

## The Introduction of a Simple and Effective Method for Analysis of Column Bases under the Effect of Axial Force and Biaxial Bending Moment with the LRFD Design Approach

Abazar Asghari <sup>1\*</sup>, Ali Zainali <sup>2</sup>

1- Associate Professor, School of Civil Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran  
2- Master of Science, Faculty of Civil Engineering, Urmia University of Technology, Urmia, Iran

### ABSTRACT

Considering that in the practical applications many column bases may be subjected to biaxial bending moment due to seismic effects and wind force, and there is no possibility of manual analysis of column bases under the influence of axial force and biaxial bending moment in the AISC design guide 1, therefore, in this article, for the analysis of column bases against axial force and biaxial bending moment, a simple and effective method based on the principles and fundamentals used in the analysis of column bases against uniaxial bending moment has been used. According to this simple method, for the analysis of column bases against biaxial bending moment, it is possible to convert it to a column base with uniaxial bending moment based on the equations presented in this article, and then it can be analyzed based on the relationships used for the analysis of column bases against uniaxial bending moment. To determine the accuracy of the proposed method, modelling in ABAQUS software has been used. The modelling of the specimens under investigation in ABAQUS has been performed in such a way that the results obtained from the finite element method are consistent with the results obtained from the design guide equations of the AISC; so the approximate method presented in this research can also be used for the biaxial bending moment. The results of this research indicate that if the ratio of the smaller bending moment to the larger bending moment is between 5 to 30%, the results of the proposed method are very well aligned with the results obtained from the ABAQUS software and the difference is less than 5%. If the ratio of the smaller bending moment to the larger bending moment is more than 30%, the difference will be more than 5%; However, it is still conservative.

### ARTICLE INFO

Receive Date: 25 April 2024  
Revise Date: 03 June 2024  
Accept Date: 04 July 2024

### Keywords:

Column Base  
Anchor Bolt  
Biaxial Bending Moment  
Tension Force of Anchor  
Numerical Modelling  
Critical Eccentricity

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: [10.22065/jsce.2024.452060.3394](https://doi.org/10.22065/jsce.2024.452060.3394)

\*Corresponding author: Abazar Asghari  
Email address: [abazar.asghari@ut.ac.ir](mailto:abazar.asghari@ut.ac.ir)

## ارائه یک روش ساده و مؤثر برای تحلیل کفستون‌ها در برابر نیروی محوری و لنگر خمشی دومحوره با رویکرد طراحی به روش ضرایب بار و مقاومت (LRFD)

اباذر اصغری<sup>1\*</sup>، علی زینالی<sup>2</sup>

۱- دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۲- کارشناس ارشد سازه، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران

### چکیده

نظر به اینکه از یک سو در کاربردهای عملی بسیاری از کفستون‌ها به جهت اثرات دوطرفه زمین‌لرزه و نیروی باد ممکن است در معرض لنگر خمشی دومحوره قرار گیرند، از سوی دیگر در راهنمای طراحی کفستون آیین‌نامه AISC امکان تحلیل دستی کفستون‌ها تحت اثر نیروی محوری و لنگر خمشی دومحوره وجود ندارد، از این رو در این مقاله برای تحلیل کفستون‌ها در برابر لنگر خمشی دومحوره از یک روش ساده و مؤثر و مبتنی بر اصول و مبانی به‌کاررفته در تحلیل کفستون‌ها در برابر لنگر خمشی تک‌محوره استفاده شده است. براساس این روش ساده، برای تحلیل کفستون‌ها در برابر لنگر خمشی دومحوره می‌توان براساس روابط ارائه‌شده در این مقاله آن را به کفستون با لنگر خمشی تک‌محوره تبدیل کرد و سپس براساس اصول و مبانی به‌کاررفته برای تحلیل کفستون‌ها در برابر لنگر خمشی تک‌محوره آن را تحلیل نمود. برای تعیین میزان خطای روش ارائه‌شده، از مدل‌سازی در نرم‌افزار آباکوس استفاده شده است. مدل‌سازی نمونه‌های موردبررسی در نرم‌افزار آباکوس به‌گونه‌ای انجام شده است که نتایج حاصل از روش اجزاءمحدود با نتایج به‌دست‌آمده از روابط راهنمای طراحی کفستون آیین‌نامه AISC یکسان شود؛ تا از این طریق بتوان روش تقریبی ارائه‌شده در این تحقیق را برای حالت لنگر خمشی دومحوره نیز مورد استفاده قرار داد. نتایج حاصل از این تحقیق نشان می‌دهد در صورتی که نسبت لنگر کوچک‌تر به لنگر بزرگ‌تر بین ۵ الی ۳۰ درصد باشد، نتایج روش ارائه‌شده نسبت به نتایج به‌دست‌آمده در نرم‌افزار آباکوس از انطباق بسیار خوبی برخوردار بوده و میزان اختلاف کمتر از ۵ درصد است. در صورتی که نسبت لنگر کوچک‌تر به لنگر بزرگ‌تر بیش از ۳۰ درصد باشد، میزان اختلاف روش ارائه‌شده نسبت به نتایج به‌دست‌آمده در نرم‌افزار آباکوس بیش از ۵ درصد خواهد بود؛ با این وجود همچنان محافظه‌کارانه است.

کلمات کلیدی: کفستون، میل‌مه‌ار، لنگر خمشی دومحوره، نیروی کششی میل‌مه‌ار، مدل‌سازی عددی کفستون، خروج از مرکزیت بحرانی

شناسه دیجیتال:	سابقه مقاله:				
	دریافت	بازنگری	پذیرش	انتشار آنلاین	چاپ
doi: <a href="https://doi.org/10.22065/jsce.2024.452060.3394">10.22065/jsce.2024.452060.3394</a>	1403/02/06	1403/03/14	1403/04/14	1403/12/30	1403/12/30
<a href="https://doi.org/10.22065/jsce.2024.452060.3394">https://doi.org/10.22065/jsce.2024.452060.3394</a>					
*نویسنده مسئول:		اباذر اصغری			
پست الکترونیکی:		abazar.asghari@ut.ac.ir			

## 1- مقدمه

سازه‌های فولادی به منظور مقاومت در برابر بارهای دینامیکی به صورت گسترده در سراسر جهان مورد استفاده قرار می‌گیرند و یکی از مهم‌ترین اجزای سازه‌های فولادی اتصالات آن هست. اتصالات نقشی مهمی در تعیین رفتار کلی سازه دارند، هم‌چنین مشاهده شده اتصالات سازه‌های تحت بارهای دینامیکی شدید مانند زلزله، بیش‌ترین آسیب را داشته است و اساساً آسیب در اتصال، پیش‌زمینه‌ای برای آسیب در بخش‌های دیگر سازه هست [1]. اتصالات کفستون بحرانی‌ترین سطح مشترک بین سازه فولادی و شالوده است. عملکرد جزئیات اتصال کفستون فولادی، برای انتقال بارهای ستون به عضو پشتیبان (شالوده) و فراهم کردن توانایی ایستادگی ستون‌ها به‌عنوان پایه‌های قائم موقتی (بدون مهار جانبی) در مقابل بار ناشی از باد در زمان نصب است. صفحات ستون و جزئیات مربوط به آن، اغلب آخرین بخش از سازه فولادی در طراحی و اولین بخش موردنیاز سازه در اجرا هستند. وظیفه انتقال بار از ستون به شالوده بر عهده صفحه‌ستون است. بارهای وارد بر ساختمان از طریق ستون به صفحه‌ستون و سپس به شالوده منتقل می‌شود. صفحه‌ستون عامل اصلی است که باعث افزایش سطح تماس ستون با شالوده می‌شود. این افزایش سطح تماس به توزیع نیروهای ستون در حد قابل تحمل برای بتن، بسیار تأثیرگذار است. میل‌مه‌ها نیز در انتقال نیروهای جانبی بسیار تأثیرگذار هستند. از این‌رو در این مطالعه تلاش شده تا در مورد روش‌های طراحی این المان‌های انتقال‌دهنده نیرو بیشتر تحقیق شود.

علی‌رغم این‌که سابقه اولین تحقیقات انجام‌شده در زمینه رفتار اتصالات تیر به ستون به آزمایشات انجام‌شده توسط ویلسون و مور در اوایل قرن بیستم می‌رسد، ولی در زمینه اتصالات کفستون تحقیقات زیادی انجام نگرفته است. کریشنامورتی و تامبیراتنام<sup>1</sup> در سال 1990، از طریق آزمایش‌هایی به بررسی ضخامت کفستون و خروج از مرکزیت‌های مختلف، بر روی بار خرابی اتصالات کفستون پرداختند [2]. ملچرز<sup>2</sup> در آزمایشی بر روی 10 نمونه ساخته‌شده، که تحت لنگر خمشی قرار گرفتند، پارامترهای ضخامت صفحه‌ستون، تنش تسلیم صفحه‌ستون، قطر میل‌مه‌ها و تنش تسلیم میل‌مه‌ها را مورد بررسی قرار دادند [3]. جاسپارت و واندگانز<sup>3</sup> در سال 1998، 12 آزمایش در مورد رفتار کفستون‌ها انجام دادند و منحنی‌های ممان چرخش را برای آزمایش‌های مختلف ترسیم نمودند. بر اساس نتایج آزمایشات مشاهده کردند که با افزایش نیروی محوری ستون، لنگر مقاوم نیز افزایش می‌یابد و بهترین رفتار کفستون‌ها در نیروی محوری فشاری و ضخامت‌های بالا رخ می‌دهد. هم‌چنین ایشان به این نتیجه رسیدند که اتصالات کفستون اغلب رفتار نیمه‌صلب داشته و در نظر گرفتن رفتارهایی صرفاً مفصلی یا صلب کامل برای این اتصالات نمی‌تواند به‌درستی بیانگر رفتار آن‌ها باشد [4]. آدانی، کالادو و دونای<sup>4</sup> در سال 2000 به بررسی رفتار اتصالات کفستون تحت بارگذاری رفت و برگشتی و اثر پارامترهای مختلف بر رفتار آن‌ها پرداختند. در این مطالعه بر اساس منحنی‌های لنگر-دوران برخی از پارامترهایی که در آیین‌نامه بارگذاری سیکلی اعضای فولادی پیشنهاد گردیده، محاسبه و بررسی شده است. از جمله این پارامترها می‌توان به نسبت شکل‌پذیری کل، نسبت مقاومت، نسبت صلبیت و نسبت جذب انرژی اشاره نمود. نتیجه مهمی که از این آزمایشات حاصل گردیده، این است که هنگامی که تغییر شکل‌های زیادی در میل‌مه‌ها روی می‌دهد، ظرفیت اتلاف انرژی و صلبیت اتصال به‌طور قابل توجهی به دلیل چرخش به وجود آمده در اتصال، کاهش می‌یابد [5]. هیتاکا و همکاران<sup>5</sup> در سال 2003 در مطالعه خود در مورد اتصالات کفستون نمایان، به شواهدی دست یافتند که این اتصالات مفصلی فرض‌شده، تحت تحریک زلزله کاملاً تخریب شده‌اند، فقط بدین دلیل که لنگرهای ناشی از زلزله توسط آن‌ها به پی‌هایی منتقل شده که از پیش برای چنین باری طراحی نشده بودند [6]. مطالعات اخیر انجام شده توسط گومز و کنوایند<sup>6</sup> نشان‌دهنده آن است که فرض اینکه اتصالات صفحه‌ستون زمانی به حداکثر ظرفیت خود می‌رسند که یکی از قطعات این اتصال به ظرفیت خود برسد، برای صفحات ستون انعطاف‌پذیر می‌تواند بسیار محافظه‌کارانه باشد؛ زیرا مقاومت و رفتار صفحات ستون انعطاف‌پذیر به وسیله عکس‌العمل بین تمام اعضاء اتصال کنترل می‌شود. از این‌رو یک‌سری مطالعات آزمایشگاهی برای بررسی پاسخ نمونه‌های در معرض بارگذاری ترکیبی بار محوری فشاری و لنگر خمشی حول محور فرعی انجام

