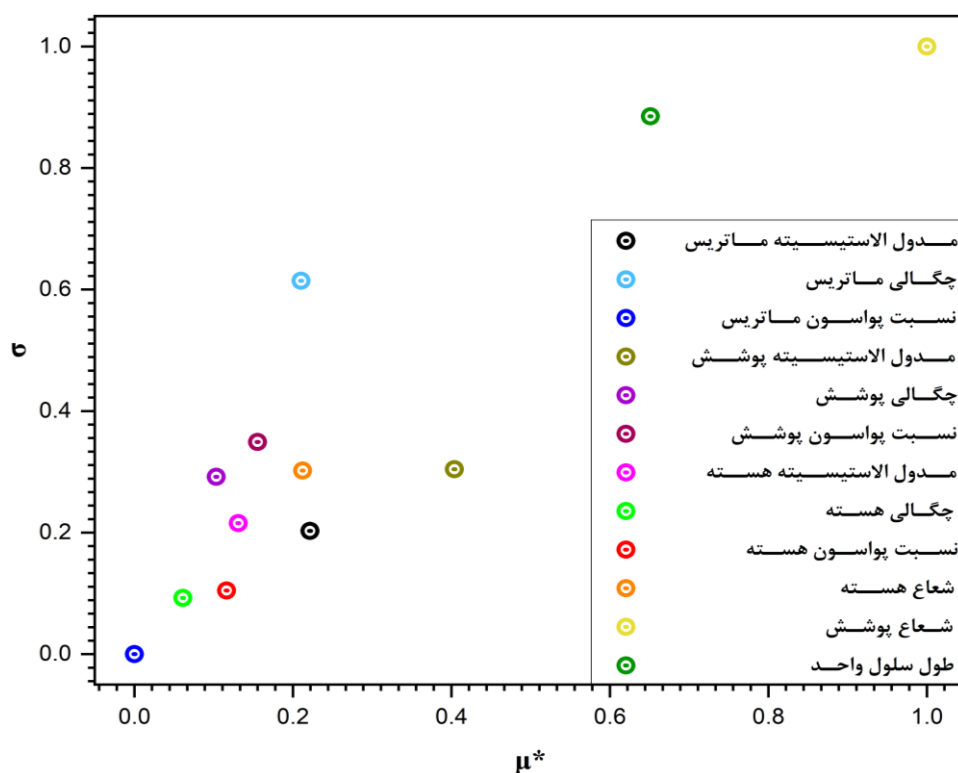
شکل ۲۲: پوشش از نوع دایره



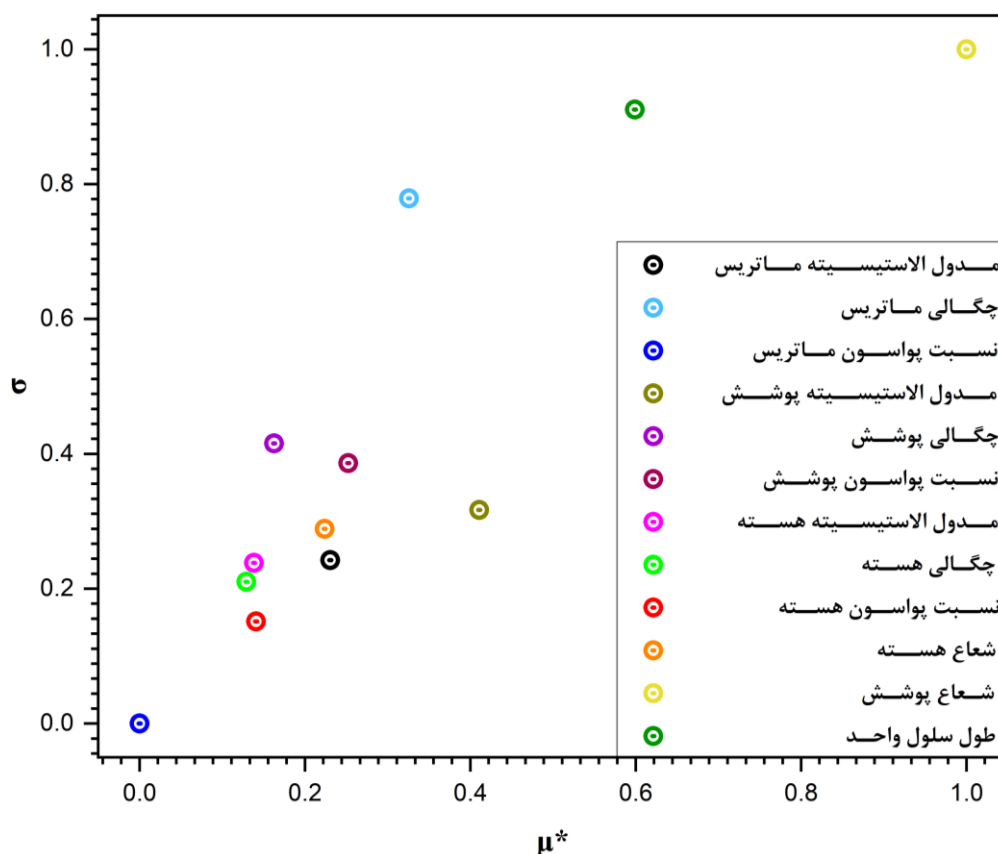
شکل ۲۱: پوشش از نوع شانزده ضلعی

۳-۳- آنالیز حساسیت موریس

آنالیز حساسیت جامع موریس برای ارزیابی تأثیر ۱۲ پارامتر آمده در جدول ۳ بر خروجی مدل سلول واحد فرابتن به کار گرفته شد. اثرات ابتدائی برای هر پارامتر با استفاده از ۵۰ مسیر محاسبه گردید. شاخص‌های حساسیت، میانگین مطلق μ^* و انحراف معیار σ اثرات ابتدایی، برای تمایز قائل شدن بین پارامترهایی با اثرات خطی، غیرخطی و تعاملی محاسبه شدند. برای رده‌بندی مؤلفه‌های مدل با توجه به شکل‌های ۲۳ و ۲۴ پارامترهای شعاع پوشش، طول سلول واحد و مدول الاستیسیته پوشش به ترتیب بالاترین مقادیر میانگین قدرمطلق اثرات اولیه را به خود اختصاص دادند که نشان‌دهنده تأثیر غالب آن‌ها بر هر دو فرکانس بالا و پایین نوار ممنوعه سلول واحد فرابتنی است. در مقابل، نسبت پواسون ماتریس اثرات ناچیزی از خود نشان داد. این امر حاکی از آن است که می‌توان این مؤلفه را بدون تأثیر قابل توجه بر دقت هر دو فرکانس بالا و پایین نوار ممنوعه سلول واحد فرابتنی، درمقادیر پیش فرض ثابت نگه داشت. پارامترهایی نظیر شعاع پوشش، طول سلول واحد و چگالی ماتریس مقادیر انحراف معیار بالایی از خود نشان دادند که دلالت بر روابط غیرخطی با هر دو فرکانس بالا و پایین یا