

Model Updating Using the Bayesian Method in order to Damage Detection in the Structures Using the Frequency Response Function (FRF)

Babak Taghavi¹, Fariba Shadan^{2*}, Masoud Mahmoodabadi³ and Ahmad Fakharian⁴

1-Ph.D. Candidate, University of Qom, Faculty of Technology and Engineering, Qom, Iran

2-Assistant Professor, Mazandaran University of Science and Technology, Faculty of Technology and Engineering, Mazandaran, Iran

3-Assistant Professor, University of Qom, Faculty of Technology and Engineering, Qom, Iran,

4- Professor, Department of Electrical Engineering, Qa.C., Islamic Azad University, Qazvin, Iran,

ABSTRACT

One of the most common methods of damage detection in structures is modeling the finite element of that structure along with Newman and Drickel conditions and matching it to the experimental vibration tests performed on the same structure. The main goal of updating the model is to reduce the difference between the data obtained from the experimental vibration test (performed) and the analytical model of the finite elements. From a practical point of view, updating the model combines the skills of the numerical analyst and vibration test engineer in one place and requires the application of advanced estimation and calculation techniques for the desired corrections. This work is done by correcting the physical parameters, geometry or boundary conditions of the initial finite element model, relying on the experimental test results such as the frequencies and shape of the measured modes or the frequency response functions. The non-compliance mentioned is due to errors such as the discretization process error of the finite elements, the modeling error of the connections and boundary constraints, the parametric error resulting from the geometrical characteristics and physical properties, the error of the governing equations, the measurement and signal processing errors, the presence of noise and information defects caused by Pointed imperfect measurements are collectively known as system uncertainties. Considering the inherent numerical characteristic of the Bayesian method on reducing the adverse effects of uncertainty, this article updates the finite element model in the condition of incomplete measurement and using the frequency response function on a 40-member truss in order to detect failures resulting from the reduction of stiffness and has committed a crime The current method is written with Bayesian formulation, but Metropolis algorithm is used in repetition and reaching the updating model. The results show the improvement of speed and accuracy in the process of identifying structural failures.

ARTICLE INFO

Receive Date: 02 April 2024

Revise Date: 05 July 2024

Accept Date: 24 July 2024

Keywords:

Model Updating
Bayesian Method
Damage Detection
Frequency Response Function (FRF)
Uncertainty

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: [10.22065/jsce.2024.449017.3374](https://doi.org/10.22065/jsce.2024.449017.3374)

*Corresponding author: Fariba Shadan.

Email address: fariba.shadan@mazust.ac.ir

بروزرسانی مدل به روش بیزین به منظور تشخیص خرابی در سازه با استفاده از تابع پاسخ فرکانسی

بابک تقوی^۱، فریبا شادان^{۲*}، مسعود محمودآبادی^۳، احمد فخاریان^۴

۱- دانشجوی دکتری سازه، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران

۲- استادیار، دانشکده مهندسی شیمی و صنایع، دانشگاه علم و فناوری مازندران، مازندران، ایران

۳- استادیار، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران

۴- استاد، گروه مهندسی برق، واحد قزوین، دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران

چکیده

یکی از متداولترین روشهای تشخیص خرابی در سازه‌ها، مدل‌سازی اجزاء محدود آن سازه به همراه شرایط نیومن و دریکله و منطبق ساختن آن بر تست‌های ارتعاشی تجربی انجام شده بر همان سازه می‌باشد. هدف اصلی بروزرسانی مدل کاهش اختلاف میان داده‌های حاصل از تست ارتعاشی تجربی (انجام شده) و مدل تحلیلی اجزاء محدود ساخته شده می‌باشد. از منظر کاربردی بروزرسانی مدل مهارت-های تحلیلگر عددی و مهندسی تست ارتعاشی را در یک جا جمع می‌کند و نیازمند کاربرد تکنیک‌های تخمینی و محاسباتی پیشرفته برای اصلاحات مورد نظر است. این کار به کمک تصحیح پارامترهای فیزیکی، هندسی و یا شرایط مرزی مدل اجزاء محدود اولیه، با تکیه بر نتایج تست تجربی از قبیل فرکانس‌ها و شکل مودهای اندازه‌گیری شده و یا توابع پاسخ فرکانسی، انجام می‌پذیرد. عدم انطباق ذکر شده به دلیل خطاهایی چون خطای روند گسسته‌سازی اجزاء محدود، خطای مدل‌سازی اتصالات و قیود مرزی، خطای پارامتری حاصل از ویژگیهای هندسی و خواص فیزیکی، خطای معادلات حاکم، خطاهای اندازه‌گیری و پردازش سیگنال، وجود نویز و نقص اطلاعات ناشی از اندازه‌گیری ناقص اشاره نمود که در مجموع به عنوان عدم قطعیت‌های سیستم شناخته می‌شوند. با توجه به خصوصیت ذاتی عددی روش بیزین بر کاهش اثرات نامطلوب عدم قطعیت، این مقاله بروزرسانی مدل اجزاء محدود را در شرایط اندازه‌گیری ناقص و با استفاده از تابع پاسخ فرکانسی به روش بیزین بر روی یک خرپای ۴۰ عضوی به منظور تشخیص خرابی‌های حاصل از کاهش سختی و جرم انجام داده است. روش حاضر با فرمول‌بندی بیزین نگاشته شده و در تکرار و نیل به سمت بروزرسانی از الگوریتم متروپلیس استفاده گردیده است. نتایج نشان دهنده بهبود سرعت و دقت در روند شناسایی خرابی‌های سازه می‌باشد.

کلمات کلیدی: بروزرسانی مدل - روش بیزین - تشخیص خرابی - تابع پاسخ فرکانسی - عدم قطعیت

شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:			
https://doi.org/10.22065/jsce.2024.449017.3374	چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
doi: 10.22065/jsce.2024.449017.3374	۱۴۰۴/۰۱/۳۱	۱۴۰۳/۰۵/۰۳	۱۴۰۳/۰۵/۰۳	۱۴۰۳/۰۴/۱۵	۱۴۰۳/۰۱/۱۴
فریبا شادان fariba.shadan@mazust.ac.ir				*نویسنده مسئول: پست الکترونیکی:	

۱- مقدمه

بروزرسانی مدل اجزاء محدود از اوایل دهه ۱۹۹۰ به عنوان موضوعی با کاربردهای گسترده علمی در حوزه‌هایی چون طراحی و ساخت، پایش و تعمیر سیستم‌های مکانیکی و سازه‌ای، هوا فضا و کنترل و غیره ظهور کرد. هدف از بروزرسانی مدل‌های اجزاء محدود اصلاح ماتریس‌های جرم، سختی و میرایی این مدل‌ها به منظور بدست آوردن انطباق بهتر میان نتایج عددی و تجربی (آزمایشگاهی) است. چنانچه قرار باشد از مدل بروزرسانی شده به منظور پیش بینی نتایج بارگذاری مانند شرایط واقعی سازه در شرایط خاص بارگذاری یا عملیاتی، یا برای تغییر نگرش پیکربندی‌های سازه ای، یا به منظور تحلیل‌های دینامیکی یا غیر دینامیکی به منظور تغییر ماتریس‌های مشخصه سیستم و یا پایش و کنترل سازه استفاده شود روند تصحیح مدل و تعداد تکرار فرآیند می‌تواند حائز اهمیت باشد به نحوی که فرآیند بروزرسانی با تصحیح فرضیات غیردقیق و نامعتبر، کاهش خطاهای واقعی مدلسازی و یا با ایجاد تغییرات با مفهوم فیزیکی (در اتصالات، مصالح، تکیه گاه‌ها یا شرایط بارگذاری) در مساله صورت پذیرد. در نتیجه و در صورت عملکرد صحیح، مدل بروزرسانی شده نه تنها می‌بایست نتایج تجربی را بازتولید نماید بلکه پارامترهای اصلاح شده مدل می‌بایست دارای مقادیر منطقی و دارای معنا و مفهوم فیزیکی صحیح باشند این بدان علت است که یک طراح فقط علاقمند به نمایش صحیح مشخصات دینامیکی سازه توسط مدل تحلیلی نیست و بلکه اغلب می‌خواهد از این مدل برای تحلیل تنش خستگی برابر طول عمر و در شرایط بارگذاری متفاوت استفاده نماید.

در این مطالعه، یک چارچوب بروزرسانی مدل بیزی جدید با استفاده از داده‌های تابع پاسخ فرکانس ناقص پیشنهاد شده است. در این روش، مسئله اندازه‌گیری ناقص با روش کاهش مدل یا بسط داده‌ها بررسی نمی‌شود و تعداد داده‌ها با استفاده از تابع پاسخ فرکانسی در فرکانس‌های تحریک مختلف ارزیابی می‌گردد. بطور کلی روش‌های تشخیص خرابی مبتنی بر پاسخ فرکانسی داده‌های زیادی از سازه را در اختیار قرار می‌دهند ولی به هر صورت باید در نظر داشت اندازه‌گیری کامل تحت هیچ شرایطی در سازه‌های واقعی امکان‌پذیر نخواهد بود. همچنین عدم قطعیت علاوه بر داده‌ها در مدل المان محدود نیز وجود دارد که دستیابی به پاسخ را پیچیده‌تر می‌کند. در واقع مشکل اصلی روش‌های تشخیص خرابی بر پایه مدل، حساسیت بالا به عدم اندازه‌گیری کامل داده‌های درجات آزادی و عدم قطعیت‌ها می‌باشد. عدم قطعیت‌های موجود ناشی از عواملی چون خطای روند گسسته‌سازی اجزاء محدود، خطای مدلسازی اتصالات و قیود مرزی، خطای پارامتری حاصل از ویژگی‌های هندسی و خواص فیزیکی، ساده‌سازی و مفروضات نظری در مدلسازی سازه‌ها و خطاهای اندازه‌گیری می‌باشد که جهت مقابله با آنها در این مقاله یک چارچوب بروزرسانی بیزی مورد استفاده قرار گرفته است، لذا به عنوان هدف اصلی می‌توان گفت، این مقاله سعی دارد مشکل نقص داده‌ها (عدم اندازه‌گیری کامل) و عدم قطعیت‌های ناگزیر مساله را با بروزرسانی بیزین مدل تقلیل دهد. لازم به ذکر است بروزرسانی بر پایه بیز به کمک فرآیند زنجیره مارکوف مونت کارلو به عنوان مقدمه‌ای بر بروزرسانی مدل به کمک فیلتر کالمن می‌باشد. با توجه به اهمیت و قدرت روش‌های منشعب از فیلتر کالمن می‌توان روش آماری و عددی ارائه شده در این مقاله را جهت مقابله با نقص داده‌ها و عدم قطعیت‌ها به کمک فیلتر کالمن با فیزیک مساله نیز فرموله نمود و روش پیشنهادی را توسعه داد. جهت راستی آزمایشی روش پیشنهادی یک خرپای ۴۰ عضوی با چندین سناریوی خرابی (شامل کاهش سختی و تغییر جرم) جهت بررسی اثر نویز، عدم قطعیت‌های مدل اجزاء محدود و اندازه‌گیری ناقص ارائه گردیده است.

