

## Modeling the ultimate strength of the bond between concrete and FRP using K-means clustering method and kriging method

Najmeh Zaermiri<sup>1</sup>, Mohammad Reza Sohrabi<sup>2\*</sup>, Yaser Moodi<sup>3</sup>

1- Masters student, Department of Civil Engineering, Shahid NIKBAKHT Faculty of Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran

2- Associate Professor, Department of civil engineering, Shahid NIKBAKHT Faculty of Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran

3- Assistant Professor, Department of civil engineering, Sirjan University of Technology, Sirjan, Iran

### ABSTRACT

Accurate estimation of the ultimate bond strength between concrete and FRP sheet is one of the important things that plays a significant role in the design of RC members strengthen with FRP sheet. Due to the difficulty and cost of experimental studies, the use of artificial intelligence methods is the best alternative for these approaches. Generally, to use artificial intelligence methods, the data is randomly divided into two groups of training and testing, which is based on the training data of the model developed and evaluated with the test data. The problem in using these methods is that the model may be trained based on a set of specific data, but it performs poorly during testing to predict data with different characteristics. In this study, a comprehensive set of data was first collected from past studies regarding the bond of FRP sheets to concrete. This collection includes 532 experimental specimens. Also, for the first time, the combined method of k-means clustering and kriging was used to predict the ultimate strength of FRP sheets and concrete. In this method, the input data to the model is first placed in several categories based on their average, and when these data are called to the estimation model, equal amounts of each category are called. In this study, dependent functions (6 models), regression degree (3 degrees) and the number of clusters (3 clusters) were considered different for analysis using the mentioned method, and among these 54 models, the best model was selected. The results show that the ultimate bond strength predicted using the developed model has a good agreement with the experimental results, and the models with linear dependent functions with one degree of regression and 6 and 5 clusters respectively with correlation coefficients, 0.938 and 0.921 have better performance than other models.

### ARTICLE INFO

**Receive Date:** 12 February 2024

**Revise Date:** 10 May 2024

**Accept Date:** 08 June 2024

### Keywords:

Strengthening  
FRP Sheet  
Bond Strength  
Clustering  
Kriging

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: [10.22065/jsce.2024.440615.3346](https://doi.org/10.22065/jsce.2024.440615.3346)

\*Corresponding author: Mohammad Reza Sohrabi.

Email address: sohrabi@hamoon.usb.ac.ir

## مدل سازی مقاومت نهایی پیوستگی میان بتن و FRP با استفاده از روش ترکیب

## خوشه بندی k-means و روش کریجینگ

نجمه زائرمیری<sup>1</sup>، محمدرضا سهرابی<sup>2\*</sup>، یاسر مودی<sup>3</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی شهید نیکبخت، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.

2- دانشیار، گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی شهید نیکبخت، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.

3- استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان، ایران.

## چکیده

تخمین دقیق مقاومت نهایی چسبندگی میان بتن و مصالح کامپوزیت (FRP) یکی از موارد مهمی می باشد که در طراحی اعضای بتن مسلح مقاوم سازی شده با FRP، نقش بسزایی دارد. مطالعات آزمایشگاهی و عددی متعددی در این زمینه صورت گرفته است. به دلیل دشواری و هزینه بر بودن مطالعات آزمایشگاهی، استفاده از روش های هوش مصنوعی بهترین جایگزین برای این رویکردها می باشد. عموماً، برای استفاده از روش های هوش مصنوعی داده ها به صورت تصادفی به دو گروه آموزش و آزمون تقسیم می شوند که براساس داده های آموزشی مدل توسعه داده شده و با داده های آزمون ارزیابی می گردد. مشکلی که در استفاده از این روش ها وجود دارد این است که ممکن است مدل بر اساس یکسری داده خاص آموزش ببیند ولی در زمان آزمون برای پیش بینی داده های با ویژگی ها متفاوت عملکرد ضعیفی داشته باشد. در این مطالعه ابتدا یک مجموعه داده های جامع از مطالعات گذشته در خصوص اتصال ورقه های FRP به بتن جمع آوری شد. این مجموعه شامل 532 نمونه آزمایشگاهی می باشد. همچنین برای اولین بار از روش ترکیبی روش خوشه بندی k-means و کریجینگ برای پیش بینی مقاومت نهایی اتصال ورق های FRP و بتن استفاده شد. در این روش ابتدا داده های ورودی به مدل بر اساس میانگین شان در چند دسته قرار گرفته و در زمان فراخوانی این داده ها به مدل تخمین، به اندازه های مساوی از هر دسته فراخوانی می شود. در این مطالعه، توابع وابسته ساز (6 مدل)، درجه رگرسیون (3 درجه) و تعداد خوشه ها (3 خوشه) برای تحلیل با استفاده از روش ذکر شده، متفاوت در نظر گرفته شد و در میان این 54 مدل، بهترین مدل ها انتخاب شد. نتایج نشان می دهد، مقاومت نهایی پیش بینی شده با استفاده از مدل توسعه داده شده دارای مطابقت خوبی با داده های آزمایشگاهی می باشند و مدل ها با توابع وابسته ساز خطی با یک درجه رگرسیون و 6 و 5 خوشه به ترتیب با ضرایب همبستگی، 0/938 و 0/921 دارای عملکرد بهتری نسبت به بقیه مدل ها می باشد.

کلمات کلیدی: مقاوم سازی، ورق های کامپوزیت، مقاومت چسبندگی، خوشه بندی، کریجینگ.

شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:				
doi:	10.22065/jsce.2024.440615.3346	چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
	https://doi.org/10.22065/jsce.2024.440615.3346	/11/30 1403	/11/30 1403	/03/19 1403	/02/21 1403	1402/11/23
				*نویسنده مسئول:		
				محمدرضا سهرابی		
				sohrabi@hamoon.usb.ac.ir		
				پست الکترونیکی:		

## 1- مقدمه

روش‌های گوناگونی جهت مقاوم‌سازی سازه‌های بتن آرمه وجود دارد که اساس انتخاب یک روش مناسب، نیاز سازه و مسائل اقتصادی، درجه اهمیت سازه، مدت زمان لازم برای انجام پروژه می‌باشد. براساس گوناگونی سازه‌ها، عیب‌ها و ضعف‌های سازه‌ها و اهداف مختلف مقاوم‌سازی، روش‌های مقاوم‌سازی نیز مختلف می‌باشد. مرسوم‌ترین روش‌هایی که برای مقاوم‌سازی وجود دارند و به‌طور گسترده در سطح جهان مورد استفاده قرار می‌گیرند، عبارتند از [1]: افزودن دیوارهای برشی فولادی و بتنی، افزودن بادبندها، غلاف بندی فولادی دور ستونهای بتنی، استفاده از بتن‌های با مقاومت بالا، استفاده از FRP<sup>1</sup>ها به‌صورت نوار و میلگرد و استفاده از جداسازهای لرزه‌ای و سیستم‌های جاذب انرژی. استفاده از FRPها برای مقاوم‌سازی سازه‌های بتنی، به دلیل افزایش قابل توجه مقاومت سازه و عدم تغییر شکل سازه در مقایسه با سایر روش‌های موجود از محبوبیت بالایی برخوردار هستند به‌گونه‌ای که استفاده از آن‌ها روز به روز بیشتر می‌گردد. مطالعات زیادی بر روی اعضای مقاوم سازی شده با ورق‌های FRP که تحت تأثیر تنش‌های سطحی کششی قرار گرفته‌اند انجام شده است. براساس ترک ایجاد شده بر روی سطح بتن و نحوه توزیع آن، مکانیزم گسیختگی متفاوتی ارائه شده‌اند که مهمترین آن‌ها جداسدگی پوششی، جداسدگی سطحی انتهای قطعه، جداسدگی خمشی (بر اثر ترک میانی) و جدا شدگی در اثر ترک قطری می‌باشند [2]. مطالعات آزمایشگاهی زیادی در خصوص تعیین مقاومت پیوستگی نهایی بین ورق FRP و بتن انجام شده است که اثرات پارامترهای مختلف بر روی این مقاومت بررسی شده است [3-30]. همچنین تعدادی روابط در مطالعات گذشته برای پیش‌بینی مقاومت پیوستگی نهایی بین بتن و FRP ارائه شده است [31-34]

روش‌های هوش مصنوعی و یادگیری ماشین (ML) در چند دهه اخیر به طور گسترده برای حل مسائل پیچیده در مهندسی‌های مختلف و تخمین مقاومت اعضای مختلف در مهندسی عمران مورد استفاده قرار گرفته است [35-38]. با استفاده از ترکیب شبکه عصبی چند جمله‌ای و الگوریتم بهینه سازی علف هرز مهاجم روابط جدیدی برای تعیین مدول الاستیسیته بتن‌های معمولی و مقاومت بالا توسط آرامش و فخاریان [39] ارائه شده است. از سیستم استنتاج فازی عصبی تطبیقی و شبکه‌های عصبی مصنوعی، چهار مدل برای بررسی ظرفیت تغییرشکل ستون‌های بتن آرمه تحت بار جانبی چرخه‌ای ارائه شده است [40]. از شبکه‌های عصبی مصنوعی شامل روش پرسپترون‌های چند لایه با الگوریتم‌های یادگیری پس انتشار برای تخمین مقاومت فشاری بتن خودتراکم در مطالعه قربانی و همکاران [41] استفاده گردید. دو مدل ANN<sup>3</sup> و MVR<sup>4</sup> برای تخمین مقاومت فشاری محصورنشده خاک‌های منبسط شونده حاوی خاکستر باگاس و ترکیب خاکستر باگاس و آهک مقایسه شدند [42]. این رو محققین صنعت ساختمان‌سازی نیز تلاش کرده‌اند تا از این روش‌ها برای تخمین مقاومت نهایی اتصال بین FRP و بتن بهره ببرند. در جدول 1 برخی از این مطالعات ارائه شده است.

جدول 1: روش‌های ML استفاده شده برای تخمین مقاومت پیوستگی بین بتن و ورق FRP

ردیف	مطالعه	سال	روش‌ها	تعداد نمونه‌ها
1	عبداللهی و همکاران [43]	2014	GEP <sup>5</sup>	283
2	حداد و حداد [44]	2019	ANN	440
3	چن و همکاران [45]	2021	GBRT <sup>6</sup>	520
4	بقایی و هدیه [46]	2021	ANN, M5tree, SVM <sup>7</sup> , LR <sup>8</sup>	429
5	مشری و همکاران [47]	2013	BPNN <sup>9</sup>	150
6	عبدالله و همکاران [48]	2020	ANN	120

<sup>1</sup> Fibre Reinforced Plastic

<sup>2</sup> Machine Learning

<sup>3</sup> Artificial Neural Networks

<sup>4</sup> Multi-Variable Regression

<sup>5</sup> Gene Expression Programming

<sup>6</sup> Gradient Boosted Regression Trees

<sup>7</sup> Support Vector Machine

<sup>8</sup> Linear Regression

<sup>9</sup> Back-Propagation Neural Network

یکی از تخمینگرهای خطی ناریب روش کریجینگ<sup>10</sup> می باشد که بر منطق میانگین متحرک وزن دار بنا نهاده شده است. در روش کریجینگ هر نمونه معلوم در تخمین نقطه مجهول، بستگی کامل به ساختار فضایی محیط مربوط دارد. در حالی که در روش های دیگر، وزن ها فقط به یک مشخصه هندسی مانند فاصله بستگی دارد و با تغییر ساختار فضایی نمونه ها، تغییری نمی کند و با ضعیف شدن ساختار فضایی، نقش نمونه ها کمتر می شود، تا آنجا که وزن تمام نمونه ها برابر خواهد شد. این روش برای اولین بار توسط دی جی کریگ، یکی از مهندسیین شاغل در معدنی طلائی در آفریقای جنوبی معرفی شد [49].