<sup>1</sup> Krishnamurthy and Thambiratnam

<sup>2</sup> Melchers

<sup>3</sup> Jaspas and Vandegans

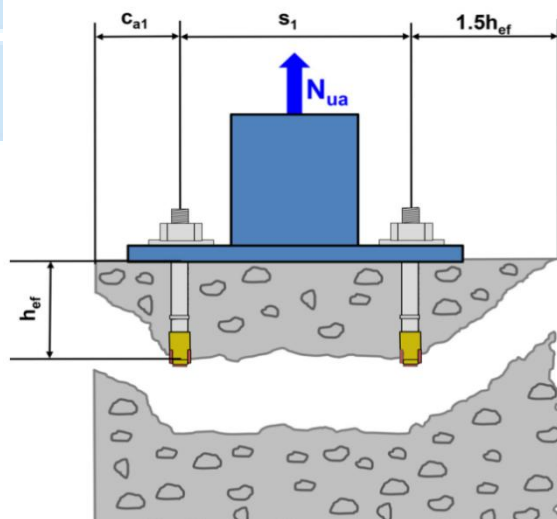
<sup>4</sup> Adany, Calado and Dunai

<sup>5</sup> Hitaka, et al.

<sup>6</sup> Gomez and Kanvinde

گردید. در ادامه کنوایند یک مدل تحلیلی اجزاء محدود مورد بررسی قرار داد تا برخی از واکنش‌های داخلی صفحه‌ستون را با تمرکز بر روی توزیع تنش‌های داخلی ارائه دهد. صحت‌سنجی در این تحقیق با دقت بر سه معیار 1- منحنی عکس‌العمل بارهای جانبی 2- مشخصات تغییرشکل صفحه‌ستون 3- اطلاعات کششی میل‌مهارها صورت گرفت [7].

در طول زلزله‌های بزرگ، مفاصل پلاستیک و آسیب‌های مربوط به آن معمولاً در پایه‌های ستون‌های قاب‌های خمشی فولادی ایجاد می‌شوند. با این حال برخی از مقالات [8]، [9]، [10] مواردی را نشان داده‌اند که در آن‌ها تحت اثر زلزله‌های شدید مکانیزم مورد انتظار (تشکیل مفاصل پلاستیک در دو انتهای تیرها قبل از تشکیل مفاصل پلاستیک در پای ستون‌ها) تشکیل نشده است. به همین دلیل مجبور شدند تخریب شوند؛ زیرا تعمیر آن‌ها به دلیل دریافت غیرالاستیک ماندگار دشوار بود. برای مقابله با این احتمال، امروزه ایده استفاده از سازه‌های مرکزگرا برای کاهش یا حذف دریافت ماندگار ناشی از زلزله مورد توجه محققین هستند. رفتار لرزه‌ای اتصالات پای ستون به دلیل موقعیت و عملکرد متفاوت آن‌ها، با رفتار اتصالات تیر به ستون متفاوت است. برخلاف اتصالات تیر به ستون، اتصالات پای ستون بار ثقلی محوری را تجربه می‌کنند و این مسئله موجب رفتارهای لرزه‌ای متفاوت کف‌ستون نسبت به اتصالات تیر به ستون می‌شود [11]، [12]، [13]، [14]. در اتصال پای ستون قاب‌های خمشی، معمولاً میل‌مهارها تحت اثر لنگرهای خمشی بزرگی قرار می‌گیرند که باید بتوانند در برابر این لنگر و اندرکنش آن با نیروی برشی مقاومت کنند. در طول زمین‌لرزه‌های 1995 کوبه، 1994 نورتریج و لوما پریتا در سال 1989 تعدادی از ساختمان‌های فولادی، به‌ویژه قاب‌های خمشی فولادی، در اتصال ستون به کف‌ستون دچار شکست شدند. برترو و همکاران [15]، یوسف و همکاران [16]، نشان دادند که سختی و مقاومت دورانی اجزای تشکیل‌دهنده کف‌ستون بر آسیبی که این سازه‌ها متحمل می‌شوند، تأثیر می‌گذارد. اگرچه امروزه طراحی کف‌ستون‌ها براساس الزامات آیین‌نامه‌های [17] AISC 360-23 و [18] AISC 341-22 صورت می‌گیرد، اما آیین‌نامه [19] ACI 318-19 نیز شامل مقرراتی برای محاسبه مقاومت میل‌مهارها است. پارامترهای ارائه‌شده در ACI 318-19 برای محاسبه مقاومت‌های طراحی از آزمایش با قیدهایی که سختی آن بیشتر از سختی میل‌مهارها است، به دست آمده است. در این آیین‌نامه ضوابطی برای گسیختگی مخروطی بتن، بیرون کشیدگی، بیرون زدگی جانبی بتن و رعایت حداقل طول مهاری وجود دارد که باید در طراحی میل‌مهارهای کششی مدنظر قرار گیرند (شکل 1).



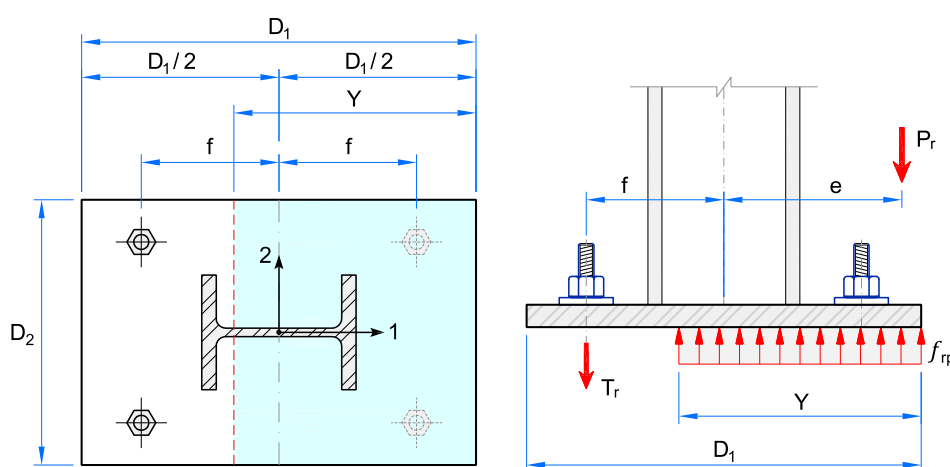
شکل 1: سطح گسیختگی قالبی کلی بتن در اطراف میل‌مهارهای کششی

در این تحقیق تلاش شده است ابتدا به روند طراحی کف‌ستون‌ها تحت اثر نیروی محوری فشاری و لنگر خمشی تک‌محوره با رویکرد طراحی به روش ضرایب بار و مقاومت (LRFD) پرداخته شود؛ سپس به پیچیدگی‌های موجود برای طراحی کف‌ستون‌ها تحت اثر نیروی محوری و لنگر خمشی دوطرفه اشاره شود و پس‌از آن، یک روش ساده و مؤثر برای تحلیل کف‌ستون با لنگر خمشی دوطرفه ارائه شود و میزان خطای روش پیشنهادی با روش‌های تحلیل عددی در نرم‌افزار آباکوس [20] بررسی شود.

<sup>7</sup> Bertero, et al.

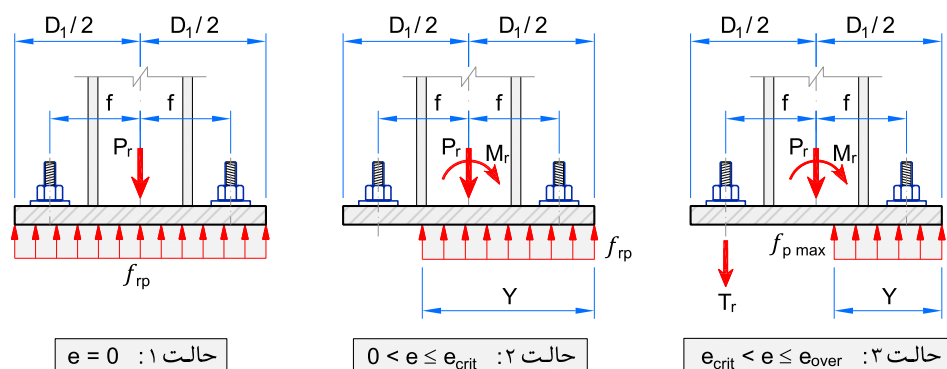
## 2- تحلیل کفستون‌ها تحت اثر نیروی محوری فشاری و لنگر خمشی یک‌محوره به روش LRFD

در کاربردهای عملی برای تحلیل کفستون‌ها تحت اثر نیروی محوری و لنگر خمشی یک‌محوره از روش ارائه شده در راهنمای شماره یک آیین‌نامه [21] AISC استفاده می‌شود. روش ارائه شده در این راهنما فقط شامل نیروی محوری، لنگر خمشی یک‌محوره و نیروی برشی در یک راستا است. براساس این روش، برای تحلیل کفستون تنها نیروی محوری و لنگر خمشی لازم بوده و نیروی برشی فقط برای طراحی اجزاء کفستون مورد استفاده قرار می‌گیرد. اگرچه در این راهنما برای توزیع تنش اتکائی در زیر کفستون از دو روش توزیع یکنواخت و توزیع مثلثی استفاده شده است، اما با توجه به اینکه توزیع یکنواخت تنش اتکائی در این راهنما به عنوان روش اصلی برای تحلیل و طراحی کفستون‌ها معرفی شده است، از این رو در این تحقیق نیز به اصول و مبانی تحلیل کفستون‌ها مطابق با روش توزیع یکنواخت تنش اتکائی پرداخته خواهد شد. در شکل (2) توزیع تنش اتکائی در زیر ورق کفستونی به ابعاد  $D_1 \times D_2$  که در آن  $D_1$  بعد کفستون در راستای 1 و  $D_2$  بعد کفستون در راستای 2 بوده و در هر سمت محور مرکزی کفستون تنها یک ردیف میل‌مهار قرار دارد، نشان داده شده است.