برهمکنش با سایر پارامترها دارد. آنالیز حساسیت موریس بینش‌های مهمی را در خصوص رفتار مدل سلول واحد فرابتنی ارائه نمود. مطالعات پیشین [۳۸] با تغییر پارامتریک ساده و عدم در نظر گرفتن اثر تعاملی میان مؤلفه‌های مواد و هندسی اقدام به ارزیابی تأثیر تغییر پارامترها بر خروجی کرده‌اند.



شکل ۲۳: نتایج آنالیز حساسیت موریس بر فرکانس بالای نوار ممنوعه



شکل ۲۴: نتایج آنالیز حساسیت موریس بر فرکانس پایین نوار ممنوعه

۴- نتیجه گیری

پژوهش حاضر با هدف شناسایی پارامترهای تأثیرگذار بر محدوده عملکردی، طراحی بهینه و کارایی محاسباتی فرابتن صورت گرفت. چنین هدفی با روش تحلیل حساسیت جامع موریس با در نظر گرفتن تعامل میان پارامترهای طراحی فرابتن، با هدف یافتن پارامترهای مؤثر محدوده فرکانسی نوار ممنوعه سلول واحد صورت گرفت. برای توصیف رفتار غیرمعمول فرابتن، از مفهوم جرم مؤثر منفی استفاده شده است. با توجه اهمیت مش‌بندی در محاسبات عددی، یک تحلیل حساسیت مش‌بندی با دو نوع المان‌بندی صورت گرفت. همچنین تأثیر کاربرد اشکال مختلف در موقعیت پوشش و هسته با نسبت حجمی یکسان مواد برای محدوده فرکانسی مورد بررسی قرار گرفت. با استفاده از نتایج دو تحلیل صورت گرفته، به منظور یافتن میزان تأثیر پذیری محدوده فرکانسی از پارامترهای ورودی، تحلیل حساسیت به روش موریس انجام شد که نتایج به شرح ذیل می‌باشد:

