

Sizing optimization of truss structures using the exchange market algorithm (EMA)

Houshar Eimani Kalehsar*¹, Amirreza Esmaeile Aghdam²

1- Associate Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Mohaghegh Ardabil, Iran
2- Ph.D. Candidate, Department of Civil Engineering, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran

ABSTRACT

Optimization is the process of finding the best solution for a problem. Heuristic and metaheuristic optimization algorithms are commonly used where the search space is complex. In recent decades, the ubiquity of trusses as structural systems has made their optimization an important engineering endeavor. The primary aim of structural optimization is to determine the most suitable combination of design variables, to achieve satisfactory performance of the structures subjected to constraints. The three basic features of the structural optimization problem are The design variables, the objective function, and the constraints. This study evaluates the performances of the exchange market algorithm (EMA) in the structural optimization field for the first time. This optimization algorithm is inspired by the procedure of trading the shares on the stock market. In the proposed method there are two different modes in EMA. In the first mode, there is no oscillation in the market whereas in the second mode, the market has oscillation. For the first mode, the algorithm must recruit people toward successful individuals, while in the second case, the algorithm seeks optimal points. The member's section area is assumed to be a decision variable, and the objective function is to minimize their weight. The member stresses and node displacements are the constraints that must be maintained within the allowed limits for each condition. The implementation of the exchange market algorithm has been done in MATLAB software. To quantitatively assess the performance of the algorithm, three planar trusses (10 bar, 18 bar, and 200 bar) and three space trusses (22 bar, 25 bar, and 72 bar) with multiple loading conditions and design constraints have been considered. The results demonstrate that the exchange market algorithm is very effective and efficient for the optimization designs of medium-scale truss structural problems.

ARTICLE INFO

Receive Date: 07 August 2023
Revise Date: 08 January 2024
Accept Date: 15 February 2024

Keywords:

Optimization
Optimal Structure
Truss
Exchange market algorithm
Metaheuristic

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: <https://doi.org/10.22065/jsce.2024.405938.3168>

*Corresponding author: Houshyar Eimani Kalehsar.
Email address: hek@uma.ac.ir

بهینه‌سازی اندازه سازه‌های خرپایی با استفاده از الگوریتم بازار بورس

هوشیار ایمانی کله‌سر^{۱*}، امیررضا اسمعیلی اقدم^۲

۱- دانشیار، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران

۲- دانشجوی دکتری، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران

چکیده

بهینه‌سازی، فرایند یافتن بهترین راه‌حل مسئله است. الگوریتم‌های ابتکاری و فرابابتکاری معمولاً در جایی که فضای جستجو پیچیده است استفاده می‌شوند. در دهه‌های اخیر، فراگیری خرپاها به عنوان سیستم‌های سازه‌ای، موجب شده است تا بهینه‌سازی آنها به یکی از تلاش‌های مهم مهندسی تبدیل گردد. هدف اصلی بهینه‌سازی سازه، تعیین مناسب‌ترین ترکیب متغیرهای طراحی به منظور دستیابی به عملکرد رضایت بخش سازه‌ها تحت تأثیر قیدها می‌باشند. سه مشخصه اصلی در هر مسئله بهینه‌سازی سازه شامل متغیرهای طراحی، تابع هدف و قیدها می‌باشند. در این تحقیق برای اولین بار به بررسی عملکرد الگوریتم بازار بورس در حوزه بهینه‌سازی سازه پرداخته می‌شود. این الگوریتم بهینه‌سازی از روند معاملات سهام در بازار بورس الهام گرفته شده است. در روش پیشنهادی دو حالت مختلف در الگوریتم بازار بورس تعریف می‌شود. حالت اول، بازار بدون نوسان بوده اما در حالت دوم بازار شرایط نوسانی دارد. وظیفه الگوریتم در حالت اول، جذب افراد به سمت افراد موفق بازار اما در حالت دوم، الگوریتم در جستجوی نقاط بهینه می‌باشد. سطح مقطع عضوها، به عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته شده و تابع هدف، کمینه نمودن وزن می‌باشد. تنش‌های عضوها و جابجایی گره‌ها به عنوان قیدهای مسئله بوده و در هر شرایطی باید در محدوده‌ی مجاز خود حفظ شوند. پیاده‌سازی الگوریتم بازار بورس در نرم افزار متلب انجام شده است. برای ارزیابی کمی عملکرد الگوریتم، سه خرپای مسطح (۱۰، ۱۸، ۲۰ عضو) و سه خرپای فضایی (۲۲، ۲۵ و ۷۲ عضو) با شرایط بارگذاری مختلف و قیدهای طراحی متعدد در نظر گرفته شده‌اند. نتایج نشان داد که الگوریتم بازار بورس جهت طراحی بهینه مسائل سازه‌های خرپایی متوسط مقیاس بسیار موثر و کارآمد می‌باشد.

کلمات کلیدی: بهینه‌سازی، سازه بهینه، خرپا، الگوریتم بازار بورس، فرابابتکاری

شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:				
doi:	https://doi.org/10.22065/jsce.2024.405938.3168	چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
	10.22065/jsce.2024.405938.3168	۱۴۰۳/۰۷/۳۰	۱۴۰۲/۱۱/۲۶	۱۴۰۲/۱۱/۲۶	۱۴۰۲/۱۰/۱۸	۱۴۰۲/۰۶/۱۶
هوشیار ایمانی کله‌سر hek@uma.ac.ir					*نویسنده مسئول: پست الکترونیکی:	

۱- مقدمه

امروزه با فراگیر شدن سیستم‌های سازه‌ای خرابایی، کمینه نمودن وزن خرپاها از ضروریات مهم در طراحی سازه می‌باشد. حوزه بهینه‌سازی سازه از موارد چالش برانگیز و دشوار به دلیل پیاده‌سازی مساله بهینه‌سازی همراه با محدودیت‌ها و قیدهای طراحی می‌باشد. مسائل سازه‌ای خرپا به همراه انواع قید تعریف و فرمول‌بندی می‌شوند. این قیدها شامل کنترل‌های مربوط به جابجایی مجاز گره‌های خرپا، کنترل تنش‌های کششی و فشاری و همچنین بارهای کمانشی اعضای خرپا و در بعضی موارد اعمال محدودیت فرکانس‌های سازه می‌باشند. در حالت کلی اعمال هر نوع قیدی باید متناسب با نوع سازه و محدودیت‌های آیین‌نامه‌ای مربوط به آن سازه باشد [۱]. امروزه طراحی سازه قابل اعتماد و بهینه با کمترین هزینه‌های محاسباتی از انگیزه‌های اصلی محققان جهت مقایسه عملکرد روش‌های مختلف بهینه‌سازی و یا بهبود الگوریتم‌ها شده است. از قابلیت‌های مهم الگوریتم‌های فراکاوشی، حل مسائل بهینه‌سازی بدون نیاز به مشتق‌پذیری تابع هدف به دلیل توانایی خاص در مراحل جستجوی تصادفی بوده و روش‌های فراکاوشی بیشتر برای مسائل پیچیده، کاربردی و استفاده می‌شوند. روش‌های فراکاوشی قادر به یافتن جواب‌های مناسب (نزدیک به بهینه) می‌باشند. با اینکه در روش‌های فراکاوشی، کیفیت پاسخ-های بهینه، قربانی سرعت محاسبات می‌شود و در کشف پاسخ‌های دقیق، کارایی لازم را ندارند اما توجه به ویژگی‌های آنها، یکی از ابزارهای کارآمد و موثر در حوزه بهینه‌سازی می‌باشند. ساختار الگوریتم‌های فراکاوشی به گونه‌ای است که قدرت کاوش^۱ کل فضای مسئله (جستجوی کلی) و توانایی حفظ و بهره‌گیری^۲ جواب‌های بهینه (جستجوی محلی) را دارند. تعامل و هماهنگی بین فرایند کاوش الگوریتم (قدرت جستجو) و بهره‌برداری (قدرت نتیجه‌گیری) باعث کشف پاسخ‌های جدید و حفظ آنها در تکرارهای آتی الگوریتم‌ها می‌شوند [۲]. الگوریتم‌های فراکاوشی بر اساس منبع الهام آنها در سه گروه طبقه‌بندی می‌شوند. ۱- الگوریتم‌های تکاملی شامل الگوریتم ژنتیک، الگوریتم تکامل تفاضلی، الگوریتم راهبرد فرگشتی و ... ۲- الگوریتم‌های مبتنی بر هوش ازدحامی شامل الگوریتم ازدحام ذرات، الگوریتم کلونی زنبور عسل، الگوریتم کرم شب‌تاب و ... ۳- الگوریتم‌های مبتنی بر فیزیک شامل الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده، الگوریتم جستجوی ذرات باردار، الگوریتم تبادل حرارتی و ... می‌باشند [۳]. مسائل مربوط به بهینه‌سازی سازه‌های خرابایی، در سه گروه بهینه‌سازی اندازه^۳، بهینه‌سازی شکل سازه^۴ و بهینه‌سازی توپولوژی^۵ قابل بررسی و مطالعه می‌باشند. بهینه‌سازی اندازه، اشاره به کمینه نمودن وزن سازه خرپا با انتخاب سطح مقطع بهینه عناصر سازه‌ای از لیست مقاطع مشخص و خاص یا مقادیر عددی پیوسته در بازه‌ی خاص دارند. در بهینه‌سازی شکل، هدف اصلی یافتن مختصات بهینه برای گره‌های خرپا یا ایجاد تغییرات بهینه در موقعیت گره‌ها (متغیرهای طراحی) می‌باشد. بهینه‌سازی توپولوژی، به دنبال کشف مدلی از اتصال بهینه بین گره‌های سازه خرپا با رعایت محدودیت‌های مشخص است [۴]. بر اساس تئوری NFL، هیچ الگوریتم فراکاوشی توانایی حل تمامی مسائل بهینه‌یابی در حوزه‌های مختلف را ندارد ولی قادر به حل موثر طیف محدودی از مسائل بوده که برای آن طراحی شده است [۵]. نظر به اینکه عملکرد هر الگوریتم فراکاوشی در مسائل بهینه‌سازی متفاوت و نتایج آنها با توجه به نوع مسئله یکسان نمی‌باشد لذا امروزه تلاش‌های گسترده‌ای از سوی محققان حوزه بهینه‌سازی جهت پیاده‌سازی الگوریتم‌های مختلف به منظور مقابله با مشکلات طراحی بهینه سازه و یافتن الگوریتم مناسب صورت گرفته است. جهت ایجاد بستری پایدار در زمینه بهینه‌سازی سازه بهتر است کارایی الگوریتم‌های فراکاوشی پیشنهادی در سایر زمینه‌ها، برای مسائل سازه‌ای نیز مورد ارزیابی قرار گیرند. تحقیقات زیادی در خصوص بهینه‌سازی خرپاها صورت گرفته است به طور مثال راجو و کریشنامورتی با استفاده از الگوریتم ژنتیک و با متغیرهای گسسته به بهینه‌سازی اندازه مقاطع خرپا پرداخته‌اند [۶]. همچنین لی و همکاران با بهبود الگوریتم ازدحام ذرات، بهینه‌سازی وزن ۵ نوع مثال مبنا از سازه خرپایی شامل ۲ سازه دو بعدی ۱۰ و ۱۷ عضوی و ۳ مثال سازه‌ای سه بعدی ۲۲، ۲۵ و ۷۲ عضوی را با متغیرهای پیوسته مورد مطالعه قرار داده‌اند [۷]. همچنین کمپ و همکاران، روند بهینه‌سازی سازه دو بعدی خرپا با ۱۰ عضو و خرپاهای فضایی ۲۵ و ۷۲ عضو ی را با مقادیر گسسته متغیرها و اعمال قیدهای جابجایی و تنش با الگوریتم کلونی مورچگان انجام داده‌اند [۸]. در خصوص پژوهش‌های