شکل 2: توزیع یکنواخت تنش اتکائی در زیر ورق کفستون با رویکرد LRFD

در کاربردهای عملی کفستون‌ها عموماً تحت اثر نیروی محوری فشاری و لنگر خمشی قرار می‌گیرند. اگر همانند شکل (2)، لنگر خمشی وارد به کفستون به‌عنوان خروج از مرکزیت نیروی محوری نسبت به محور کفستون بیان شود ( $e = M_r/P_r$ )، در این صورت برای تحلیل کفستون در برابر لنگر خمشی توأم با نیروی محوری فشاری، به ازای مقادیر مختلف  $e$ ، چهار حالت مجزای  $0 < e \leq e_{crit}$ ،  $e_{crit} < e \leq e_{over}$  و  $e > e_{over}$  قابل بحث خواهد بود که تحلیل کفستون فقط در سه حالت نشان داده شده در شکل (3) امکان‌پذیر بوده و در ادامه به چگونگی تحلیل کفستون‌ها در این چهار حالت پرداخته می‌شود.



شکل 3: سه حالت مختلف دارای جواب برای تحلیل کفستون‌ها در برابر لنگر خمشی توأم با نیروی محوری فشاری

2-1 حالت اول:  $e = 0$ 

در این حالت مقدار لنگر خمشی یا به بیان دیگر مقدار خروج از مرکزیت نیروی محوری برابر صفر بوده و براساس تعادل استاتیکی نیروها در امتداد قائم، مقدار تنش اتکائی یکنواخت در زیر کفستون از رابطه زیر به دست می آید [21]:

$$f_{up} = \frac{P_u}{D_1 D_2} \quad (1)$$

2-2 حالت دوم:  $0 < e \leq e_{crit}$ 

در صورتی که نیروی محوری فشاری بوده و خروج از مرکزیت آن کوچکتر از خروج از مرکزیت بحرانی باشد ( $e = M_r/P_r < e_{crit}$ )، در این صورت چون بدون توجه به حضور میل مهار تعادل استاتیکی لنگر برقرار می شود، از این رو در این حالت فرض می شود انتقال نیروی محوری و لنگر خمشی فقط از طریق اتکای ورق کفستون به پی صورت می گیرد و از منظر نیروی محوری و لنگر خمشی لزومی به تعبیه میل مهار نیست. بنابراین در این حالت با چشم پوشی از حضور میل مهار در کفستون، مقدار طول اتکا ( $Y$ ) و مقدار تنش اتکائی به وجود آمده در زیر ورق کفستون ( $f_{rp}$ ) را می توان با استفاده از معادلات تعادل استاتیکی از طریق روابط زیر تعیین نمود [21]:

$$Y = D_1 - 2e \quad (2)$$

$$f_{up} = \frac{P_u}{Y D_2} = \frac{P_u}{(D_1 - 2e) D_2} \leq f_{pmax} \quad (3)$$

طبق تعریف، خروج از مرکزیت بحرانی به خروج از مرکزیتی گفته می شود که بدون توجه به حضور میل مهار در کفستون، مقدار تنش اتکائی یکنواخت به وجود آمده در زیر ورق کفستون برابر  $f_{pmax}$  باشد، که در آن مقدار  $f_{pmax}$  برابر  $\phi_c F_p$  در طراحی به روش LRFD است. بنابراین در صورتی که تنش اتکائی کفستون به تنش اتکائی موجود کفستون ( $f_{pmax}$ ) برسد، با استفاده از روابط (2) و (3)، مقدار خروج از مرکزیت بحرانی از رابطه زیر به دست می آید [21]:

$$e_{crit} = \frac{D_1}{2} - \frac{P_u}{2D_2 f_{pmax}} \quad (4)$$

در این گونه موارد چون میزان خروج از مرکزیت نیروی محوری کمتر از خروج از مرکزیت بحرانی است، پس مقدار تنش اتکائی به وجود آمده در زیر ورق کفستون قطعاً از  $f_{pmax}$  یعنی  $\phi_c F_p$  در LRFD کوچکتر خواهد بود و از این بابت نیازی به کنترل تنش اتکائی به وجود آمده در زیر ورق کفستون نیست.

2-3 حالت سوم:  $e_{crit} < e \leq e_{over}$ 

این حالت مربوط به شرایطی است که مقدار خروج از مرکزیت نیروی محوری از مقدار خروج از مرکزیت بحرانی ( $e_{crit}$ ) بزرگتر بوده ولی از یک مقدار مشخصی که خروج از مرکزیت نهایی یا خروج از مرکزیت مازاد ( $e_{over}$ ) نامیده می شود، کوچکتر باشد. در این حالت با توجه به اینکه به خاطر محدود بودن مقدار تنش اتکائی موجود در زیر کفستون، بدون حضور میل مهارها امکان برقراری تعادل استاتیکی نیروها وجود ندارد، از این رو در این حالت برای برقراری تعادل استاتیکی نیروها، میل مهارها به کار افتاده و موجب برقراری تعادل استاتیکی بین نیروهای وارد بر کفستون و تنش اتکائی ایجادشده در زیر آن می شود. در این حالت تنش اتکائی زیر کفستون برابر تنش اتکائی موجود ( $f_{pmax}$ ) فرض شده و مقادیر نیروی کششی میل مهارها به معادلات تعادل اضافه شده و از حل این معادلات تعادل استاتیکی، مقدار طول اتکاء در زیر ورق کفستون ( $Y$ ) و مقدار نیروی کششی در میل مهارها ( $T_u$ ) از روابط زیر به دست می آیند [21]:

$$Y = \left( f + \frac{D_1}{2} \right) - \sqrt{\left( f + \frac{D_1}{2} \right)^2 - \frac{2P_u(f+e)}{D_2 f_{pmax}}} \quad (5)$$

$$T_u = YD_2 f_{p \max} - P_u \quad (6)$$

بدیهی است برای اینکه رابطه (5) دارای جواب باشد، باید مقدار زیر رادیکال بزرگتر یا برابر صفر باشد. در این رابطه با مساوی صفر قرار دادن عبارت زیر رادیکال، مقدار مشخصی برای خروج از مرکزیت نیروی محوری مطابق رابطه زیر به دست می‌آید که خروج از مرکزیت نهایی ( $e_{over}$ ) نامیده می‌شود [21].

$$e_{over} = \left[ \frac{D_2 f_{p \max} \left( f + \frac{D_1}{2} \right)^2}{2P_u} \right] - f \quad (7)$$

در صورتی که خروج از مرکزیت نیروی محوری کمتر از خروج از مرکزیت نهایی باشد، عبارت زیر رادیکال مثبت و تحلیل کفستون برای این وضعیت بارگذاری، دارای جواب خواهد بود.

#### 4-2 حالت چهارم: $e > e_{over}$

این حالت مربوط به شرایطی است که مقدار خروج از مرکزیت نیروی محوری از مقدار خروج از مرکزیت نهایی ( $e_{over}$ ) بیشتر باشد. در این حالت از نظر ریاضی رابطه (5) به علت منفی بودن عدد زیر رادیکال، دارای جواب نبوده و در نتیجه تحلیل کفستون بدون جواب خواهد بود. این حالت از نظر فیزیکی به این مفهوم است که با شرایط موجود، در کفستون برقراری تعادل استاتیکی نیروها امکان پذیر نخواهد بود. در این گونه موارد برای آنکه کفستون دارای جواب باشد، باید ابعاد ورق کفستون افزایش یابد.

امروزه برای تحلیل کفستون‌ها تحت اثر نیروی محوری و لنگر خمشی تک‌محوره نرم‌افزارهای مختلفی وجود دارد که بعضی از آن‌ها، رفتار صفحه‌ستون را به صورت مناسب‌تری ارزیابی می‌کنند. عملکرد این نرم‌افزارها را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

- برای تعیین محور خنثی، رفتار کفستون صلب فرض می‌شود.
- در طراحی به روش ضرایب بار و مقاومت، توزیع تنش فشاری بتن یکنواخت فرض شده و براساس رفتار صلب کفستون تعیین می‌شود.
- نیروی کششی میل‌مهارها ناشی از لنگر خمشی تک‌محوره، براساس رفتار صلب کفستون تعیین می‌شود.
- برای تعیین نیروی کششی میل‌مهارها از تغییر طول محوری آن‌ها صرف‌نظر می‌شود.
- امکان کنترل صلب بودن رفتار کفستون وجود ندارد و کاربر می‌تواند از هر ضخامتی استفاده نماید.
- محاسبات مستقل از شکل مقطع ستون صورت می‌گیرد و سختی آن در نظر گرفته نمی‌شود.

در راهنمای طراحی کفستون‌های آیین‌نامه AISC به جهت سادگی فرض شده است که در هر سمت محور مرکزی کفستون فقط یک ردیف میل‌مهار وجود دارد. اما در کاربردهای عملی تعداد ردیف میل‌مهارها یا آرایش آن‌ها در روی ورق کفستون، نسبت به حالتی که در راهنمای مذکور فرض شده است، متفاوت است. به همین منظور برای رابطه‌سازی تحلیل کفستون‌هایی که دارای تعداد زیادی ردیف‌های میل‌مهار است، لازم است از طریق راهکارهایی در روابط ارائه‌شده در راهنمای AISC اصلاحاتی صورت گیرد. در این روش‌ها اگر همانند روش به کار رفته در راهنمای کفستون‌های آیین‌نامه AISC استفاده از روابط سازگاری مدنظر نباشد و تحلیل کفستون‌ها فقط براساس روابط تعادل استاتیکی مدنظر باشد، در این صورت می‌توان از یکی از راهکارهای زیر استفاده کرد:

**راهکار اول:** چشم‌پوشی از حضور میل‌مهارهای داخلی در تحلیل کفستون‌ها. این روش همواره محافظه‌کارانه است. اگرچه استفاده از این روش در تحلیل کفستون‌های دارای لنگر خمشی یک‌محوره می‌تواند قابل توجیه باشد و انتظار می‌رود میزان محافظه‌کارانه بودن آن خیلی زیاد نباشد، لیکن استفاده از این روش برای کفستون‌هایی که تحت اثر لنگرهای خمشی دومحوره هستند، عملاً منجر به جواب‌های غیرمنطقی می‌شود و استفاده از این راهکار برای کفستون‌های دارای لنگر خمشی دومحوره غیرقابل توصیه است.