محققین برای رفع مشکل اندازه‌گیری و عدم قطعیت‌ها روش‌هایی را پیشنهاد نموده‌اند. بر این اساس در سال ۲۰۰۹ اسفندیاری و همکاران [۱] روشی برای بروزرسانی سازی مدل اجزاء محدود با استفاده از تابع پاسخ فرکانسی و فرکانس‌های طبیعی سازه ارائه نمودند. در این روش با استفاده از معادلات حساسیت، تغییرات تابع پاسخ فرکانسی به تغییرات مشخصات سختی، جرم و میرایی مرتبط گردید. آن‌ها نقص در داده‌ها (عدم اندازه‌گیری) را که یکی از چالش‌های اساسی روش‌های تشخیص خرابی می‌باشد، با یک معادله حساسیت شبه دقیق از تابع پاسخ فرکانسی جبران نمودند. در سال ۲۰۱۰ اسفندیاری و همکاران رابطه تقریبی ارائه شده را بهبود بخشیدند. آنها شکل مود سازه آسیب دیده را به روش تقریب شکل مود برآورد نموده و در فرم تجزیه شده تابع پاسخ فرکانسی به کار بردند [۲]. در سال ۲۰۱۲، صنایعی و همکاران روش پیشنهادی [۱] و [۲] را بر روی یک قاب صحت‌سنجی آزمایشگاهی نمودند. آن‌ها محدوده‌هایی از فرکانس تحریک، که تابع

پاسخ فرکانسی دارای حساسیت بالاتر به آسیب و حاوی نویز کمتری هستند را انتخاب نمودند. نتایج شناسایی به دست آمده از سختی و جرم قاب رضایت بخش بود. استفاده از روش فوق الذکر به عنوان یک روش مناسب تشخیص خرابی در حالت اندازه گیری ناکامل با توجه به قدرت روش نسبت روش هایی چون گویان^۱، سرپ^۲ و هیبرید^۳ در تحقیقات دیگر ادامه یافت. شادان و همکاران [۳] در سال ۲۰۱۵ روش ابتکاری عنوان شده را در فرم تجزیه شده تابع پاسخ فرکانسی و با استفاده از داده های دینامیکی استفاده نمودند. آنها قدرت تشخیص روش را در نسبت درجات آزادی اندازه گیری شده به کل درجات آزادی افزایش داده، تشخیص خرابی را روی یک خرپای ۴۰ عضوی انجام دادند. در سال ۲۰۱۸ شادان و همکاران [۴] جهت بالابردن قدرت شناسایی در حالت اندازه گیری ناکامل، با استفاده از داده های کرنش با ابتکار در روند بروز رسانی مدل و انتخاب فرکانس های بار ورودی به روشی ابتکاری، نتایج تشخیص خرابی بر روی قاب یک طبقه بهبود بخشیدند. شادان و حسنی (۲۰۲۱) [۵] نتایج حاصل از روش [۴] را جهت بررسی قدرت تشخیص خرابی بر روی دو سازه با درجات آزادی زیاد و شرایط موده های نزدیک^۴ بررسی نمودند که نتایج مطلوبی حاصل گردید.

بطور کلی هدف اصلی استفاده از روش بیزین در پایش سلامت سازه کاهش و کمی سازی تأثیر عدم قطعیت های اندازه گیری و مدل سازی بر نتایج می باشد. همچنین به منظور بروز رسانی مساله، از گذشته مدل های اجزاء محدود دینامیکی جهت انطباق با نتایج حاصل از تست ارتعاشی توسعه داده شد که بر این اساس یکی از روش های پر کاربرد بروز رسانی مدل روش بیزین می باشد. سون و همکاران در سال ۱۹۹۷ اولین نفراتی بودند که یک چهارچوب بیزین برای عیب یابی یک قاب ساده پیشنهاد کردند که در آن خطای شبیه سازی و وجود خطاهای اندازه گیری را در نظر گرفتند. آنها از روش بیزین برای بروز رسانی و تعیین آسیب قاب ساده چند طبقه استفاده کردند [۶]. یک در سال ۱۹۹۸ یک روش بیزین برای بروز رسانی مدل استفاده کرد. او در این روش عدم قطعیت های ناشی از مدل سازی ریاضی و خطاهای اندازه گیری را در نظر گرفت و کاربرد روش ارائه شده را با یک مثال عددی از یک قاب ساده دوبعدی اعتبارسنجی کرد [۷]. سنگ و همکاران در سال ۲۰۱۹ یک مدل بیزین سلسله مراتبی برای تعیین پارامترهای مودال (شکل مود و فرکانس طبیعی) یک ساختمان ۱۰ طبقه ارائه نمودند [۸]. فتحی و همکاران در سال ۲۰۲۰ با استفاده از الگوی بیزین جدید نسبت به بروز رسانی مدل یک سکوی ثابت دریایی با ۴۸ المان قابی شکل اقدام نمودند. بدین جهت آنها از داده های تابع پاسخ فرکانسی ناقص اندازه گیری شده استفاده نمودند. الگوی بیزین آنها به یک تابع هدف بر مبنای توابع پاسخ دینامیکی اندازه گیری شده و مدل اجزاء محدود می رسید که نهایتاً با کمیته سازی محل و شدت خرابی را مشخص می نمود [۹]. تقوی و همکاران در سال ۲۰۲۳ استفاده از مدل آماری بیز را در نتایج یک نمونه آزمایشگاهی تیر پیاده نمودند، بدین منظور آنها مقایسه نتایج با حالتی از مدل آماری بیز استفاده نشده است نشان داد مدل آماری بیزین در تحلیل و نتیجه گیری نتایج می تواند استفاده بهتری از داده ها نموده با کم اثر کردن داده های نامطمئن و آغشته به اغتشاش موجب بهبود نتایج نهایی گردد [۱۰]. هورتادو و همکاران در سال ۲۰۲۴ یک تکنیک جدید بر پایه بروز رسانی مدل با استفاده از استنتاج بیزی (BI)^۵ به منظور تعیین کمیت عدم قطعیت های پارامتری موجود در یک مدل ساختمان بتنی مسلح با شش ستون یکسان و دال بتنی مسلح ارائه نمودند. در این روش چارچوب بیزی برای بروز رسانی پارامترهای مدل و محاسبه ماتریس کوواریانس پارامترهای خروجی بر اساس اطلاعات تجربی ارائه شده توسط فرکانس های مودال و شکل های حالت اجرا شده است. الگوریتم بروز رسانی، احتمال پسین پارامترهای مدل اجزاء محدود را تعیین نموده و ماتریس کوواریانس مشاهدات را محاسبه و آنها را با تحقق مدل ساخته شده مقایسه می نماید. این مقاله دو رویکرد را برای ترکیب ماتریس کوواریانس در تابع درستنمایی ارائه می کند. رویکرد اول شامل محاسبه ماتریس کوواریانس برای هر تکرار، با استفاده از یک تابع که با در نظر گرفتن ویژگی های منحصر به فرد داده ها، منجر به تخمین دقیق تری از توزیع پسین شود. رویکرد دوم شامل استفاده از ماتریس کوواریانس به عنوان ماتریس هویت است. آنها نشان دادند با هر دو رویکرد ماتریس کوواریانس بین مشاهدات و مدل بروز شده امکان

¹ guyan

² SEREP

³ hybrid

⁴ Closely-Spaced

⁵ Bayesian Inference

شناسایی خطای محاسبه شده از طریق یک تابع درست‌نمایی نرمال چند متغیره را فراهم می‌کند. مزیت اصلی این روش این است که عدم قطعیت در داده‌های تجربی با تعریف تابع احتمال به عنوان یک توزیع نرمال چند متغیره در نظر گرفته می‌شود که منجر به نمایش بهتر رفتار واقعی ساختمان می‌شود. نتایج نشان داد که این رویکرد بروزرسانی مدل بیزی به‌طور مؤثر امکان بروزرسانی دقیق آماری پارامترهای مدل را می‌دهد، که عدم قطعیت و افزایش اطمینان در پیش‌بینی‌های مدل را مشخص می‌کند، که به‌ویژه در کاربردهای مهندسی که دقت مدل مدنظر است، مفید است [۱۱]. لو و همکاران در سال ۲۰۲۴ یک روش بروزرسانی مدل اجزاء محدود بیزی سلسله مراتبی را بر روی پل قوسی مینگزو در استان ژجیانگ چین، با دهانه طولانی (۶۵۰ متر) با در نظر گرفتن اثرات دما و بارهای ترافیکی بر پاسخ‌های دینامیکی و استاتیکی سازه پیشنهاد نمودند. تابع هدف پیشنهادی آنها شامل یک رابطه خطی بین دما و مدول الاستیک (تا روند کاهشی بین دما و فرکانس‌های طبیعی شناسایی شده را در نظر بگیرد)، یک رابطه پیشنهادی تخمین بار وسیله نقلیه (برای در نظر گرفتن اثرات بار ترافیکی بر خواص سازه)، ویژگی‌های داده‌های استاتیکی و دینامیکی برای به‌روزرسانی مدل اجزاء محدود بود. رویکرد بروزرسانی پارامترها در این روش با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی تقریبی بوده و سپس یک روش نمونه‌برداری زنجیره مارکوف مونت کارلو (روش گیبز) دو مرحله‌ای برای تسریع فرآیند بروزرسانی استفاده می‌شود. روش پیشنهادی با استفاده از داده‌های اکتسابی طی مدت دو سال بر روی پل اعتبارسنجی گردید. سپس مدل بروز شده برای پیش‌بینی پاسخ‌های استاتیکی و دینامیکی سازه با در نظر گرفتن بارهای عملیاتی، عدم قطعیت پارامترها و خطاهای مدل‌سازی استفاده گردید و مشخص شد پاسخ‌های اندازه‌گیری شده عموماً در بازه اطمینان ۹۵٪ پیش‌بینی قرار دارد. در نهایت، یک شاخص وضعیت سازه، که اثرات بارهای عملیاتی بر خواص سازه را در نظر گرفته است، برای ارزیابی وضعیت سازه و شناسایی موفقیت‌آمیز فرآیند جایگزینی روسازی بر روی پل تعریف شد. نتایج نشان داد روش پیشنهادی می‌تواند برای پایش سلامت پل و پیش‌بینی تغییرات آینده سازه پل مفید باشد [۱۲]. تیموری و همکاران در سال ۲۰۲۴ یک فرمول بیزی سلسله مراتبی جدید برای شناسایی پارامترهای مدل یک پلت فرم فراساحلی (در شمال دریای بالتیک) ارائه نمودند که از داده‌های مودال در حالی که وزن باقی مانده آنها را بهینه می‌کند، استفاده می‌نماید. در روش آنها ماتریس کوواریانس باقیمانده‌های مودال از داده‌ها شناسایی می‌شود، که منجر به وزن دهی خودکار باقیمانده‌های مودال می‌شود. در واقع از معیار اطلاعات بیزی برای انتخاب بهترین طرح برای ماتریس کوواریانس خطاهای پیش‌بینی استفاده می‌شود. همچنین یک استراتژی جدید نیز برای کنترل حالت‌های دینامیکی با فرکانس‌های مودال نزدیک ایجاد شده است. از آنجایی که محاسبه توزیع پسین با سربارهای محاسباتی مواجه می‌شود، یک الگوریتم امیدریاضی بیشینه ساز (EM)^۶ برای غلبه بر پیچیدگی محاسباتی محاسبه توزیع پسین و استنتاج پارامترهای مدل احتمالی سلسله مراتبی پیشنهادی پیشنهاد شده است. نتایج آنها نشان داد روش پیشنهادی می‌تواند به‌طور قابل اعتمادی تغییرات پارامترهای سازه را در مجموعه‌های داده‌های گسترده بیابد و به نوعی و مرزهای عدم قطعیت واقعی را شناسایی کند. همچنین در این روش وزن دهی بهینه باقیمانده‌های مودال با موفقیت از طریق روش پیشنهادی با استنتاج عناصر مورب ماتریس کوواریانس خطای پیش‌بینی به دست می‌آید [۱۳].

۲- بروزرسانی مدل به روش بیزین:

در این مقاله بجای استفاده از روش بیزین در نتیجه‌گیری آماری حل مساله تشخیص خرابی [۱۰]، روند بروزرسانی مدل بر پایه روش بیزین صورت پذیرفته است. در روند حل مساله تشخیص خرابی بر پایه خواص مودال و تابع پاسخ فرکانسی می‌بایست مدل ساخته شده اجزاء محدود مساله اصلاح گردد، به نحوی که پاسخ شناسایی در هنگام بروزرسانی با پاسخ واقعی سیستم (میزان و محل واقعی خرابی سازه) کمترین خطا را داشته باشد. در استراتژی بروزرسانی مدل اجزاء محدود با استفاده از روش بیزین دیدگاه‌های گوناگونی وجود دارد که در مقدمه به آنها اشاره گردید، در این مقاله پس از بررسی روش‌های مختلف و نتایج حاصله روش زیر ارائه گردیده است. در روش ارائه شده نحوه فرمول بندی کلی به فرم [۱] می‌باشد ولی به منظور بروزرسانی مدل و هدایت متغیرهای تصادفی (محل و شدت خرابی) به سمت

⁶ Expectation-maximization algorithm

پاسخ صحیح، پس از فرمول بندی بر مبنای رابطه احتمال بیز، از یک زنجیره مارکوف مونت کارلو (MCMC) به سبک الگوریتم متروپلیس استفاده گردیده است. علت استفاده از روش متروپلیس علاوه بر سادگی آن این است که یکی از مشکلات روش پیشنهادی محاسبه ضرایبی است که به عنوان نرمال‌ساز احتمال استفاده می‌گردد و حسن الگوریتم متروپلیس استفاده از نسبت احتمال در پذیرش یا رد متغیر تصادفی پیشنهادی می‌باشد، در روش متروپلیس با توجه به استفاده از نسبت احتمال، ضرایب نرمال‌ساز در صورت و مخرج کسر از یکدیگر ساده شده و نیازی به محاسبه این ضرایب نمی‌باشد. لازم به ذکر است در ارائه تابع پیشین احتمال علی‌رغم اینکه می‌توان از تابع آماری گوسی استفاده نمود، اما تابع پیشین یکنواخت با توجه به نتایج مطلوب حاصله، جهت حل مساله مورد استفاده در این مقاله جهت مقایسه در نظر گرفته شده است.