بر اساس نوع نظارتی که در داده ها اتفاق می افتد، سیستم های یادگیری می توانند در چهار طبقه (با نظارت، بدون نظارت، نیمه نظارت و تقویتی) قرار بگیرند. در یادگیری با نظارت ماشین با استفاده از داده های برجسب گذاری شده و داشتن جواب های درست یاد می گیرد. اما در یادگیری بدون نظارت ماشین بدون استفاده از داده های برجسب گذاری شده و بدون هیچ معلمی می آموزد. خوشه بندی یکی از زیر مجموعه های روش های یادگیری بدون نظارت است که طی یک فرآیند خودکار، نمونه ها را به گروه هایی که اعضای آن مشابه یکدیگر می باشند تقسیم می کند. به هر کدام از این دسته ها یک خوشه گفته می شود. هدف از خوشه بندی، ایجاد دسته بندی نمونه ها در  $k$  زیرمجموعه می باشد به گونه ای که هیچ کدام از زیرمجموعه ها دارای عنصری مشترک نباشند و عناصر موجود در هر زیرمجموعه ها بیشترین شباهت را به باهم و کمترین شباهت را با سایر زیرمجموعه ها داشته باشند [50]. یکی از دقیق ترین و متداول ترین روش ها برای خوشه بندی، روش  $k$ -means می باشد که روش عددی غیرقطعی و تکرار شونده می باشد [51].

عموماً، برای استفاده از روش های هوش مصنوعی داده ها به صورت تصادفی به دو گروه آموزش و آزمایش تقسیم می شوند که بر اساس داده های آموزشی مدل توسعه داده شده و با داده های آزمایش ارزیابی می گردد. مشکلی که در استفاده از این روش ها وجود دارد این است که ممکن است مدل بر اساس یکسری داده خاص آموزش ببیند ولی در زمان آزمایش برای پیش بینی داده های با ویژگی ها متفاوت عملکرد ضعیفی داشته باشد. همچنین مدلسازی در مطالعات گذشته با استفاده از داده های محدود بوده است و بزرگترین مجموعه داده های استفاده شده در مطالعات گذشته شامل 520 نمونه بوده است. انتخاب مدل با استفاده از داده های جامع می تواند باعث انتخابی مدلی کاربردی و قابل کاربرد برای انواع نمونه ها می گردد.

در این مطالعه در ابتدا یک مجموعه داده های آزمایشگاهی جامع از اطلاعات مربوط به مقاومت پیوستگی بین بتن و FRP در میان مطالعات گذشته جمع آوری شد که شامل 532 نمونه می باشد. همچنین در این مطالعه برای اولین بار برای انتخاب داده ها از روش خوشه بندی  $k$ -mean استفاده گردید. یعنی ابتدا داده ها با استفاده از این روش به دسته های مختلف دسته بندی می شود و سپس از هر دسته به تعداد یکسان برای نمونه های آموزش و آزمایش انتخاب می گردد. برای تخمین مقاومت پیوستگی بین بتن و ورق های FRP از روش کریجینگ بر روی نمونه های ترکیب شده با روش  $k$ -mean استفاده می شود. در این مطالعه در روش کریجینگ از 7 تابع وابسته ساز مختلف استفاده شده است. همچنین برای هر تابع وابسته ساز 3 درجه رگرسیون استفاده می شود. در مجموع 54 مدل مختلف با استفاده از روش کریجینگ برای تخمین مقاومت پیوستگی بین بتن و FRP استفاده شد و با مقایسه شاخص های آماری این مدل ها بهترین مدل کریجینگ انتخاب می گردد.

## 2- داده های آزمایشگاهی

در این مطالعه تعداد 532 نمونه آزمایشگاهی مربوط به مقاومت پیوستگی نهایی ورق های FRP به بتن از مطالعات گذشته جمع آوری شد. قابل ذکر است از مطالعاتی استفاده شده است که داده های آن کامل بوده است. در برخی از آزمایشات از روش های گوناگون برای افزایش پیوستگی ورق های FRP با بتن استفاده شده است، از جمله این روش ها استفاده از شیار در زیر ورق های FRP می باشد، از این نمونه ها در این مطالعه استفاده نشده است و اثر آن بر روی مقاومت پیوستگی در این مطالعه بررسی نشده است. پارامترهای اثرگذار بر روی مقاومت نهایی پیوستگی ورق های FRP به بتن ( $P_u$ ) که در مطالعات آزمایشگاهی گذشته مورد بررسی قرار گرفته اند عبارتند از: مقاومت

<sup>10</sup> Kiriging

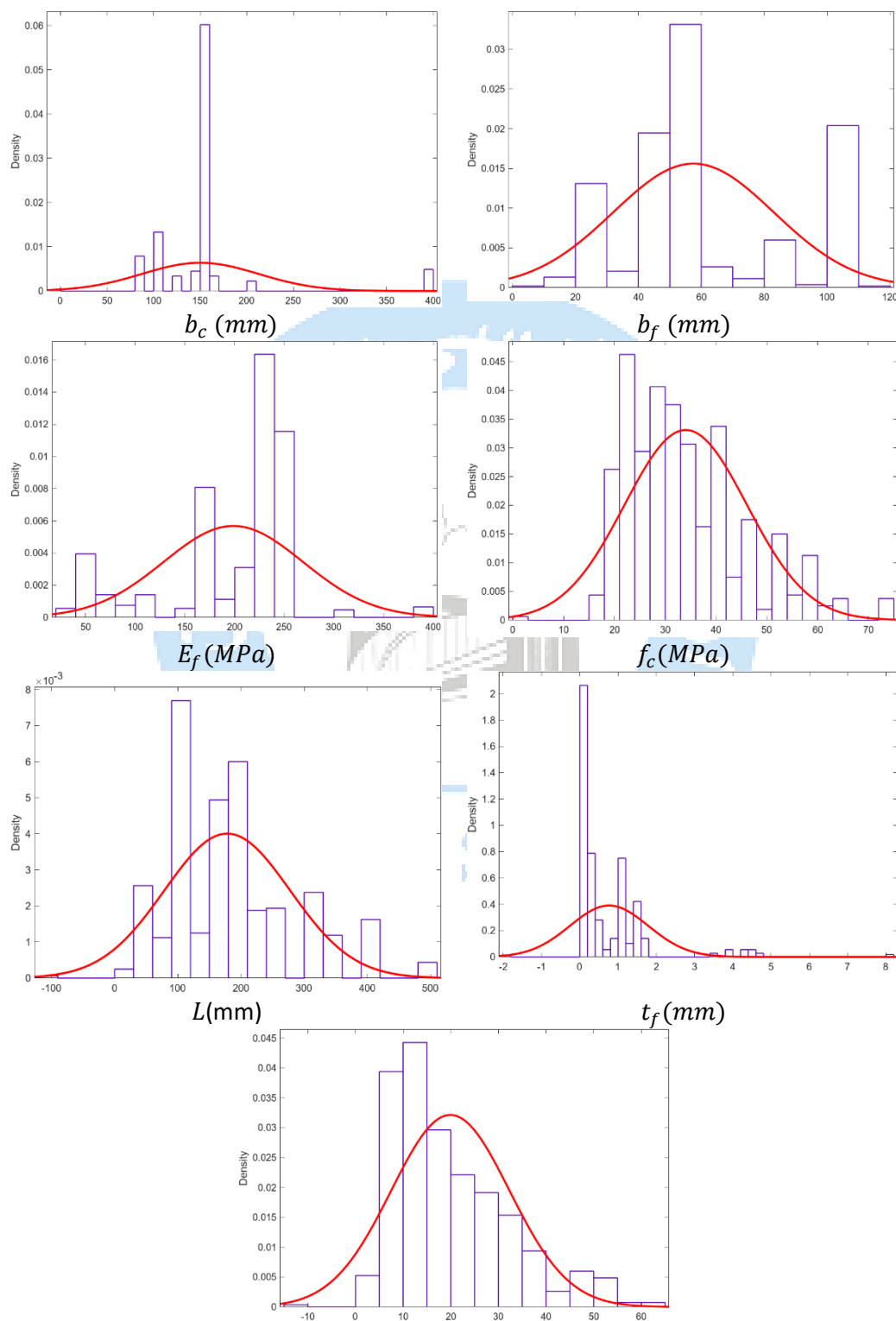
فشاری بتن ( $f_c$ )، عرض عضو بتنی ( $b_c$ )، عرض ورق FRP ( $b_f$ )، ضخامت ورق FRP ( $t_f$ )، طول چسبیده FRP به بتن در راستای محوری ( $L$ ) و مدول الاستیسیته محوری ورق FRP ( $E_f$ )، این داده‌ها با استفاده از روش k-mean به خوشه یا دسته‌های مختلف دسته‌بندی می‌شوند و از میان این دسته‌ها 70 درصد برای آموزش (372 نمونه) و 30 درصد برای آزمایش (160 نمونه) تقسیم‌بندی می‌شود.

در جدول 2، جزئیات مختصر داده‌های آزمایشگاهی ارائه شده است. این داده‌ها شامل حد بالا و پایین برای پارامترهای مختلفی است که بر روی مقاومت پیوستگی در هر مطالعه آزمایشگاهی تأثیر می‌گذارند. با استفاده از این جدول مشاهده می‌شود که در هر مطالعه تأثیر چه پارامترهایی بر روی مقاومت پیوستگی بررسی شده است. همچنین کلیه پارامترهای ارائه شده در جدول 2 در قسمت اول این بخش تعریف شده است.