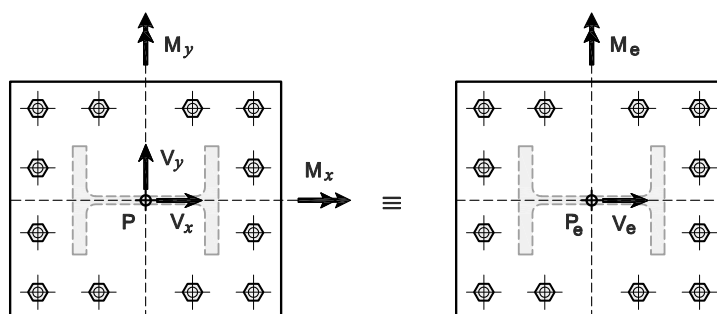
**راهکار دوم:** نیروی کلیه میل‌مهارهایی که در ناحیه کششی ورق کفستون قرار دارند، یکسان و برابر  $T_u$  فرض شود و سپس معادلات تعادل استاتیکی نوشته شود و از حل آن‌ها، نیروی میل‌مهارها محاسبه شود. در این روش به دلیل اینکه نیروی کلیه میل‌مهارهای واقع در

ناحیه کششی ورق کفستون یکسان فرض شده است، از این رو در این راهکار برای میل مهارها نیروی کمتری به دست می آید و عملاً غیر محافظه کارانه است. با توجه به غیر محافظه کارانه بودن این راهکار، استفاده از آن غیر قابل توصیه است.

**راهکار سوم:** نیروی دورترین میل مهار نسبت به محور خنثی برابر  $T_{II}$  فرض شود و نیروی سایر میل مهارهای واقع در ناحیه کششی ورق کفستون، برابر نسبت فاصله آن ها تا محور خنثی به فاصله دورترین میل مهار تا محور خنثی ضربدر  $T_{II}$  در نظر گرفته شود. چون مطالعات و آزمایشات صورت گرفته توسط برخی محققین [22] نشان داده است که نیروی میل مهارهای داخلی همواره کمتر از نیروی میل مهارهای بیرونی است، از این رو استفاده از این راهکار نسبت به راهکارهای اول و دوم بسیار منطقی بوده و نتایج به دست آمده از این راهکار به نتایجی که از تست محققین مذکور حاصل شده است، انطباق قابل قبولی دارد.

### 3- تحلیل کفستون ها تحت اثر نیروی محوری فشاری و لنگر خمشی دومحوره به روش LRFD

نظر به اینکه براساس شرایط نیروی محوری وارد بر کفستون، از یک سو روابط تحلیل کفستون برای لنگرهای خمشی دومحوره متفاوت با روابط تحلیل آن برای لنگر خمشی تکمحوره است و از سوی دیگر در راهنمای طراحی کفستون های آیین نامه AISC هیچ گونه اشاره ای به تحلیل کفستون ها تحت اثر نیروی محوری فشاری و لنگر خمشی دومحوره نشده است، از این رو پرداختن به نحوه تحلیل کفستون در برابر نیروی محوری فشاری و لنگر خمشی دومحوره برای شرایط مختلف نیروی محوری بسیار مهم و ضروری است. زیرا در کاربردهای عملی بسیاری از کفستون ها به جهت اثرات دوطرفه زمین لرزه و نیروی باد ممکن است در معرض لنگر خمشی دومحوره قرار گیرند. حضور لنگر خمشی دومحوره و تأثیر آن بر تعیین مقاومت های مورد نیاز، از جمله مواردی است که در راهنمای طراحی کفستون های آیین نامه AISC به درستی بررسی و تحلیل نشده است و از این منظر روش به کار رفته در راهنمای طراحی کفستون آیین نامه AISC نیازمند بازنگری اساسی است. اما نظر به اینکه در کاربردهای عملی عموماً مقدار لنگر خمشی در یک راستا کوچک تر از مقدار لنگر خمشی در راستای دیگر است، در نتیجه اگر کفستون تحت اثر لنگر خمشی دومحوره با شرایط مذکور قرار گیرد و دسترسی به نرم افزارهای معتبر و تأیید شده مقدور نباشد، آنگاه برای تعیین نیروی کششی میل مهارها به عنوان یک روش تقریبی می توان از کفستون مربعی شکل با آرایش یکسان میل مهار در هر دو راستا استفاده نمود و مطابق شکل 4 لنگر خمشی دومحوره را با یک لنگر خمشی مؤثر یکمحوره و در امتداد لنگر خمشی بزرگ تر جایگزین نمود. شایان ذکر است استفاده از لنگر خمشی مؤثر یکمحوره به جای لنگر خمشی دومحوره موضوع اصلی این تحقیق بوده و در ادامه تلاش شده است از طریق معرفی یک روش ساده و مؤثر و مقایسه نتایج حاصل از آن با نتایج مدل سازی های عددی، چگونگی انجام آن مورد بررسی دقیق قرار گیرد.



الف) کفستون تحت اثر لنگر خمشی دومحوره

ب) جایگزینی نیروهای برشی و لنگر خمشی دومحوره با نیروی برشی و لنگر خمشی یکمحوره

شکل 4: روش تقریبی برای تحلیل و طراحی کفستون ها تحت اثر نیروی برشی و لنگر خمشی دومحوره

در شکل 4، براساس مطالعات نویسندگان مقادیر  $P_e$ ،  $V_e$  و  $M_e$  به طور تقریبی می توانند به شرح زیر تعیین شوند:

$$P_e = P \quad (8)$$

$$V_e = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \quad (9)$$

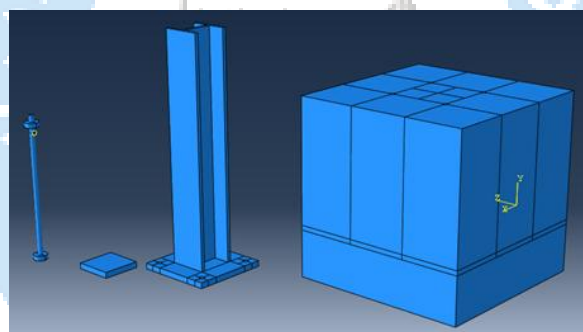
$$M_e = \beta \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \quad (10)$$

$$\beta = 1 + \left( 0.414 \times \frac{M_{min}}{M_{max}} \right) \quad (11)$$

در روابط فوق:  $M_{min}$  = کوچک‌ترین لنگر خمشی از بین  $M_x$  و  $M_y$ ،  $M_{max}$  = بزرگ‌ترین لنگر خمشی از بین  $M_x$  و  $M_y$ ،  $\beta$  = ضریب تصحیح برای کاهش میزان خطا است.

#### 4- مدل‌سازی عددی کفستون به روش اجزاء محدود

در این بخش رفتار کفستون با استفاده از تحلیل به روش اجزاء محدود مورد مطالعه قرار می‌گیرد. امروزه نرم‌افزارهای متعددی وجود دارد که می‌توانند رفتار کفستون را به روش اجزاء محدود مدل‌سازی کنند که نرم‌افزار Abaqus یکی از معتبرترین آن‌ها است. بنابراین در این تحقیق جهت مدل‌سازی نمونه‌های مورد نظر از این نرم‌افزار استفاده شده است. برای مدل‌سازی قطعات تشکیل‌دهنده نمونه‌های مورد بررسی از المان solid با رفتار شکل‌پذیر (نوع deformable) استفاده شده است. در این مطالعه اثر مش‌بندی به صورت خیلی ریز تا درشت نیز در نمونه‌های متفاوت در نظر گرفته شده است. بررسی برای دو حالت خیلی ریز و ریز صورت گرفته و موارد مش‌بندی متوسط و درشت از طریق برون‌یابی ریچاردسون بررسی شده است (شکل 5).



شکل 5: اجزای تشکیل‌دهنده اتصال پای ستون

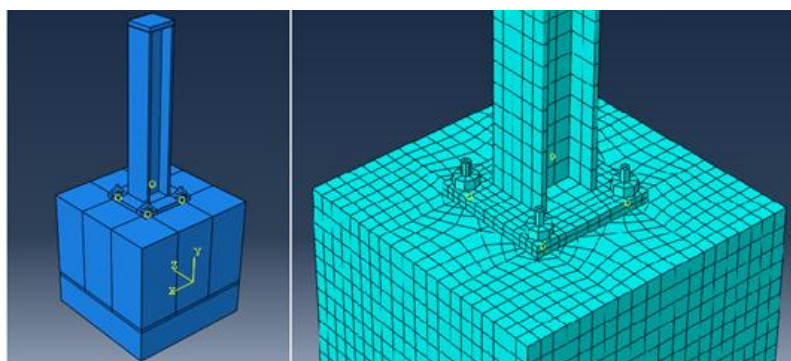
مصالح مورد استفاده در این تحقیق نیز شامل فولاد و بتن بوده که مشخصات مصالح تعریف شده برای نمونه‌های مورد بررسی بر اساس مطالعه گومز و کنویند [7] در جدول 1 ارائه شده است.

جدول 1: مشخصات مصالح مورد استفاده در مدل‌سازی عددی

مقدار	مشخصه
520 MPa و 434 MPa	تنش تسلیم فولاد و تنش کششی نهایی (به ترتیب)
0.29 و 210 GPa	مدول الاستیسیته و کرنش نهایی فولاد (به ترتیب)
25 MPa و 2500 kg/m <sup>3</sup>	وزن مخصوص و مقاومت فشاری مشخصه بتن

با توجه به اینکه مصالح مورد استفاده در مدل مورد نظر شامل فولاد و بتن با مدل رفتاری غیرخطی هستند، از این رو بایستی اندرکنش و تماس‌های بین سطوح به نحوی مناسب تعریف شوند. برای این منظور در بخش اندرکنش که برای تعریف روابط تماسی و اندرکنش بین سطوح مورد استفاده قرار می‌گیرد، با استفاده از رفتار مماسی از ضریب اصطکاک 0.45 مابین میل‌مهارها و شالوده مطابق تحقیق گومز و

کنواید استفاده شده است. همچنین به منظور کنترل میزان تنش فشاری مابین کفستون و شالوده، با استفاده از گزینه رفتار مصالح، مقدار تنش اتکائی به مقدار  $F_p$  (تنش اتکائی اسمی بین ورق و تکیه‌گاه بتنی) محدود شده است و در صورت عبور از این مرحله، مقدار آن ثابت می‌ماند. جهت ایجاد نیروهای موردنظر یعنی نیروی محوری، نیروی برشی و لنگر خمشی در مدل از حالت بارهای Pressure و Surface traction استفاده شده است. اتصال میل‌مهار به کفستون به صورت یکپارچه و اتصال کفستون به شالوده به صورت تماسی در نظر گرفته شده است و از نوع solid هستند. همچنین برای برقراری شرایط تکیه‌گاه گیردار در کف شالوده تمام درجات آزادی در تمام گره‌های کف آن بسته شده است. در شکل 6 حالت کلی مدل‌سازی بعد از قرار گرفتن قطعات در موقعیت خود و مش‌بندی نشان داده شده است.