با توجه به توضیحات فوق در ابتدا رابطه احتمال شرطی توماس بیز بیان می‌گردد:

$$P(\theta|D) = \frac{P(D|\theta) * P(\theta)}{P(D)} \quad (1)$$

در رابطه فوق θ برداری از پارامترهای ناشناخته است که باید برورسانی گردد. D ماتریسی است شامل فرکانسهای طبیعی و شکل‌مودها که از ماتریس جرم، سختی و میرایی بدست می‌آید. $P(D)$ فاکتور متعامد شده‌ای است که به عنوان پارامتر نرمال ساز احتمال استفاده می‌گردد.

در ابتدا با توجه به اینکه می‌دانیم تابع پاسخ فرکانسی (FRF) یک ماتریس متقارن است $\vec{h}(\omega)$ را به نحوی تعریف می‌کنیم که فقط شامل مثلث بالا و یا پایین ماتریس FRF باشد:

$$\vec{h}(\omega) = [H_{1,1}, H_{2,1}, \dots, H_{n_m,1}, \dots, H_{i,i}, H_{i+1,i}, \dots, H_{n_m,i}, \dots, H_{n_m}, H_{n_m}] \quad (2)$$

علت اینکه ماتریس را تبدیل به بردار کردیم استفاده از تعاریف آماری تابع توزیع توابع چند متغیره است که در ادامه به آن می‌پردازیم. تعداد n_m نیز به تعداد درجات آزادی اندازه‌گیری شده است. بنابراین تعداد داده‌های بردار $\vec{h}(\omega)$ برابر $\frac{(n_m+1) \times n_m}{2}$ خواهد بود. حال با فرض اینکه جهت آزمایش مودال تعداد N_ω فرکانس بار ورودی داشته باشیم، ماتریس D به فرم زیر خواهد بود.

$$D = [\vec{h}(\omega_1), \vec{h}(\omega_2), \dots, \vec{h}(\omega_N)] \quad (3)$$

در رابطه فوق $h(\omega_n)$ تابع پاسخ فرکانسی مربوط به هر فرکانس بار ورودی می‌باشد که از این پس به اختصار h_ω نوشته می‌شود. با توجه به محدودیت‌های اندازه‌گیری قطعا ابعاد ماتریس فوق کمتر از $n_m * n_m$ خواهد بود. در اینجا جهت دستیابی به بردار پارامترهای ناشناخته بهینه $h(\theta)$ را به فرم زیر تعریف می‌کنیم:

$$h(\theta) = [K(\theta) - M(\theta)\omega^2 + i\omega C(\theta)]^{-1} \quad (4)$$

$$K(\theta) = K_0 + \sum_{n=1}^{N_\theta} \theta_n K_n \quad (5)$$

در رابطه فوق K_0 ماتریس سختی اولیه مدل اجزاء محدود است (ماتریس سختی سازه مدل شده بدون عیب) و تعداد N_θ المانهای سازه می‌باشد. با توجه به پیچیدگی و زمان بر بودن استفاده از رابطه مستقیم محاسبه تابع پاسخ فرکانسی (رابطه ۴)، از رابطه متداول آنالیز مودال به فرم زیر استفاده می‌گردد:

$$h(\theta) = \sum_{i=1}^n \frac{\phi_i^T(\theta) \phi_i(\theta)}{\Omega_{id}^2 - \omega^2 + 2j \zeta_{id} \Omega_{id} \omega} \quad (6)$$

در رابطه فوق $\phi_i(\theta)$ ، i مین شکل مود پارامتریک، Ω_{id} ، i مین فرکانس طبیعی اندازه‌گیری شده، ω ، فرکانس بار ورودی اعمالی، ζ_{id} ، i مین دمپینگ اندازه‌گیری شده می‌باشد. با توجه به عدم امکان اندازه‌گیری مجهولات رابطه فوق در n درجه آزادی سازه و با توجه به اینکه مقاله حاضر سعی دارد، شرایط شناسایی را در حالت اندازه‌گیری ناقص بررسی نماید رابطه پیشنهادی اسفندیاری و همکاران [۱] به فرم زیر استفاده می‌گردد:

$$h(\theta) = \sum_{i=1}^{n_m} \frac{\phi_i^T(\theta) \phi_i(\theta)}{\Omega_{id}^2 - \omega^2 + 2j \zeta_{id} \Omega_{id} \omega} + \sum_{i=n_m+1}^n \frac{\phi_i^T \phi_i}{\Omega_i^2 - \omega^2 + 2j \zeta_i \Omega_i \omega} \quad (7)$$

در رابطه فوق منظور از n_m مقادیر مجهولات مودال اندازه‌گیری شده و n تعداد کل درجات آزادی سازه می‌باشد. بنابراین ϕ_i ، ζ_i و Ω_i در کسر سری دوم، مربوط به مدل اجزاء محدود می‌باشد. همچنین برای محاسبه $\varphi(\theta)$ در این مقاله از یک تابع رندوم به صورت جمع شونده با ϕ_i اندازه‌گیری شده به فرم زیر استفاده گردیده است:

$$\phi_i(\theta) = \phi_i + \Delta \phi_i \quad \Delta \phi_i \sim U(0,1) \quad (8)$$

با توجه به تعریف ماتریس کوواریانس به فرم $\text{cov}(x) = \Sigma = E[(x - \mu_x) \cdot (x - \mu_x)^T]$ ، ماتریس کوواریانس را برای مساله به فرم زیر تعریف می‌کنیم:

$$\Sigma = \frac{1}{N_\omega - 1} \sum_{\omega=1}^{N_\omega} (\vec{h}_\omega - \bar{\vec{h}}) (\vec{h}_\omega - \bar{\vec{h}})^T \quad (9)$$

در رابطه فوق $\bar{\vec{h}}$ بردار میانگین FRF های اندازه‌گیری شده برای FRF مربوط به هر بردار فرکانس بار ورودی (h_ω) می‌باشد.

با توجه به تعریف تابع توزیع گوسی به فرم $P(x | \mu, \Sigma) = \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi\Sigma}} \right| \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \mu)^T \Sigma^{-1}(x - \mu)\right)$ برای مساله به فرم زیر قابل بازنویسی است:

$$P(\hat{h}_\omega | \theta) = c_1 \exp\left(-\frac{1}{2} [\hat{h}_\omega - h_\omega(\theta)]^T \Sigma^{-1} [\hat{h}_\omega - h_\omega(\theta)]\right) \quad (10)$$

$$P(D | \theta) = \prod_{\omega=1}^{N_\omega} P(\hat{h}_\omega | \theta) = c_2 \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{\omega=1}^{N_\omega} [\hat{h}_\omega - h_\omega(\theta)]^T \Sigma^{-1} [\hat{h}_\omega - h_\omega(\theta)]\right) \quad (11)$$

در روابط فوق C_1 و C_2 اعداد ثابتی می باشند.

برای تابع پیشین با توجه به اینکه خرابی در پارامتر مجهول شناسایی θ بین حداقل صفر و حداکثر ۱۰۰ درصد می باشد قاعدتا باید بین $0 \leq \theta \leq 1$ باشد. اما فتحی و همکاران [۱۲] نشان دادند با توجه به اینکه معمولا درصدی خطا در شناسایی وجود دارد پارامتر مجهول بهتر است بصورت $-1 \leq \theta \leq 0.2$ در نظر گرفته شود. بر این اساس تابع پیشین به فرم زیر تعریف می گردد:

$$P(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{1.2} & -1 \leq \theta \leq 0.2 \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (12)$$

نهایتا و با توجه به اینکه پارامترهای C_1 و C_2 و $P(D)$ نقش نرمالسازی شرایط تابع احتمال را دارند با متغیر ثابت C_3 (نرمالساز) جایگزین می گردد، همانطور که در توضیحات این بخش عنوان گردید با توجه به ساده شدن ضرایب نرمالساز در صورت و مخرج روش متروپلیس، می توان از محاسبه این ضرایب صرفنظر نمود. بنابراین تابع پسین در احتمال بیزین به فرم زیر قابل بازنویسی می باشد:

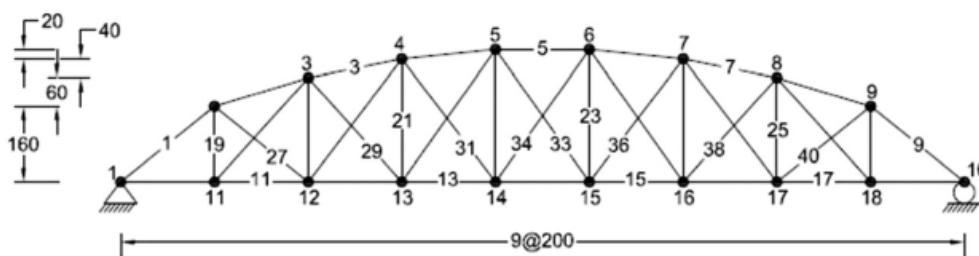
$$P(\theta|D) = c_3 p(\theta) \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{\omega=1}^{N_{\omega}} [\hat{h}_{\omega} - h_{\omega}(\theta)]^T \Sigma^{-1} [\hat{h}_{\omega} - h_{\omega}(\theta)]\right) \quad (13)$$

بدین ترتیب برای یافتن پاسخ مساله همانطور که بیان گردید مقدار متغیر تصادفی θ در بازه -1 تا 0.2 با گامهای 0.05 انتخاب گردید. سپس با تصحیح رابطه شماره (۷) و محاسبه $h(\theta)$ به کمک الگوریتم متروپلیس مکان و شدت خرابی را در روند بروزرسانی شناسایی گردید. مطابق ادبیات فنی روش الگوریتم متروپلیس، روند رسیدن متغیر تصادفی θ به پاسخ با تعداد تکرار معین (burning) در بازه ذکر شده به کمک الگوریتم زیر صورت می پذیرد.

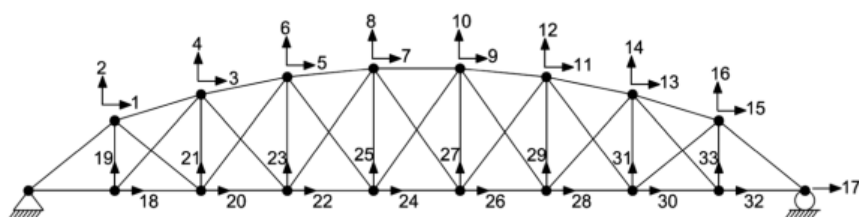
$$\begin{aligned} & \text{if } P(\theta_{new}|D) > P(\theta_{old}|D) \text{ accept } \theta_{new} \\ & \text{else accept } \theta_{new} \text{ with probability } \frac{P(\theta_{new}|D)}{P(\theta_{old}|D)} \end{aligned} \quad (14)$$

۳- مطالعه عددی (معرفی مدل خرابی)

جهت صحت سنجی روش، مدل اجزاء محدود خرابی دو بعدی [۳] استفاده شده است. مدل خرابی نشان داده شده در شکل ۱۰ از ۴۰ المان میله ای و ۱۸ گره تشکیل شده است. این مدل شامل ۳۳ درجه آزادی است که در شکل ۱ نشان داده شده است. المان ها از فولاد با مدول یانگ ۲۰۰ گیگا پاسکال، چگالی جرمی ۷۸۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب و سطح مقطع ارائه شده در جدول ۱ ساخته شده اند.



شکل ۱: ابعاد (بر حسب سانتی متر) و عناصر مدل خرابی



شکل ۲: درجات آزادی خرابی فولادی

جدول ۱: سطح مقطع المانهای خرابی

شماره المان	سطح مقطع (cm ²)
۱-۹	۱۸
۱۰-۱۸	۱۵
۱۹-۲۶	۱۰
۲۷-۴۰	۱۲

پارامترهای سازه ای قابل شناسایی برای بروزسانی مدل خرابی عبارتند از صلبیت محوری عناصر، EA و جرم در واحد طول المان ها، ρA می باشد، که در آن A سطح مقطع المانها، E مدول یانگ و ρ چگالی جرم هستند. در این مطالعه، نویز موجود در پاسخ اندازه گیری شده از سازه، در مثال شبیه سازی گردیده است. در مدل سازی عددی، تابع چگالی احتمال یکنواخت به عنوان توزیع تصادفی نویز اندازه گیری شده فرض گردیده و به پاسخ سازه که از مدل اجزاء محدود بدست آمده ۱۵٪ خطای تصادفی یکنواخت اضافه گردیده است. همچنین، یک ضریب میرایی ۰/۵٪ به صورت مودال متناسب با میرایی پل های خرابی فلزی مدل سازی گردیده است. با وجود تجهیزات اندازه گیری مدرن و با این حال که نویز اندازه گیری فرکانس های طبیعی یک سازه با میرایی کم ناچیز می باشد، اما در این مطالعه ۰/۵٪ درصد خطای تصادفی یکنواخت به فرکانس های طبیعی به دست آمده از مدل اجزاء محدود اضافه گردیده است. درجات آزادی ۲، ۱۶، ۱۹، ۲۹ و ۳۳ به عنوان نقاط تحریک جهت محاسبه پاسخ سازه آسیب در نظر گرفته شده است.