- ۱- استفاده از اشکال هندسی منحنی‌وار و کاربردی در پوشش و هسته سلول واحد، محدوده فرکانسی نوار ممنوعه را به سمت کاربردهای لرزه‌ای سوق می‌دهد. بنابراین هندسه دایره به عنوان چینه مؤثر هندسی جهت کاستن ارتعاشات فرکانس پایین شناخته شد.
- ۲- مولفه‌های شعاع پوشش و طول سلول واحد به ترتیب بیشترین تأثیر و غیرخطی‌ترین رابطه را با فرکانس‌های بالا و پایین نوار ممنوعه دارند. بنابراین مقادیر طراحی هندسی فرابتن، از اولویت بالاتری نسبت به مقادیر مشخصات مواد دارد.
- ۳- نسبت پواسون ماتریس به عنوان مولفه بی تأثیر بر عملکرد فرابتن شناسایی شد.

۴- سنگدانه‌های مهندسی شده را می‌توان در سازه‌های مختلف به منظور کاهش ارتعاشات مختلف مورد استفاده قرار داد.

تغییر پارامترهایی با اهمیت زیاد برای طراحی بهینه سلول واحد فرابتن، جهت دستیابی به محدوده فرکانسی متناظر با بارگذاری موجود، امکان کاهش هزینه محاسباتی را در بر خواهد داشت. بنابراین، صرف نظر کردن از پارامترهای کم اهمیت، امکان استفاده از مصالح نوین و مؤثر در تسهیل بخشیدن به طراحی فرابتن را می‌تواند به همراه داشته باشد.

مراجع

- [1] Liu, Z., Zhang, X., Mao, Y., Zhu, Y. Y., Yang, Z., Chan, C. T., & Sheng, P. (2000). Locally resonant sonic materials. *science*, 289(5485), 1734-1736.
- [2] Thompson, D. J. (2008). A continuous damped vibration absorber to reduce broad-band wave propagation in beams. *Journal of sound and vibration*, 311(3-5), 824-842.
- [3] Wang, G., Wen, X., Wen, J., & Liu, Y. (2006). Quasi-one-dimensional periodic structure with locally resonant band gap.
- [4] Zhu, R., Yasuda, H., Huang, G. L., & Yang, J. K. (2018). Kirigami-based elastic metamaterials with anisotropic mass density for subwavelength flexural wave control. *Scientific reports*, 8(1), 483.
- [5] Colquitt, D. J., Brun, M., Gei, M., Movchan, A. B., Movchan, N. V., & Jones, I. S. (2014). Transformation elastodynamics and cloaking for flexural waves. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 72, 131-143.
- [6] Hussein, M. I., Leamy, M. J., & Ruzzene, M. (2014). Dynamics of phononic materials and structures: Historical origins, recent progress, and future outlook. *Applied Mechanics Reviews*, 66(4), 040802.
- [7] Claeys, C. C., Vergote, K., Sas, P., & Desmet, W. (2013). On the potential of tuned resonators to obtain low-frequency vibrational stop bands in periodic panels. *Journal of Sound and Vibration*, 332(6), 1418-1436.
- [8] Tan, K. T., Huang, H. H., & Sun, C. T. (2014). Blast-wave impact mitigation using negative effective mass density concept of elastic metamaterials. *International Journal of Impact Engineering*, 64, 20-29.
- [9] Daraio, C., Nesterenko, V. F., Herbold, E. B., & Jin, S. (2006). Energy trapping and shock disintegration in a composite granular medium. *Physical Review Letters*, 96(5), 058002.
- [10] Ma, G., & Sheng, P. (2016). Acoustic metamaterials: From local resonances to broad horizons. *Science advances*, 2(2), e1501595.
- [11] Abbas, M., Elbaz, K., Shen, S. L., & Chen, J. (2021). Earthquake effects on civil engineering structures and perspective mitigation solutions: a review. *Arabian Journal of Geosciences*, 14, 1-17.
- [12] Gagg, C. R. (2014). Cement and concrete as an engineering material: An historic appraisal and case study analysis. *Engineering Failure Analysis*, 40, 114-140.
- [13] Mitchell, S. J., Pandolfi, A., & Ortiz, M. (2014). Metaconcrete: designed aggregates to enhance dynamic performance. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 65, 69-81.
- [14] Mitchell, S. J., Pandolfi, A., & Ortiz, M. (2015). Investigation of elastic wave transmission in a metaconcrete slab. *Mechanics of Materials*, 91, 295-303.
- [15] Mitchell, S. J., Pandolfi, A., & Ortiz, M. (2016). Effect of brittle fracture in a metaconcrete slab under shock loading. *Journal of Engineering Mechanics*, 142(4), 04016010.
- [16] Briccola, D., Ortiz, M., & Pandolfi, A. (2017). Experimental validation of metaconcrete blast mitigation properties. *Journal of Applied Mechanics*, 84(3), 031001.
- [17] Kettenbeil, C., & Ravichandran, G. (2018). Experimental investigation of the dynamic behavior of metaconcrete. *International Journal of Impact Engineering*, 111, 199-207.