¹ Exploration

² Exploitation

³ Size optimization

⁴ Shape optimization

⁵ Topology optimization

مربوط به بهینه‌سازی سازه خرپا با متغیرهای گسسته، می‌توان به پژوهش‌های سونمز با الگوریتم کلونی زنبور عسل مصنوعی اشاره نمود [۹]. همچنین از پژوهش‌های دیگر در حوزه بهینه‌سازی سازه‌ها با متغیرهای گسسته می‌توان به کاربرد الگوریتم سنجاقک با اعمال قیدهای تنش و جابجایی، جهت بهینه نمودن ۵ مثال از سازه‌های خرپایی مینا اشاره نمود [۱۰]. دگر تکین و همکاران نیز عملکرد الگوریتم مبتنی بر جستجوی ممنوعه و ژنتیک را جهت بهینه‌سازی سازه‌های قاب خمشی فولادی، مورد بررسی قرار داده‌اند [۱۱]. همچنین تحقیق دیگری توسط کاوه و مهدوی در زمینه بهینه‌سازی وزن خرپاها و قاب خمشی دو بعدی با استفاده از الگوریتم برخورد اجسام صورت گرفته است [۱۲]. کوشک‌باغی و کاوه با استفاده از الگوریتم جدیدی که مبتنی بر سیستم گردش خون مصنوعی بوده روند بهینه‌سازی اندازه سازه‌های خرپایی ۱۰ تا ۲۰۰ عضوی را در ۵ نوع مثال سازه‌ای با متغیرهای پیوسته انجام داده‌اند [۱۳]. علاوه بر سازه‌های خرپایی، بهینه‌سازی سیستم‌های اسکلتی قاب خمشی بتنی و دیوار برشی با ترکیبات مختلف بارگذاری و اعمال قیدهای طراحی آیین‌نامه‌ای نیز مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است [۱۴]. تلاش‌های زیادی در ارتباط با مقایسه عملکرد الگوریتم‌های فراکاشی در حوزه بهینه‌سازی سازه‌ها صورت گرفته که می‌توان به تحقیقات کاوه در زمینه مقایسه الگوریتم‌های فراکاشی مختلف جهت طرح بهینه انواع سازه‌ها اشاره نمود. در پژوهش ایشان، نتایج الگوریتم فراکاشی جهت بهینه‌سازی سازه‌های خرپایی و سیستم‌های بهینه قاب خمشی و سایر سازه‌ها با یکدیگر مقایسه شده‌اند [۱۵]. بسیاری از روش‌های بهینه‌سازی حاصل ترکیب دو یا چند الگوریتم فراکاشی می‌باشند. در این روش‌ها نقاط ضعف یک الگوریتم با الگوریتم دیگر پوشش داده می‌شود. کاوه و همکاران با ترکیب الگوریتم ازدحام ذرات و الگوریتم کلونی مورچگان، بهینه‌سازی سازه‌های خرپایی را انجام داده‌اند [۱۶]. همچنین از تحقیقات دیگر مربوط به ترکیب الگوریتم‌ها می‌توان به ترکیب الگوریتم ژنتیک و ازدحام ذرات [۱۷]، ترکیب سه الگوریتم ازدحام ذرات، کلونی مورچگان و جستجوی هارمونی [۱۸]، ترکیب الگوریتم جستجوی ذرات باردار با الگوریتم ازدحام ذرات اشاره نمود [۱۹]. علاوه بر ترکیب الگوریتم‌ها می‌توان به روش‌های بهبود و اصلاح الگوریتم‌ها در حوزه بهینه‌سازی سازه‌های خرپایی اشاره نمود. به طور مثال، بهبود الگوریتم جستجوی گرانشی [۲۰]، اصلاح الگوریتم جستجوی کلاغ [۲۱]، بهینه‌سازی اندازه سازه خرپایی با الگوریتم بهبود یافته گرگ خاکستری [۲۲] از تحقیقات مرتبط با اصلاح الگوریتم‌های فراکاشی می‌باشند. از مثال دیگر مربوط به ادغام دو الگوریتم می‌توان به ترکیب الگوریتم شاهین هریس با ژنتیک اشاره کرد که جهت بهینه‌سازی سازه‌های خرپایی از ۴ مثال استفاده شده است [۲۳]. در این تحقیق برای اولین بار، عملکرد و کارایی الگوریتم بازار بورس (EMA) در زمینه بهینه‌سازی سازه‌های خرپایی برای ۶ مثال سازه‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرد. این الگوریتم در سال ۲۰۱۴ توسط ناصر قربانی و ابرهیم بابائی با الهام از رفتار جمعی انسان‌ها در نحوه داد و ستد سهام بازارهای مالی شکل گرفته است [۲۴]. الگوریتم فوق از دو عملگر جستجوگر و جذب کننده جهت حل مشکلات مرحله اکتشاف (همگرایی زودرس) و مرحله استخراج (یافتن پاسخ‌های مجاور نقاط بهینه) استفاده می‌کند. یکی از معایب اصلی الگوریتم فوق، تنظیم پارامترهای ریسک بازار و تعداد جمعیت‌های زیر مجموعه سهامداران متناسب با نوع مسئله می‌باشد. بررسی اثر بخشی این الگوریتم با ۵۰ آزمایش مستقل و با تعداد جمعیت اولیه ۵۰ نفر جهت ارزیابی ۱۲ مورد از توابع ریاضی به ابعادهای ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۵۰ متغیر صورت گرفته است. همچنین مسئله پخش بار اقتصادی غیر محدب نیز با الگوریتم فوق بررسی شده و نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم EMA توانایی بالایی را در استخراج نقاط بهینه کلی دارد. با بررسی تاریخچه تحقیقات بهینه‌سازی سازه خرپایی، تاکنون تلاشی در راستای بررسی عملکرد الگوریتم فوق در حوزه بهینه‌سازی سازه‌های خرپایی نشده است لذا در این پژوهش به بررسی عملکرد الگوریتم EMA جهت بهینه‌سازی سازه‌های خرپایی مینا پرداخته می‌شود. با توجه به پیشینه تحقیقات در حوزه بررسی عملکرد الگوریتم‌ها جهت بهینه‌سازی از سازه‌های مینا در محدوده‌ی کوچک مقیاس تا بزرگ مقیاس استفاده شده است. در این پژوهش به منظور بررسی جامع عملکرد الگوریتم بازار بورس، سازه‌های ۱۰، ۱۸، ۲۲، ۲۵ و ۷۲ عضوی با متغیرهای طراحی کمتر و سازه‌های ۲۵ و ۷۲ عضوی به عنوان سازه‌های متوسط مقیاس و سازه-ی ۲۰۰ عضوی نیز یک سازه بزرگ مقیاس با متغیرهای طراحی بیشتر انتخاب شده است.

۲- فرمولبندی مسئله

روش کار در این تحقیق، حداقل نمودن وزن سازه با حفظ سطح مقطع بهینه برای عضوهای خرپا مطابق رابطه (۱) می‌باشد. در این راستا می‌بایست محدودیت‌ها یا قیدهای طراحی با معادلات اصلی بهینه‌سازی فرمول‌بندی گردد. قیدهای طراحی شامل کنترل تنش‌های

⁶ Exchange Market Algorithm

مجاز اعضای خرپا و کنترل مقادیر جابجایی گره‌های خرپا بطوری که در محدوده مجاز بوده و همچنین کنترل نیروی کمانشی عضوهای فشاری می‌شوند. در چنین مسائل بهینه‌سازی اندازه، سطح مقطع اعضای خرپا به عنوان متغیرهای طراحی تعریف می‌شوند.

$$\text{Minimize: } W = \rho \sum_{i=1}^{nE} L_i A_i \quad (A_i \in R) \quad (1)$$

متغیرهای طراحی مطابق رابطه (۲) عبارتند از:

$$x = \{A_1, A_2, A_3, \dots, A_{nG}\} \quad (2)$$

در رابطه (۱)، W عبارت است از وزن کلی خرپا، nE تعداد اعضای سازه خرپا، همچنین در رابطه (۳)، nG تعداد متغیرهای طراحی، ρ چگالی مصالح سازه‌های خرپا، L_i طول عضو i ام خرپا، A_i سطح مقطع عضو i ام می‌باشند. در حالت کلی روند بهینه‌سازی با الگوریتم‌های فراکوشی برای مسائل بدون قید بوده و یکی از ضروریات مهم، اتخاذ روشی جهت ادغام معادلات مربوط به مقادیر قیدهای طراحی با تابع هدف مسئله می‌باشد. در این مطالعه، مقادیر قیدهای حاصل از تنش‌های ایجاد شده در عضوهای خرپا با حداکثر مقادیر خود مطابق روابط (۳) الی (۵) نرمال می‌شوند.

$$g_i^\sigma(x) = \frac{|\sigma_i(x)| - \sigma_{\max}}{\sigma_{\max}} \leq 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, nE \quad (4)$$

$$g_j^\delta(x) = \frac{|\delta_j(x)| - \delta_{\max}}{\delta_{\max}} \leq 0 \quad j = 1, 2, 3, \dots, nN \quad (5)$$

$$g_k^b(x) = \frac{|\sigma_k^b(x)| - \sigma_{\max}^b}{\sigma_{\max}^b} \leq 0 \quad k = 1, 2, 3, \dots, nC \quad (6)$$

در رابطه (۴) مقادیر $g_i^\sigma(x)$ قید نرمال شده مربوط به تنش عضو i ام، σ_{\max} حداکثر مقدار مجاز تنش‌های نرمال عضوهای خرپا، و $\sigma_i(x)$ مقادیر تنش‌های ایجاد شده در عضو خرپا و nE تعداد کل عضوهای خرپا می‌باشند. $g_j^\delta(x)$ مقادیر نسبی قید جابجایی در گره شماره j ام خرپا که با حداکثر جابجایی مجاز آن گره، نرمال می‌شود. در رابطه (۵)، δ_{\max} حداکثر مقادیر جابجایی مجاز گره‌های خرپا و $\delta_j(x)$ مقادیر جابجایی ایجاد شده در گره j ام می‌باشند. nN نیز تعداد گره‌های آزاد سازه خرپا می‌باشند. در رابطه (۶) $g_k^b(x)$ مقادیر نسبی قید کمانش اوپلری برای عضو فشاری k ام، σ_{\max}^b مقدار مجاز تنش کمانشی بحرانی عضو خرپا، $\sigma_k^b(x)$ مقادیر تنش‌های فشاری ایجاد شده در عضو خرپا می‌باشند. nC تعداد عضوهای خرپا تحت تنش‌های محوری فشاری می‌باشند. نحوه اعمال مقادیر عددی قیدهای نرمال شده بصورت روابط (۸) و (۹) خواهد بود.

$$\text{if } g_i(x) > 0 \quad \rightarrow \text{then } C_i = g_i(x) \quad (8)$$

$$\text{elseif } g_i(x) \leq 0 \quad \text{then } C_i = 0 \quad (9)$$

مجموع مقادیر قیدهای نقض شده کل اعضا و گره‌های خرپا ناشی از محدودیت مقادیر تنش‌ها و جابجایی‌ها در هر آنالیز و طرح خرپا محاسبه می‌شود. مجموع قیدها مطابق رابطه (۱۰) به عنوان یک مقدار عددی مشخص، برای تابع جریمه لحاظ می‌گردد.

$$C_i = \sum_{i=1}^m C_i \dots \quad (10)$$

$$= g_i^\sigma(x) = \frac{|\sigma_i(x) - \sigma_{\max}|}{\sigma_{\max}} + g_j^\delta(x) = \frac{|\delta_j(x) - \delta_{\max}|}{\delta_{\max}} + g_k^b(x) = \frac{|\sigma_k^b(x) - \sigma_{\max}^b|}{\sigma_{\max}^b}$$

در رابطه (۱۰) پارامتر m اشاره به تعداد کل قیده‌های ارزیابی مسئله بهینه‌سازی دارد. الگوریتم‌های فراکوشی برای مسائل بهینه‌یابی بدون قید و نامقید تعریف شده‌اند [۱۰]. ولی با اعمال تغییرات لازم می‌توان از قابلیت این الگوریتم‌ها برای مسائل مقید نیز استفاده نمود. یکی از روش‌های متداول، ترکیب منطقی تابع وزن اولیه با مجموع مقادیر عددی قیود می‌باشد. ادغام قیده‌ها با تابع هدف اولیه، جهت تشکیل یک تابع هدف معادل صورت می‌گیرد. معادله نهایی یک تابع هدف جریمه شده جهت حداقل نمودن وزن خرابا مطابق رابطه (۱۱) تعریف می‌شود.

$$\text{Minimize: } W_p = \left(\rho \sum_{i=1}^{nE} L_i A_i \right) \times P \times (1 + C_i)^e \quad (11)$$

متغیرهای p و e مربوط به ضرائب تابع جریمه بوده و مقادیر آنها بر اساس ابعاد و پیچیدگی نوع مسئله انتخاب می‌شوند. در این تحقیق، مقادیر عددی متغیرهای فوق عدد ۱ انتخاب می‌شوند. با انتخاب مقادیر کوچکتر برای ضرائب تابع جریمه، بخش اکتشافی الگوریتم فراکوشی جهت یافتن پاسخ بهینه تقویت شده و سرعت همگرا شدن به پاسخ‌های نزدیک به بهینه سراسری نیز بیشتر می‌گردد.