جدول 2. خلاصه اطلاعات داده‌های آزمایشگاهی

$b_c$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$E_f$ (MPa)	$t_f$ (mm)	$b_f$ (mm)	$L$ (mm)	$P_u$ (kN)	مرجع
100	29/7-35/82	32/7-300	1/2-4	30-50	100-300	12/50-46/35	[3]
100-150	18/9-27/1	256	0/165-1/27	15-100	75-240	3/81-19/07	[4]
150	27/7-31/4	165-210	1-1/4	100	300	25/6-56/5	[5]
100	58-63	230-390	0/165-0/495	50	65-130	12/1-29/8	[6]
150	36/5-41/1	238	0/131	48	20-250	7/58-10/12	[7]
160	19	109-221	1/2-1/7	60-100	300	29/86-54/79	[8]
140	53/7	209	0/352-1/065	70-100	60-220	18/8-42/8	[9]
80	23-74/5	-43/537 42/657	1/03-1/8	40	200-230	9/52-18/29	[10]
150	25/3-59/02	238/1-284/3	0/167-0/501	50	30-400	7/38-30/15	[11]
400	33/1-35	74-230	0.11-0/762	100	210-330	15/6-64/8	[12]
150	25-58	165-180	1/2	50-80	100-500	20/31-42/67	[13]
150	21/46-26	170-241	0.166-1/4	50-100	50-400	16/85-33/56	[14]
150	26/7-47/9	76-230	0/11-0/34	30-60	200	3/9-16/04	[15]
100	32/1	81/5-239/8	0/111-0/312	50	230	9/4-14/7	[16]
101/6	38/8	73/1	1	80	80-160	16/9-27/3	[17]
100	21-28	235	0/167	50	100-250	12/5-22/5	[18]
200	17-61/5	110	0/495-0/99	50	100	7/56-19/03	[19]
150	20-43	230-238	0/13-0/26	48	150	10/54-15/59	[20]
150	34/3-35/2	238	0.131	48	200	9/87-10/7	[21]
150	20-43	230-238	0/13-0/26	48	150	9/71-15/63	[22]
150	40/4	165/175	3/51-8/07	25-80	200	16-52/1	[23]
150	32/59	170	1/4	50	30-250	9/53-37/95	[24]
150	48/9	159	4/25	25	150	14/47-19/44	[25]
150	33/5-37/4	230	0/166	50	100-150	10/71-12/16	[26]
125	38	230	0/167	46	150	11/5-13/2	[27]
150	32/59	170	1/4	25-100	25-200	3/7-46/28	[28]
150	29/88	230	0/165-0/33	25-100	100-150	3/7-20/12	[29]
125	39	230	0/167	12-46	150	3/5-13/2	[30]

با شناخت جزئیات آماری داده‌ها می‌توان درک بهتری از آن‌ها به دست آورد. به منظور نشان دادن نحوه توزیع هر یک از پارامترهای نمودار هیستوگرام در شکل 1 رسم شده است. همچنین نمودار برازش نرمال داده‌ها نیز بر روی هیستوگرام داده‌ها رسم شده است.



$$P_u (kN)$$

شکل 1: نمودار هیستوگرام داده‌های آزمایشگاهی

بر اساس نتایج حاصل از بررسی مطالعات انجام شده در زمینه هوش مصنوعی، به منظور افزایش دقت روش‌های هوش مصنوعی، نرمال‌سازی داده‌ها یا به عبارتی هم وزن نمودن داده‌های ورودی و خروجی تأثیر بسزایی دارد. بنابراین در این مطالعه تمامی داده‌های ورودی به مدل شامل مقاومت نهایی بین بتن و FRP، مقاومت فشاری بتن، عرض عضو بتنی و عرض ورق، طول موثر چسب و سختی محوری FRP در بازه 0 و 1 نرمال شده است. برای این منظور از رابطه 1 استفاده شده است.

$$X_n = \frac{X - X_{min}}{X_{max} - X_{min}} \quad (1)$$

که  $X$  داده مورد نظر،  $X_n$  داده نرمال شده،  $X_{max}$  و  $X_{min}$  به ترتیب مقدار حداکثر و حداقل داده ورودی مورد نظر می‌باشد.

### 3- روابط تجربی ارائه شده در مطالعات گذشته

در برخی از مطالعات گذشته انجام شده در زمینه‌ی مقاومت نهایی پیوستگی بین بتن و ورقه‌های FRP روابطی برای تخمین این مقاومت ارائه شده است. در جدول 3 برخی از این روابط ارائه شده است. در این جدول  $L_e$  طول مؤثر پیوستگی،  $G_f$  میزان انرژی شکست بتن،  $\Delta b_f$  ضریبی است برابر 3/77 میلی‌متر،  $\beta_w$  ضریب به منظور تعیین اثر نسبت عرض ورق FRP به عرض بتن،  $\beta_1$  ضریب به منظور تعیین اثر نسبت طول پیوستگی به طول پیوستگی مؤثر هستند.

جدول 3: روابط موجود برای تخمین مقاومت نهایی اتصال FRP و بتن

منبع	رابطه	پارامترهای مهم
[31]		
[32]		
[33]		
[34]		

## 4- روش کریجینگ

طبق تحقیقات انجام گرفته توسط سک<sup>11</sup> و همکاران [52] مفهوم کریجینگ بدین فرم می باشد که خروجی های قطعی به صورت یک تابع تصادفی طبق رابطه 2 شبیه سازی می شوند:

(2)

در رابطه ی 2، قسمت اول مدل رگرسیون خطی و قسمت دوم انحراف از مدل می باشد که به عنوان تابع تصادفی در نظر گرفته می شود. بنابراین پاسخ از دو بخش تصادفی و قطعی تشکیل می شود. این امر موجب می شود که یک تخمینی از عدم قطعیت در پیش بینی برقرار شود.

اگر  $m$  نمونه طراحی آزمایشی با  $n$  متغیر مستقل ( $n$  بعدی) و همچنین  $m$  پاسخ موجود باشد، به طور کلی پاسخ نقطه  $X$  در روش کریجینگ در فرم ماتریسی برابر می باشد با:

(3)

که  $f = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix}$  بردار توابع پایه و  $\beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}$  بردار ضرایب مدل رگرسیون می باشد. مقدار جواب نقطه  $X$  به صورت یک ترکیب خطی از سایر جواب ها می باشد که در حالت ماتریسی به صورت زیر تخمین زده می شود:

(4)

که  $c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{bmatrix}$  در رابطه ی 4 بردار ضرایب کریجینگ است. برای برآورد خطای تخمین در رابطه 4 به شکل زیر عمل می شود و به صورت ماتریسی در رابطه ی زیر نشان داده شده است:

(5)

در انتها بر اساس روابط ارائه شده در این قسمت، میانگین مربعات خطا به فرم زیر محاسبه می شود:

(6)

که  $R$  ماتریس وابستگی میان سایر نقاط طراحی آزمایشی و  $r$  نمایانگر بردار وابستگی میان نقاط طراحی آزمایشی و نقاطی که تخمین زده خواهند شد، است [49].

در روش کریجینگ برای دستیابی به یک پیش بینی دقیق، تابع میانگین مربعات خطا با استفاده از رویکرد بهینه سازی لاکرانژ کمینه می گردد. برای حل مسئله در روش کریجینگ بایستی ضرایب رگرسیون، ضریب تابع وابستگی و واریانس تخمین زده شوند. در ادامه مدل رگرسیون و توابع وابسته ساز مورد استفاده برای روش کریجینگ تشریح می شود.

## 4-1- انواع مدل های رگرسیون در کریجینگ

- رگرسیون ثابت: در این مدل توابع پایه ثابت و برابر یک است.

<sup>11</sup> Sacks

(7)

• رگرسیون خطی: در این مدل تعداد توابع پایه برابر  $p=n+1$  می باشد. همچنین مقادیر توابع پایه به صورت زیر محاسبه می شود:

(8)

• رگرسیون درجه دو: در این مدل توابع پایه به صورت  $p=0.5(n+1)(n+2)$  می باشد. همچنین مقادیر توابع پایه به صورت زیر محاسبه می شود:

(9)

که  $n$  تعداد متغیرهای مدل و  $x_n$  متغیر  $n$ ام مسئله می باشد.

#### 4-2 مدل های وابسته ساز در کریجینگ

برای دو نمونه متناظر، مدل وابسته ساز تابعی از فاصله ( $d$ ) و ضریب برازش مدل ( $\theta$ ) به صورت زیر می باشد [49]:

(10)

در جدول 4 برخی از مدل های وابسته ساز ارائه شده است.

جدول 4: انواع مدل های وابسته ساز در کریجینگ [49]

نام مدل	شرط	رابطه
نمایی	-	
مدل گوسی	-	
مدل خطی	-	
مدل دایره ای		
مدل مکعبی		
مدل اسپیلن		

#### 5- خوشه بندی k-means

یکی از دقیق ترین و متداول ترین روش برای خوشه بندی، روش k-means می باشد که یک روش عددی غیرقطعی و تکرار شونده می باشد. برای توصیف این روش، اگر فرض شود  $D = \{X_i | i = 1, 2, \dots, n\}$  یک مجموعه با  $n$  داده باشد، روش k-means این داده ها را به  $k$  خوشه  $C = \{C_1, C_2, \dots, C_k\}$  تقسیم بندی می کند به گونه ای که شرایط زیر بایستی برقرار شوند [51]:

$$\begin{aligned} C_i &\neq \emptyset: \forall 1 \leq i \leq k & \circ \\ C_i \cap C_j &= \emptyset: \forall 1 \leq i, j \leq k, i \neq j & \circ \\ \bigcup_{i=1}^k C_i &= D & \circ \end{aligned}$$

در الگوریتم k-means هدف کمینه نمودن مجموع فاصله‌های تمامی داده‌ها نسبت به مرکز خوشه در یک خوشه می‌باشد، که از نظر ریاضی به شکل زیر نوشته می‌شود:

(11)

بر این اساس  $n$  داده به  $k$  خوشه تقسیم‌بندی می‌گردد به گونه‌ای که رابطه 11 در هر خوشه کمینه می‌شود. در رابطه مذکور،  $\mu_i$  مرکز دسته همه نمونه‌هایی است که به خوشه  $C_i$  متعلق می‌باشند.  $g_n(C)$  تابع هدف روش k-means می‌باشد که در آن  $\sum_{i=1}^k \sum_{X_j \in C_i} |X_j - \mu_i|^2$  بیانگر کیفیت خوشه‌بندی و یا تابع خطا می‌باشد. مراحل اجرای الگوریتم k-means به شرح زیر می‌باشد:

1. تولید  $k$  مرکز خوشه از بین مجموعه داده‌ها به صورت تصادفی
2. محاسبه فاصله اقلیدسی هر نمونه با مرکز خوشه‌ها برای هر نمونه در مجموعه داده‌ها
3. تخصیص هر نمونه به خوشه‌ای بر اساس فاصله اقلیدسی که کوتاه‌ترین فاصله با مرکز هر خوشه داشته باشد.
4. محاسبه مرکز خوشه‌های جدید برای هر خوشه بر اساس میانگین مقادیر ویژگی داده‌ها در هر کدام از خوشه‌ها
5. تکرار مرحله 2 تا 4 تا ارضاء شرط توقف [51,53].

## 6- مدلسازی

در این مطالعه برای اولین بار جهت تخمین مقاومت پیوستگی بین بتن و ورق‌های FRP از روش ترکیبی کریجینگ با خوشه‌بندی k-mean استفاده می‌شود. برای این منظور 54 مدل ارائه گردید به طوری که متغیرهای این مدل‌ها تعداد خوشه‌های مختلف، توابع وابسته-ساز مختلف و درجه رگرسیون‌های متفاوت می‌باشد و از میان این مدل‌ها، سه مدل دارای بهترین عملکرد انتخاب می‌گردد. نامگذاری این مدل‌ها به صورت KaRbFc می‌باشد. a نشان‌دهنده تعداد خوشه‌های استفاده شده برای دسته‌بندی داده‌ها می‌باشد که در اینجا 4، 5 و 6 خوشه در نظر گرفته شد. b نشان‌دهنده درجه رگرسیون است که در این مطالعه از 3 درجه صفر (ثابت)، یک (خطی) و درجه 2 استفاده می‌شود. c نشان‌دهنده تابع وابسته‌ساز است. توابع وابسته‌ساز در این مطالعه عبارتند از: مکعبی (Cu)، نمایی (Ex)، گوسی (Ga)، خطی (Li)، دایره‌ای (Sph) و اسپیلن (Sp).