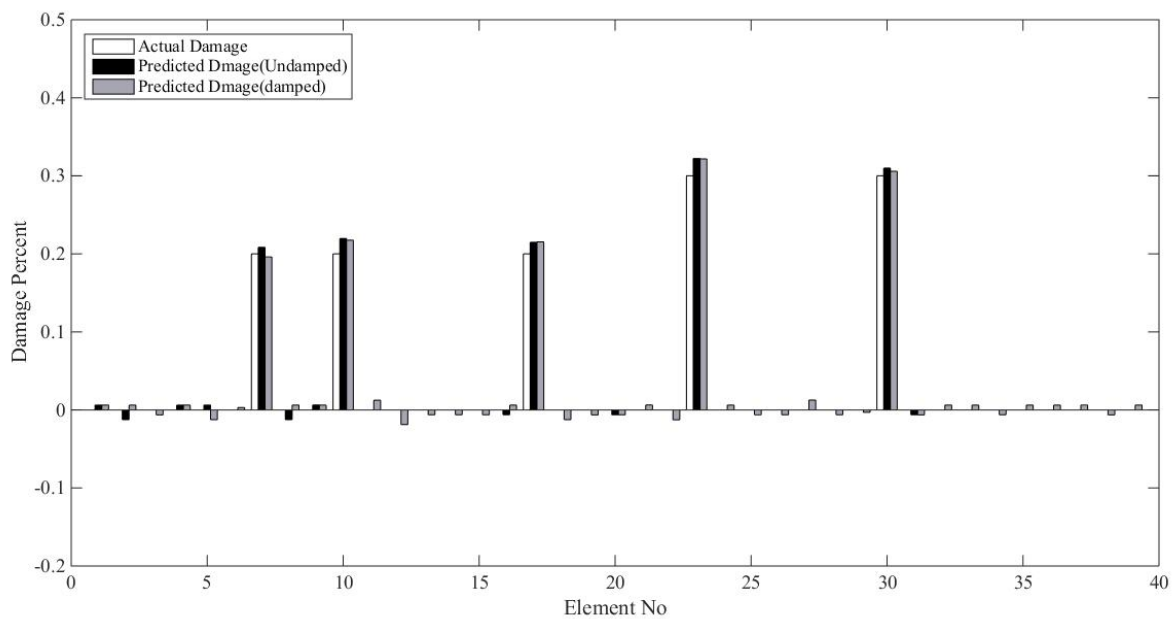
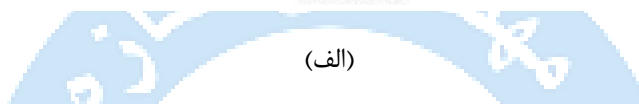
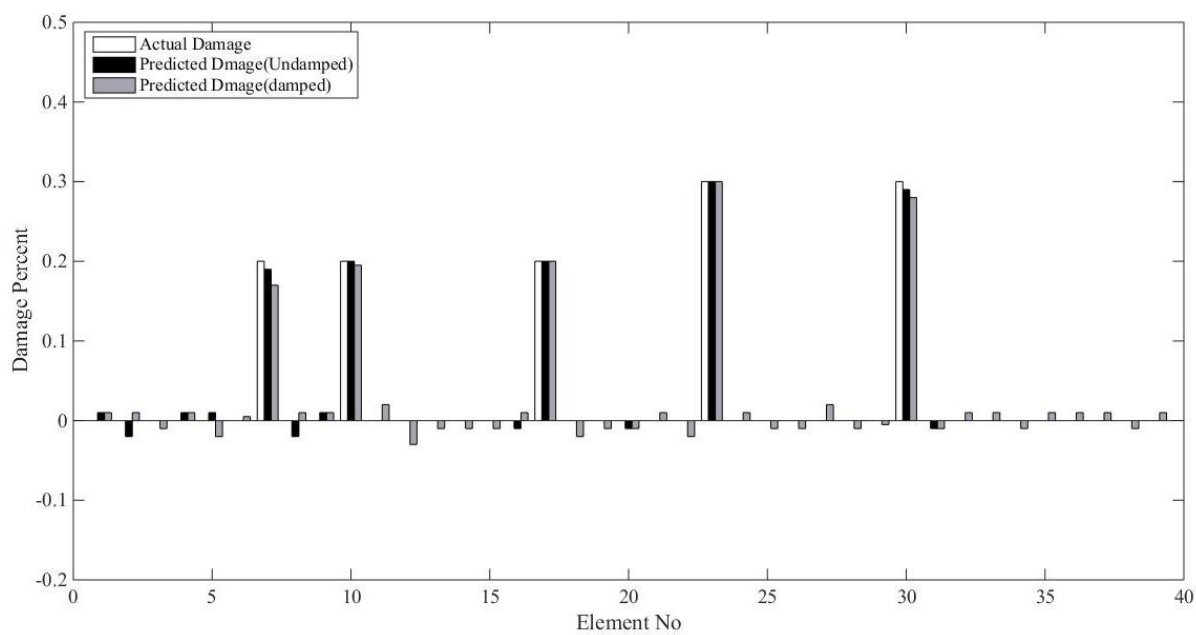
۳- شناسایی آسیب در مدل خرابی

برای بررسی دقت روش پیشنهادی، شش سناریوی آسیب که از نظر تعداد، مکان و شدت عناصر آسیب دیده متفاوت هستند در بروزسانی مدل در نظر گرفته شده است. جدول ۲ خرابی های شبیه سازی شده در سازه را نشان می دهد. در تعریف سناریوهای خرابی تلاش شده حالت جامعی از انواع خرابی در نظر گرفته شود، همانطور که مشاهده می شود دو مورد آسیب با کاهش سختی در المان ها و دو حالت با کاهش جرم در المان ها تعریف می شود. مورد پنجم شناسایی آسیب سختی گسترده تصادفی در تمام المانها و مورد ششم شامل مورد اول آسیب به اضافه ۵ درصد خطای جرم تصادفی است. در این مقاله نتایج بروزسانی مدل در حالت بدون استفاده از روش بیزین برای میانگین ۵۰ نمونه تصادفی با استفاده از روش مونت کارلو، با بروزسانی مدل با استفاده از روش بیزین برآورد و با ارائه میانگین و ضریب تغییرات مقایسه شده است. لازم به ذکر است که موارد مربوط به انتخاب محدوده فرکانس مناسب در [۳] به طور کامل توضیح داده شده است و نتایج این قسمت از محدوده فرکانسی [۳] به دست آمده است.

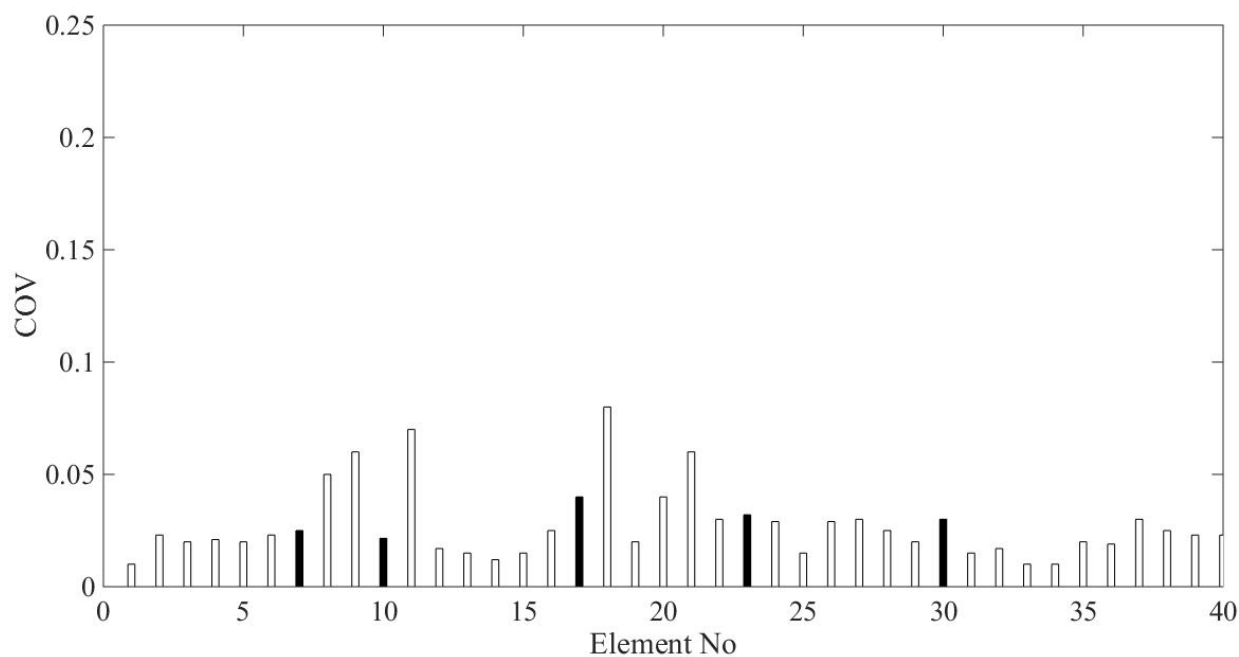
جدول ۲: سناریوهای خرابی

شماره المان و درصد آسیب					شماره تست	
۳۰	۲۳	۱۷	۱۰	۷	شماره المان	۱
٪۳۰ (سختی)	٪۳۰ (سختی)	٪۲۰ (سختی)	٪۲۰ (سختی)	٪۲۰ (سختی)	درصد آسیب	
-	-	۳۸	۲۵	۱۵	شماره المان	۲
		٪۳۰ (سختی)	٪۴۰ (سختی)	٪۳۰ (سختی)	درصد آسیب	
-	۳۱	۲۶	۱۵	۱۱	شماره المان	۳
	٪۲۰ (جرم)	٪۲۰ (جرم)	٪۲۰ (جرم)	٪۳۰ (جرم)	درصد آسیب	
			۳۴	۳۱	شماره المان	۴
			٪۴۰ (جرم)	٪۴۰ (جرم)	درصد آسیب	
خرابی گسترده در تمامی المانها					شماره المان	۵
٪۵ کاهش سختی تصادفی					درصد آسیب	
تست ۱ به همراه ٪۵ خرابی تصادفی جرم در تمام المان ها					شماره المان	۶
					درصد آسیب	

همانطور که قبلا ذکر شد به منظور بررسی قابلیت اطمینان روش پیشنهادی در برابر خطاهای اندازه گیری، ۵۰ مجموعه از داده های FRF آلوده به نویز به صورت عددی تولید شده و به دو روش بروزسانی مدل به روش معمول و روش بروزسانی مدل به کمک بیزین ارائه شده در این مقاله مقایسه می گردد. الگوریتم تخمین پارامتر با استفاده از همه مجموعه ها به صورت جداگانه انجام می شود و میانگین پارامتر پیش بینی شده در شکل ۱۲-۱۵ ترسیم شده است. در روش پیشنهادی در این مقاله، به منظور حصول اطمینان از پایداری پاسخها در روند مونت کارلو پراکندگی پارامترهای پیش بینی شده حول مقادیر میانگین توسط مقدار میانگین توسط ضریب تغییرات آنها (COV) بررسی می شود.