۳- الگوریتم بازار بورس

این الگوریتم با الهام از نحوه داد و ستد در بازار بورس شکل گرفته است. الگوریتم فوق دارای دو اپراتور جستجوگر و جذب کننده نفرات به سمت فرد نخبه می‌باشند. نحوه عملکرد افراد در بازار بورس متفاوت و بر این اساس دو حالت در معاملات بازار لحاظ می‌گردد. حالت اول، بازار بدون نوسان و حالت دوم بازار نوسانی می‌باشد.

۳-۱ بازار متعادل

در این شرایط، بازار حالت بدون نوسان داشته و نفرات بر اساس میزان ارزش دارایی خود به سه گروه تقسیم می‌شوند. گروه اول شامل سهامدارانی هستند که برزندگی بالایی داشته و در راستای حفظ دارایی خود تمایلی به تغییر میزان سهام خود ندارند. این افراد ۱۰ تا ۳۰ درصد از کل جمعیت را تشکیل می‌دهند. گروه دوم با برزندگی متوسط بوده که جمعیت آنها بین ۲۰ تا ۵۰ درصد کل افراد متغیر می‌باشد. اعضای این گروه کمترین ریسک را در تغییرات میزان سهام خود اعمال می‌کنند و به صورت هوشمندانه از اختلاف مقادیر سهام‌های نفرات گروه یک استفاده می‌کنند. هر عضو گروه دوم، با استفاده از دارایی دو نفر از سهامداران گروه یک، مقادیر سهام خود را به روز می‌کند [۲۴].

$$pop_j^{group2} = r \times (pop_{1,i}^{group1}) + (1-r) \times (pop_{2,i}^{group1}) \quad (12)$$

در رابطه (۱۲) مقادیر $pop_{1,i}^{group1}$ و $pop_{2,i}^{group1}$ نفراتی از گروه اول و pop_j^{group2} نفر از گروه دوم می‌باشد. r نیز عدد تصادفی در بازه‌ی صفر و یک می‌باشد. گروه سوم سهامداران ۲۰ تا ۵۰ درصد از جمعیت کل را تشکیل داده که با برزندگی ضعیف شناخته می‌شوند. نفرات این گروه از میزان ریسک بالاتری برخوردار و از اختلاف مقادیر سهام‌های خود با نفرات گروه اول بهره‌برداری می‌کنند.

$$S_k = 2 \times r_1 \times (pop_{1,i}^{group1} - pop_k^{group3}) + (2r_2) \times (pop_{2,i}^{group1} - pop_k^{group3}) \quad (13)$$

$$pop_k^{group3}(new) = pop_k^{group3} + (0.8) \times (S_k) \quad k = 1, 2, 3, \dots, n_k \quad (14)$$

در روابط (۱۳) و (۱۴)، r_1 و r_2 اعداد تصادفی در بازه‌ی صفر تا یک و S_k تغییرات سهام نفر k از گروه سوم می‌باشد. pop_k^{group3} نیز نفر k از گروه سوم می‌باشد.

۲-۳ بازار نوسانی

در این حالت، نورات بر اساس میزان ارزش دارایی خود در سه گروه تقسیم می‌شوند. گروه اول ۱۰ تا ۳۰ درصد از افراد بوده و شامل سهامدارانی با برزندگی بالا یا بهترین پاسخ‌های مسئله می‌باشند. گروه اول سعی در حفظ سرمایه خود و تمایلی جهت داد و ستد سهام‌های خود ندارند. این گروه معامله‌ای جهت تغییر میزان سهام خود انجام نمی‌دهند. گروه دوم سهامداران با برزندگی متوسط که در انتهای بازار، مجموع مقادیر سهام‌های هر فرد تغییر نخواهد کرد. در واقع مقادیر برخی از سهام افزایش و مقادیر دیگر کاهش خواهد یافت. مقدار سهامی که بصورت تصادفی به برخی از سهام‌ها اضافه می‌گردد از روابط زیر محاسبه می‌شود.

$$\Delta_{n1} = n_{t1} - \delta + (2 \times r \times \mu \times \phi_1) \quad (15)$$

$$\mu = \left(\frac{t_{pop}}{n_{pop}} \right) \quad \phi_1 = n_{t1} \times g_1 \quad (16)$$

$$n_{t1} = \sum_{y=1}^n |S_{ty}| \quad y = 1, 2, 3, \dots, n \quad (17)$$

$$g_1^k = g_{1,max} - \frac{g_{1,max} - g_{1,min}}{iter_{max}} \times k \quad (18)$$

n_{t1} مجموع سهام‌های فرد t ام قبل از اعمال تغییرات در سهام‌ها، S_{ty} سهام y فرد t ام، δ اطلاعات بازار مبادله و r عدد تصادفی در بازه‌ی صفر و یک می‌باشد. ϕ_1 ریسک مربوط به هر فرد در گروه دوم می‌باشد. μ ضریب ثابت برای هر شخص بوده و g_1 نیز ریسک معمول بازار می‌باشد که با افزایش تکرار مقدار آن کاهش می‌یابد. $g_{1,max}$ و $g_{1,min}$ نشان دهنده بیشترین و کمترین میزان ریسک بازار می‌باشند. برای گروه دوم لازم است هر شخص به اندازه‌ای که سهام اضافی خریداری نموده به همان مقدار نیز برخی از سهام‌های خود را بصورت تصادفی بفروشد تا مجموع سهام‌های هر فرد بدون تغییر باقی بماند. مجموع سهام هر فرد با رابطه (۱۹) کاهش داده می‌شود.

$$\Delta_{n2} = n_{t2} - \delta \quad (19)$$

n_{t2} مجموع سهام‌های فرد t ام بعد از اعمال تغییرات در سهام می‌باشد. مجموع تعداد سهام افراد گروه سوم با انجام داد و ستد در حالت نوسان، تغییر خواهد کرد. هر فرد مقداری از سهام خود را فروش یا خرید خواهد نمود. تغییرات سهام هر فرد بر اساس روابط (۱۸) الی (۲۰) خواهد بود.

$$\Delta_{n3} = (4 \times r_s \times \mu \times \phi_2) \quad r_s = (0.5 - rand) \quad \phi_2 = n_{t2} \times g_2 \quad (20)$$

$$n_{t2} = \sum_{y=1}^n |S_{ty}| \quad y = 1, 2, 3, \dots, n \quad (21)$$

$$g_2^k = g_{2,max} - \frac{g_{2,max} - g_{2,min}}{iter_{max}} \times k \quad (22)$$

در روابط (۲۰) و (۲۲) g_2 ریسک متغیر بازار، μ ضریب افزایش ریسک و k به شماره تکرار برنامه مرتبط می‌باشد.

۳-۳ نحوه پیاده سازی الگوریتم بازار بورس

۱- انتخاب مقادیر اولیه

مانند سایر الگوریتم‌های فراکاوشی، جمعیت اولیه به صورت تصادفی در محدوده بین بازه‌ی حداقل متغیرها و حداکثر آن تولید می‌شود.

$$x_{i,j} = x_L + r.(x_U - x_L) \quad (23)$$

در رابطه (۲۳) x_U و x_L محدوده بالا و پایین مقادیر متغیر طراحی z ام، برای جمعیت و r عدد تصادفی بین صفر و یک می‌باشد.

۲- محاسبه هزینه سهامداران و ارزیابی آنها بر اساس رابطه حداقل نمودن وزن سازه یا تابع هدف

۳- اعمال تغییرات در سهام‌های نفرات گروه دوم در حالت بازار بدون نوسان

۴- اعمال تغییرات در سهام‌های نفرات گروه سوم در حالت بازار بدون نوسان

۵- بررسی مجدد برازندگی سهامداران و رتبه‌بندی آنها بر اساس مقادیر حداقل وزن سازه جریمه شده

۶- داد و ستد در سهام‌های نفرات گروه دوم در حالت نوسان بازار مبادله

۷- داد یا ستد سهام در نفرات گروه سوم در حالت بازار با نوسان

۸- تا زمانی که شرایط اتمام برنامه برآورده نشده برنامه از گام دوم دوباره تکرار می‌شود.

۴- مثال‌های عددی

جهت بررسی کلی عملکرد الگوریتم بازار بورس، بهینه‌سازی ۶ سازه از خرپاهای مینا با تعداد متغیرهای طراحی متفاوت و شرایط بارگذاری و قیدهای طراحی مختلف انتخاب می‌شوند. بر اساس تعداد عضوهای خرپا، مسئله بهینه‌سازی در سه گروه مجزا بررسی می‌شوند. گروه اول از سازه‌های کوچک مقیاس شامل خرپای ۱۰، ۱۸، ۲۲ عضوی، گروه دوم شامل سازه‌های متوسط مقیاس ۲۵ و ۷۲ عضوی و گروه سوم نیز یک مثال از سازه بزرگ مقیاس ۲۰۰ عضوی با ۲۹ متغیر طراحی می‌باشند. جهت آنالیز و طراحی تمامی مسائل از روش سختی مستقیم و از نرم‌افزار متلب متناسب با ماتریس سختی سازه‌ها و شرایط بارگذاری و تکیه‌گاهی آنها جهت برنامه نویسی استفاده شده است. اجرای برنامه‌ها در سیستم رایانه‌ای با مشخصات پردازنده ۴ هسته‌ای با فرکانس ۲/۵۹ گیگا هرتز و ۸ گیگا بایت حافظه دسترسی صورت گرفته است. نتایج بهینه‌سازی با نتایج تحقیقات گذشته نیز مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است. پارامترهای g_1 و g_2 در ارتباط با مقادیر بیشترین و کمترین میزان ریسک بازارها، مطابق پیش فرض الگوریتم برای مسائل مقید مطابق رابطه (۲۲) انتخاب گردیده است [۲۴].

$$g1 = [10^{-12} \quad 0.0] \quad g2 = [0.04 \quad 0.0] \quad (24)$$

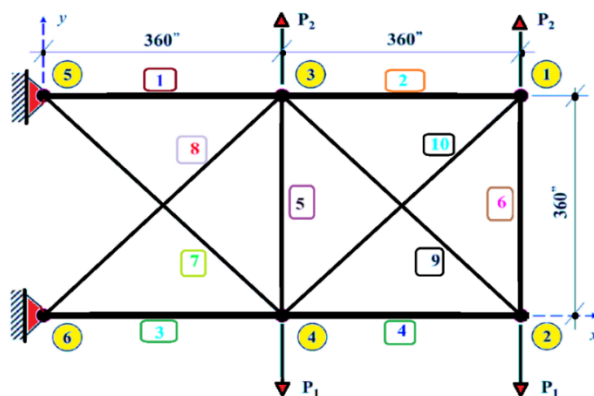
جهت محاسبات آماری، برای هر سازه خرپایی ۵۰ مرتبه اجرای الگوریتم صورت می‌گیرد. مقادیر انحراف از معیار و بهترین و بدترین پاسخ‌های حاصل از الگوریتم از بین ۵۰ مرتبه اجرای آن مورد مقایسه قرار گرفته و بهترین پاسخ انتخاب می‌شود.