- [18] Xu, C., Chen, W., & Hao, H. (2020). The influence of design parameters of engineered aggregate in metaconcrete on bandgap region. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 139, 103929.
- [19] Jin, H., Chen, W., Hao, H., & Hao, Y. (2020). Numerical study on impact resistance of metaconcrete. *Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica*, 50(2), 024609.
- [20] Jin, H., Hao, H., Chen, W., & Xu, C. (2021). Spall behaviors of metaconcrete: 3D meso-scale modelling. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 21(09), 2150121.
- [21] Jin, H., Hao, H., Hao, Y., & Chen, W. (2020). Predicting the response of locally resonant concrete structure under blast load. *Construction and Building Materials*, 252, 118920.
- [22] Milton, G. W., & Willis, J. R. (2007). On modifications of Newton's second law and linear continuum elastodynamics. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 463(2079), 855-880.
- [23] Chen, J., Hou, S., Zheng, B., Li, X., Peng, F., Wang, Y., & Chen, J. (2024). Train-induced vibration and structure-borne noise measurement and prediction of low-rise building. *Buildings*, 14(9), 2883.
- [24] Roy, P. P. (1998). Technical Note Characteristics of ground vibrations and structural response to surface and underground blasting. *Geotechnical & Geological Engineering*, 16, 151-166.
- [25] Oyelade, A., Abiodun, Y. and Sadiq, M. O. (2018). Dynamic behaviour of concrete containing aggregate resonant frequency. *Journal of Computational Applied Mechanics*, 49(2), 380-385. doi: 10.22059/jcamech.2018.269048.339
- [26] Lim, C. W., & Reddy, J. N. (2019). Built-up structural steel sections as seismic metamaterials for surface wave attenuation with low frequency wide bandgap in layered soil medium. *Engineering Structures*, 188, 440-451.
- [27] Born, M. A. X. (1946). Wave propagation in periodic structures.
- [28] Hofstadter, D. R. (1976). Energy levels and wave functions of Bloch electrons in rational and irrational magnetic fields. *Physical review B*, 14(6), 2239.
- [29] Cheng, Z. B., & Shi, Z. F. (2018). Composite periodic foundation and its application for seismic isolation. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 47(4), 925-944.
- [30] Gholami, K., Rafiee-Dehkharghani, R., & Ghalandarzadeh, A. (2023). Shear and compression waves screening in 2D for dry or saturated ground using periodic infinite and finite soil-foam barriers. *Archive of Applied Mechanics*, 93(4), 1401-1421.
- [31] Morris, M. D. (1991). Factorial sampling plans for preliminary computational experiments. *Technometrics*, 33(2), 161-174.
- [32] Tong, C., & Graziani, F. (2008). A practical global sensitivity analysis methodology for multi-physics applications. In *Computational Methods in Transport: Verification and Validation* (pp. 277-299). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- [33] Campolongo, F., & Braddock, R. (1999). The use of graph theory in the sensitivity analysis of the model output: a second order screening method. *Reliability Engineering & System Safety*, 64(1), 1-12.
- [34] Campolongo, F., Cariboni, J., & Saltelli, A. (2007). An effective screening design for sensitivity analysis of large models. *Environmental modelling & software*, 22(10), 1509-1518.
- [35] King, D. M., & Perera, B. J. C. (2013). Morris method of sensitivity analysis applied to assess the importance of input variables on urban water supply yield—A case study. *Journal of hydrology*, 477, 17-32.
- [36] Ruano, M. V., Ribes, J., Ferrer, J., & Sin, G. (2011). Application of the Morris method for screening the influential parameters of fuzzy controllers applied to wastewater treatment plants. *Water Science and Technology*, 63(10), 2199-2206.
- [37] Ruano, M. V., Ribes, J., Seco, A., & Ferrer, J. (2012). An improved sampling strategy based on trajectory design for application of the Morris method to systems with many input factors. *Environmental Modelling & Software*, 37, 103-109.
- [38] Zhang, E., Zhao, H., Lu, G., Chen, P., & Yang, H. (2023). Design and evaluation of dual-resonant aggregates metaconcrete. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 20(2), e479.