شکل 6: حالت کلی مدل‌سازی و مش‌بندی اجزای تشکیل‌دهنده اتصال پای ستون

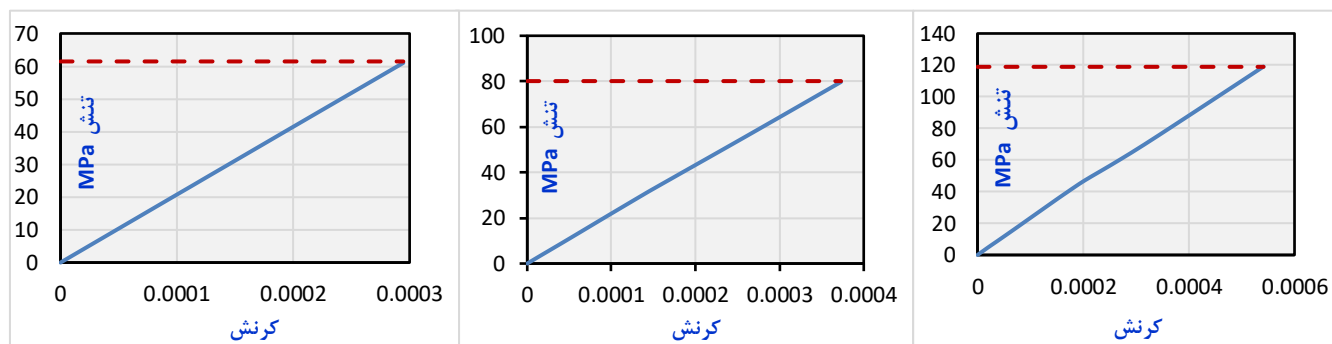
اگرچه به لحاظ علمی اعتبار مدل اجزاء محدود باید براساس یک نمونه آزمایشگاهی صحت‌سنجی شود، لیکن از آنجائی که چون در این تحقیق اساساً هدف دسترسی به مدلی است که بتواند تحلیل کفستون را مطابق روابط ارائه‌شده در راهنمای طراحی کفستون آیین‌نامه AISC برای حالت نیروی محوری فشاری و لنگر خمشی تک‌محوره انجام دهد، در نتیجه برای نیل به این هدف صحت‌سنجی مدل‌سازی به روش اجزاء محدود (مدل‌سازی در نرم‌افزار آباکوس) به گونه‌ای انجام شده است که نتایج حاصل از روش اجزاء محدود با نتایج به‌دست‌آمده از روابط راهنمای طراحی کفستون آیین‌نامه AISC یکسان شود؛ تا از این طریق بتوان صحت روش تقریبی ارائه‌شده در این تحقیق را برای حالت لنگر خمشی دو‌محوره نیز مورد استفاده قرار داد. برای این منظور در ادامه نتایج دو مثال نمونه یک‌بار با استفاده از روابط راهنمای طراحی کفستون آیین‌نامه AISC و یک‌بار هم به روش مدل‌سازی به روش اجزاء محدود در نرم‌افزار آباکوس ارائه می‌شود تا پس از تایید صحت مدل‌سازی انجام‌شده در نرم‌افزار آباکوس بتوان از این مدل برای ارزیابی میزان خطای احتمالی در روش تقریبی ارائه‌شده برای حالت لنگر خمشی دو‌محوره بهره برد.

**مثال اول:** در این مثال تعیین تنش محوری بحرانی‌ترین میل‌مهاری (از بین چهار میل‌مهار، در هر وجه دو عدد، به قطر 44 میلی‌متر از جنس CK45) یک کفستون به ابعاد 650×650 mm برای یک ستون H شکل با مشخصات 350×30 mm برای بال‌ها و 300×30 mm برای جان مقطع و با مقاومت‌های موردنیاز مختلف مدنظر است. فرض شده است ستون در قسمت میانی یک شالوده گسترده به ضخامت 1.5 متر قرار دارد. همچنین فرض شده است بتن پی از رده C25 طبق مبحث نهم مقررات ملی ساختمان و فولاد ورق مصرفی از نوع St37 طبق مبحث دهم مقررات ملی ساختمان است.

جدول 2: نتایج حاصل از طراحی و مدل‌سازی عددی برای سه ترکیب بارگذاری مختلف مثال اول

حالت	$P_u$ (kN)	$M_u$ (kN.m)	$V_u$ (kN)	$F_p$ (MPa)	$e$ (mm)	$e_{crit}$ (mm)	$e_{over}$ (mm)	$Y$ (mm)	$T_u$ (kN)	$\sigma_{AISC}$ (MPa)	$\sigma_{FEA}$ (MPa)
1	1800	584.4	300	42.5	324.67	274.87	1203.1	110.65	186.69	61.45	60.35
2	2100	672	345	42.5	320	266.52	1203.1	130.51	243.47	80.06	78.09
3	2400	779.2	400	42.5	324.67	258.17	1203.1	153.8	361.68	118.93	116.62

همان گونه که از جدول 2 مشاهده می شود مقدار تنش محوری میل مهارها حاصل از روابط راهنمای طراحی کفستون آیین نامه AISC با مقدار تنش محوری به دست آمده از مدل سازی عددی در نرم افزار آباکوس انطباق بسیار نزدیکی با یکدیگر دارند و این موضوع نشان می دهد که برای نیل به اهداف مورد نظر مدل سازی عددی از دقت بسیار خوبی برخوردار است. در شکل 7 نمودار تنش- کرنش بحرانی ترین میل مهار برای سه ترکیب بارگذاری جدول فوق (مثال اول) نشان داده شده است.



حالت (1)

حالت (2)

حالت (3)

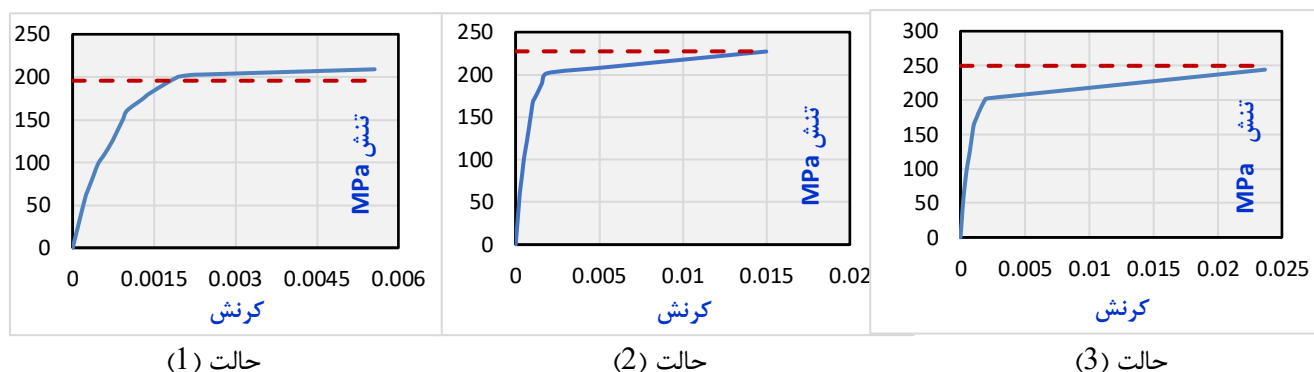
شکل 7: نمودار تنش-کرنش بحرانی ترین میل مهار مثال اول برای سه ترکیب بارگذاری مختلف این مثال

**مثال دوم:** در این مثال تعیین تنش محوری بحرانی ترین میل مهارهای (از بین چهار میل مهار، در هر وجه دو عدد، به قطر 36 میلی متر از جنس CK45) یک کفستون به ابعاد 450×450 mm برای یک ستون H شکل با مشخصات 200×15 mm برای بال ها و 200×15 mm برای جان مقطع و با مقاومت های مورد نیاز مختلف مدنظر است. فرض شده است ستون در قسمت گوشه یک پی نواری به ضخامت 800 میلی متر قرار دارد به طوری که دو لبه ورق کفستون همباد با لبه پی است. همچنین فرض شده است بتن پی از رده C25 طبق مبحث نهم مقررات ملی ساختمان و فولاد ورق مصرفی از نوع St37 طبق مبحث دهم مقررات ملی ساختمان است. در جدول 3 علامت منفی مقادیر  $P_u$  بدین معناست که نیروی محوری ستون به صورت کششی است.

جدول 3: نتایج حاصل از طراحی و مدل سازی عددی برای سه ترکیب بارگذاری مختلف مثال دوم

حالت	$P_u$ (kN)	$M_u$ (kN.m)	$V_u$ (kN)	$F_p$ (MPa)	$e$ (mm)	$f$ (mm)	$e_{over}$ (mm)	$Y$ (mm)	$T_u$ (kN)	$\sigma_{AISC}$ (MPa)	$\sigma_{FEA}$ (MPa)
1	-350	78.4	40	21.25	224	170	1555.4	7.77	398.32	195.66	207.33
2	-420	88.2	45	21.25	210	170	274.87	6.90	462.88	227.38	228.44
3	-500	88.2	45	21.25	176.4	170	1139.8	1.3	508.1	249.6	249.2

همان گونه که از جدول 3 نیز مشاهده می شود مقدار تنش محوری میل مهارها حاصل از روابط راهنمای طراحی کفستون آیین نامه AISC با مقدار تنش محوری به دست آمده از مدل سازی عددی در نرم افزار آباکوس انطباق بسیار نزدیکی با یکدیگر دارند و این موضوع نشان می دهد که برای نیل به اهداف مورد نظر مدل سازی عددی از دقت بسیار خوبی برخوردار است. در شکل 8 نمودار تنش-کرنش بحرانی ترین میل مهار برای سه ترکیب بارگذاری جدول فوق (مثال دوم) نشان داده شده است.