۴-۱ خرپای ۱۰ عضوی

یکی از سازه‌های مینا در حوزه بهینه‌سازی سازه‌ها، خرپای دو بعدی ۱۰ عضوی می‌باشد. سازه فوق با روش‌های مختلف از الگوریتم فراکاوشی و در حالت‌های متغیرهای پیوسته یا گسسته مورد بررسی قرار گرفته است. شکل ۱ ویژگی‌های هندسی، بارگذاری و شرایط تکیه‌گاهی خرپای ۱۰ عضوی را نشان می‌دهد. در این تحقیق، دو حالت بارگذاری مورد بررسی قرار می‌گیرد. حالت اول $p_1 = 100 \text{ Kips}$ و $p_2 = 0$ و برای حالت دوم بارگذاری $p_1 = 150 \text{ Kips}$ و $p_2 = 50 \text{ Kips}$ در نظر گرفته می‌شوند. مصالح استفاده شده در

خرپای فوق، با مدول الاستیسیته $E = 10000 \text{ ksi}$ و چگالی مصالح برابر $\rho = 0.1 \text{ lb/in}^3$ می‌باشد. هر عضو خرپا، یک متغیر طراحی مستقل بوده که مقادیر آن از بین حدود بالای مساحت مقاطع $A_{max} = 35 \text{ in}^2$ و پایین آن $A_{min} = 0.1 \text{ in}^2$ انتخاب می‌شوند. قیدهای طراحی خرپای فوق شامل تنش‌های مجاز کششی و فشاری برابر $\pm 25 \text{ ksi}$ و جابجایی مجاز گره‌های خرپا در جهت‌های x و y برابر $\pm 2 \text{ in}$ می‌باشد. در مجموع مسئله فوق برای ۲۸ قید طراحی شامل ۲۰ قید کنترل تنش‌های کششی و فشاری عضوهای خرپا و ۸ قید کنترل جابجایی گره‌های خرپا کنترل شود. همانطور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود. الگوریتم بازار بورس کمترین مقدار وزن را برای حالت بارگذاری اول در مقایسه با سایر الگوریتم‌های اشاره شده در جدول بدست آورده است. الگوریتم فوق وزن بهینه خرپا را 5060 lb در 13000 محاسبات سازه‌ای محاسبه نموده است که با بررسی تاریخچه مطالعات، مقادیر کمترین وزن بهینه مطابق جدول ۱ برابر 1 lb بر اساس تحقیقات سونمز در 50000 تلاش محاسباتی می‌باشد. لذا الگوریتم بازار بورس در تعداد تکرارهای کمتری (کاهش ۹۰ درصدی) وزن بهینه را برآورد نموده است. بیشترین وزن بهینه نیز مربوط به الگوریتم CSA برابر $5095/40 \text{ lb}$ می‌باشد.

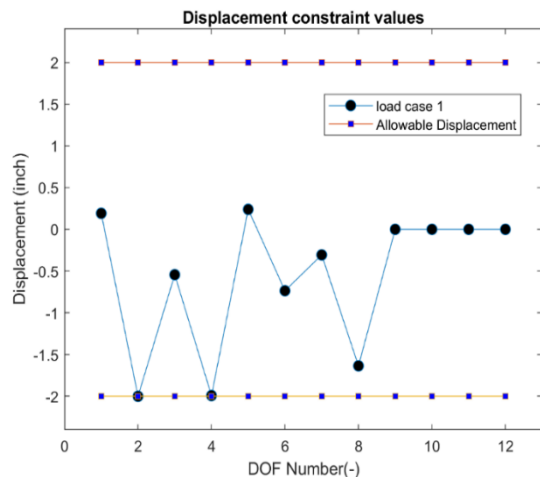
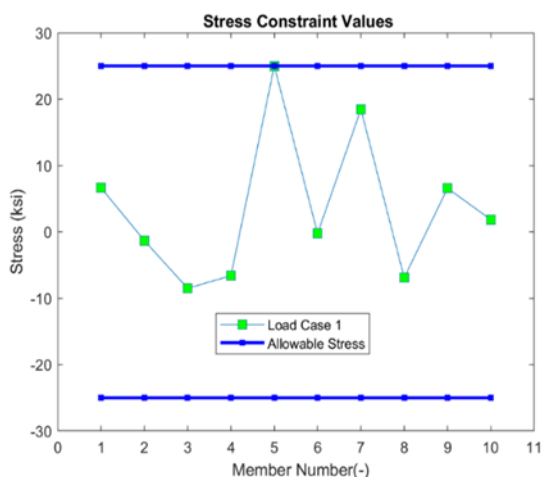
مطابق شکل ۲ و ۳ مقادیر قیدهای طراحی خرپای ۱۰ عضوی در حالت بارگذاری اول و دوم در محدوده‌ی مجاز بوده و هیچ‌گونه تخطی از مقادیر مرزی قیدها صورت نگرفته است. وزن بهینه حاصل از الگوریتم فوق برای خرپای ۱۰ عضوی تحت حالت بارگذاری دوم $4677/0$ پوند و مطابق با کمترین مقادیر وزن بهینه در جدول ۲ می‌باشد. همچنین مدت زمان محاسباتی سازه فوق برابر ۱۳ ثانیه شده است. تعداد تلاش‌های محاسباتی الگوریتم بازار بورس در هر دو حالت بارگذاری، نسبت به بیشتر الگوریتم‌ها در جدول ۱ و ۲ کمترین تعداد محاسبات می‌باشد.



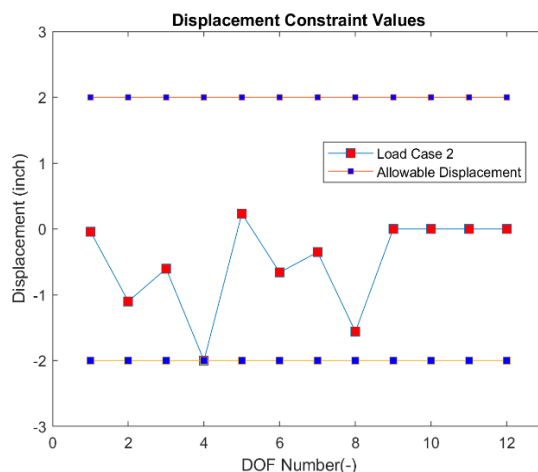
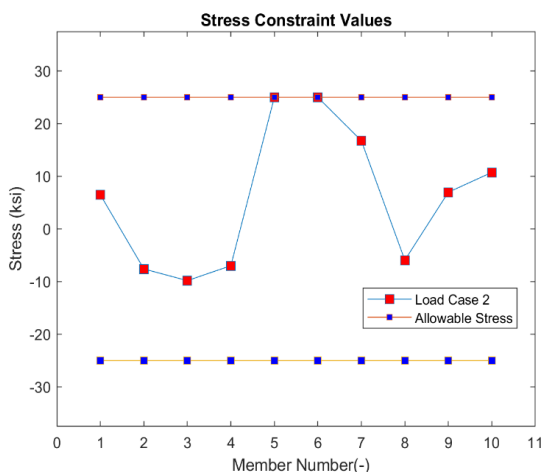
شکل ۱: خرپای ۱۰ عضوی

جدول ۱: نتایج مربوط به خرپای ۱۰ عضوی برای حالت بارگذاری اول

Design variable ()	Li et al [7] HPSO	Sonmez [25] (ABC-AP)	Degertekin [29]		Kaveh et al [31] (WEO)	Kaveh et al [35] (CPA)	Javidi et al [21]		Koshkbaghi et al [13] (ACCS)	This study (EMA)
			(EHS)	(SAHS)			(CSA)	(ECSA)		
A_1	30.704	30.548	30.208	30.394	30.5755	30.5022	33.6116	30.5096	30.646	30.5165
A_2	0.100	0.100	0.100	0.100	0.1000	0.1000	0.1478	0.1000	0.1	0.100
A_3	23.167	23.180	22.698	23.098	23.3368	23.2170	22.9345	23.2253	23.103	23.2092
A_4	15.183	15.218	15.275	15.491	15.1497	15.2204	13.9637	15.2315	15.063	15.1873
A_5	0.100	0.100	0.100	0.100	0.1000	0.1001	0.1050	0.1000	0.1	0.1000
A_6	0.551	0.551	0.529	0.529	0.5276	0.5587	0.3611	0.5517	0.573	0.5503
A_7	7.460	7.463	7.558	7.488	7.4458	7.4548	7.9202	7.4561	7.478	7.4569
A_8	20.978	21.058	21.559	21.189	20.9892	21.0371	22.0883	21.0276	21.094	21.0417
A_9	21.508	21.501	21.491	21.342	21.5236	21.5295	19.6785	21.5239	21.532	21.5463
A_{10}	0.100	0.100	0.100	0.100	0.1000	0.1002	0.1041	0.1000	0.1	0.100
Weight (lb)	5060.92	5060.880	5062.39	5061.42	5060.99	5060.92	5095.40	5060.91	5061.03	5060.85
Mean (lb)	N/A	N/A	5063.73	5061.95	5062.09	5062.45	5290.79	5063.41	5061.07	5064.85
Stdev (lb)	N/A	N/A	1.98	0.71	2.05	3.77	125.89	5.43	0.09	7.010
NSA	125,000	500,000	9,791	7,081	19,540	23,700	18,706	16,401	12,000	13,000



شکل ۲: مقادیر قیدهای جابجایی (شکل سمت راست) و قیدهای تنش (شکل سمت چپ) برای خرپای ۱۰ عضوی در حالت بارگذاری اول



شکل ۳: مقادیر قیدهای جابجایی (شکل سمت راست) و قیدهای تنش (شکل سمت چپ) برای خرپای ۱۰ عضوی در حالت بارگذاری دوم