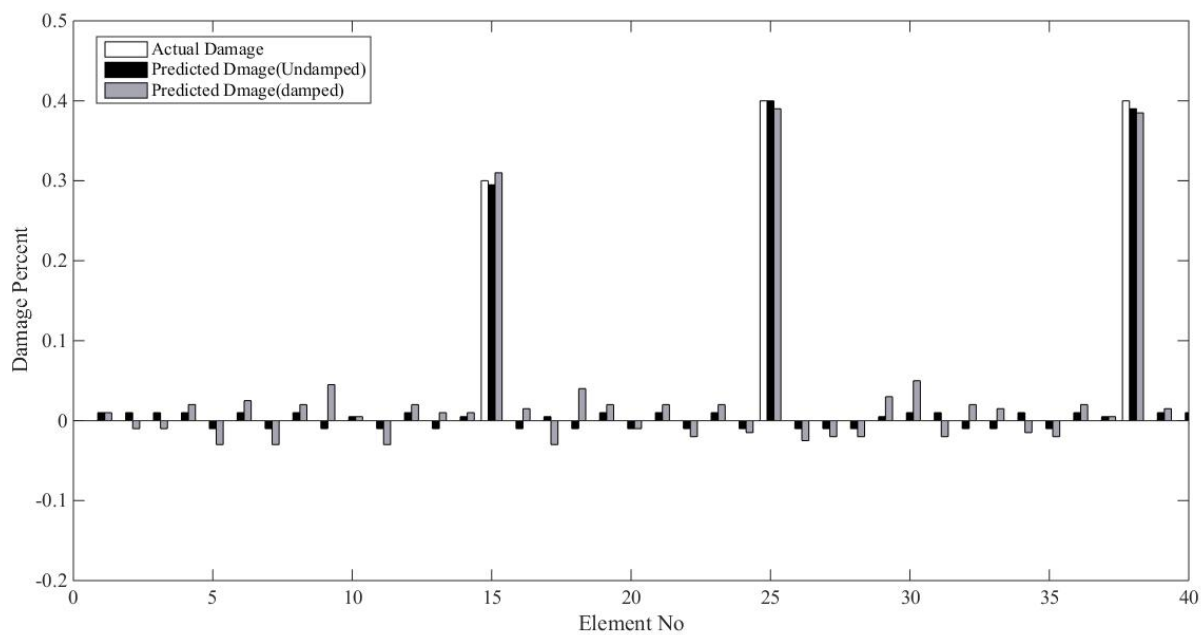
(ب)



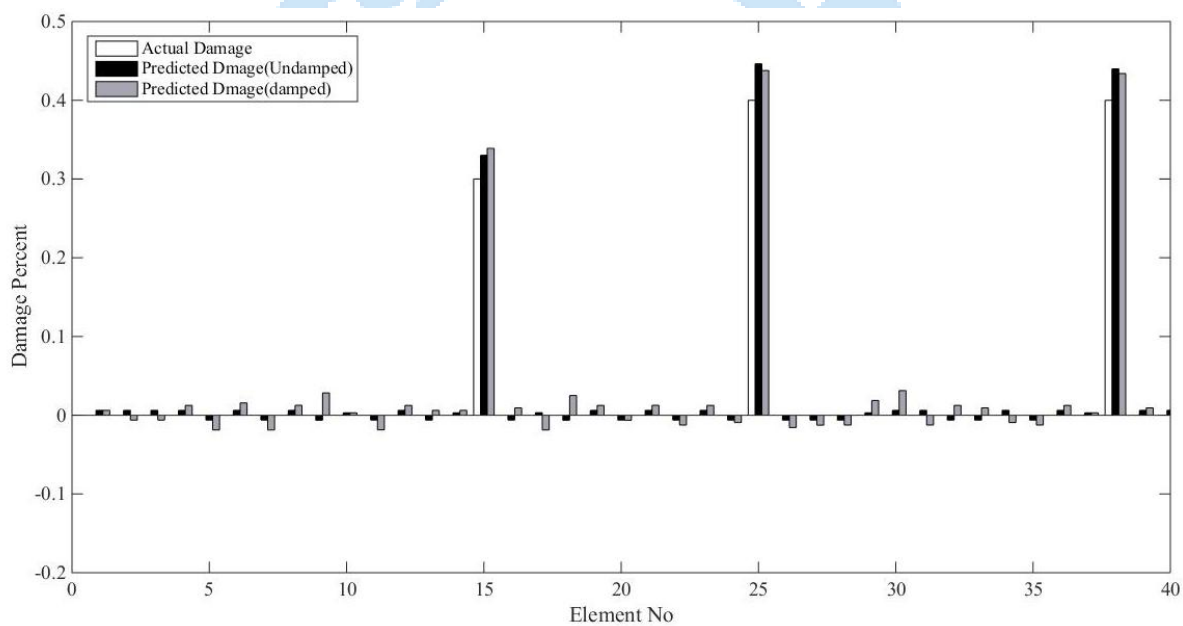
(ج)

شکل ۳: نتایج تشخیص خرابی کاهش سختی برای تست شماره ۱ (الف): روش بروزرسانی مدل [۳] (ب): بروزرسانی مدل با روش بیزین (ج): ضریب تغییرات (COV) پارامترهای پیش بینی شده

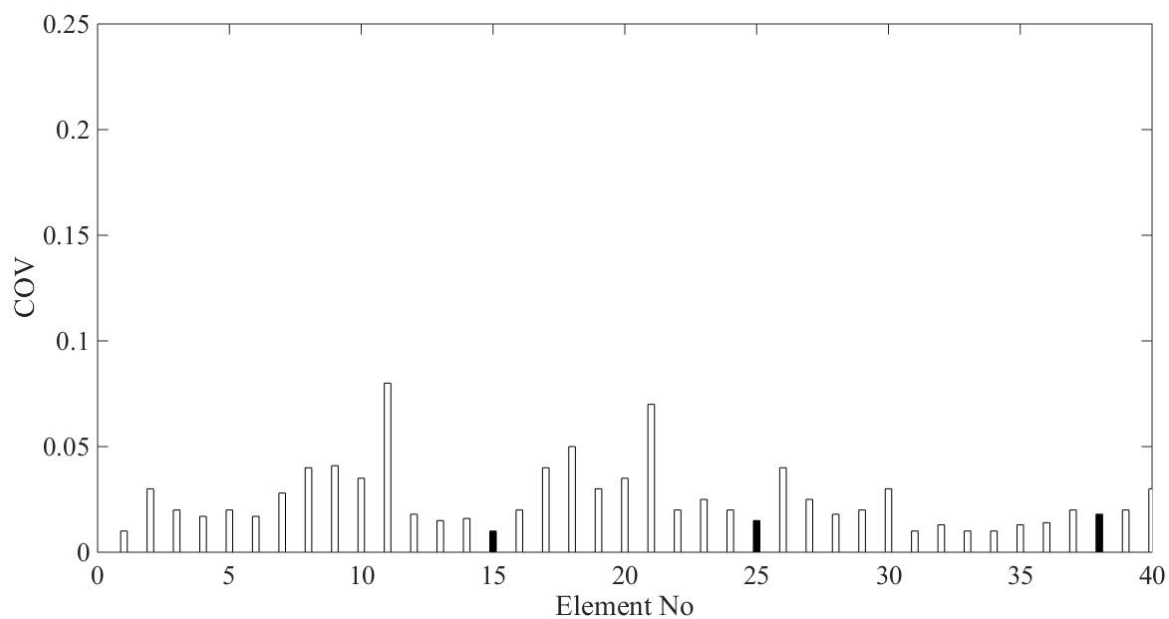




(الف)

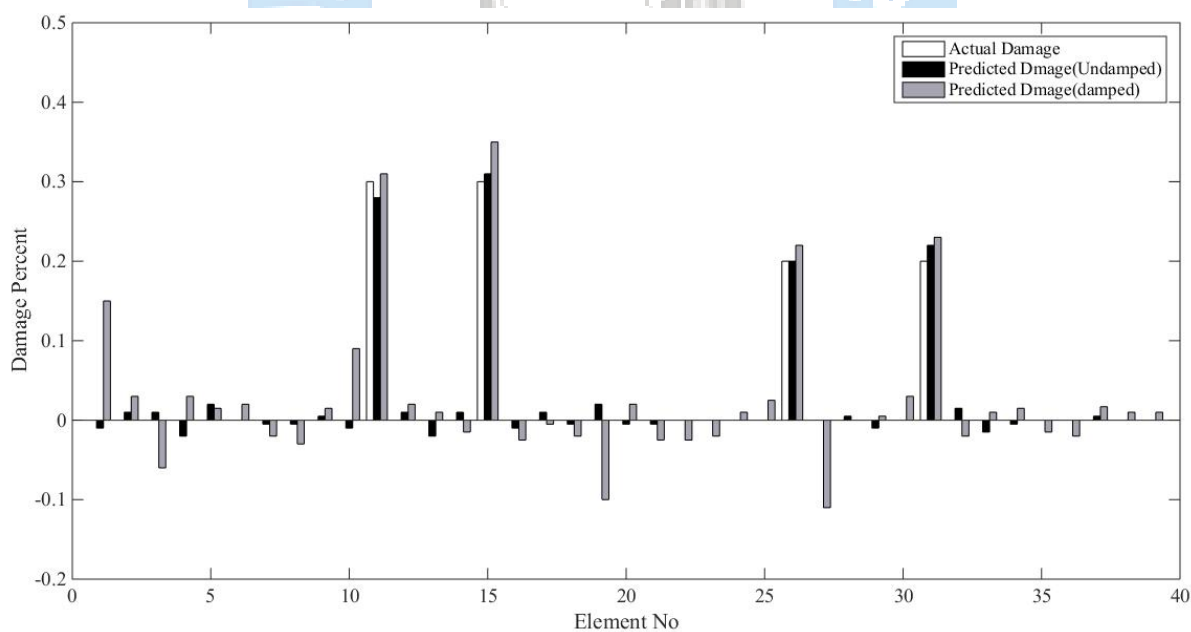


(ب)

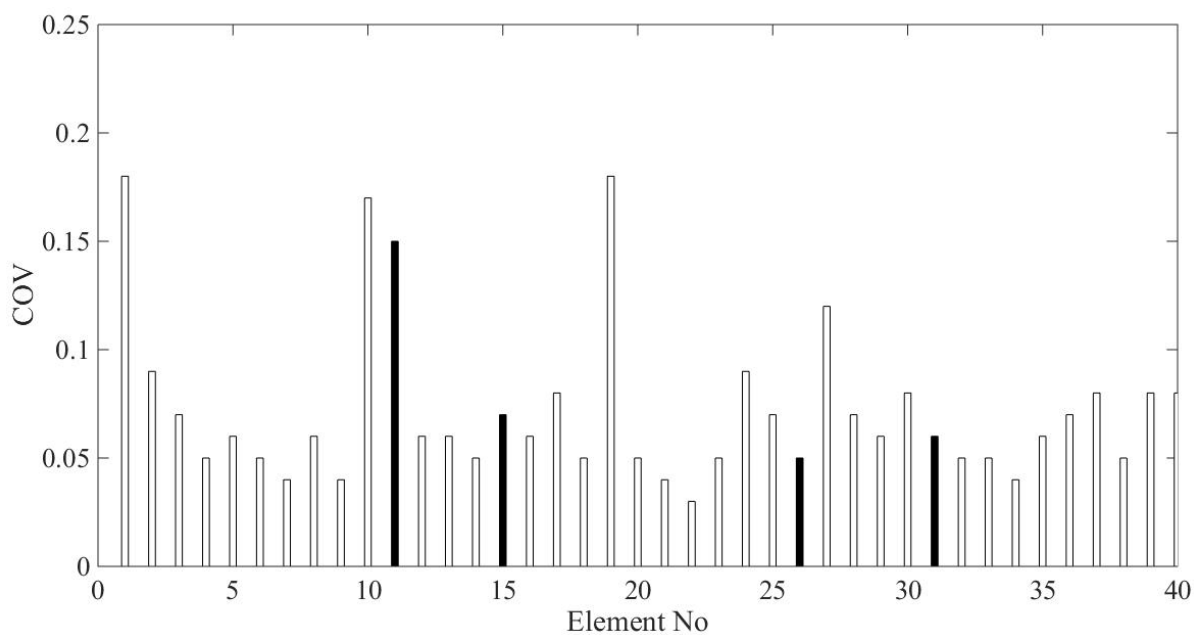
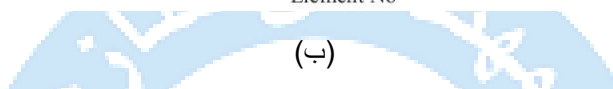
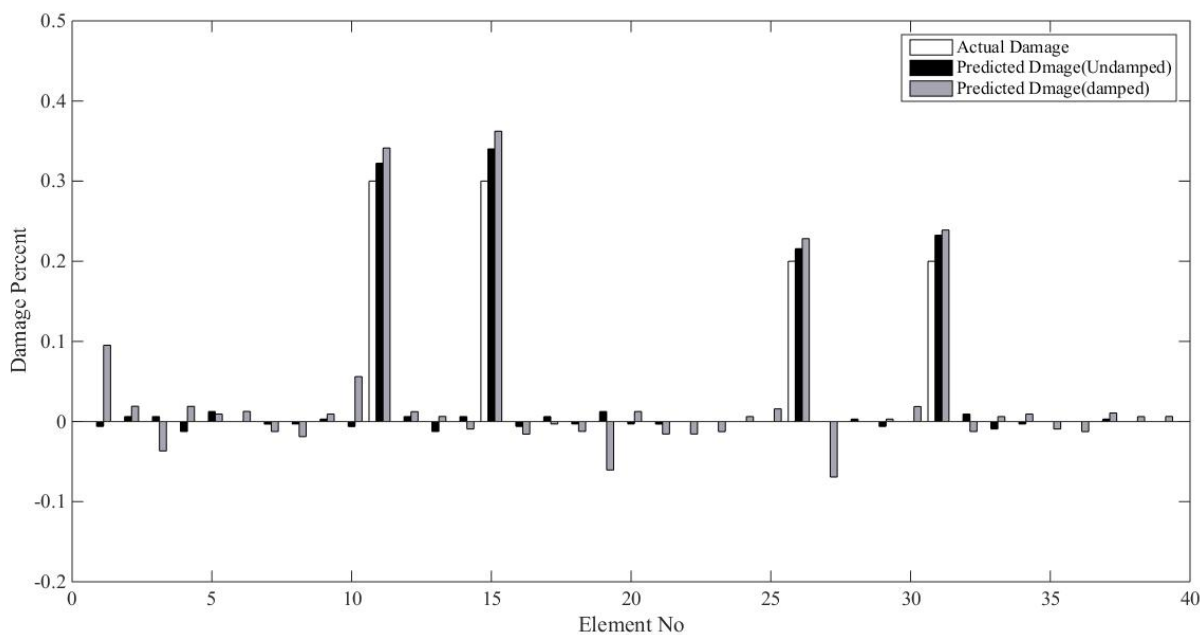