## 7- ارزیابی دقت مدل‌ها

به منظور ارزیابی عملکرد مدل‌ها از شاخص‌های آماری تحت عناوین میانگین مربعات خطا، مجذور میانگین مربعات خطا و ضریب همبستگی که نحوه محاسبه‌ی آنها در روابط 12 تا 16 ارائه شده است، استفاده می‌شود. شایان ذکر است که هر چقدر میانگین مربعات خطا و مجذور میانگین مربعات خطا به صفر نزدیک تر باشد نشان دهنده دقت بالای مدل می‌باشد و  $R^2$  هر چقدر به 1 نزدیک باشد نشان دهنده دقت بالا می‌باشد.

(12)

(13)

(14)

(15)

(16)

که  $n$  تعداد داده‌ها،  $y_{actual_i}$  مقدار واقعی داده‌ها،  $y_{predict_i}$  مقدار پیش‌بینی شده،  $\bar{y}_{actual}$  میانگین مقدار واقعی داده‌ها و  $\bar{y}_{predict}$  میانگین مقدار پیش‌بینی شده می‌باشند.

## 8- نتایج و ارزیابی مدل‌ها

برای مقایسه و ارزیابی مدل‌ها باید از شاخص‌های مربوط به نتایج نمونه‌های آزمایش استفاده کرد. در صورت شبیه بودن نتایج نمونه‌های آزمایش می‌توان از نتایج نمونه‌های آزمون استفاده کرد. در جدول 5 نتایج شاخص‌های آماری برای نمونه‌های آزمون و آزمایش به صورت جداگانه برای 54 مدل ذکر شده ارائه شده است. همانطوری که مشاهده می‌شود، شاخص‌های آماری نمونه‌های آموزش برای کلیه مدل‌ها نزدیک به یک دیگر می‌باشد به طوری محدوده‌ی تغییرات  $R^2$ ، RMSE، MAE و SD برای نمونه‌های آموزش به ترتیب بین 0/970-0/970، 1/39-2/13، 0/60-0/85 و 0/05-0/07 می‌باشد. بنابراین انتخاب مدل با دقت بیشتر براساس نمونه‌های آموزش کار دشواری می‌باشد. در نمونه‌های آزمایش اختلاف شاخص‌های آماری مدل‌ها نسبتاً زیاد می‌باشد. در جدول 5، در هر شاخص آماری و در هر دسته (آموزش و آزمایش) 5 شاخص بهترین مشخص شده است. براساس نمونه‌های آزمایش و شاخص‌های مشخص شده در جدول، 5 مدل دارای عملکرد بهتر به ترتیب عبارتند از: K6R1FLi، K6R1FEx، K4R1FLi، K5R1FLi و K6R2FEx. همانطوری که مشاهده می‌شود در شاخص‌های آماری نمونه‌های آزمایش، توابع وابسته‌ساز خطی و نمایی دارای عملکرد بهتری در تخمین مقاومت پیوستگی بین ورق‌های FRP و بتن دارند. در شاخص‌های نمونه‌های آزمایش، مدل‌های K4R0FCu، K5R0FCu، K5R0FGa، K6R0FCu، K6R0FSpl و K6R1FGa دارای بدترین عملکرد در تخمین مقاومت پیوستگی بین بتن و ورق‌های FRP می‌باشد. در این 6 مدل نشان داده می‌شود توابع وابسته‌ساز مکعبی و گوسی عملکرد مناسبی برای تخمین این مقاومت ندارند. با بررسی بهترین و بدترین مدل‌ها می‌توان نتیجه گرفت درجه رگرسیون صفر دارای عملکرد نامناسب و درجه رگرسیون یک دارای عملکرد مناسبی برای تخمین این مقاومت پیوستگی دارند. برای بررسی بیشتر اثر درجه رگرسیون و تعداد خوشه‌ها باید نمونه‌ها با شرایط یکسان با یکدیگر مقایسه شوند. به منظور بررسی اثر درجه رگرسیون میانگین درصد افزایش  $R^2$  و کاهش بقیه شاخص‌ها برای نمونه‌های آزمایش دارای درجه رگرسیون یک و دو نسبت به درجه صفر متناظرشان محاسبه شده و در جدول 6 ارائه گردیده است.

جدول 5: شاخص‌های آماری مدل‌ها

مدل	نمونه‌های آموزش				نمونه‌های آزمایش			
	$R^2$	RMSE	MAE	SD	$R^2$	RMSE	MAE	SD
K4R0FCu	0/978	1/81	0/78	0/06	0/785	5/90	3/73	0/52
K4R0FEx	0/980	1/71	0/72	0/06	0/918	3/72	2/19	0/17
K4R0FGa	0/980	1/74	0/68	0/06	0/799	5/52	3/16	0/43
K4R0FLi	0/987	1/43	0/60	0/05	0/851	5/04	2/86	0/33
K4R0FSph	0/977	1/88	0/75	0/06	0/906	3/77	2/39	0/20
K4R0FSpl	0/976	1/90	0/76	0/07	0/817	5/42	3/30	0/42

K4R1FCu	۰/۹۸۷	۱/۳۹	۰/۶۴	۰/۰۶	۰/۸۶۹	۴/۷۰	۲/۸۴	۰/۱۸
K4R1FEx	۰/۹۷۴	۱/۹۹	۰/۸۴	۰/۰۷	۰/۹۲۷	۳/۲۹	۱/۹۵	۰/۲۰
K4R1FGa	۰/۹۸۲	۱/۶۳	۰/۷۳	۰/۰۶	۰/۸۱۹	۵/۲۰	۳/۰۹	۰/۲۴
K4R1FLi	۰/۹۸۰	۱/۷۵	۰/۷۴	۰/۰۶	۰/۹۱۳	۳/۷۲	۲/۲۹	۰/۱۸
K4R1FSph	۰/۹۷۷	۱/۸۵	۰/۸۰	۰/۰۶	۰/۸۹۷	۳/۹۸	۲/۴۴	۰/۲۲
K4R1FSpl	۰/۹۷۴	۱/۹۹	۰/۸۲	۰/۰۷	۰/۸۹۰	۴/۱۲	۲/۶۷	۰/۲۵
K4R2FCu	۰/۹۷۶	۱/۸۷	۰/۷۸	۰/۰۷	۰/۸۸۳	۴/۳۹	۲/۷۴	۰/۲۶
K4R2FEx	۰/۹۸۲	۱/۶۴	۰/۶۴	۰/۰۶	۰/۹۱۷	۳/۸۳	۲/۱۳	۰/۱۷
K4R2FGa	۰/۹۷۷	۱/۸۹	۰/۸۱	۰/۰۶	۰/۸۳۱	۵/۰۳	۲/۹۲	۰/۲۸
K4R2FLi	۰/۹۸۵	۱/۵۱	۰/۶۳	۰/۰۶	۰/۸۵۴	۴/۷۸	۲/۷۵	۰/۳۴
K4R2FSph	۰/۹۸۱	۱/۷۰	۰/۷۱	۰/۰۶	۰/۸۶۹	۴/۴۱	۲/۴۲	۰/۱۹
K4R2FSpl	۰/۹۷۷	۱/۹۰	۰/۷۷	۰/۰۶	۰/۸۸۱	۴/۲۷	۲/۶۶	۰/۲۳
K5R0FCu	۰/۹۷۶	۱/۹۴	۰/۸۰	۰/۰۷	۰/۷۸۵	۵/۶۱	۳/۴۹	۰/۴۴
K5R0FEx	۰/۹۸۴	۱/۵۵	۰/۶۱	۰/۰۵	۰/۹۰۶	۳/۸۱	۲/۴۰	۰/۱۷
K5R0FGa	۰/۹۷۷	۱/۸۹	۰/۷۸	۰/۰۷	۰/۷۴۴	۶/۲۳	۳/۴۴	۰/۳۲
K5R0FLi	۰/۹۷۷	۱/۸۶	۰/۷۷	۰/۰۷	۰/۹۱۳	۳/۶۹	۲/۲۶	۰/۱۵
K5R0FSph	۰/۹۷۸	۱/۸۲	۰/۷۹	۰/۰۶	۰/۸۹۹	۳/۹۴	۲/۱۸	۰/۱۵
K5R0FSpl	۰/۹۷۷	۱/۸۸	۰/۷۵	۰/۰۶	۰/۸۴۳	۵/۰۳	۳/۱۱	۰/۵۴
K5R1FCu	۰/۹۸۱	۱/۷۰	۰/۷۲	۰/۰۶	۰/۸۲۰	۵/۳۱	۳/۰۷	۰/۲۱
K5R1FEx	۰/۹۷۷	۱/۸۷	۰/۷۹	۰/۰۶	۰/۹۱۰	۳/۶۹	۲/۳۷	۰/۲۳
K5R1FGa	۰/۹۷۸	۱/۸۲	۰/۷۳	۰/۰۷	۰/۸۵۰	۵/۲۳	۳/۰۰	۰/۲۶
K5R1FLi	۰/۹۷۴	۱/۹۸	۰/۷۹	۰/۰۷	۰/۹۲۱	۳/۴۷	۲/۱۷	۰/۱۸
K5R1FSph	۰/۹۷۰	۲/۱۳	۰/۸۴	۰/۰۷	۰/۸۸۸	۴/۲۴	۲/۴۴	۰/۲۳
K5R1FSpl	۰/۹۸۲	۱/۶۵	۰/۷۱	۰/۰۶	۰/۸۳۴	۵/۰۵	۳/۰۷	۰/۲۵
K5R2FCu	۰/۹۷۵	۱/۹۷	۰/۸۱	۰/۰۶	۰/۹۱۱	۳/۶۳	۲/۴۳	۰/۲۰
K5R2FEx	۰/۹۸۳	۱/۶۰	۰/۶۸	۰/۰۶	۰/۸۹۸	۴/۰۱	۲/۲۳	۰/۲۱
K5R2FGa	۰/۹۷۹	۱/۷۸	۰/۷۱	۰/۰۶	۰/۸۳۷	۵/۰۴	۳/۱۱	۰/۳۵
K5R2FLi	۰/۹۸۱	۱/۶۶	۰/۷۲	۰/۰۶	۰/۸۹۲	۴/۴۵	۲/۳۸	۰/۱۶
K5R2FSph	۰/۹۷۷	۱/۸۸	۰/۷۲	۰/۰۶	۰/۸۸۱	۴/۴۴	۲/۸۴	۰/۲۷
K5R2FSpl	۰/۹۸۳	۱/۵۶	۰/۶۶	۰/۰۵	۰/۸۸۲	۴/۳۹	۲/۶۲	۰/۱۸
K6R0FCu	۰/۹۷۱	۲/۰۹	۰/۸۴	۰/۰۶	۰/۷۹۶	۵/۵۶	۳/۵۹	۰/۶۰
K6R0FEx	۰/۹۸۲	۱/۶۳	۰/۶۷	۰/۰۶	۰/۸۸۰	۴/۲۸	۲/۴۶	۰/۲۳
K6R0FGa	۰/۹۷۴	۲/۰۲	۰/۸۵	۰/۰۷	۰/۸۱۸	۵/۳۲	۳/۰۸	۰/۳۰