جدول ۲: نتایج مربوط به خرپای ۱۰ عضوی برای حالت بارگذاری دوم

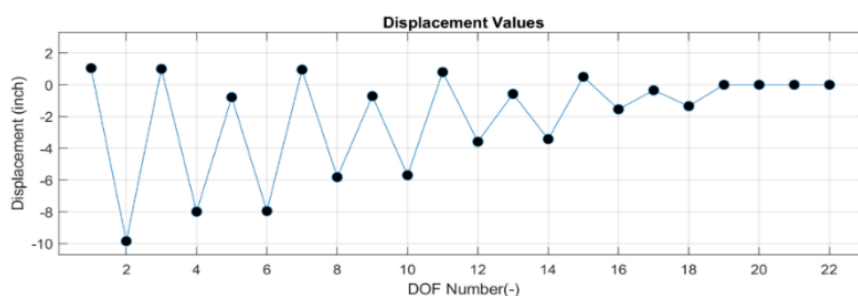
Design variable ()	Li et al [7]	Sonmez [25]	Degertekin [29]		Kaveh et al [31]	Kaveh et al [35]	Khatibinia & Yazdani [20]		Koshkbaghi et al [13]	Kaveh et al [32]	This study (EMA)
	HPSO	(ABC-AP)	(EHS)	(SAHS)	(WEO)	(CPA)	(MGSA)	(AMGSA)	(ACCS)	(PGO)	
A ₁	23.353	23.4692	23.589	23.525	23.5804	23.5515	23.6	23.5	23.522	23.5326	23.635
A ₂	0.100	0.1005	0.100	0.100	0.1003	0.1000	0.1	0.1	0.1	0.1000	0.100
A ₃	25.502	25.2393	25.422	25.429	25.1582	25.5440	25.4	25.4	25.364	25.0068	25.144
A ₄	14.250	14.354	14.488	14.488	14.1801	14.1674	14.2	14.3	14.503	14.4241	14.437
A ₅	0.100	0.1001	0.100	0.100	0.1002	0.1000	0.1	0.1	0.1	0.1000	0.100
A ₆	1.972	1.9701	1.992	1.995	1.9708	1.9698	2.0	2.0	1.97	1.9721	1.9696
A ₇	12.363	12.4128	12.352	12.334	12.4511	12.3533	12.4	12.4	12.417	12.4286	12.380
A ₈	12.984	12.8925	12.698	12.689	12.9349	12.8167	12.8	12.8	12.938	12.8215	12.708
A ₉	20.356	20.3343	20.354	20.3595	20.3595	20.3302	20.5	20.3	20.058	20.4603	20.441
A ₁₀	0.1010	0.1000	0.1000	0.1001	0.1001	0.1001	0.1	0.1	0.1	0.1000	0.1000
Weight (lb)	4677.29	4677.07	4678.31	4677.31	4677.31	4677.16	4,677.2	4,677.0	4677.267	4,677.17	4,677.0
Mean (lb)	N/A	N/A	4680.12	4679.06	4679.06	4678.62	4,678.1	4,677.2	4677.909	4,677.88	4677.9
Stdev (lb)	N/A	N/A	1.016	2.07	2.07	0.95	0.9	0.1	0.455	0.72	0.80
NSA	125000	50000	14,857	19,890	19,890	23,640	15,000	10,500	12,000	17,580	19000

۴-۲ خرپای ۱۸ عضوی

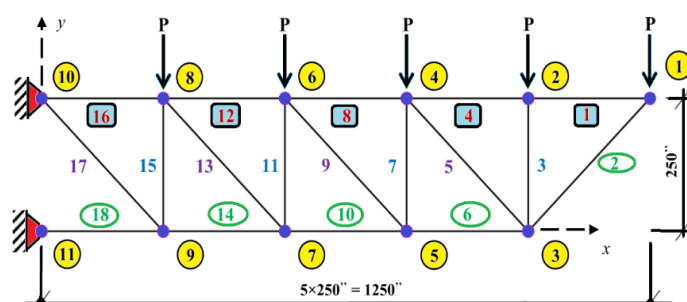
یکی دیگر از مثال‌های شناخته شده در حوزه بهینه‌سازی، خرپای دو بعدی طره‌ای ۱۸ عضوی می‌باشد. بهینه‌سازی سازه فوق توسط محققان زیادی انجام گرفته است. سازه خرپای فوق با ۱۸ عضو و ۱۱ گره تحت بارهای ثقلی 20 kips بر گره‌های آزاد بال فوقانی بهینه‌سازی می‌شود. بر اساس شکل ۴ نحوه بارگذاری، مشخصات هندسی، اتصال اعضا و موقعیت تکیه‌گاهی سازه خرپایی ۱۸ عضوی مشخص شده است. اعضای سازه از مصالح یکسان ساخته شده و مدول الاستیسیته و چگالی مصالح سازه‌ای به ترتیب برابر $E = 10000 \text{ ksi}$ و $\rho = 0.1 \text{ lb/in}^3$ می‌باشند. عضوهای خرپا در ۴ گروه دسته‌بندی می‌شوند. فرمولبندی معادله بهینه‌سازی خرپا با ۴ متغیر طراحی تعریف می‌شود که مقادیر متغیرها از بین حدود بالای مساحت مقاطع $A_{max} = 50 \text{ in}^2$ و حد پایین آن $A_{min} = 0.1 \text{ in}^2$ انتخاب می‌شوند. قیدهای طراحی خرپای فوق شامل تنش‌های مجاز کششی و فشاری برابر $\pm 20 \text{ ksi}$ و هیچ قید کنترل جابجایی گره‌های خرپا صورت نمی‌گیرد. برای اعضای فشاری، قید کنترل محدوده کمانشی اوپلر نیز با رابطه (۲۵) محاسبه و کنترل می‌شود.