(ج)

شکل ۴: نتایج تشخیص خرابی کاهش سختی برای تست شماره ۲ (الف): روش بروزرسانی مدل [۳] (ب): بروزرسانی مدل با روش بی‌زین (ج): ضریب تغییرات (COV) پارامترهای پیش‌بینی شده

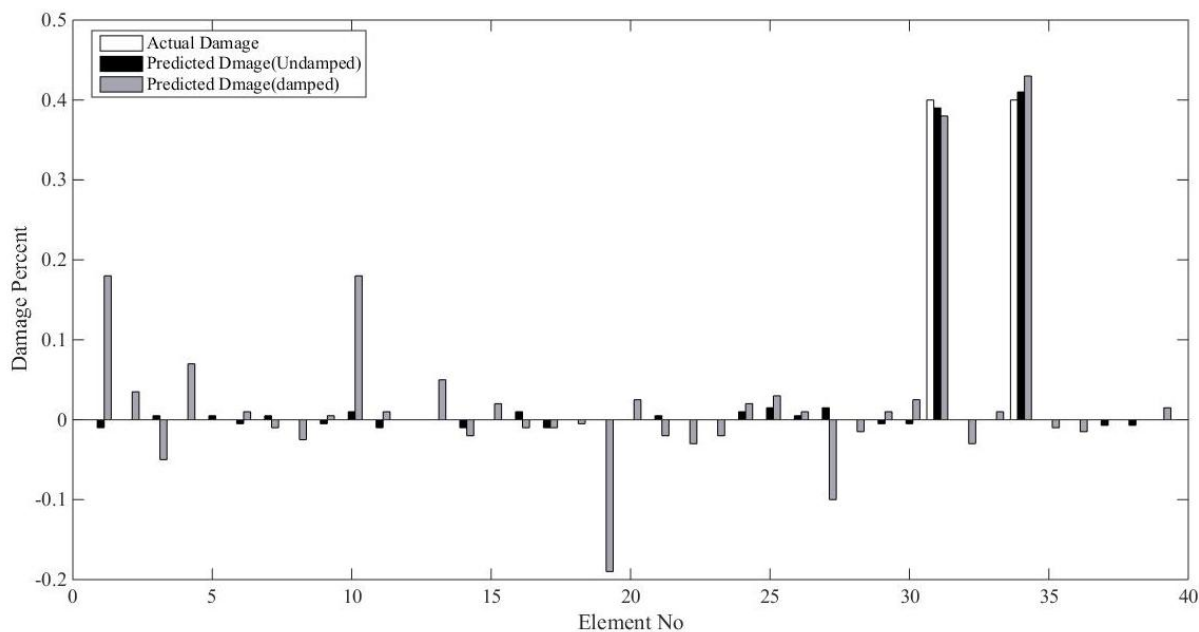


(الف)

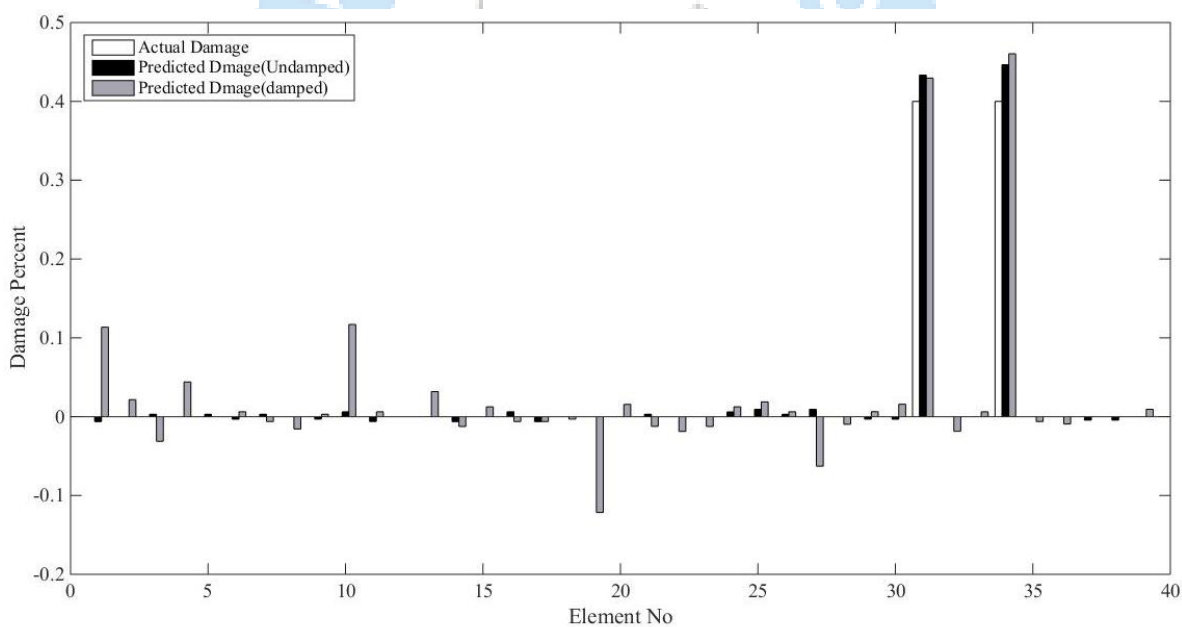


(ج)

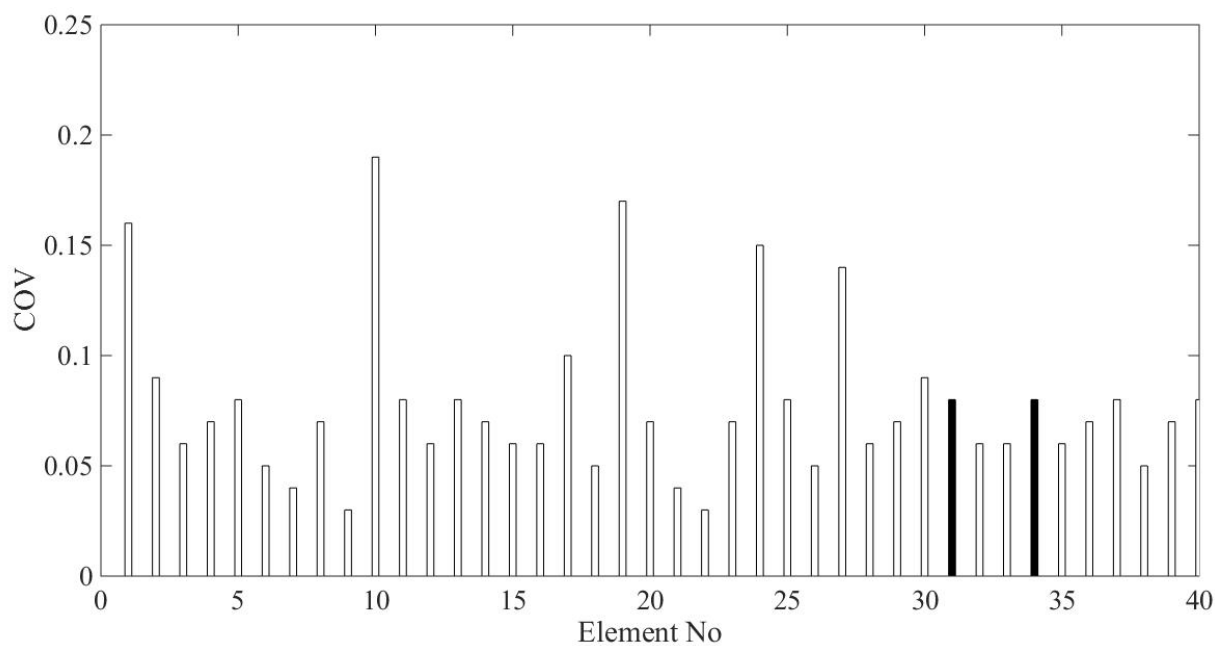
شکل ۵: نتایج تشخیص خرابی کاهش سختی برای تست شماره ۳ (الف): روش بروزرسانی مدل [۳] (ب): بروزرسانی مدل با روش بیزین (ج): ضریب تغییرات (COV) پارامترهای پیش بینی شده



(الف)

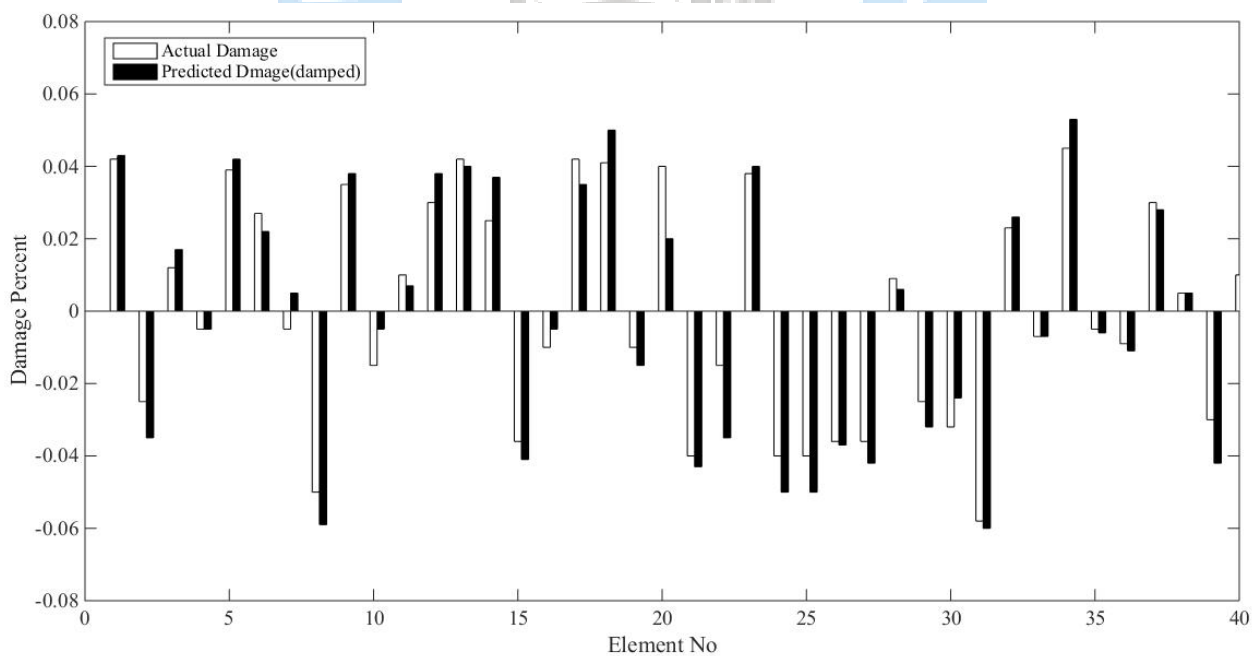


(ب)