شکل 8: نمودار تنش-کرنش بحرانی‌ترین میل‌مهار مثال دوم برای سه ترکیب بارگذاری مختلف این مثال

## 5- بررسی دقت محاسباتی روابط ارائه‌شده برای لنگر خمشی دوماحوره با نتایج مدل‌سازی

در بخش 4 این تحقیق نتایج مدل‌سازی به روش اجزاه محدود با استفاده از نرم‌افزار آباکوس با نتایج حاصل از طراحی روابط راهنمای طراحی کفستون آیین‌نامه AISC مورد مقایسه قرار گرفت و مشاهده شد که مدل‌سازی در آباکوس به نحوی صحت‌سنجی شده است که نتایج آن با نتایج طراحی براساس راهنمای مذکور یکسان شود. در این بخش سعی خواهد شد از همین مدل‌سازی برای بررسی میزان خطای ناشی از روش ساده و مؤثر برای تحلیل کفستون با لنگر خمشی دوماحوره استفاده شود. همان‌گونه که قبلاً نیز تأکید شد، اساساً این صحت‌سنجی به این دلیل بوده است که برای تحلیل کفستون با لنگر خمشی دوماحوره از همان اصول به‌کاررفته در تحلیل کفستون با لنگر خمشی تک‌محوره استفاده شود. برای این منظور در ادامه نتایج دو مثال دیگر با نسبت‌های مختلف لنگرهای خمشی دوماحوره مورد مطالعه قرار می‌گیرد و نتایج حاصله با نمودارهای استخراج‌شده از مدل‌سازی صورت گرفته در نرم‌افزار آباکوس مقایسه می‌شود.

**مثال سوم:** در این مثال تعیین تنش محوری بحرانی‌ترین میل‌مهاری (از بین چهار میل‌مهار، در هر وجه دو عدد، به قطر 44 میلی‌متر از جنس CK45) یک کفستون به ابعاد 650×650 mm برای یک ستون H شکل با مشخصات 350×30 mm برای بال‌ها و 300×30 mm برای جان مقطع و با مقاومت‌های موردنیاز مختلف مدنظر است. فرض شده است ستون در قسمت میانی یک شالوده گسترده به ضخامت 1.5 متر قرار دارد. همچنین فرض شده است بتن پی از رده C25 طبق مبحث نهم مقررات ملی ساختمان و فولاد ورق مصرفی از نوع St37 طبق مبحث دهم مقررات ملی ساختمان است.

جدول 4: مقاومت‌های موردنیاز کفستون مثال سوم

$P_u$ (kN)	$M_{ux}$ (kN.m)	$M_{uy}$ (kN.m)	$V_{ux}$ (kN)	$V_{uy}$ (kN)	$M_{uy}/M_{ux}$
2000	681.8	34.09	350	17.5	5%

$$P_u = 2000 \text{ kN}$$

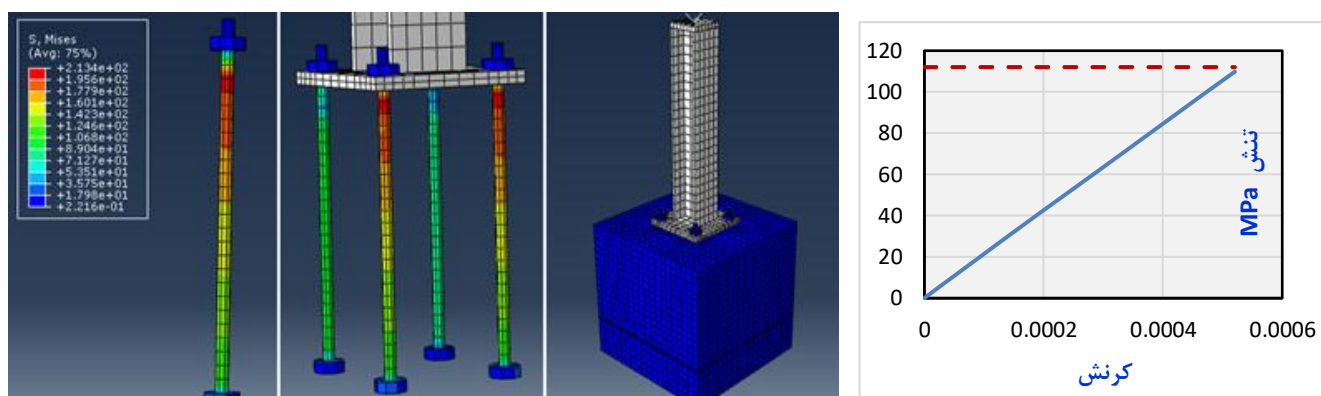
$$V_u = \sqrt{V_{ux}^2 + V_{uy}^2} = \sqrt{350^2 + 17.5^2} = 350.44 \text{ kN}$$

$$\beta = 1 + \left( 0.414 \frac{M_{min}}{M_{max}} \right) = 1 + \left( 0.414 \frac{34.09}{681.8} \right) = 1.0207$$

$$M_u = \beta \sqrt{M_{ux}^2 + M_{uy}^2} = 1.0207 \sqrt{681.8^2 + 34.09^2} = 696.78 \text{ kN.m}$$

جدول 5: نتایج حاصل از طراحی و مدل‌سازی عددی برای ترکیب بارگذاری حالت اول مثال سوم

حالت	$P_u$ (kN)	$M_u$ (kN.m)	$V_u$ (kN)	$F_p$ (MPa)	$e$ (mm)	$e_{crit}$ (mm)	$e_{over}$ (mm)	$Y$ (mm)	$T_u$ (kN)	$\sigma_{AISC}$ (MPa)	$\sigma_{FEA}$ (MPa)
1	2000	696.78	350.44	42.5	348.4	269.31	1276.3	130.36	340.78	112.06	109.82



شکل 9: نمودار تنش-کرنش بحرانی ترین میل مهار مثال سوم و تغییر شکل اجزای کفستون در آباکوس

همان گونه که از نتایج جدول فوق مشاهده می شود مقدار تنش محوری میل مهارها حاصل از روابط راهنمای طراحی کفستون آیین نامه AISC با مقدار تنش محوری به دست آمده از مدل سازی عددی در نرم افزار آباکوس انطباق بسیار نزدیکی با یکدیگر دارند و میزان اختلاف در حدود 2% است ( $109.82/112.06 = 0.98$ ). در ادامه نتایج حاصل از رابطه پیشنهادی با نتایج به دست آمده از مدل سازی عددی در نرم افزار آباکوس برای نسبت های مختلف  $M_{uy}/M_{ux}$  مورد مقایسه قرار می گیرد:

جدول 6: نتایج حاصل از طراحی و مدل سازی عددی برای ترکیب بارگذاری حالت های دوم الی هفتم مثال سوم

حالت	$P_u$ (kN)	$M_{ux}$ (kN.m)	$M_{uy}$ (kN.m)	$V_{ux}$ (kN)	$V_{uy}$ (kN)	$\frac{M_{uy}}{M_{ux}}$	$\beta$	میزان اختلاف این حالت در حدود 2.01% بوده و نتایج رابطه پیشنهادی محافظه کارانه است.			
2	2000	681.8	68.18	350	35	10%	1.04	$Y$ (mm)	$T_u$ (kN)	$\sigma_{AISC}$ (MPa)	$\sigma_{FEA}$ (MPa)
	2000	713.56	351.75	42.5	356.8	269.31	1276.3	132.42	377.78	124.23	121.73

حالت	$P_u$ (kN)	$M_{ux}$ (kN.m)	$M_{uy}$ (kN.m)	$V_{ux}$ (kN)	$V_{uy}$ (kN)	$\frac{M_{uy}}{M_{ux}}$	$\beta$	میزان اختلاف این حالت در حدود 1.98% بوده و نتایج رابطه پیشنهادی محافظه کارانه است.			
3	2000	681.8	102.27	350	52.55	15%	1.06	$Y$ (mm)	$T_u$ (kN)	$\sigma_{AISC}$ (MPa)	$\sigma_{FEA}$ (MPa)
	2000	732.24	352.92	42.5	366.1	269.31	1276.3	134.72	419.14	137.83	135.10

حالت	$P_u$ (kN)	$M_{ux}$ (kN.m)	$M_{uy}$ (kN.m)	$V_{ux}$ (kN)	$V_{uy}$ (kN)	$\frac{M_{uy}}{M_{ux}}$	$\beta$	میزان اختلاف این حالت در حدود 1.29% بوده و نتایج رابطه پیشنهادی محافظه کارانه است.			
4	2000	681.8	135.36	350	70	20%	1.08	$Y$ (mm)	$T_u$ (kN)	$\sigma_{AISC}$ (MPa)	$\sigma_{FEA}$ (MPa)
	2000	752.87	356.93	42.5	376.4	269.31	1276.3	137.28	456.14	149.98	148.05

حالت	$P_u$ (kN)	$M_{ux}$ (kN.m)	$M_{uy}$ (kN.m)	$V_{ux}$ (kN)	$V_{uy}$ (kN)	$\frac{M_{uy}}{M_{ux}}$	$\beta$	میزان اختلاف این حالت در حدود 2.25%			
------	---------------	--------------------	--------------------	------------------	------------------	-------------------------	---------	-------------------------------------	--	--	--

5	2000	681.8	170.45	350	87.5	25%	1.10	بوده و نتایج رابطه پیشنهادی محافظه کارانه است.			
	$P_u$ (kN)	$M_u$ (kN.m)	$V_u$ (kN)	$F_p$ (MPa)	$e$ (mm)	$e_{crit}$ (mm)	$e_{over}$ (mm)	$Y$ (mm)	$T_u$ (kN)	$\sigma_{AISC}$ (MPa)	$\sigma_{FEA}$ (MPa)
	2000	775.52	360.77	42.5	387.8	269.31	1276.3	140.11	515.84	169.62	165.80

6	$P_u$ (kN)	$M_{ux}$ (kN.m)	$M_{uy}$ (kN.m)	$V_{ux}$ (kN)	$V_{uy}$ (kN)	$\frac{M_{uy}}{M_{ux}}$	$\beta$	میزان اختلاف این حالت در حدود 5.05% بوده و نتایج رابطه پیشنهادی محافظه کارانه است.			
	2000	681.8	204.54	350	105	30%	1.12	$Y$ (mm)	$T_u$ (kN)	$\sigma_{AISC}$ (MPa)	$\sigma_{FEA}$ (MPa)
	2000	800.23	365.41	42.5	400.1	269.31	1276.3	143.21	571.57	187.95	178.46

7	$P_u$ (kN)	$M_{ux}$ (kN.m)	$M_{uy}$ (kN.m)	$V_{ux}$ (kN)	$V_{uy}$ (kN)	$\frac{M_{uy}}{M_{ux}}$	$\beta$	میزان اختلاف این حالت در حدود 10.14% بوده و نتایج رابطه پیشنهادی محافظه کارانه است.			
	2000	681.8	238.63	350	122.5	35%	1.14	$Y$ (mm)	$T_u$ (kN)	$\sigma_{AISC}$ (MPa)	$\sigma_{FEA}$ (MPa)
	2000	823.48	370.82	42.5	411.7	269.31	1276.3	153.21	633.34	208.26	187.14

**مثال چهارم:** در این مثال تعیین تنش محوری بحرانی ترین میل مهارهای (از بین چهار میل مهار، در هر وجه دو عدد، به قطر 32 میلی متر از جنس S240) یک کفستون به ابعاد 500×500 mm برای یک ستون قوطی شکل با مشخصات 270×270×15 mm و با مقاومت های موردنیاز مختلف مدنظر است. فرض شده است ستون در وسط یک پی منفرد به ابعاد 2000×2000×600 mm قرار دارد. همچنین فرض شده است بتن پی از رده C20 طبق مبحث نهم مقررات ملی ساختمان و فولاد ورق مصرفی از نوع St37 طبق مبحث دهم مقررات ملی ساختمان است.