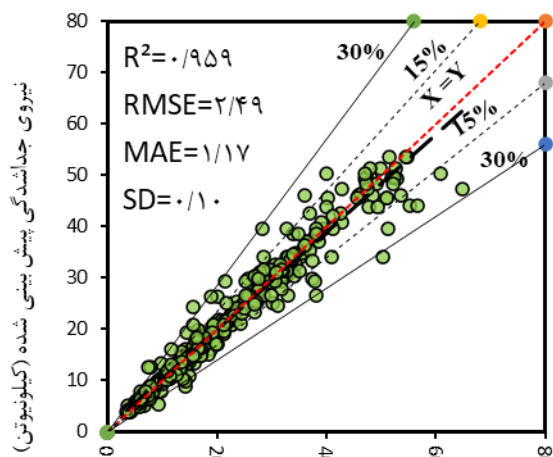
K6R0FLi	۰/۹۷۴	۱/۹۶	۰/۸۱	۰/۰۷	۰/۸۹۲	۴/۱۹	۲/۵۲	۰/۲۷
K6R0FSph	۰/۹۷۴	۱/۹۷	۰/۸۲	۰/۰۷	۰/۹۱۵	۳/۸۱	۲/۳۵	۰/۲۳
K6R0FSpl	۰/۹۸۵	۱/۵۲	۰/۶۹	۰/۰۶	۰/۷۵۴	۶/۰۹	۳/۶۵	۰/۲۹
K6R1FCu	۰/۹۷۹	۱/۷۸	۰/۷۶	۰/۰۶	۰/۸۰۲	۵/۴۶	۳/۳۰	۰/۲۷
K6R1FEx	۰/۹۷۷	۱/۸۷	۰/۷۲	۰/۰۶	۰/۹۲۳	۳/۴۱	۲/۰۸	۰/۱۶
K6R1FGa	۰/۹۷۶	۱/۸۸	۰/۷۶	۰/۰۶	۰/۷۶۸	۶/۲۰	۳/۱۷	۰/۴۲
K6R1FLi	۰/۹۷۵	۱/۹۶	۰/۸۰	۰/۰۷	۰/۹۳۸	۳/۰۶	۱/۹۰	۰/۱۴
K6R1FSph	۰/۹۸۰	۱/۷۱	۰/۷۷	۰/۰۶	۰/۸۳۹	۴/۹۸	۲/۸۹	۰/۲۱
K6R1FSpl	۰/۹۷۷	۱/۸۷	۰/۷۹	۰/۰۶	۰/۸۴۰	۴/۹۶	۳/۰۰	۰/۲۶
K6R2FCu	۰/۹۸۰	۱/۷۶	۰/۷۳	۰/۰۶	۰/۸۸۲	۴/۳۲	۲/۷۷	۰/۱۹
K6R2FEx	۰/۹۸۱	۱/۷۰	۰/۷۰	۰/۰۶	۰/۹۱۵	۳/۶۳	۲/۱۳	۰/۱۳
K6R2FGa	۰/۹۷۴	۱/۹۸	۰/۸۱	۰/۰۷	۰/۸۵۱	۵/۱۳	۲/۹۰	۰/۲۹
K6R2FLi	۰/۹۸۴	۱/۵۶	۰/۶۶	۰/۰۶	۰/۸۹۶	۴/۲۲	۲/۴۶	۰/۳۰
K6R2FSph	۰/۹۸۳	۱/۵۸	۰/۶۶	۰/۰۶	۰/۸۸۲	۴/۳۵	۲/۵۴	۰/۲۹
K6R2FSpl	۰/۹۷۹	۱/۸۰	۰/۷۶	۰/۰۶	۰/۸۵۸	۴/۶۰	۲/۵۸	۰/۲۹

همانطوری که در جدول 6 مشاهده می‌شود، افزایش درجه رگرسیون نسبت به حالت صفر درجه باعث افزایش عملکرد مدل‌ها برای تخمین مقاومت پیوستگی بین FRP و بتن می‌شود. زمانی که از 4 خوشه استفاده می‌شود عملکرد یک درجه رگرسیون بهتر است، در صورتی که زمانی که 5 یا 6 خوشه برای انتخاب داده استفاده می‌شود عملکرد دو درجه رگرسیون بهتر می‌باشد.

جدول 6: درصد افزایش یا کاهش شاخص‌های آماری نسبت به نمونه‌های دارای درجه رگرسیون صفر

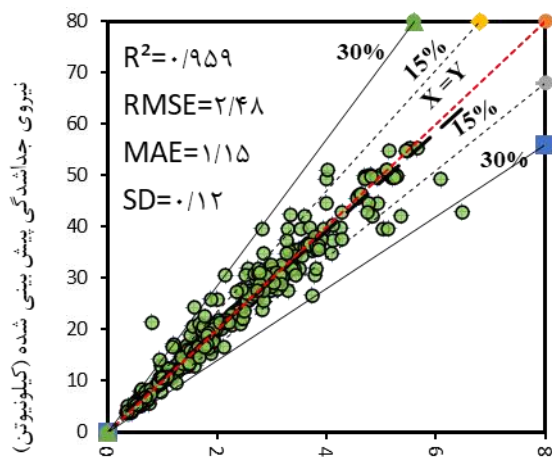
تعداد خوشه	درجه رگرسیون	$R^2$	RMSE	MAE	SD
۴	۱	۴/۹۰۲	-۱۳/۷۱۷	-۱۲/۳۲۷	-۲۷/۹۷۶
۴	۲	۳/۴۱۴	-۶/۸۱۹	-۹/۸۱۰	-۲۲/۰۱۵
۵	۱	۲/۹۵۵	-۳/۷۵۰	-۳/۲۳۶	-۲/۶۸۳
۵	۲	۴/۶۶۵	-۴/۷۶۴	-۴/۵۳۷	-۰/۲۷۴
۶	۱	۱/۲۹۷	-۳/۴۰۰	-۶/۶۷۳	-۱۸/۷۷۱
۶	۲	۴/۹۰۸	-۸/۴۴۰	-۱۰/۹۵۲	-۱۲/۹۹۱

برای مقایسه بیشتر مدل‌ها ارائه شده با استفاده از روش ترکیبی کریجینگ و خوشه‌بندی k-mean، در شکل 2 نمودار نتایج تخمین زده شده در مقابل نتایج واقعی برای 5 مدل دارای بهترین عملکرد برای کل نمونه‌ها رسم شده است. قابل ذکر است شاخص‌های آماری این مدل‌ها برای کل نمونه‌ها در شکل 2 ارائه شده است. شاخص‌های آماری این 5 مدل بسیار نزدیک به یکدیگر بوده و با استفاده از نتایج کل نمونه‌ها نمی‌توان بهترین مدل را انتخاب کرد.



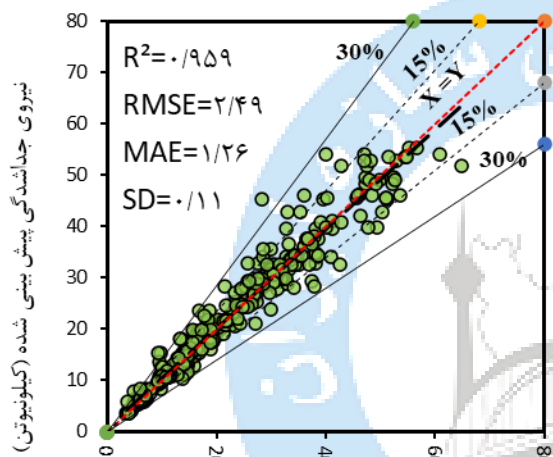
نیروی جداولدگی تجربی (کیلونیتون)

K6R1FEx



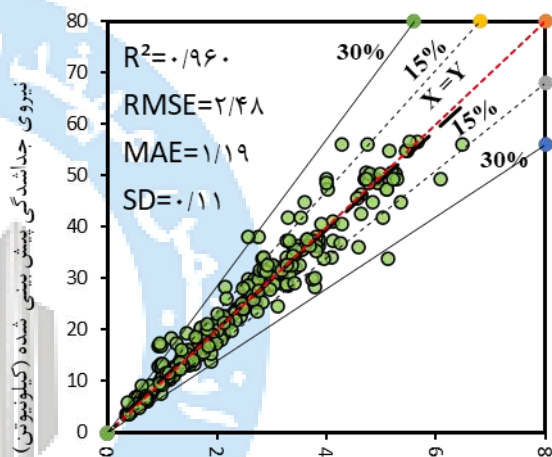
نیروی جداولدگی تجربی (کیلونیتون)

K6R1FLi



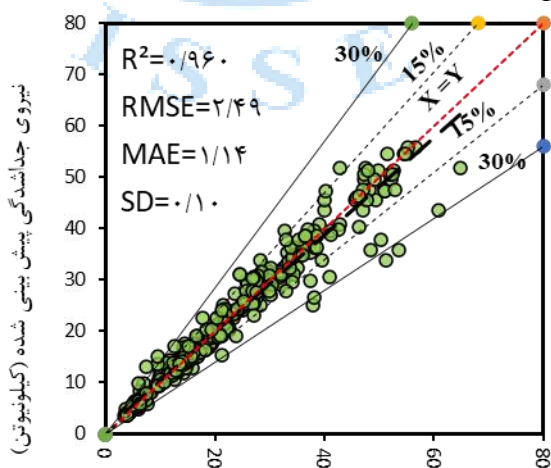
نیروی جداولدگی تجربی (کیلونیتون)

K5R1FLi



نیروی جداولدگی تجربی (کیلونیتون)

K4R1FLi



نیروی جداولدگی تجربی (کیلونیتون)

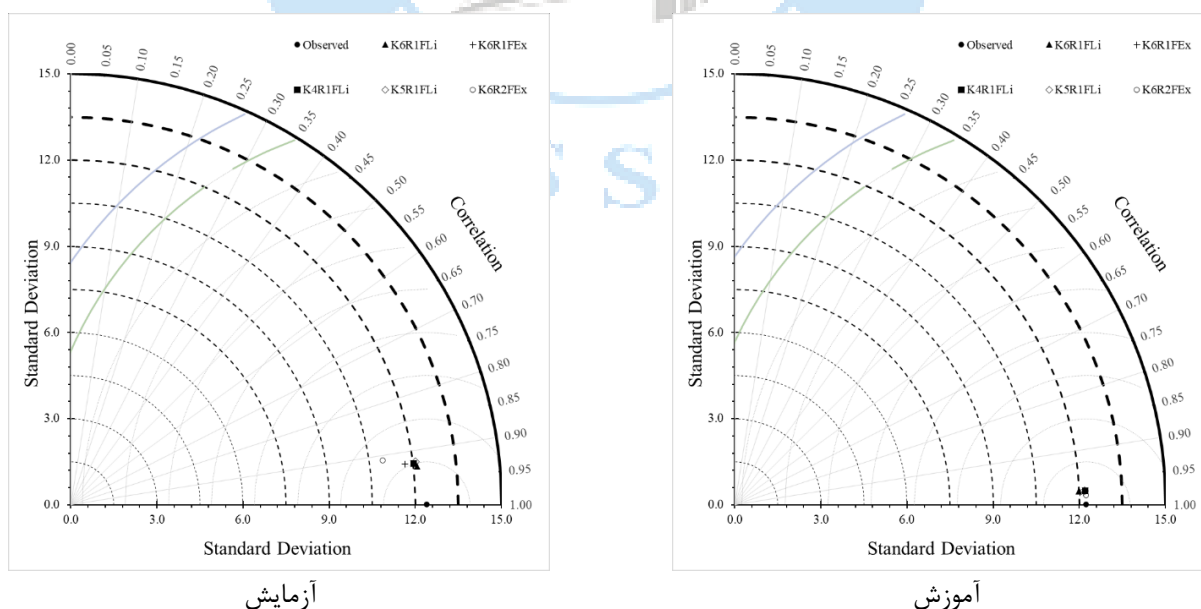
K6R2FEx

شکل 2: نمودار نتایج آزمایشگاهی در مقابل نتایج پیش‌بینی شده با استفاده از مدل برتر.