$$\sigma_i^b = -\frac{KEA_i}{L_i^2} \quad (25)$$

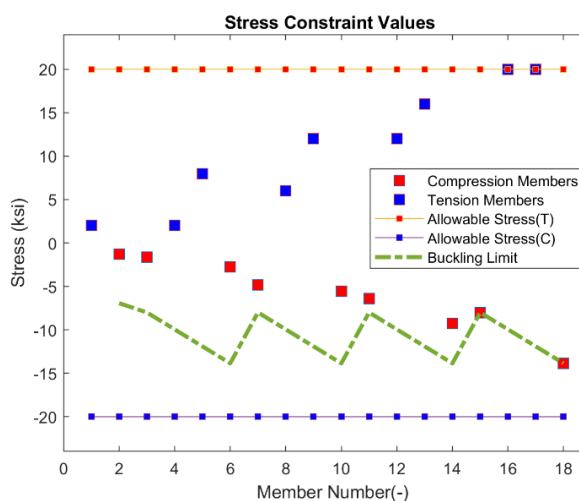
متغیرهای A_i و L_i به ترتیب سطح مقطع و طول عضو تحت بار فشاری و E مدول الاستیسیته اعضای خرپا می‌باشد. ضریب K نیز به مشخصات و ویژگی هندسی مقاطع مرتبط بوده و در این تحقیق $K = 4$ در نظر گرفته می‌شود [۹]. متغیرهای اندازه سازه‌ای در ۴ گروه شامل گروه A_1 عضوهای شماره ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶ و گروه A_2 عضوهای شماره ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ۶۰، ۶۱، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰، ۷۱، ۷۲، ۷۳، ۷۴، ۷۵، ۷۶، ۷۷، ۷۸، ۷۹، ۸۰، ۸۱، ۸۲، ۸۳، ۸۴، ۸۵، ۸۶، ۸۷، ۸۸، ۸۹، ۹۰، ۹۱، ۹۲، ۹۳، ۹۴، ۹۵، ۹۶، ۹۷، ۹۸، ۹۹، ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۲، ۱۰۳، ۱۰۴، ۱۰۵، ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۰۸، ۱۰۹، ۱۱۰، ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۳، ۱۱۴، ۱۱۵، ۱۱۶، ۱۱۷، ۱۱۸، ۱۱۹، ۱۲۰، ۱۲۱، ۱۲۲، ۱۲۳، ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۷، ۱۲۸، ۱۲۹، ۱۳۰، ۱۳۱، ۱۳۲، ۱۳۳، ۱۳۴، ۱۳۵، ۱۳۶، ۱۳۷، ۱۳۸، ۱۳۹، ۱۴۰، ۱۴۱، ۱۴۲، ۱۴۳، ۱۴۴، ۱۴۵، ۱۴۶، ۱۴۷، ۱۴۸، ۱۴۹، ۱۵۰، ۱۵۱، ۱۵۲، ۱۵۳، ۱۵۴، ۱۵۵، ۱۵۶، ۱۵۷، ۱۵۸، ۱۵۹، ۱۶۰، ۱۶۱، ۱۶۲، ۱۶۳، ۱۶۴، ۱۶۵، ۱۶۶، ۱۶۷، ۱۶۸، ۱۶۹، ۱۷۰، ۱۷۱، ۱۷۲، ۱۷۳، ۱۷۴، ۱۷۵، ۱۷۶، ۱۷۷، ۱۷۸، ۱۷۹، ۱۸۰، ۱۸۱، ۱۸۲، ۱۸۳، ۱۸۴، ۱۸۵، ۱۸۶، ۱۸۷، ۱۸۸، ۱۸۹، ۱۹۰، ۱۹۱، ۱۹۲، ۱۹۳، ۱۹۴، ۱۹۵، ۱۹۶، ۱۹۷، ۱۹۸، ۱۹۹، ۲۰۰، ۲۰۱، ۲۰۲، ۲۰۳، ۲۰۴، ۲۰۵، ۲۰۶، ۲۰۷، ۲۰۸، ۲۰۹، ۲۱۰، ۲۱۱، ۲۱۲، ۲۱۳، ۲۱۴، ۲۱۵، ۲۱۶، ۲۱۷، ۲۱۸، ۲۱۹، ۲۲۰، ۲۲۱، ۲۲۲، ۲۲۳، ۲۲۴، ۲۲۵، ۲۲۶، ۲۲۷، ۲۲۸، ۲۲۹، ۲۳۰، ۲۳۱، ۲۳۲، ۲۳۳، ۲۳۴، ۲۳۵، ۲۳۶، ۲۳۷، ۲۳۸، ۲۳۹، ۲۴۰، ۲۴۱، ۲۴۲، ۲۴۳، ۲۴۴، ۲۴۵، ۲۴۶، ۲۴۷، ۲۴۸، ۲۴۹، ۲۵۰، ۲۵۱، ۲۵۲، ۲۵۳، ۲۵۴، ۲۵۵، ۲۵۶، ۲۵۷، ۲۵۸، ۲۵۹، ۲۶۰، ۲۶۱، ۲۶۲، ۲۶۳، ۲۶۴، ۲۶۵، ۲۶۶، ۲۶۷، ۲۶۸، ۲۶۹، ۲۷۰، ۲۷۱، ۲۷۲، ۲۷۳، ۲۷۴، ۲۷۵، ۲۷۶، ۲۷۷، ۲۷۸، ۲۷۹، ۲۸۰، ۲۸۱، ۲۸۲، ۲۸۳، ۲۸۴، ۲۸۵، ۲۸۶، ۲۸۷، ۲۸۸، ۲۸۹، ۲۹۰، ۲۹۱، ۲۹۲، ۲۹۳، ۲۹۴، ۲۹۵، ۲۹۶، ۲۹۷، ۲۹۸، ۲۹۹، ۳۰۰، ۳۰۱، ۳۰۲، ۳۰۳، ۳۰۴، ۳۰۵، ۳۰۶، ۳۰۷، ۳۰۸، ۳۰۹، ۳۱۰، ۳۱۱، ۳۱۲، ۳۱۳، ۳۱۴، ۳۱۵، ۳۱۶، ۳۱۷، ۳۱۸، ۳۱۹، ۳۲۰، ۳۲۱، ۳۲۲، ۳۲۳، ۳۲۴، ۳۲۵، ۳۲۶، ۳۲۷، ۳۲۸، ۳۲۹، ۳۳۰، ۳۳۱، ۳۳۲، ۳۳۳، ۳۳۴، ۳۳۵، ۳۳۶، ۳۳۷، ۳۳۸، ۳۳۹، ۳۴۰، ۳۴۱، ۳۴۲، ۳۴۳، ۳۴۴، ۳۴۵، ۳۴۶، ۳۴۷، ۳۴۸، ۳۴۹، ۳۵۰، ۳۵۱، ۳۵۲، ۳۵۳، ۳۵۴، ۳۵۵، ۳۵۶، ۳۵۷، ۳۵۸، ۳۵۹، ۳۶۰، ۳۶۱، ۳۶۲، ۳۶۳، ۳۶۴، ۳۶۵، ۳۶۶، ۳۶۷، ۳۶۸، ۳۶۹، ۳۷۰، ۳۷۱، ۳۷۲، ۳۷۳، ۳۷۴، ۳۷۵، ۳۷۶، ۳۷۷، ۳۷۸، ۳۷۹، ۳۸۰، ۳۸۱، ۳۸۲، ۳۸۳، ۳۸۴، ۳۸۵، ۳۸۶، ۳۸۷، ۳۸۸، ۳۸۹، ۳۹۰، ۳۹۱، ۳۹۲، ۳۹۳، ۳۹۴، ۳۹۵، ۳۹۶، ۳۹۷، ۳۹۸، ۳۹۹، ۴۰۰، ۴۰۱، ۴۰۲، ۴۰۳، ۴۰۴، ۴۰۵، ۴۰۶، ۴۰۷، ۴۰۸، ۴۰۹، ۴۱۰، ۴۱۱، ۴۱۲، ۴۱۳، ۴۱۴، ۴۱۵، ۴۱۶، ۴۱۷، ۴۱۸، ۴۱۹، ۴۲۰، ۴۲۱، ۴۲۲، ۴۲۳، ۴۲۴، ۴۲۵، ۴۲۶، ۴۲۷، ۴۲۸، ۴۲۹، ۴۳۰، ۴۳۱، ۴۳۲، ۴۳۳، ۴۳۴، ۴۳۵، ۴۳۶، ۴۳۷، ۴۳۸، ۴۳۹، ۴۴۰، ۴۴۱، ۴۴۲، ۴۴۳، ۴۴۴، ۴۴۵، ۴۴۶، ۴۴۷، ۴۴۸، ۴۴۹، ۴۵۰، ۴۵۱، ۴۵۲، ۴۵۳، ۴۵۴، ۴۵۵، ۴۵۶، ۴۵۷، ۴۵۸، ۴۵۹، ۴۶۰، ۴۶۱، ۴۶۲، ۴۶۳، ۴۶۴، ۴۶۵، ۴۶۶، ۴۶۷، ۴۶۸، ۴۶۹، ۴۷۰، ۴۷۱، ۴۷۲، ۴۷۳، ۴۷۴، ۴۷۵، ۴۷۶، ۴۷۷، ۴۷۸، ۴۷۹، ۴۸۰، ۴۸۱، ۴۸۲، ۴۸۳، ۴۸۴، ۴۸۵، ۴۸۶، ۴۸۷، ۴۸۸، ۴۸۹، ۴۹۰، ۴۹۱، ۴۹۲، ۴۹۳، ۴۹۴، ۴۹۵، ۴۹۶، ۴۹۷، ۴۹۸، ۴۹۹، ۵۰۰، ۵۰۱، ۵۰۲، ۵۰۳، ۵۰۴، ۵۰۵، ۵۰۶، ۵۰۷، ۵۰۸، ۵۰۹، ۵۱۰، ۵۱۱، ۵۱۲، ۵۱۳، ۵۱۴، ۵۱۵، ۵۱۶، ۵۱۷، ۵۱۸، ۵۱۹، ۵۲۰، ۵۲۱، ۵۲۲، ۵۲۳، ۵۲۴، ۵۲۵، ۵۲۶، ۵۲۷، ۵۲۸، ۵۲۹، ۵۳۰، ۵۳۱، ۵۳۲، ۵۳۳، ۵۳۴، ۵۳۵، ۵۳۶، ۵۳۷، ۵۳۸، ۵۳۹، ۵۴۰، ۵۴۱، ۵۴۲، ۵۴۳، ۵۴۴، ۵۴۵، ۵۴۶، ۵۴۷، ۵۴۸، ۵۴۹، ۵۵۰، ۵۵۱، ۵۵۲، ۵۵۳، ۵۵۴، ۵۵۵، ۵۵۶، ۵۵۷، ۵۵۸، ۵۵۹، ۵۶۰، ۵۶۱، ۵۶۲، ۵۶۳، ۵۶۴، ۵۶۵، ۵۶۶، ۵۶۷، ۵۶۸، ۵۶۹، ۵۷۰، ۵۷۱، ۵۷۲، ۵۷۳، ۵۷۴، ۵۷۵، ۵۷۶، ۵۷۷، ۵۷۸، ۵۷۹، ۵۸۰، ۵۸۱، ۵۸۲، ۵۸۳، ۵۸۴، ۵۸۵، ۵۸۶، ۵۸۷، ۵۸۸، ۵۸۹، ۵۹۰، ۵۹۱، ۵۹۲، ۵۹۳، ۵۹۴، ۵۹۵، ۵۹۶، ۵۹۷، ۵۹۸، ۵۹۹، ۶۰۰، ۶۰۱، ۶۰۲، ۶۰۳، ۶۰۴، ۶۰۵، ۶۰۶، ۶۰۷، ۶۰۸، ۶۰۹، ۶۱۰، ۶۱۱، ۶۱۲، ۶۱۳، ۶۱۴، ۶۱۵، ۶۱۶، ۶۱۷، ۶۱۸، ۶۱۹، ۶۲۰، ۶۲۱، ۶۲۲، ۶۲۳، ۶۲۴، ۶۲۵، ۶۲۶، ۶۲۷، ۶۲۸، ۶۲۹، ۶۳۰، ۶۳۱، ۶۳۲، ۶۳۳، ۶۳۴، ۶۳۵، ۶۳۶، ۶۳۷، ۶۳۸، ۶۳۹، ۶۴۰، ۶۴۱، ۶۴۲، ۶۴۳، ۶۴۴، ۶۴۵، ۶۴۶، ۶۴۷، ۶۴۸، ۶۴۹، ۶۵۰، ۶۵۱، ۶۵۲، ۶۵۳، ۶۵۴، ۶۵۵، ۶۵۶، ۶۵۷، ۶۵۸، ۶۵۹، ۶۶۰، ۶۶۱، ۶۶۲، ۶۶۳، ۶۶۴، ۶۶۵، ۶۶۶، ۶۶۷، ۶۶۸، ۶۶۹، ۶۷۰، ۶۷۱، ۶۷۲، ۶۷۳، ۶۷۴، ۶۷۵، ۶۷۶، ۶۷۷، ۶۷۸، ۶۷۹، ۶۸۰، ۶۸۱، ۶۸۲، ۶۸۳، ۶۸۴، ۶۸۵، ۶۸۶، ۶۸۷، ۶۸۸، ۶۸۹، ۶۹۰، ۶۹۱، ۶۹۲، ۶۹۳، ۶۹۴، ۶۹۵، ۶۹۶، ۶۹۷، ۶۹۸، ۶۹۹، ۷۰۰، ۷۰۱، ۷۰۲، ۷۰۳، ۷۰۴، ۷۰۵، ۷۰۶، ۷۰۷، ۷۰۸، ۷۰۹، ۷۱۰، ۷۱۱، ۷۱۲، ۷۱۳، ۷۱۴، ۷۱۵، ۷۱۶، ۷۱۷، ۷۱۸، ۷۱۹، ۷۲۰، ۷۲۱، ۷۲۲، ۷۲۳، ۷۲۴، ۷۲۵، ۷۲۶، ۷۲۷، ۷۲۸، ۷۲۹، ۷۳۰، ۷۳۱، ۷۳۲، ۷۳۳، ۷۳۴، ۷۳۵، ۷۳۶، ۷۳۷، ۷۳۸، ۷۳۹، ۷۴۰، ۷۴۱، ۷۴۲، ۷۴۳، ۷۴۴، ۷۴۵، ۷۴۶، ۷۴۷، ۷۴۸، ۷۴۹، ۷۵۰، ۷۵۱، ۷۵۲، ۷۵۳، ۷۵۴، ۷۵۵، ۷۵۶، ۷۵۷، ۷۵۸، ۷۵۹، ۷۶۰، ۷۶۱، ۷۶۲، ۷۶۳، ۷۶۴، ۷۶۵، ۷۶۶، ۷۶۷، ۷۶۸، ۷۶۹، ۷۷۰، ۷۷۱، ۷۷۲، ۷۷۳، ۷۷۴، ۷۷۵، ۷۷۶، ۷۷۷، ۷۷۸، ۷۷۹، ۷۸۰، ۷۸۱، ۷۸۲، ۷۸۳، ۷۸۴، ۷۸۵، ۷۸۶، ۷۸۷، ۷۸۸، ۷۸۹، ۷۹۰، ۷۹۱، ۷۹۲، ۷۹۳، ۷۹۴، ۷۹۵، ۷۹۶، ۷۹۷، ۷۹۸، ۷۹۹، ۸۰۰، ۸۰۱، ۸۰۲، ۸۰۳، ۸۰۴، ۸۰۵، ۸۰۶، ۸۰۷، ۸۰۸، ۸۰۹، ۸۱۰، ۸۱۱، ۸۱۲، ۸۱۳، ۸۱۴، ۸۱۵، ۸۱۶، ۸۱۷، ۸۱۸، ۸۱۹، ۸۲۰، ۸۲۱، ۸۲۲، ۸۲۳، ۸۲۴، ۸۲۵، ۸۲۶، ۸۲۷، ۸۲۸، ۸۲۹، ۸۳۰، ۸۳۱، ۸۳۲، ۸۳۳، ۸۳۴، ۸۳۵، ۸۳۶، ۸۳۷، ۸۳۸، ۸۳۹، ۸۴۰، ۸۴۱، ۸۴۲، ۸۴۳، ۸۴۴، ۸۴۵، ۸۴۶، ۸۴۷، ۸۴۸، ۸۴۹، ۸۵۰، ۸۵۱، ۸۵۲، ۸۵۳، ۸۵۴، ۸۵۵، ۸۵۶، ۸۵۷، ۸۵۸، ۸۵۹، ۸۶۰، ۸۶۱، ۸۶۲، ۸۶۳، ۸۶۴، ۸۶۵، ۸۶۶، ۸۶۷، ۸۶۸، ۸۶۹، ۸۷۰، ۸۷۱، ۸۷۲، ۸۷۳، ۸۷۴، ۸۷۵، ۸۷۶، ۸۷۷، ۸۷۸، ۸۷۹، ۸۸۰، ۸۸۱، ۸۸۲، ۸۸۳، ۸۸۴، ۸۸۵، ۸۸۶، ۸۸۷، ۸۸۸، ۸۸۹، ۸۹۰، ۸۹۱، ۸۹۲، ۸۹۳، ۸۹۴، ۸۹۵، ۸۹۶، ۸۹۷، ۸۹۸، ۸۹۹، ۹۰۰، ۹۰۱، ۹۰۲، ۹۰۳، ۹۰۴، ۹۰۵، ۹۰۶، ۹۰۷، ۹۰۸، ۹۰۹، ۹۱۰، ۹۱۱، ۹۱۲، ۹۱۳، ۹۱۴، ۹۱۵، ۹۱۶، ۹۱۷، ۹۱۸، ۹۱۹، ۹۲۰، ۹۲۱، ۹۲۲، ۹۲۳، ۹۲۴، ۹۲۵، ۹۲۶، ۹۲۷، ۹۲۸، ۹۲۹، ۹۳۰، ۹۳۱، ۹۳۲، ۹۳۳، ۹۳۴، ۹۳۵، ۹۳۶، ۹۳۷، ۹۳۸، ۹۳۹، ۹۴۰، ۹۴۱، ۹۴۲، ۹۴۳، ۹۴۴، ۹۴۵، ۹۴۶، ۹۴۷، ۹۴۸، ۹۴۹، ۹۵۰، ۹۵۱، ۹۵۲، ۹۵۳، ۹۵۴، ۹۵۵، ۹۵۶، ۹۵۷، ۹۵۸، ۹۵۹، ۹۶۰، ۹۶۱، ۹۶۲، ۹۶۳، ۹۶۴، ۹۶۵، ۹۶۶، ۹۶۷، ۹۶۸، ۹۶۹، ۹۷۰، ۹۷۱، ۹۷۲، ۹۷۳، ۹۷۴، ۹۷۵، ۹۷۶، ۹۷۷، ۹۷۸، ۹۷۹، ۹۸۰، ۹۸۱، ۹۸۲، ۹۸۳، ۹۸۴، ۹۸۵، ۹۸۶، ۹۸۷، ۹۸۸، ۹۸۹، ۹۹۰، ۹۹۱، ۹۹۲، ۹۹۳، ۹۹۴، ۹۹۵، ۹۹۶، ۹۹۷، ۹۹۸، ۹۹۹، ۱۰۰۰، ۱۰۰۱، ۱۰۰۲، ۱۰۰۳، ۱۰۰۴، ۱۰۰۵، ۱۰۰۶، ۱۰۰۷، ۱۰۰۸، ۱۰۰۹، ۱۰۱۰، ۱۰۱۱، ۱۰۱۲، ۱۰۱۳، ۱۰۱۴، ۱۰۱۵، ۱۰۱۶، ۱۰۱۷، ۱۰۱۸، ۱۰۱۹، ۱۰۲۰، ۱۰۲۱، ۱۰۲۲، ۱۰۲۳، ۱۰۲۴، ۱۰۲۵، ۱۰۲۶، ۱۰۲۷، ۱۰۲۸، ۱۰۲۹، ۱۰۳۰، ۱۰۳۱، ۱۰۳۲، ۱۰۳۳، ۱۰۳۴، ۱۰۳۵، ۱۰۳۶، ۱۰۳۷، ۱۰۳۸، ۱۰۳۹، ۱۰۴۰، ۱۰۴۱، ۱۰۴۲، ۱۰۴۳، ۱۰۴۴، ۱۰۴۵، ۱۰۴۶، ۱۰۴۷، ۱۰۴۸، ۱۰۴۹، ۱۰۵۰، ۱۰۵۱، ۱۰۵۲، ۱۰۵۳، ۱۰۵۴، ۱۰۵۵، ۱۰۵۶، ۱۰۵۷، ۱۰۵۸، ۱۰۵۹، ۱۰۶۰، ۱۰۶۱، ۱۰۶۲، ۱۰۶۳، ۱۰۶۴، ۱۰۶۵، ۱۰۶۶، ۱۰۶۷، ۱۰۶۸، ۱۰۶۹، ۱۰۷۰، ۱۰۷۱، ۱۰۷۲، ۱۰۷۳، ۱۰۷۴، ۱۰۷۵، ۱۰۷۶، ۱۰۷۷، ۱۰۷۸، ۱۰۷۹، ۱۰۸۰، ۱۰۸۱، ۱۰۸۲، ۱۰۸۳، ۱۰۸۴، ۱۰۸۵، ۱۰۸۶، ۱۰۸۷، ۱۰۸۸، ۱۰۸۹، ۱۰۹۰، ۱۰۹۱، ۱۰۹۲، ۱۰۹۳، ۱۰۹۴، ۱۰۹۵، ۱۰۹۶، ۱۰۹۷، ۱۰۹۸، ۱۰۹۹، ۱۱۰۰، ۱۱۰۱، ۱۱۰۲، ۱۱۰۳، ۱۱۰۴، ۱۱۰۵، ۱۱۰۶، ۱۱۰۷، ۱۱۰۸، ۱۱۰۹، ۱۱۱۰، ۱۱۱۱، ۱۱۱۲، ۱۱۱۳، ۱۱۱۴، ۱۱۱۵، ۱۱۱۶، ۱۱۱۷، ۱۱۱۸، ۱۱۱۹، ۱۱۲۰، ۱۱۲۱، ۱۱۲۲، ۱۱۲۳، ۱۱۲۴، ۱۱۲۵، ۱۱۲۶، ۱۱۲۷، ۱۱۲۸، ۱۱۲۹، ۱۱۳۰، ۱۱۳۱، ۱۱۳۲، ۱۱۳۳، ۱۱۳۴، ۱۱۳۵، ۱۱۳۶، ۱۱۳۷، ۱۱۳۸، ۱۱۳۹، ۱۱۴۰، ۱۱۴۱، ۱۱۴۲، ۱۱۴۳، ۱۱۴۴، ۱۱۴۵، ۱۱۴۶، ۱۱۴۷، ۱۱۴۸، ۱۱۴۹، ۱۱۵۰، ۱۱۵۱، ۱۱۵۲، ۱۱۵۳، ۱۱۵۴، ۱۱۵۵، ۱۱۵۶، ۱۱۵۷، ۱۱۵۸، ۱۱۵۹، ۱۱۶۰، ۱۱۶۱، ۱۱۶۲، ۱۱۶۳، ۱۱۶۴، ۱۱۶۵، ۱۱۶۶، ۱۱۶۷، ۱۱۶۸، ۱۱۶۹، ۱۱۷۰، ۱۱۷۱، ۱۱۷۲، ۱۱۷۳، ۱۱۷۴، ۱۱۷۵، ۱۱۷۶، ۱۱۷۷، ۱۱۷۸، ۱۱۷۹، ۱۱۸۰، ۱۱۸۱، ۱۱۸۲، ۱۱۸۳، ۱۱۸۴، ۱۱۸۵، ۱۱۸۶، ۱۱۸۷، ۱۱۸۸، ۱۱۸۹، ۱۱۹۰، ۱۱۹۱، ۱۱۹۲، ۱۱۹۳، ۱۱۹۴، ۱۱۹۵، ۱۱۹۶، ۱۱۹۷، ۱۱۹۸، ۱۱۹۹، ۱۲۰۰، ۱۲۰۱، ۱۲۰۲، ۱۲۰۳، ۱۲۰۴، ۱۲۰۵، ۱۲۰۶، ۱۲۰۷، ۱۲۰۸، ۱۲۰۹، ۱۲۱۰، ۱۲۱۱، ۱۲۱۲، ۱۲۱۳، ۱۲۱۴، ۱۲۱۵، ۱۲۱۶، ۱۲۱۷، ۱۲۱۸، ۱۲۱۹، ۱۲۲۰، ۱۲۲۱، ۱۲۲۲، ۱۲۲۳، ۱۲۲۴، ۱۲۲۵، ۱۲۲۶، ۱۲۲۷، ۱۲۲۸، ۱۲۲۹، ۱۲۳۰، ۱۲۳۱، ۱۲۳۲، ۱۲۳۳، ۱۲۳۴، ۱۲۳۵، ۱۲۳۶، ۱۲۳۷، ۱۲۳۸، ۱۲۳۹، ۱۲۴۰، ۱۲۴۱، ۱۲۴۲، ۱۲۴۳، ۱۲۴۴، ۱۲۴۵، ۱۲۴۶، ۱۲۴۷، ۱۲۴۸، ۱۲۴۹، ۱۲۵۰، ۱۲۵۱، ۱۲۵۲، ۱۲۵۳، ۱۲۵۴، ۱۲۵۵، ۱۲۵۶، ۱۲۵۷، ۱۲۵۸، ۱۲۵۹، ۱۲۶۰، ۱۲۶۱، ۱۲۶۲، ۱۲۶۳، ۱۲۶۴، ۱۲۶۵، ۱۲۶۶، ۱۲۶۷، ۱۲۶۸، ۱۲۶۹، ۱۲۷۰، ۱۲۷۱، ۱۲۷۲، ۱۲۷۳، ۱۲۷۴، ۱۲۷۵، ۱۲۷۶، ۱۲۷۷، ۱۲۷۸، ۱۲۷۹، ۱۲۸۰، ۱۲۸۱، ۱۲۸۲، ۱۲۸۳، ۱۲۸۴، ۱۲۸۵، ۱۲۸۶، ۱۲۸۷، ۱۲۸۸، ۱۲۸۹، ۱۲۹۰، ۱۲۹۱، ۱۲۹۲، ۱۲۹۳، ۱۲۹۴، ۱۲۹۵، ۱۲۹۶، ۱۲۹۷، ۱۲۹۸، ۱۲۹۹، ۱۳۰۰، ۱۳۰۱، ۱۳۰۲، ۱۳۰۳، ۱۳۰۴، ۱۳۰۵، ۱۳۰۶، ۱۳۰۷، ۱۳۰۸، ۱۳۰۹، ۱۳۱۰، ۱۳۱۱، ۱۳۱۲، ۱۳۱۳، ۱۳۱۴، ۱۳۱۵، ۱۳۱۶، ۱۳۱۷، ۱۳۱۸، ۱۳۱۹، ۱۳۲۰، ۱۳۲۱، ۱۳۲۲، ۱۳۲۳، ۱۳۲۴، ۱۳۲۵، ۱۳۲۶، ۱۳۲۷، ۱۳۲۸، ۱۳۲۹، ۱۳۳۰، ۱۳۳۱، ۱۳۳۲، ۱۳۳۳، ۱۳۳۴، ۱۳۳۵، ۱۳۳۶، ۱۳۳۷، ۱۳۳۸، ۱۳۳۹، ۱۳۴۰، ۱۳۴۱، ۱۳۴۲، ۱۳۴۳، ۱۳۴۴، ۱۳۴۵، ۱۳۴۶، ۱۳۴۷، ۱۳۴۸، ۱۳۴۹، ۱۳۵۰، ۱۳۵۱، ۱۳۵۲، ۱۳۵۳، ۱۳۵۴، ۱۳۵۵، ۱۳۵۶، ۱۳۵۷، ۱۳۵۸، ۱۳۵۹، ۱۳۶۰، ۱۳۶۱، ۱۳۶۲، ۱۳۶۳، ۱۳۶۴، ۱۳۶۵، ۱۳۶۶، ۱۳۶۷، ۱۳۶۸، ۱۳۶۹، ۱۳۷۰، ۱۳۷۱، ۱۳۷۲، ۱۳۷۳، ۱۳۷۴، ۱۳۷۵، ۱۳۷۶، ۱۳۷۷، ۱۳