جدول 7: مقاومت های موردنیاز کفستون مثال چهارم

$P_u$ (kN)	$M_{ux}$ (kN.m)	$M_{uy}$ (kN.m)	$V_{ux}$ (kN)	$V_{uy}$ (kN)	$M_{uy}/M_{ux}$
700	222.82	12.00	130	7	≈ 5%

$$P_u = 700 \text{ kN}$$

$$V_u = \sqrt{V_{ux}^2 + V_{uy}^2} = \sqrt{130^2 + 7^2} = 130.2 \text{ kN}$$

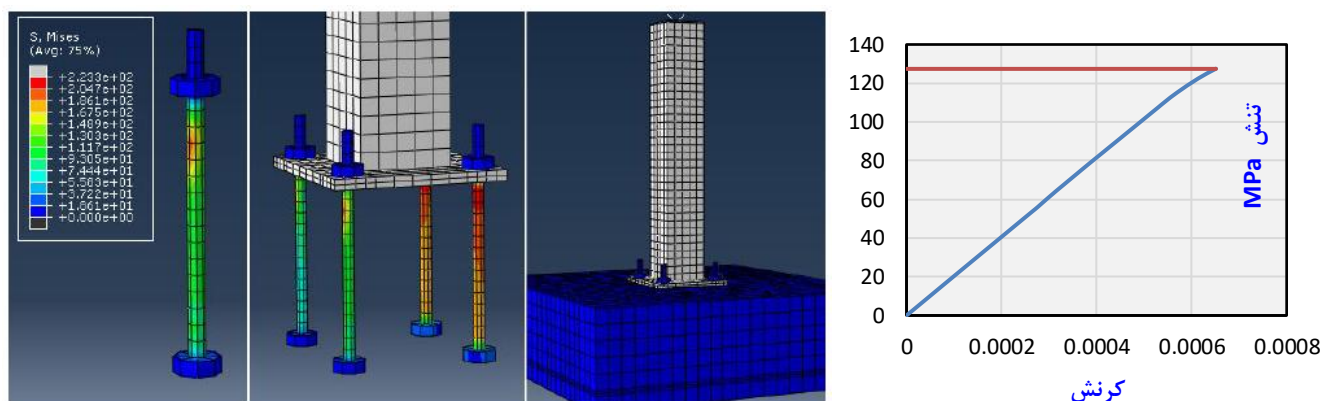
$$\beta = 1 + \left( 0.414 \frac{M_{min}}{M_{max}} \right) = 1 + \left( 0.414 \frac{12}{222.82} \right) = 1.0223$$

$$M_u = \beta \sqrt{M_{ux}^2 + M_{uy}^2} = 1.0223 \sqrt{222.82^2 + 12.00^2} = 228.12 \text{ kN.m}$$

جدول 8: نتایج حاصل از طراحی و مدل سازی عددی برای ترکیب بارگذاری حالت اول مثال چهارم

حالت	$P_u$ (kN)	$M_u$ (kN.m)	$V_u$ (kN)	$F_p$ (MPa)	$e$ (mm)	$e_{crit}$ (mm)	$e_{over}$ (mm)	$Y$ (mm)	$T_u$ (kN)	$\sigma_{AISC}$ (MPa)	$\sigma_{FEA}$ (MPa)
------	---------------	-----------------	---------------	----------------	-------------	--------------------	--------------------	-------------	---------------	--------------------------	-------------------------

1	700	228.12	130.2	34	325.88	218.33	1338.06	81.89	204.94	127.4	127.30
---	-----	--------	-------	----	--------	--------	---------	-------	--------	-------	--------



شکل 10: نمودار تنش-کرنش بحرانی‌ترین میل‌مه‌ار مثال چهارم و تغییر شکل اجزای کفستون در آباکوس

همان‌گونه که از نتایج جدول فوق مشاهده می‌شود مقدار تنش محوری میل‌مه‌ارها حاصل از روابط راهنمای طراحی کفستون آیین‌نامه AISC با مقدار تنش محوری به‌دست‌آمده از مدل‌سازی عددی در نرم‌افزار آباکوس انطباق بسیار نزدیکی با یکدیگر دارند و میزان اختلاف در حدود 0.08% است ( $127.3/127.4 = 0.9992$ ). در ادامه نتایج حاصل از رابطه پیشنهادی با نتایج به‌دست‌آمده از مدل‌سازی عددی در نرم‌افزار آباکوس برای نسبت‌های مختلف  $M_{uy}/M_{ux}$  مورد مقایسه قرار می‌گیرد:

جدول 9: نتایج حاصل از طراحی و مدل‌سازی عددی برای ترکیب بارگذاری حالت‌های دوم الی نهم مثال چهارم

حالت	$P_u$	$M_{ux}$	$M_{uy}$	$V_{ux}$	$V_{uy}$	$\frac{M_{uy}}{M_{ux}}$	$\beta$	میزان اختلاف این حالت در حدود 2.00% بوده و نتایج رابطه پیشنهادی محافظه‌کارانه است.			
	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)	(kN)			$Y$	$T_u$	$\sigma_{AISC}$	$\sigma_{FEA}$
2	700	222.82	22.28	130	13	10%	1.041				
	$P_u$	$M_u$	$V_u$	$F_p$	$e$	$e_{crit}$	$e_{over}$	$Y$	$T_u$	$\sigma_{AISC}$	$\sigma_{FEA}$
	(kN)	(kN.m)	(kN)	(MPa)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(kN)	(MPa)	(MPa)
	700	233.2	130.06	34	333.15	218.3	1338.1	83.18	219.16	136.25	133.53

حالت	$P_u$	$M_{ux}$	$M_{uy}$	$V_{ux}$	$V_{uy}$	$\frac{M_{uy}}{M_{ux}}$	$\beta$	میزان اختلاف این حالت در حدود 1.88% بوده و نتایج رابطه پیشنهادی محافظه‌کارانه است.			
	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)	(kN)			$Y$	$T_u$	$\sigma_{AISC}$	$\sigma_{FEA}$
3	700	222.82	34.28	130	20	15%	1.064				
	$P_u$	$M_u$	$V_u$	$F_p$	$e$	$e_{crit}$	$e_{over}$	$Y$	$T_u$	$\sigma_{AISC}$	$\sigma_{FEA}$
	(kN)	(kN.m)	(kN)	(MPa)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(kN)	(MPa)	(MPa)
	700	239.8	131.5	34	342.87	218.3	1338.1	84.85	237.69	147.78	145.00

حالت	$P_u$	$M_{ux}$	$M_{uy}$	$V_{ux}$	$V_{uy}$	$\frac{M_{uy}}{M_{ux}}$	$\beta$	میزان اختلاف این حالت در حدود 2.04% بوده و نتایج رابطه پیشنهادی محافظه‌کارانه است.			
	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)	(kN)			$Y$	$T_u$	$\sigma_{AISC}$	$\sigma_{FEA}$
4	700	222.82	44.56	130	26	20%	1.083				
	$P_u$	$M_u$	$V_u$	$F_p$	$e$	$e_{crit}$	$e_{over}$	$Y$	$T_u$	$\sigma_{AISC}$	$\sigma_{FEA}$
	(kN)	(kN.m)	(kN)	(MPa)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(kN)	(MPa)	(MPa)
	700	246.05	132.6	34	351.5	218.3	1338.1	86.45	255.33	158.73	155.49

حالت	$P_u$ (kN)	$M_{ux}$ (kN.m)	$M_{uy}$ (kN.m)	$V_{ux}$ (kN)	$V_{uy}$ (kN)	$\frac{M_{uy}}{M_{ux}}$	$\beta$	میزان اختلاف این حالت در حدود 3.14% بوده و نتایج رابطه پیشنهادی محافظه کارانه است.				
5	700	222.82	56.56	130	33	25%	1.105					
	$P_u$ (kN)	$M_u$ (kN.m)	$V_u$ (kN)	$F_p$ (MPa)	$e$ (mm)	$e_{crit}$ (mm)	$e_{over}$ (mm)	$Y$ (mm)	$T_u$ (kN)	$\sigma_{AISC}$ (MPa)	$\sigma_{FEA}$ (MPa)	
	700	254.05	134.1	34	362.92	218.3	1338.1	88.51	278.02	172.84	167.41	

حالت	$P_u$ (kN)	$M_{ux}$ (kN.m)	$M_{uy}$ (kN.m)	$V_{ux}$ (kN)	$V_{uy}$ (kN)	$\frac{M_{uy}}{M_{ux}}$	$\beta$	میزان اختلاف این حالت در حدود 3.54% بوده و نتایج رابطه پیشنهادی محافظه کارانه است.				
6	700	222.82	66.84	130	39	30%	1.124					
	$P_u$ (kN)	$M_u$ (kN.m)	$V_u$ (kN)	$F_p$ (MPa)	$e$ (mm)	$e_{crit}$ (mm)	$e_{over}$ (mm)	$Y$ (mm)	$T_u$ (kN)	$\sigma_{AISC}$ (MPa)	$\sigma_{FEA}$ (MPa)	
	700	261.52	135.7	34	373.61	218.3	1338.1	90.43	299.34	186.1	179.51	

حالت	$P_u$ (kN)	$M_{ux}$ (kN.m)	$M_{uy}$ (kN.m)	$V_{ux}$ (kN)	$V_{uy}$ (kN)	$\frac{M_{uy}}{M_{ux}}$	$\beta$	میزان اختلاف این حالت در حدود 3.81% بوده و نتایج رابطه پیشنهادی محافظه کارانه است.				
7	700	222.82	78.84	130	46	35%	1.146					
	$P_u$ (kN)	$M_u$ (kN.m)	$V_u$ (kN)	$F_p$ (MPa)	$e$ (mm)	$e_{crit}$ (mm)	$e_{over}$ (mm)	$Y$ (mm)	$T_u$ (kN)	$\sigma_{AISC}$ (MPa)	$\sigma_{FEA}$ (MPa)	
	700	270.98	137.9	34	378.12	218.3	1338.1	92.89	326.5	202.98	195.25	