نسبت نتایج تجربی به نتایج پیش بینی شده برای 5 مدل K6R1FLi, K6R1FEx, K4R1FLi, K5R1FLi و K6R2FEx برای نمونه‌های آموزش به ترتیب در بازه 0/71 تا 1/29، 0/73 تا 1/34، 0/76 تا 1/34 و 0/76 تا 1/25 می‌باشد. بر این اساس مدل K6R2FEx می‌تواند به عنوان بهترین مدل انتخاب گردد. این نسبت 0/38 تا 1/51، 0/59 تا 1/70، 0/55 تا 1/51، 0/60 تا 1/31 و 0/56 تا 1/51 قرار دارد و بر اساس نمونه‌های آزمایش مدل K5R1FLi می‌تواند به عنوان بهترین مدل انتخاب گردد.

## 8-1- نمودار تیلور

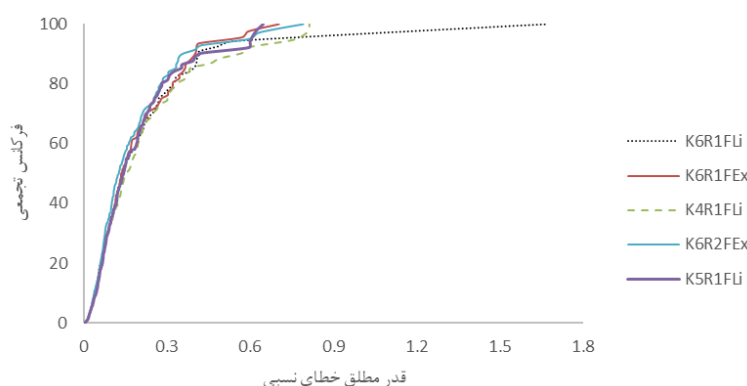
برای تعیین دقیق‌ترین مدل از بین 5 مدل انتخاب شده در مراحل قبل، می‌توان از نمودار تیلور استفاده کرد. در مطالعات گذشته، از این نمودار برای مقایسه روش‌های تخمین استفاده شده است [54,55]. این نوع نمودار چندین شاخص را ترکیب می‌کند تا نحوه تطبیق مقادیر پیش‌بینی شده با اندازه‌گیری‌های واقعی را نشان دهد. با استفاده از سه معیار انحراف استاندارد، ضریب همبستگی و RMSE، نمودار تیلور برای نمونه‌های آموزش و آزمایش به صورت جداگانه در شکل 3 رسم شده است. در این نمودار نتایج مربوط به هر مدل و آزمایشگاهی به صورت یک نقطه نشان داده شده است. هر چه نقاط مربوط به مدل‌ها به نقطه آزمایشگاهی نزدیکتر باشد نشان دهنده آن است که انحراف استاندارد، ضریب همبستگی و RMSE آن مدل به نتیجه آزمایشگاهی نزدیکتر است. قابل ذکر است ضریب همبستگی در نتیجه آزمایشگاهی برابر یک در نظر گرفته شده است. در این شکل شعاع‌های ربع دایره رسم شده نشان دهنده ضریب همبستگی است. شکل 3 نشان می‌دهد که مدل‌ها در نمونه‌های آموزش نتایج تقریباً یکسانی دارند و نقاط همه‌ی مدل‌ها بر روی یکدیگر قرار گرفته است. در نمودار تیلور نمونه‌های آموزش، مدل K6R2FEx با مقدار جزئی از بقیه مدل‌ها بهتر است، در صورتی که در نمونه‌های آزمایش، این مدل بدترین مدل در میان 5 مدل انتخاب شده می‌باشد. همچنین مدل K6R1FEx یکی از مدل‌هایی است در نمونه‌های آموزش جز مدل‌ها با عملکرد پایین در تخمین مقاومت پیوستگی بین بتن و ورق‌های FRP می‌باشد. بنابراین 2 مدل K6R2FEx و K6R1FEx نمی‌تواند به عنوان بهترین مدل انتخاب گردد. با بررسی دقیق نمودار تیلور نمونه‌های آموزش، مدل K6R1FLi دارای بهترین عملکرد می‌باشد. با توجه به اینکه این مدل در نمونه‌های آموزش دارای عملکرد مناسبی دارد، این مدل می‌تواند یکی از گزینه‌های بهترین مدل‌ها باشد.



شکل 3: نمودار تیلور پنج مدل دارای بهترین عملکرد

## 8-2- نمودار فرکانس تجمعی خطای نسبی

نمودار فرکانس تجمعی خطای نسبی یکی دیگر از نمودارها برای مقایسه روش‌های تخمین است. برای رسم این نمودار ابتدا قدر مطلق خطای نسبی هر نمونه محاسبه می‌گردد، سپس این خطاهای از کوچک به بزرگ مرتب می‌گردد و سپس مقدار تجمعی این خطاها به صورت درصد محاسبه می‌گردد. با رسم نمودار مقدار خطا در مقابل مقدار تجمعی خطا نمودار فرکانس تجمعی خطای نسبی رسم می‌گردد. قابل ذکر است اگر در مقدار خطای نسبی کمتر مقدار فرکانس تجمعی خطا بیشتر گردد، نشان می‌دهد آن مدل عملکرد بهتری دارد. شکل 4 نمودارهای فرکانس تجمعی خطای نسبی به دست آمده برای پنج مدل دارای بهترین عملکرد (انتخاب شده در مراحل قبل این مطالعه) را نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که نمودار کلیه مدل‌های انتخاب شده نزدیک به یکدیگر می‌باشد، ولی مدل K6R2FEx تقریباً نسبت به بقیه مدل‌ها بالاتر قرار گرفته است و مدل K4R1FLi نسبت به بقیه مدل‌ها پایین‌تر می‌باشد. بنابراین مدل K6R2FEx می‌تواند به عنوان یکی از گزینه‌های بهترین مدل‌ها باشد ولی K4R1FLi دارای عملکرد مناسبی برای تخمین مقاومت پیوستگی بین بتن و ورق‌های FRP نیست.



شکل 4: نمودار فرکانس تجمعی پنج مدل دارای بهترین عملکرد

با توجه به بحث‌های انجام شده در بخش "نتایج و ارزیابی مدل‌ها" از میان 5 مدل انتخاب شده دارای بهترین عملکرد، دو مدل K6R1FLi و K5R1FLi به عنوان بهترین مدل‌ها انتخاب گردید. در نهایت با توجه به شاخص‌های آماری ارائه شده در جدول 4 که نشان دهنده‌ی بالاتر بودن عملکرد مدل K6R1FLi هم در نمونه‌های آموزش و هم در نمونه‌های آزمایش است، این مدل به عنوان بهترین مدل در این مطالعه برای تخمین مقاومت پیوستگی بین ورق‌های FRP و بتن انتخاب گردید.

## 9- آنالیز حساسیت متغیرها

در این بخش به بررسی اهمیت هر کدام از پارامترهای ورودی شامل مقاومت فشاری بتن، عرض عضو بتنی و عرض، ضخامت، مدول الاستیسته و طول چسبیده ورق FRP، بر روی مقاومت پیوستگی نهایی ورق FRP و بتن با استفاده از نتایج روش ترکیبی روش خوشه‌بندی و کریجینگ (K6R1FLi) پرداخته می‌شود. برای نشان دادن سهم هر کدام از پارامترها از رابطه 17 استفاده شده است. طبق این رابطه، هر چقدر مقدار  $r$  به ازای هر کدام از پارامترها بیشتر باشد بیانگر تأثیر بیشتر آن پارامتر بر روی پارامتر خروجی مدل می‌باشد [56].

(17)

در رابطه فوق،  $X_i$  و  $Y_i$  (predict) به ترتیب پارامتر ورودی و پیش بینی شده خروجی به ازای پارامتر ورودی  $X_i$  می باشند.  $\bar{X}$  و  $\bar{Y}_{predict}$  میانگین پارامتر ورودی و مقادیر خروجی پیش بینی شده می باشند.  $n$  نیز بیانگر تعداد داده ها می باشد. نتایج آنالیز حساسیت طبق رابطه 17 در شکل 5 نشان داده شده است.

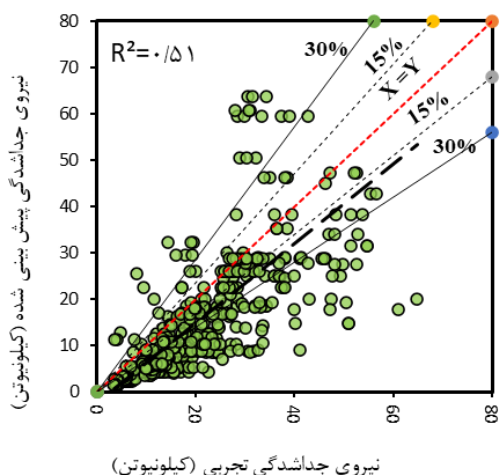


شکل 5: تأثیر پارامترهای ورودی بر روی پارامتر خروجی مدل

همانگونه که مشخص است تمامی پارامترهای تأثیر بسزایی بر روی مقاومت نهایی اتصال بین FRP و بتن دارند. علاوه بر این، یک مقدار مثبت یا منفی برای متغیرهای ورودی به عنوان تأثیر مستقیم یا معکوس آن متغیر بر متغیر خروجی است. از میان شش پارامتر مورد بررسی، پارامتر عرض ورق FRP بیشترین تأثیر و مقاومت فشاری بتن کمترین تأثیر را بر روی مقاومت نهایی پیوستگی ورق FRP با بتن داشته است. همچنین پارامتر مدول الاستیسیته FRP اثر منفی بر روی مقاومت پیوستگی نهایی دارد، یعنی با افزایش مقدار مدول الاستیسیته FRP، مقاومت پیوستگی نهایی ورق FRP با بتن کاهش می یابد. طول چسبیده ورق FRP به بتن و ضخامت ورق FRP در رتبه های بعدی برای اثر بر روی مقاومت پیوستگی دارد.