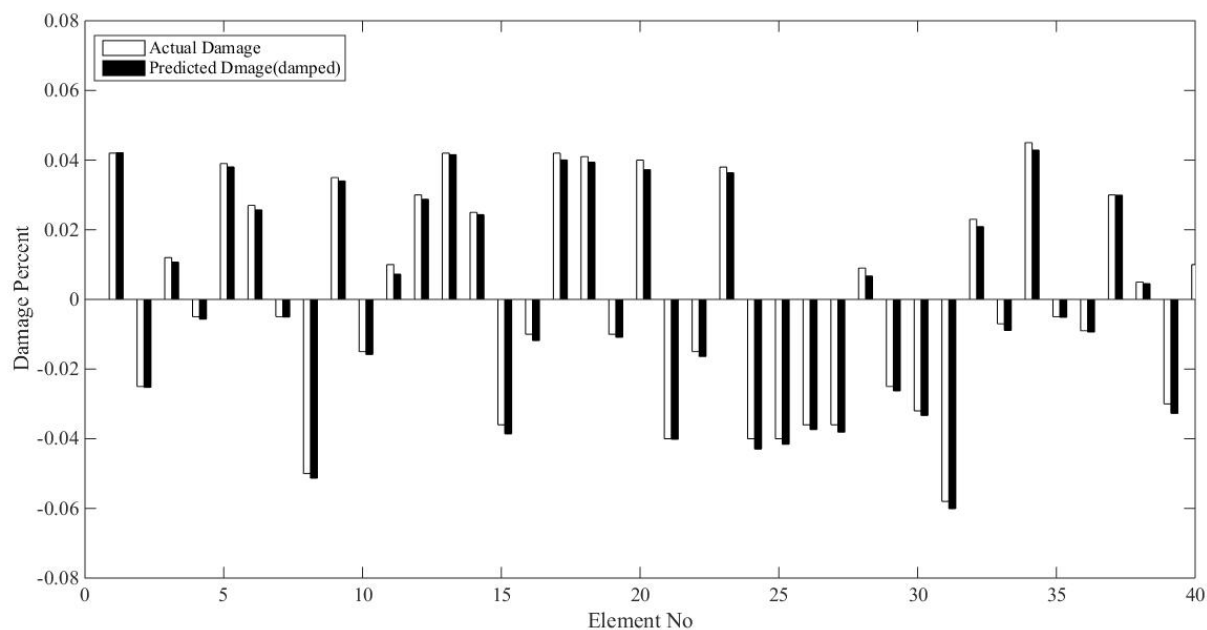


(ج)

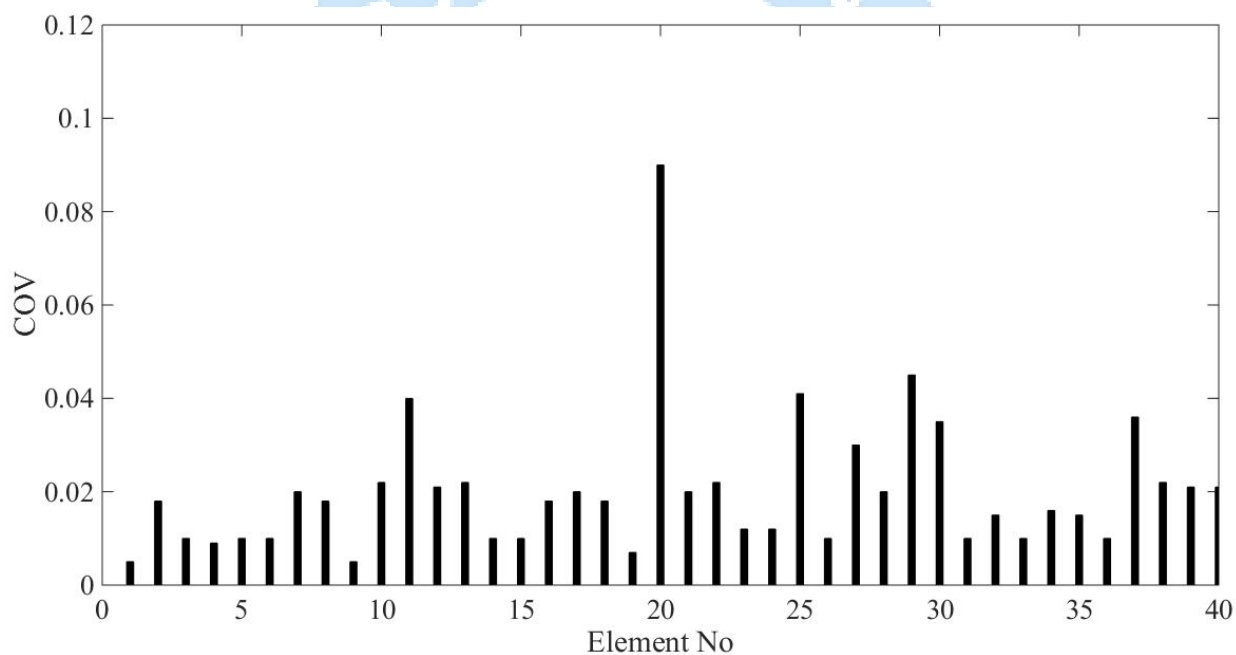
شکل ۶: نتایج تشخیص خرابی کاهش سختی برای تست شماره ۴ (الف): روش بروزرسانی مدل [۳] (ب): بروزرسانی مدل با روش بیزین (ج): ضرب تغییرات (COV) پارامترهای پیش بینی شده



(الف)

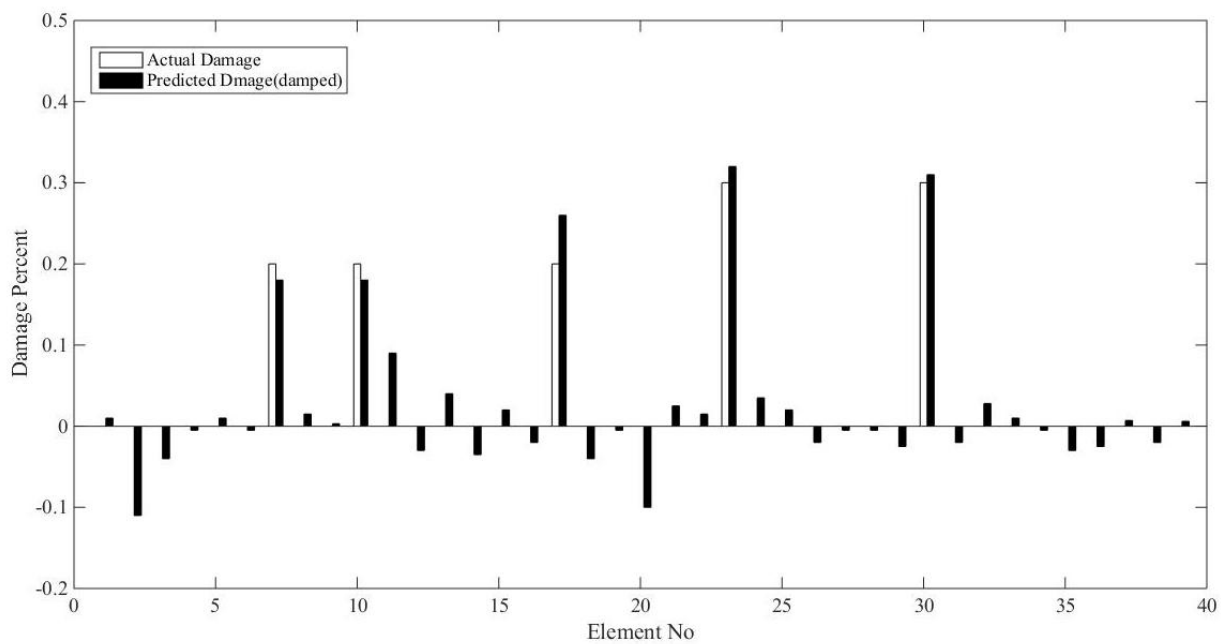


(ب)

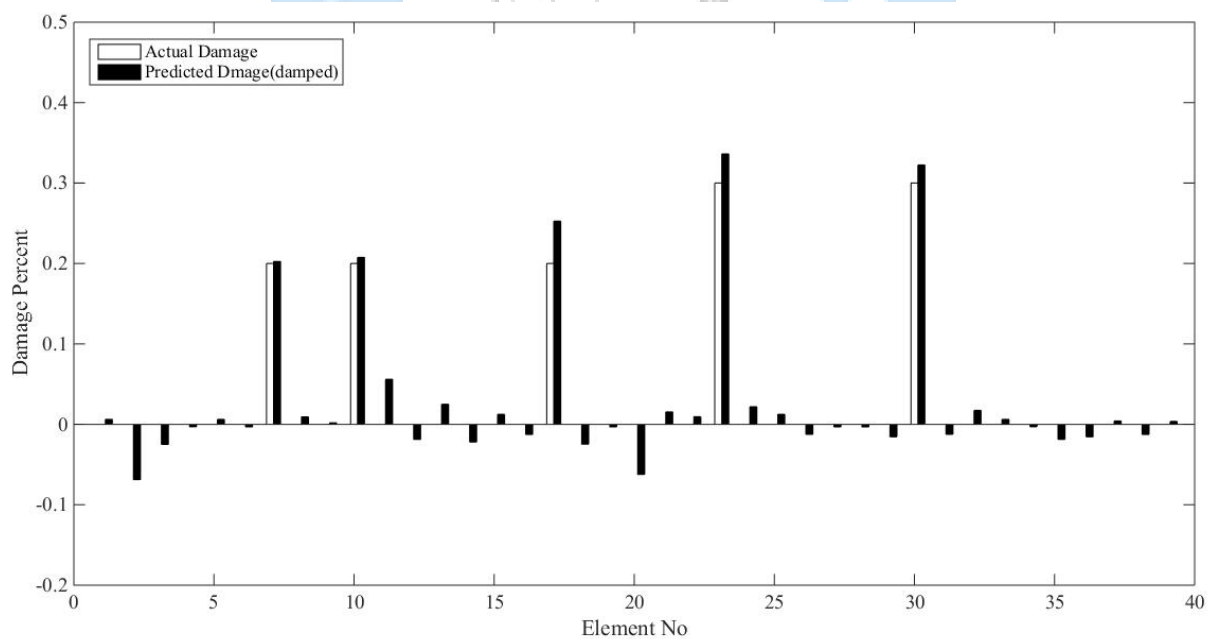


(ج)

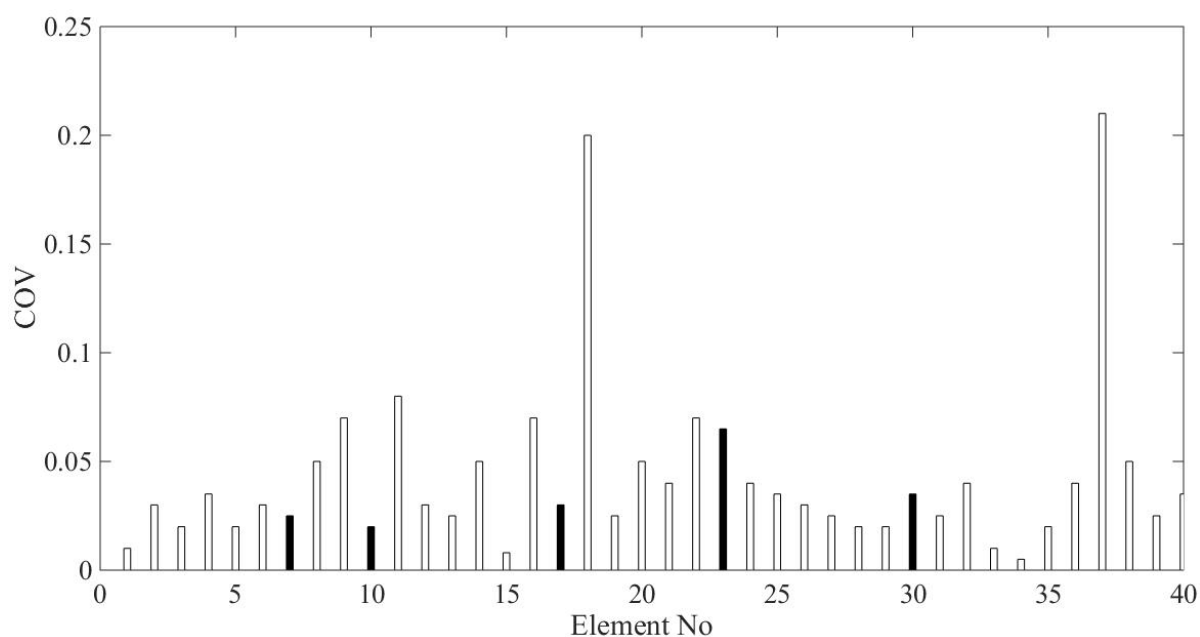
شکل ۷: نتایج تشخیص خرابی کاهش سختی برای تست شماره ۵ (الف): روش بروزرسانی مدل [۳] (ب): بروزرسانی مدل با روش بی‌زین (ج): ضریب تغییرات (COV) پارامترهای پیش بینی شده