حالت	$P_u$ (kN)	$M_{ux}$ (kN.m)	$M_{uy}$ (kN.m)	$V_{ux}$ (kN)	$V_{uy}$ (kN)	$\frac{M_{uy}}{M_{ux}}$	$\beta$	میزان اختلاف این حالت در حدود 5.41% بوده و نتایج رابطه پیشنهادی محافظه کارانه است.				
8	700	222.82	89.13	130	52	40%	1.166					
	$P_u$ (kN)	$M_u$ (kN.m)	$V_u$ (kN)	$F_p$ (MPa)	$e$ (mm)	$e_{crit}$ (mm)	$e_{over}$ (mm)	$Y$ (mm)	$T_u$ (kN)	$\sigma_{AISC}$ (MPa)	$\sigma_{FEA}$ (MPa)	
	700	279.73	140.0	34	399.61	218.3	1338.1	95.18	351.78	218.7	206.87	

حالت	$P_u$ (kN)	$M_{ux}$ (kN.m)	$M_{uy}$ (kN.m)	$V_{ux}$ (kN)	$V_{uy}$ (kN)	$\frac{M_{uy}}{M_{ux}}$	$\beta$	میزان اختلاف این حالت در حدود 11.33% بوده و نتایج رابطه پیشنهادی محافظه کارانه است.				
9	700	222.82	100.27	130	58.5	45%	1.186					
	$P_u$ (kN)	$M_u$ (kN.m)	$V_u$ (kN)	$F_p$ (MPa)	$e$ (mm)	$e_{crit}$ (mm)	$e_{over}$ (mm)	$Y$ (mm)	$T_u$ (kN)	$\sigma_{AISC}$ (MPa)	$\sigma_{FEA}$ (MPa)	
	700	289.86	142.6	34	414.09	218.3	1338.1	97.85	381.29	237.05	210.19	

## 7- نتیجه گیری

در این تحقیق ابتدا به روند طراحی کفستون‌ها تحت اثر نیروی محوری فشاری و لنگر خمشی تک‌محوره با رویکرد طراحی به روش ضرایب بار و مقاومت (LRFD) براساس روش ارائه شده در راهنمای شماره یک آیین‌نامه AISC پرداخته شد. نظر به اینکه در کاربردهای عملی بسیاری از کفستون‌ها به جهت اثرات دوطرفه زمین‌لرزه و نیروی باد ممکن است در معرض لنگر خمشی دومحوره قرار گیرند، از این رو

پرداختن به نحوه تحلیل کفستون در برابر نیروی محوری فشاری و لنگر خمشی دومحوره برای شرایط مختلف نیروی محوری حتی با فرضیات به کاررفته در تحلیل کفستون‌ها در برابر لنگر خمشی تک‌محوره بسیار مهم و ضروری است. برای این منظور در این مقاله برای تحلیل کفستون‌ها در برابر لنگر خمشی دومحوره از یک روش ساده و مؤثر و مبتنی بر اصول و مبانی به کاررفته در تحلیل کفستون‌ها در برابر لنگر خمشی تک‌محوره استفاده شده است. براساس این روش ساده، برای تحلیل کفستون‌ها در برابر لنگر خمشی دومحوره می‌توان براساس روابط ارائه‌شده در این مقاله آن را به یک کفستون با لنگر خمشی تک‌محوره تبدیل کرد و سپس براساس اصول و مبانی به کاررفته برای تحلیل کفستون‌ها در برابر لنگر خمشی تک‌محوره آن را تحلیل نمود. برای تعیین میزان خطای روش ارائه‌شده، از مدل‌سازی در نرم‌افزار آباکوس استفاده شده است. اگرچه به لحاظ علمی اعتبار مدل اجزاءمحدود باید براساس یک نمونه آزمایشگاهی صحت‌سنجی شود، لیکن از آنجائی که چون در این تحقیق اساساً هدف دسترسی به مدلی بود که بتواند تحلیل کفستون را مطابق روابط ارائه‌شده در راهنمای طراحی کفستون آیین‌نامه AISC برای حالت نیروی محوری و لنگر خمشی تک‌محوره انجام دهد، در نتیجه برای نیل به این هدف صحت‌سنجی مدل‌سازی به روش اجزاءمحدود (مدل‌سازی در نرم‌افزار آباکوس) به گونه‌ای انجام شده است که نتایج حاصل از روش اجزاءمحدود با نتایج به دست‌آمده از روابط راهنمای طراحی کفستون آیین‌نامه AISC یکسان شود؛ تا از این طریق بتوان صحت روش تقریبی ارائه‌شده در این تحقیق را برای حالت لنگر خمشی دومحوره نیز مورد بررسی قرار داد. نتایج حاصل از این تحقیق نشان می‌دهد که:

- 1- هرچقدر مقدار نیروی محوری فشاری افزایش یابد، مقاومت کفستون در برابر لنگر خمشی افزایش می‌یابد. زیرا با افزایش نیروی محوری فشاری مقدار تغییرشکل در میل‌مهارها کمتر شده در نتیجه تنش ایجادشده در آن نیز کمتر می‌شود.
- 2- با توجه به اینکه تحلیل کفستون‌ها در برابر لنگر خمشی دومحوره حتی با فرضیات ساده‌شده در راهنمای طراحی کفستون آیین‌نامه AISC از پیچیدگی‌های بسیار زیادی برخوردار بوده و عملاً امکان تحلیل آن‌ها به صورت دستی وجود ندارد، با استفاده از روش تقریبی معرفی‌شده در این تحقیق به راحتی می‌توان کفستون‌ها را در برابر لنگر خمشی دومحوره همانند کفستون‌ها در برابر لنگر خمشی تک‌محوره تحلیل نمود.
- 3- براساس روش تقریبی ارائه‌شده، در صورتی که نسبت لنگر کوچک‌تر به لنگر بزرگ‌تر وارد بر کفستون بین ۵ الی ۳۰ درصد باشد، نتایج روش ساده ارائه‌شده در این تحقیق نسبت به نتایج به دست‌آمده در نرم‌افزار آباکوس از انطباق بسیار خوبی برخوردار بوده و میزان اختلاف کمتر از ۵ درصد است.
- 4- در صورتی که نسبت لنگر کوچک‌تر به لنگر بزرگ‌تر وارد بر کفستون بیش از ۳۰ درصد باشد، میزان اختلاف روش ساده ارائه‌شده نسبت به نتایج به دست‌آمده در نرم‌افزار آباکوس بیشتر خواهد بود و میزان اختلاف برای حالتی که نسبت لنگر کوچک‌تر به لنگر بزرگ‌تر ۵۰ درصد باشد، بیش از ۱۰ درصد خواهد بود؛ با این وجود همچنان محافظه‌کارانه است.

## مراجع

- [1] Fasae, M.A.K., Banan, M.R. and Ghazizadeh, S. (2018). Capacity of exposed column base connections subjected to uniaxial and biaxial bending moments. *Journal of Constructional Steel Research*, 148, 361–370.
- [2] Krishnamurthy, N., Thambiratnam, P. (1990). Finite Element Analysis of Column Base Plates. *Computers & Structures*, 34, 215-223.
- [3] Melchers, R.E. (1992). Column-Base Response under Applied Moment. *Journal of Constructional Steel Research*, 23, 127-143.
- [4] Jaspar, J.P., Vandegans, D. (1998). Application of the Component Method to Column Bases. *Journal of Constructional Steel Research*, 48, 89-106.
- [5] Adany, S., Calado, L. and Dunai, L. (2000). Experimental Studies on Cyclic Behavior Modes of Base-Plate Connections. *Proceedings of the Third International Conference on the Behavior of Steel Structures in Seismic Areas (STEESA 2000)*, Montreal, Canada, p.p. 97-104.
- [6] Hitaka, T., Suitaa, K. and Kato, M. (2003). CFT Column Base Design and Practice in Japan, *Proceeding of the International Workshop on Steel and Concrete Composite Construction*. Report No. NCREE-03-026, National Center

- for Research in Earthquake Engineering, Taipei, Taiwan, Octobr 8-9, 2003, National Center for Research in Earthquake Engineering, Taipei, Taiwan, p.p.35-45.
- [7] Gomez, I.R., Kanvinde, A. and Deierlein, G.G. (2010). Exposed column base connections subjected to axial compression and flexure, Final Rep AISC, Chicago, IL.
- [8] Chi, H., *et al.* (2012). Seismic behavior of post-tensioned column base for steel self-centering moment resisting frame. *Journal of Constructional Steel Research*, 78, 117-130.
- [9] Kamperidis, V.C., *et al.* (2018). Self-centering steel column base with metallic energy dissipation devices. *Journal of Constructional Steel Research*, 149, 14-30.
- [10] Chou, C.C., *et al.* (2011). Analytical model validation and influence of column bases for seismic responses of steel post-tensioned self-centering MRF systems. *Engineering Structures*, 33(9), 2628-2643.
- [11] Zareian, F., Kanvinde, A. (2013). Effect of column base flexibility on the seismic response and safety of steel moment resisting frames. *Earthquake Spectra*, 29 (4), 1537-1559.
- [12] Yang, H., *et al.* (2011). An evaluation of the effectiveness of the Chinese strong column weak beam measure under bi-directional horizontal seismic excitations. *China Civ. Eng. J.*, 44(1), 58-64.
- [13] Ye, L.P., *et al.* (2008). Study on ensuring the strong column-weak beam mechanism for RC frames based on the damage analysis in the Wenchuan earthquake. *Build. Struct.*, 38(11), 52-59.
- [14] Nastro, E., *et al.* (2019). Seismic response of steel Moment Resisting Frames equipped with friction beam-to-column joints. *Soil Dynam. Earthq. Eng.*, 119, 144-157.
- [15] Bertero, V.V., Anderson, J.C. and Krawinkler, H. (1994). Performance of Steel Building Structures during the Northridge Earthquake, Report No. UCB/EERC-94/09, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley.
- [16] Youssef, N.F.G., Bonowitz, D. and Gross, J.L. (1995). A Survey of Steel Moment-Resisting Frame Buildings Affected by the 1994 Northridge Earthquake, NISTIR 5625. National Institute of Standard and Technology, Gaithersburg, Maryland.
- [17] ANSI/AISC 360-23 (2023). Specification for Structural Steel Buildings. American Institute of Steel Construction, Chicago, Illinois.
- [18] ANSI/AISC 341-22 (2022). Seismic Provisions for Structural Steel Buildings. American Institute of Steel Construction, Chicago, Illinois.
- [19] ACI Committee 318 (2019). Building code requirements for structural concrete (ACI 318) and commentary (318R). Farmington Hills (MI): American Concrete Institute.
- [20] Hibbitt, D., Karlsson, B. and Sorensen, P. (2014). ABAQUS/Standard Analysis User's Manual, Version 6.14. Dassault Systèmes, Waltham, MA.
- [21] AISC design guide 1, (2006). Base Plate and Anchor Rod Design, Fisher and Kloiber.
- [22] Kanvinde, A.M., Higgins, P., Cooke, R.J., Perez, J. and Higgins, J. (2015). Column Base Connections for Hollow Steel Sections: Seismic Performance and Strength Models.