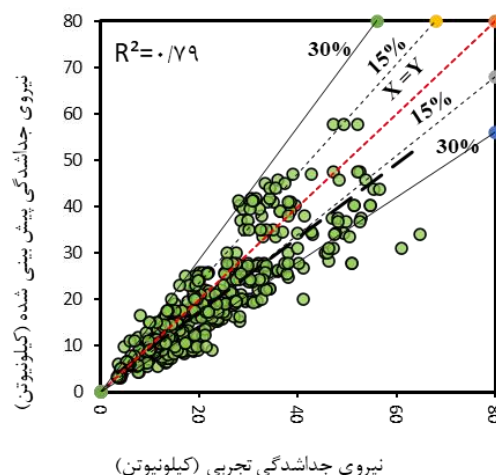
## 10- مقایسه عملکرد بهترین مدل با روابط تجربی

برای مقایسه عملکرد میان روابط تجربی و مدل K6R1FLi برای تخمین مقاومت پیوستگی بین بتن و ورقه های FRP، از شاخص های آماری کل نمونه ها استفاده می شود. برای این منظور شاخص های آماری روابط تجربی ارائه شده در مطالعات گذشته و مدل K6R1FLi در جدول 7 ارائه گردید. در میان روابط تجربی مطالعات قبلی رابطه ی چن و تنگ [31] دارای بالاترین دقت نسبت به بقیه روابط می باشد، بنابراین مدل چن و تنگ با بهترین مدل توسعه داده شده در این مطالعه مقایسه می شود. همانطور که از جدول 7 مشخص است، بهترین مدل های توسعه داده شده در مطالعه حاضر (K6R1FLi) برای پیش بینی مقاومت نهایی اتصال بین ورق FRP و بتن در مقایسه با روابط تجربی موجود از دقت بالاتری برخوردار هستند. به طوری که استفاده از این مدل می تواند به ترتیب باعث کاهش 48، 74، 84 و 60 درصد SD، MAE، MSE و RMSE نسبت به بهترین رابطه ی تجربی مطالعات گذشته شود. در شکل 6 نمودار نتایج تجربی در مقاومت نتایج پیش بینی شده روابط تجربی مطالعات گذشته رسم شده است. همانطور که انتظار می رفت مدل توسعه داده شده بر اساس هوش مصنوعی دقت بالاتری نسبت به روابط تجربی دارد و می تواند به عنوان یک روش مناسب برای این منظور مورد استفاده قرار بگیرد.



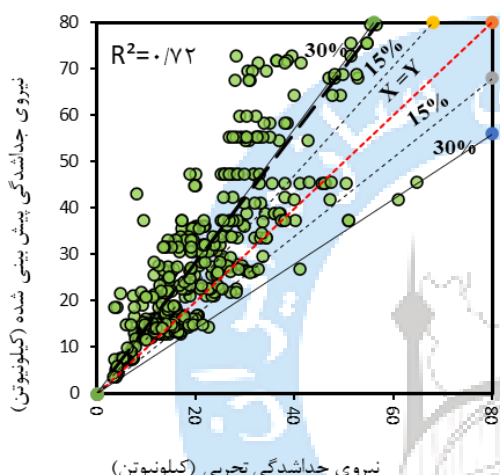
نیروی جداشدگی تجربی (کیلو نیوتن)

[32]



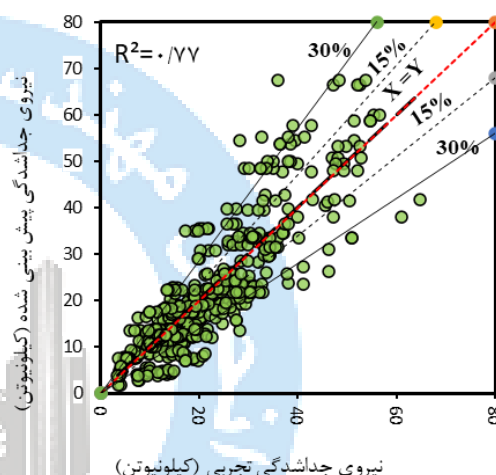
نیروی جداشدگی تجربی (کیلو نیوتن)

[31]



نیروی جداشدگی تجربی (کیلو نیوتن)

[34]



نیروی جداشدگی تجربی (کیلو نیوتن)

[33]

شکل 6: نمودار نتایج آزمایشگاهی در مقابل نتایج پیش بینی شده با استفاده از روابط تجربی مطالعات گذشته.

جدول 7: مقایسه دقت مدل پیشنهادی و روابط موجود

R <sup>2</sup>	RMSE	MSE	MAE	SD	مدل‌ها
0/791	6/21	38/62	4/39	0/23	[31]
0/507	11/74	137/73	8/49	0/43	[32]
0/772	6/66	44/40	4/67	0/32	[33]
0/721	14/40	207/36	9/29	0/51	[34]
0/959	2/48	6/17	1/15	0/12	K6R1FLi

## 11- نتایج

با توجه به افزایش چشمگیر استفاده از ورق‌های FRP در سازه‌های بتنی، برآورد مقاومت نهایی اتصال ورق‌های FRP و بتن برای مهندسان طراح امری بسیار ضروری می‌باشد. اخیراً توجه به روش‌های هوش مصنوعی نظیر شبکه‌های عصبی مصنوعی برای تخمین در مهندسی شدت گرفته است. با این حال، در استفاده از روش‌های هوش مصنوعی برای تقسیم‌بندی داده‌ها برای آموزش و آزمون به صورت

تصادفی صورت می‌گیرد که این امر سبب می‌شود که برخی از داده‌ها در مدل برای آموزش انتخاب نشوند که این امر موجب کاهش دقت پیش بینی می‌شود. در این مطالعه برای اولین بار از ترکیب روش خوشه‌بندی k-means و کریجینگ برای پیش بینی مقاومت نهایی اتصال بین ورق‌های FRP و بتن استفاده شده است. مدل توسعه داده شده بر روی 532 سری داده آزمایشگاهی جمع‌آوری شده از مطالعات قبلی مورد ارزیابی قرار گرفت. 70 درصد نمونه‌ها برای آموزش و 30 درصد باقیمانده برای آزمایش استفاده شد. در این مطالعه همچنین اثر توابع وابسته‌ساز مختلف، درجه رگرسیون و تعداد خوشه‌ها برای دسته‌بندی داده‌ها بررسی شد. با استفاده از این متغیرها، 54 مدل تحلیل شد و نتایج به صورت زیر خلاصه می‌شود:

1. در میان توابع وابسته‌ساز در روش کریجینگ، تابع خطی و نمایی دقت بالاتری نسبت به بقیه توابع وابسته‌ساز برای تخمین مقاومت پیوستگی بین بتن و FRP دارند و توابع وابسته‌ساز مکعبی و گوسی دقت کمتری برای تخمین این مقاومت دارند.
  2. با بررسی بهترین و بدترین مدل‌ها در میان 54 مدل می‌توان نتیجه گرفت درجه رگرسیون صفر دارای عملکرد نامناسب و درجه رگرسیون یک دارای عملکرد مناسبی برای تخمین مقاومت پیوستگی بین بتن و ورقه‌های FRP دارند.
  3. با بررسی‌های انجام شده در پارامترهای مختلف، دو مدل کریجینگ با تابع وابسته‌ساز خطی و با یک درجه رگرسیون و 6 خوشه برای دسته‌بندی و مدل وابسته‌ساز خطی و با یک درجه رگرسیون و 5 خوشه با ضرایب همبستگی 0/938 و 0/921 در نمونه‌های آزمایش به عنوان بهترین مدل‌ها انتخاب شدند.
  4. با مقایسه بهترین مدل انتخاب شده با استفاده از روش ترکیب شده کریجینگ با خوشه‌بندی k-mean با روابط موجود در مطالعات گذشته، مشاهده شد که استفاده از روش ترکیبی باعث کاهش 48، 74، 84 و 60 درصد SD، MAE، MSE و RMSE نسبت به بهترین رابطه‌ی تجربی مطالعات گذشته می‌شود.
- پیشنهاد می‌شود در مطالعات آینده از روش‌های جدید ترکیب شده با بهینه‌سازی و k-mean برای تخمین مقاومت پیوستگی بین ورق‌های FRP و بتن استفاده گردد. همچنین روش کریجینگ ترکیب شده با k-mean را می‌توان برای تخمین مقاومت پیوستگی نمونه‌هایی که از شیار زیر ورق FRP برای افزایش مقاومت پیوستگی استفاده کرده‌اند، به کار برد.

## 12- مراجع

- [1] Ueda, T. Dai, J. (2005). Interface bond between FRP sheets and concrete substrates: properties, numerical modeling and roles in member behaviour. *Progress in Structural Engineering and Materials*, 7(1), 27–43.
- [2] Oehlers, D.J. (2001). Development of design rules for retrofitting by adhesive bonding or bolting either FRP or steel plates to RC beams or slabs in bridges and buildings. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing publishes*, 32(9), 1345–155.
- [3] Sharma, S.K. Ali M.S.M. Goldar, D. Sikdar, P.K. (2006). Plate–concrete interfacial bond strength of FRP and metallic plated concrete specimens. *Composites Part B: Engineering*, 37(1), 54–63.
- [4] Yao, J. Teng, J.G. Chen, J.F. (2005). Experimental study on FRP-to-concrete bonded joints. *Composites Part B: Engineering*, 36(2), 99–113.
- [5] Ko, H. Matthys, S. Palmieri, A. Sato, Y. (2014). Development of a simplified bond stress-slip model for bonded FRP-concrete interfaces. *Construction and Building Materials*, 68, 142–157.
- [6] Pellegrino, C. Tinazzi, D. Modena, C. (2008). Experimental Study on Bond Behavior between Concrete and FRP Reinforcement. *Journal of Composites for Construction*, 12(2), 180–189.
- [7] Hosseini, A. Mostofinejad, D. (2014). Effective bond length of FRP-to-concrete adhesively-bonded joints: Experimental evaluation of existing models. *International Journal of Adhesion and Adhesive*, 48, 150–158.