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۸: نتایج تشخیص خرابی کاهش سختی برای تست شماره ۶ (الف): روش بروزرسانی مدل [۳] (ب): بروزرسانی مدل با روش بیزین (ج): ضریب تغییرات (COV) پارامترهای پیش بینی شده

همانطور که مشاهده شد، نتایج نشان می‌دهد تخمین بیزین می‌تواند تا حدودی موجب کاهش خطا در تشخیص خرابی و پراکندگی پاسخ گردد. معیار کنترل پراکندگی پاسخ همانطور که ذکر گردید محاسبه ضریب تغییرات می‌باشد، همانطور که مشاهده شد ضریب تغییرات پارامترهای تشخیص خرابی مورد انتظار در بیشتر موارد زیر ده درصد می‌باشد و تنها در تشخیص خرابی یکی از پارامترهای تست شماره (۳) حدود ۱۵ درصد می‌باشد. بحث پراکندگی پاسخ خصوصا در اینگونه مسائل که حاوی ماتریس‌های بزرگ می‌باشد حتما می‌بایست کنترل گردد، علت این است که احتمال وجود بردارهای شبه موازی در ستونهای ماتریسهای بزرگ مساله بیشتر شده که موجب بالارفتن عدد وضعیت ماتریس^۷ می‌گردد. به طبع این موضوع (عدد وضعیت بزرگ) خطا در معکوس‌گیری ماتریس بیشتر شده و نتایج شناسایی دستخوش تغییرات زیاد می‌گردد. لذا استفاده از روش بیزین با کاهش خطای تخمین و کاهش پراکندگی پاسخ ما را در رسیدن به نتایج دقیقتر یاری می‌کند.

برای بررسی عددی میزان خطای موجود در پارامترهای تخمین زده شده، از شاخص میانگین خطای برآورد^۸ استفاده می‌گردد. در واقع MSE، میانگین قدرمطلق اختلافات بین آسیب در پارامترهای سازه واقعی δP_e^a و آسیب تخمین زده شده در پارامترهای مدل تحلیلی δP_e^p می‌باشد. مقادیر کوچکتر این شاخص نشان‌دهنده نتایج دقیقتر می‌باشد.

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{e=1}^N |\delta P_e^a - \delta P_e^p| \quad (0 \leq MSE \leq \infty) \quad (13)$$

⁷ Condition Number

⁸ Mean sizing error (MSE)

جدول ۳: مقایسه قدرت شناسایی خرابی در حالت استفاده از بروزرسانی بیزین با حالت غیر استفاده از آن

شماره تست	شاخص MSE بروزرسانی مدل (%) (نامیرا)	شاخص MSE بروزرسانی بیزین (%) (نامیرا)	شاخص MSE مدل (%) (با میرایی)	شاخص MSE بیزین (%) (با میرایی)
۱	۰/۸۵	۰/۷۶	۰/۸۹	۰/۷۸
۲	۰/۸۳	۰/۸۲	۱/۸۶	۱/۴۷
۳	۰/۶۴	۰/۶۴	۲/۸۸	۲/۰۶
۴	۰/۴۰	۰/۴۶	۳/۲۱	۲/۲۰
۵	-	-	۲/۸۷	۲/۶۴
۶	-	-	۲/۳۴	۱/۶۷

همانطور که مشاهده می‌گردد، با استفاده از بروزرسانی بیزین می‌توان به نتایج بهتری دست یافت به نحوی که شاهد کاهش خطای تشخیص خرابی برای حالت نامیرا از میانگین ۰/۶۸٪ به ۰/۶۷٪ در حالت میرا از میانگین ۲/۳۴٪ به ۱/۴۴٪ می‌باشیم. با توجه به اینکه عدم قطعیت‌ها در حالت نامیرا افزایش می‌یابد، شاهد افزایش خطای شناسایی از میرا به نامیرا هستیم. همچنین مناسب بودن مقدار ضریب تغییرات پارامترهای تشخیص خرابی (حدود ۱۰٪ برای تستهای ۱، ۲، ۴، ۶ و کمتر از ۱۵٪ برای تست ۳) می‌تواند ملاک خوبی برای رفتار روش پیشنهادی به نوبه‌های ناگزیر مساله و عدم قطعیت‌های ناشی از آن باشد. لازم به ذکر است اگرچه قدرت تشخیص خرابی روش در مجموع بالا بوده و بدون استفاده از روش حاضر نیز می‌توان خرابی‌ها را در سازه به درستی تعیین نمود. به طور کلی باید در نظر داشت هرچه سازه پیچیده‌تر گردد تشخیص خرابی‌ها (خصوصاً خرابی‌های جزئی) سخت‌تر خواهد شد و در چنین شرایطی استفاده از روشهای دقیقتری مانند بروزرسانی بیزین جهت دستیابی به نتایج بهتر کارا خواهد بود.

۴- نتیجه گیری

بطور کلی هدف بروزرسانی مدل انطباق مدل اجزاء محدود ساخته شده و نتایج تست ارتعاشی انجام شده بر روی سازه می‌باشد این روند می‌تواند با اهداف گوناگونی مورد استفاده قرار گیرد که یکی از آنها پایش سلامت سازه و تشخیص خرابی‌های محتمل آن می‌باشد. روش بروزرسانی مدل بیزی در سال‌های اخیر جهت پایش سلامت سازه با استفاده از پاسخ دینامیکی اندازه‌گیری شده مورد توجه قرار گرفته است. با توجه به خواص آماری بیزین، استفاده از آن امکانات قویتری را برای مقابله با عدم قطعیت‌های وارد شده به مدل‌های اجزاء محدود و داده‌های اندازه‌گیری شده سیستم فراهم می‌کنند. بر این اساس ایده مقاله حاضر بر اساس ادبیات فنی ذکر شده به شکل زیر ارائه گردید:

۱- روش بروزرسانی مدل بر مبنای تابع پاسخ فرکانسی که قبلاً توسعه داده شده بود با رویکرد بروزرسانی بیزین مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. پارامتر تابع پاسخ فرکانسی ناقص اندازه‌گیری شده بروزرسانی گردید که در نتیجه آن جرم و سختی سازه مورد ارزیابی خرابی قرار گرفت. مبنای روش اشاره شده ارائه روشی با گامهای زنجیره مارکوف مونت کارلو (MCMC) بر پایه احتمال بیز می‌باشد که از یک رابطه شبه خطی برای تابع پاسخ فرکانسی اندازه‌گیری شده (با هدف مقابله با نقص در اندازه‌گیری‌ها) در آن استفاده شده است.

۱- جهت صحت‌سنجی کارآمدی روش یک مدل خرابی ۴۰ عضوی مورد بررسی قرار گرفت. بدین منظور خرابی‌هایی در مدل اجزاء محدود جرم و سختی (مطابق جدول ۲) شبیه‌سازی گردید و داده‌های حاصله برای ۵۰ نمونه آلوده به نویز گردیده روند شناسایی خرابی به روش پیشنهادی انجام گردید که نتایج زیر حاصل شد:

- کاهش خطای تشخیص خرابی در روش پیشنهادی در حالت نامیرا برای تستهای شماره ۱ الی ۴ از میانگین ۰/۶۸٪ به ۰/۶۷٪ و در حالت میرا برای تستهای شماره ۱ الی ۶ از میانگین ۲/۳۴٪ به ۱/۴۴٪

- مناسب بودن ضریب تغییرات پارامترهای تشخیص خرابی برای ۵۰ نمونه مونت کارلوی آلوده به نویز به نحوی که در پارامترهای تستهای ۱، ۲ و ۴ الی ۶ کمتر از ۱۰ درصد و در تشخیص خرابی یکی از پارامترهای تست شماره ۳ کمتر از ۱۵ درصد می باشد.
- افزایش میانگین خطای شناسایی برای حالت نامیرا (۰/۶۷٪) به حالت میرا (۱/۴۴٪) به علت اضافه شدن مجهولات (عدم قطعیت‌های بیشتر) در مساله می باشد.

۲- جهت توسعه روش، اضافه نمودن فیزیک مساله به تحلیل عددی و استنباط بیزی صورت گرفته در این مقاله پیشنهاد می گردد. در واقع برای حل اینگونه مسائل یا بطور کلی مسائل ردیابی کلاسیک (ترکینگ)، فیلتر کالمن یک روش قوی می باشد که با فرمولبندی و اعمال فرضیات درست می تواند بهتر از یادگیری ماشین عمل نماید. قدرت روش‌های یادگیری ماشین بیشتر در مسائل مانند تصویر می باشد، وقتی بخواهیم به نوعی با مقایسه با یک جور تصویر مرجع مکان را حدس بزنیم. لذا استفاده از ترکیب استنباط بیزی و زنجیره مارکوف مونت کالو در بروزرسانی مدل که این مقاله از آن بهره برده است می تواند مقدمه ای خوب برای استفاده از فیلتر کالمن و درک و فهم عمیق تر از آن باشد. لذا با توجه به نتایج حاصله تیم نگارش استفاده از فیلتر کالمن در بروزرسانی مدل را پیشنهاد می دهد.

مراجع

- [1] Esfandiari, A. Bakhtiari-Nejad, F. Rahai, A. and Sanayei, M. (2009). Structural model updating using frequency response function and quasi-linear sensitivity equation. *Journal of sound and vibration*, volume (326), page (557-573).
- [2] Esfandiari, A. Bakhtiari-Nejad, F. Rahai, A. and Sanayei, M. . (2010). Structural finite element model updating using transfer function data. *Computer and Structures*, volume (88), page (54-64).
- [3] Shadan, F. Khoshnoudian, F and Esfandiari, A. (2015). A frequency response-based structural damage identification using model updating method. *Structural Control and Health Monitoring*. Volume (23), page (286-302).
- [4] Shadan, F. Khoshnoudian, F . Esfandiari, A. (2018). Structural damage identification based on strain frequency response functions. *International Journal of Structural Stability and Dynamics (IJSSD)*, Volume (18), page (1-26).
- [5] Hassani, S and Shadan, F. (2022). Using incomplete FRF measurement for damage detection of structures with closely-spaced eigenvalues. *Measurement*, volume (188), page (110388)
- [6] Sohn, H. and Law, K.H. (1997). A Bayesian probabilistic approach for structure damage detection. *Earthquake engineering & structural dynamics*. Volume(26), page(1259-1281).
- [7] Beck, J-L. and Katafygiotis, L-S. (1998). Updating models and their uncertainties. I: Bayesian statistical framework. *Journal of Engineering Mechanics*. Volume (124), page(455-461).
- [8] Song, M. Behmanesh, I. Moaveni, B. and Papadimitriou, C. (2019). Modeling error estimation and response prediction of a 10-story building model through a hierarchical Bayesian model updating framework. *Frontiers in Built Environment*. Volume (5), page(7).
- [9] Fathi, A. Esfandiari, A. Fadavie, M. Mojtahedi, A. (2020). Damage detection in an offshore platform using incomplete noisy FRF data by a novel Bayesian model updating method. *Ocean Engineering*. Volume(217). Page(1-15).
- [10] Taghavi, B. Shadan, F. Mahmoodabadi, M. Fakharian, A. (2023). Damage Identification of structures based on Frequency Response Function (FRF) by Bayesian Method. *Journal of structural and Construction Engineering(JSCE)*.
- [11] Hurtado, O. Ortiz, A. Gomez, D. Astroza, R. (2024). Bayesian Model-Updating Implementation in a Five-Story Building. *Proceedings of the 10th International Operational Modal Analysis Conference (IOMAC 2024)*
- [12] Luo, L. Song, M. Zhong, H. Tiantao, H. Sun, L.(2024). Hierarchical Bayesian model updating of a long-span arch bridge considering temperature and traffic loads. *Mechanical Systems and Signal Processing*. Volume(210). Page(351-367).
- [13] Teymouri, D. Sedehi, O. Song, M. Moaveni, B. Papadimitriou, C. Katafygiotis, L. Hierarchical Bayesian finite element model updating: Optimal weighting of modal residuals with application to FINO3 offshore platform. *Mechanical Systems and Signal Processing*. Volume(211). Page(111150).