- [8] Bilotta, A. Ceroni, F. Di Ludovico, M. Nigro, E. Pece, M. Manfredi, G. (2011). Bond Efficiency of EBR and NSM FRP Systems for Strengthening Concrete Members. *Journal of Composites for Construction*, 15(5) 757–772.
- [9] Pham, H.B. Al-Mahaidi, R. (2007). Modelling of CFRP-concrete shear-lap tests. *Construction and Building Materials*, 21(4), 727–735.
- [10] Ueno, S. Toutanji, H. Vuddandam, R. (2015). Introduction of a Stress State Criterion to Predict Bond Strength between FRP and Concrete Substrate. *Journal of Composites for Construction*, 19(1), 04014024-1-11.
- [11] Wu, Y.F. Jiang, C. (2013). Quantification of Bond-Slip Relationship for Externally Bonded FRP-to-Concrete Joints. *Journal of Composites for Construction*, 17(5), 673–686.
- [12] Dai, J.G. Sato, Y. Ueda, T. (2002). Improving the Load Transfer and Effective Bond Length for FRP Composites Bonded to Concrete. *Proceedings of the Japan Concrete Institute*, 24(1), 1423-1428.
- [13] Colombi, P. Fava, G. Poggi, C. (2014) End debonding of CFRP wraps and strips for the strengthening of concrete structures. *Composite Structures*, 111, 510–521.
- [14] Bilotta, A. Di Ludovico, M. Nigro, E. (2011). FRP-to-concrete interface debonding: Experimental calibration of a capacity model. *Composites Part B: Engineering*, 42(6), 1539–1553.
- [15] Moghaddas, A. Mostofinejad, D. Saljoughian, A. Ilia, E. (2021). An empirical FRP-concrete bond-slip model for externally-bonded reinforcement on grooves. *Construction and Building Materials*, 281, 122575-1-19.
- [16] Zhu, H. Wu, G. Shi, J. Liu, C. He, X. (2014). Digital image correlation measurement of the bond-slip relationship between fiber-reinforced polymer sheets and concrete substrate. *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 33(17), 1590–1603.
- [17] Ming, Z. Ansari, F. (2004) BOND PROPERTIES OF FRP FABRICS AND CONCRETE JOINTS. *13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, 35.
- [18] Cho, D.Y. Park, S.K. Hong, S.N. (2011) BOND-SLIP BEHAVIOR OF CFRP PLATE-CONCRETE INTERFACE. *Mechanics of Composite Materials*, 47(5), 529–538.
- [19] Toutanji, H. Saxena, P. Zhao, L. Ooi, T. (2007). Prediction of Interfacial Bond Failure of FRP–Concrete Surface. *Journal of Composites for Construction*, 11(4), 427–436.
- [20] Heydari Mofrad, M. Mostofinejad, D. Hosseini, A. (2019). A generic non-linear bond-slip model for CFRP composites bonded to concrete substrate using EBR and EBROG techniques. *Composite Structures*, 220, 31–44.
- [21] Mostofinejad, D. Mohammadi, M. (2020). Effect of Freeze–Thaw Cycles on FRP-Concrete Bond Strength in EBR and EBROG Systems. *Journal of Composites for Construction*, 24(3) 04020009-1-12.
- [22] Mostofinejad, D. Heydari Mofrad, M. Hosseini, A. Heydari Mofrad, H. (2018). Investigating the effects of concrete compressive strength, CFRP thickness and groove depth on CFRP-concrete bond strength of EBROG joints. *Construction and Building Materials*, 189, 323–337.
- [23] Hadigheh, S.A. Gravina, R.J. Setunge, S. (2015). Prediction of the bond-slip law in externally laminated concrete substrates by an analytical based nonlinear approach. *Materials & Design*, 66(Part A), 217–226.
- [24] Biolzi, L. Ghittoni, C. Fedele, R. Rosati, G. (2013). Experimental and theoretical issues in FRP-concrete bonding. *Construction and Building Materials*, 41, 182–190.
- [25] Hadigheh, S.A. Gravina, R.J. Setunge, S. Kim, S.J. (2013). Experimental study on the bondline behavior between concrete and FRP materials. *From Materials to Structures: Advancement Through Innovation - Proceedings of the 22nd Australasian Conference on the Mechanics of Structures and Materials*, 505–511.
- [26] Ghorbani, M. Mostofinejad, D. Hosseini, A. (2017). Experimental investigation into bond behavior of FRP-to-concrete under mixed-mode I/II loading. *Construction and Building Materials*, 132(9), 303–312.

- [27] Ali-Ahmad, M. Subramaniam, K. Ghosn, M. (2006). Experimental Investigation and Fracture Analysis of Debonding between Concrete and FRP Sheets. *Journal of Engineering Mechanics*, 132(9), 914–923.
- [28] Barbieri, G. Biolzi, L. Bociarelli, M. Cattaneo, S. (2016). Size and shape effect in the pull-out of FRP reinforcement from concrete. *Composite Structures*, 143, 395–417.
- [29] Ceroni, F. Pecce, M. (2010). Evaluation of Bond Strength in Concrete Elements Externally Reinforced with CFRP Sheets and Anchoring Devices. *Journal of Composites for Construction*, ;14(5), 521–530.
- [30] Subramaniam, KV. Carloni, C. Nobile, L. (2007). Width effect in the interface fracture during shear debonding of FRP sheets from concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 74(4), 578–94.
- [31] Chen, J.F. Teng, J.G. (2001), Anchorage Strength Models for FRP and Steel Plates Bonded to Concrete. *Journal of Structural Engineering*, 127(7), 784–791.
- [32] Khalifa, A. Gold, W.J. Nanni, A. M.I., A.A. (1998). Contribution of Externally Bonded FRP to Shear Capacity of RC Flexural Members. *Journal of Composites for Construction*, 2(4), 195–202.
- [33] Wu, Z. Islam, S.M. Said, H. (2009). A three-parameter bond strength model for FRP-concrete interface. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 28(19), 2309–2323.
- [34] Dai, J. Ueda, T. Sato, Y. (2005). Development of the Nonlinear Bond Stress–Slip Model of Fiber Reinforced Plastics Sheet–Concrete Interfaces with a Simple Method. *Journal of Composites for Construction*, 9(1), 52–62.
- [35] Ahmadi, M. Naderpour, H. Fakharian, P. Eidgahee, D.R. (2021). Shear Capacity Prediction of FRP Reinforced Concrete Beams using Hybrid GMDH-GA. *Journal of Structural and Construction Engineering*, 8(6), 24–42.
- [36] Fathi, A. Peyman, F. (2021). Combining Neural Network Models to Prediction the Bond Strength of Glass FRP to Concrete Keywords: Bond strength of GFRP bar Structural concrete Artificial neural networks Combination of ensemble and single models MATLAB software. *Journal of Structural and Construction Engineering*, 8(41), 313–332.
- [37] Moodi, Y. Eslami, E. Mousavi, S.R. Dizangian, B. Mirshekar, H. (2022). Applying neural networks for estimating the compressive strength of confined circular concrete columns with FRP sheets. *Journal of Structural and Construction Engineering*, 9(5), 58–77. (In Persian)
- [38] Hoseini Vaez, S.R. Asaad Samani, A. Mobinipour, S.A. (2022). Dehghani E. Effect of Uncertainties in Design Variables on the Hysteresis Response of 2D Steel Moment-Resisting Frames. *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, 27(4), 04022044-1-15.
- [39] Aramesh, S. Fakharian, P. (2022). New Models for Determining Concrete Elastic Modulus Considering Variation in Values of Compressive Strength. *Civil Infrastructure Researches*, 8(1), 171–183. (In Persian)
- [40] Hendouyan, M.A. Hoseini Vaez S.R. Haji Mazdarani, M.J. (2022). Investigating the Lateral Deformation Capacity of Reinforced Concrete Columns by Soft Computing. *Journal of Concrete Structures and Materials*, 7(2), 37–61.
- [41] Ghorbani, A. Maleki, H. Naderpour, H. Khatami, S.M.H. (2024). Advancing Compressive Strength Prediction in Self-Compacting Concrete via Soft Computing: A Robust Modeling Approach. *Journal of Soft Computing in Civil Engineering*, 8(1), 126–140.
- [42] Goutham, D.R. Krishnaiah, A.J. (2024). Prediction of Unconfined Compressive Strength of Expansive Soil Amended with Bagasse Ash and Lime Using Artificial Neural Network. *Journal of Soft Computing in Civil Engineering*, 8(1), 33–54.
- [43] Abdellahi, M. Heidari, J. Bahmanpour, M. (2014). A new predictive model for the bond strength of FRP-to-concrete composite joints. *Structural Concrete*, ;15(4), 509–521.
- [44] Haddad, R. Haddad, M. (2021). Predicting fiber-reinforced polymer–concrete bond strength using artificial neural networks: A comparative analysis study. *Structural Concrete*, 22(1), 38–49.

- [45] Chen, S.Z. Zhang, S.Y. Han, W.S. Wu, G. (2021). Ensemble learning based approach for FRP-concrete bond strength prediction. *Construction and Building Materials*, 302, 124230.
- [46] Baghaei, K.A. Hadigheh, S.A. (2021). Durability assessment of FRP-to-concrete bonded connections under moisture condition using data-driven machine learning-based approaches. *Composite Structures*, 114576 (In Press).
- [47] Mashrei, M.A. Seracino, R. Rahman, M.S. (2013). Application of artificial neural networks to predict the bond strength of FRP-to-concrete joints. *Construction and Building Materials*, ;40, 812–821.
- [48] Abuodeh, O.R. Abdalla, J.A. Hawileh, R.A. (2020). Prediction of shear strength and behavior of RC beams strengthened with externally bonded FRP sheets using machine learning techniques. *Composite Structures*, 234, 111698.
- [49] Sharifi-Nik, K. (2017). *Simulation-based Reliability Analysis using Kriging Method*. Masters, University of Sistan and Baluchestan. (In Persian)
- [50] Almpandis, G. Kotropoulos, C. Pitas, I. (2007). Combining text and link analysis for focused crawling—An application for vertical search engines. *Information System*, 32(6), 886–908.
- [51] Erisoglu, M. Calis, N. Sakalliglu, S. (2011). A new algorithm for initial cluster centers in k-means algorithm. *Pattern Recognition Letter*, 32(14), 1701–1705.
- [52] Sacks, J. Welch, W.J. Mitchell, T.J. Wynn, H.P. (1989). Design and analysis of computer experiments. *Statistical Science*, 4(4), 409–423.
- [53] Jiang, Z. Li, T. Min, W. Qi, Z. Rao, Y. (2017). Fuzzy c-means clustering based on weights and gene expression programming. *Pattern Recognition Letter*, 90, 1–7.
- [54] Ben Seghier, M.E.A. Keshtegar, B. Tee, K.F. Zayed, T. Abbassi, R. Trung, N.T. (2020) Prediction of maximum pitting corrosion depth in oil and gas pipelines. *Engineering Failure Analysis*, 112, 104505.
- [55] Ben Seghier, M.E.A. Corriea, J.A.F.O. Jafari-Asl, J. Malekjafarian, A. Plevris, V. Trung, N.T. (2021) On the modeling of the annual corrosion rate in main cables of suspension bridges using combined soft computing model and a novel nature-inspired algorithm. *Neural Computing and Applications*, 33, 15969-15985.
- [56] Mai, S.H. Ben Seghier, M.E.A. Nguyen, P.L. Jafari-Asl, J. Thai, D.K. (2022). A hybrid model for predicting the axial compression capacity of square concrete-filled steel tubular columns. *Engineering with Computers*, 38, 1205–1222.