شکل ۴: مقادیر جابجایی درجات آزادی خرابی ۱۸ عضوی



شکل ۵: خرابی ۱۸ عضوی



شکل ۶: مقادیر قیدهای تنش محوری خرابی ۱۸ عضوی

مطابق شکل ۶ تنش‌های کماتشی اعضا از حدود کماتش اولیه تخطی نکرده است. با مقایسه سرعت همگرایی الگوریتم‌ها، الگوریتم بازار بورس در ۸۰۰۰ محاسبات سازه‌ای به پاسخ بهینه همگرا شده که نسبت به الگوریتم AMGSA کاهش ۲۴ درصدی در تعداد تلاش‌های محاسباتی مشاهده می‌شود. مقادیر درصدی کاهش محاسباتی نسبت به الگوریتم‌های MGSA و ABC-AP نیز به ترتیب برابر ۴۶ و ۹۶ درصد می‌باشد.

۳-۴ خرابی ۲۲ عضوی

همانند سایر مثال‌های مطرح در حوزه بهینه‌سازی، یکی از سازه‌های سه بعدی فضایی مربوط به خرابی سه بعدی ۲۲ عضوی می‌باشد. بهینه‌سازی سیستم سازه‌ای فوق برای اولین بار توسط شو و اشمیت در قالب یک مسئله بهینه‌سازی توپولوژی مطرح گردیده

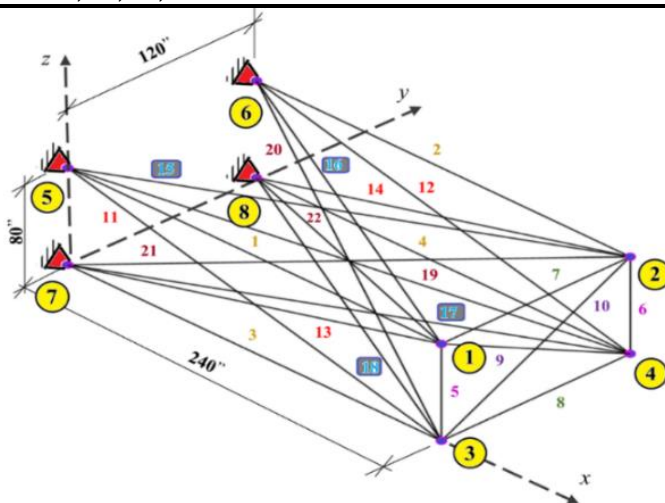
است [۲۸]. ادامه تحقیقات بهینه‌سازی اندازه سازه فوق، توسط لی و همکاران و طلعت اهری صورت گرفته است. برای خرپای فوق تمامی اعضا از مصالح یکسان و با مدول الاستیسیته و چگالی برابر $E = 10000 \text{ ksi}$ و $\rho = 0.1 \text{ lb/in}^3$ ساخته شده است. گروه‌بندی اعضا و محدوده تنش‌های فشاری و کششی مطابق جدول ۵ می‌باشد. حداکثر جابجایی مجاز تمام گره‌های آزاد خرپا در هر جهتی به مقادیر $\pm 2 \text{ in}$ محدود می‌گردد. گروه‌بندی عضوهای خرپا در ۷ متغیر طراحی تعریف می‌شوند. مقادیر عددی متغیرها از حدود بالای سطح مقاطع $A_{max} = 4 \text{ in}^2$ و حد پایین آن $A_{min} = 0.1 \text{ in}^2$ انتخاب می‌گردند. این سازه نیز برای سه نوع بارگذاری مستقل مطابق جدول ۴ بهینه می‌شود. در مجموع ۲۰۴ قید طراحی غیرخطی (۴۴ قید کنترل تنش‌های فشاری و کششی و ۲۴ قید جابجایی) برای سه حالت بارگذاری مستقل جهت بهینه‌سازی خرپای فضایی ۲۲ عضوی لحاظ می‌گردد.

جدول ۴: حالت‌های مختلف بارگذاری خرپای ۲۲ عضوی

Node	Case 1 (kips)			Case 2 (kips)			Case 3 (kips)		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z
1	-20.0	0.0	-5.0	-20.0	-5.0	0.0	-20.0	0.0	35.0
2	-20.0	0.0	-5.0	-20.0	-50.0	0.0	-20.0	0.0	0.0
3	-20.0	0.0	-30.0	-20.0	-5.0	0.0	-20.0	0.0	0.0
4	-20.0	0.0	-30.0	-20.0	-50.0	0.0	-20.0	0.0	-35.0

جدول ۵: حدود تنش‌های مجاز و گروه‌بندی عضوهای خرپای ۲۲ عضوی

Design Variable	Member Grouping	Tensile Limit (ksi)	Compressive Limit (ksi)
A_1	1,2,3,4	36.0	24.0
A_2	5, 6	36.0	30.0
A_3	7,8	36.0	28.0
A_4	9, 10	36.0	26.0
A_5	11, 12, 13, 14	36.0	22.0
A_6	15, 16, 17, 18	36.0	20.0
A_7	19, 20, 21, 22	36.0	18.0



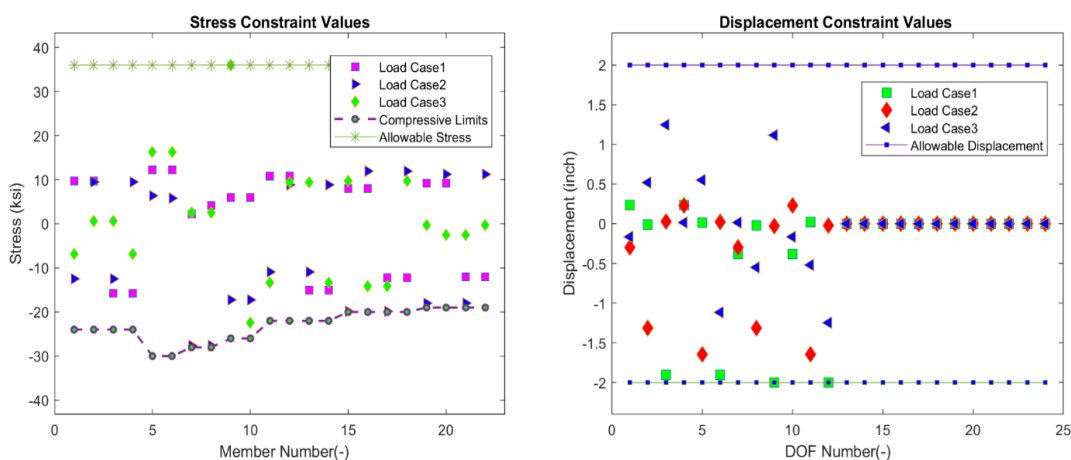
شکل ۷: خرپای فضایی ۲۲ عضوی

در جدول ۶ نتایج الگوریتم بازار بورس با نتایج سایر الگوریتم‌ها مقایسه شده است. مطابق شکل ۸ مقادیر قیدهای پاسخ بهینه نشان می‌دهد که هیچ‌کدام از مقادیر تنش‌ها (کششی و فشاری) و قیدهای جابجایی از محدوده‌ی مجاز خود در سه حالت بارگذاری فراتر نرفته است. همچنین مقادیر انحراف از معیار $1/45$ پوند مشخص می‌کند که پایداری پاسخ‌های الگوریتم بازار بورس در مقایسه با سایر الگوریتم‌ها مناسب‌تر می‌باشد. کمترین وزن بهینه سازه فوق با توجه به جدول ۶ از الگوریتم هارمونی سرچ برابر $1.022/23$ پوند و مقادیر تخطی قیدها

نیز برابر ۰/۰۰۸ پوند می‌باشد. الگوریتم بازار بورس به وزن بهینه ۱۰۲۳/۹۲ پوند، بدون تخطی از مقادیر مجاز قیدهای طراحی رسیده است. مدت زمان محاسباتی الگوریتم بازار بورس برای سازه ۲۲ عضوی، برابر ۳۲ ثانیه می‌باشد.

جدول ۶: نتایج مربوط به خرپای ۲۲ عضوی

Design variable ()	Sheu & Schmit [28]	Khan & Willmert [34]	Talatahari et al [43]		Lee & Geem [26] (HS)	Kaveh et al [30] HPSSO	Jalili & Kashan [36]		Kaveh et al [31] (WEO)	This study (EMA)
			(PSO)	MSPSO			EM-MS	(OIO)		
A ₁	2.629	2.563	2.5799	2.6320	2.588	2.6205	2.6479	2.6516	2.6196	2.6238
A ₂	1.162	1.553	1.1312	1.1952	1.083	1.2068	1.1799	1.2108	1.1344	1.1327
A ₃	0.343	0.281	0.3472	0.3541	0.363	0.3557	0.3568	0.3471	0.3461	0.3467
A ₄	0.423	0.512	0.4212	0.4145	0.422	0.4192	0.4200	0.4164	0.4218	0.4190
A ₅	2.782	2.626	2.8330	2.7644	2.827	2.7830	2.7607	2.7458	2.8002	2.7951
A ₆	2.173	2.131	2.0946	2.0297	2.055	2.0826	2.0706	2.0611	2.1261	2.0936
A ₇	1.952	2.213	2.0205	2.0909	2.044	2.0295	2.0413	2.0590	1.9849	2.0152
Weight (lb)	1,024.8	1034.7	1024	1024	1022.2	1023.9	1023.9	1023.9	1023.97	1023.9
Mean (lb)	N/A	N/A	1033.8	1028.6	N/A	1027.5	1025.7	1025.0	1024.50	1033.66
Stdev (lb)	N/A	N/A	17.69	6.63	N/A	6.357	2.16	0.80	0.73	1.452
NSA	N/A	N/A	25,000	12,500	10,000	14,406	17,000	15,300	19,510	20000
CV(-)	None	None	None	None	0.008	None	None	None	None	None



شکل ۸: مقادیر قیدهای جابجایی (شکل سمت راست) و قیدهای تنش (شکل سمت چپ) برای خرپای ۲۲ عضوی

۴-۴ خرپای ۲۵ عضوی

هندس کلی خرپای ۲۵ عضوی در شکل ۹ نشان داده شده است. تمامی اعضای سازه خرپا از مصالح یکسان بوده و مدول الاستیسیته و چگالی مصالح سازه‌ای به ترتیب برابر $E = 10000 \text{ ksi}$ و $\rho = 0.1 \text{ lb/in}^3$ می‌باشند. با توجه به تقارن اعضای خرپا، تعداد متغیرهای مستقل سازه‌ای در ۸ گروه دسته‌بندی شده‌اند. در جدول ۹ نحوه گروه‌بندی اعضا و مقادیر تنش‌های مجاز کششی و فشاری عضوهای سازه‌ای مشخص شده است. حداکثر و حداقل سطح مقاطع اعضا به ترتیب برابر $A_{max} = 3.4 \text{ in}^2$ و $A_{min} = 0.01 \text{ in}^2$ می‌باشند. مقادیر مجاز جابجایی گره‌های خرپا در هر جهت به $\pm 0.35 \text{ in}$ محدود می‌شود. مطابق با جدول ۷ دو حالت بارگذاری مستقل جهت بهینه نمودن وزن خرپا لحاظ می‌گردد. در مجموع، خرپای فوق برای ۱۲۴ قیدهای طراحی غیرخطی کنترل می‌شود. برای هر حالت

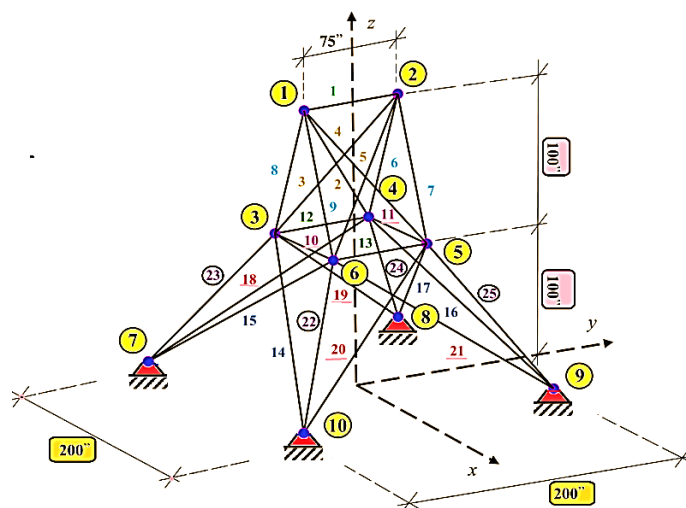
بارگذاری ۵۰ قید مربوط به کنترل تنش‌های کششی و فشاری عضوهای خرپا و ۱۲ قید جابجایی گره‌های خرپا در سه جهت تعریف می‌شود. در جدول ۸ مقایسه نتایج بهینه حاصل از الگوریتم بازار بورس و سایر الگوریتم‌ها ارائه شده است. با بررسی تاریخچه پژوهش‌های صورت گرفته بر روی سازه فوق، مشاهده می‌شود که الگوریتم بازار بورس نتایج بهتری را نسبت به بیشتر روش‌های ذکر شده در جدول ۸ ارائه می‌دهد. مطابق شکل ۱۰ مقادیر قیده‌های تنش‌های محوری کششی یا فشاری عضوها و جابجایی گره‌ها از حدود مرزی مجاز خود فراتر نرفته و مقادیر تنش‌های حالت بهینه عضوها و جابجایی گره‌ها در حدفاصل بین حدود حداقل و حداکثر مجاز خود قرار دارند. مطابق جدول ۸ با مقایسه مقادیر انحراف از معیار الگوریتم بازار بورس نسبت به سایر الگوریتم‌ها، مشاهده می‌شود که الگوریتم فوق با توجه به مقادیر انحراف از معیار ۰/۲۱۷ که کمترین میزان نسبت به سایر الگوریتم‌ها می‌باشد از پایداری پاسخ بهتری برخوردار است. کمترین وزن بهینه با الگوریتم بازار بورس برابر ۵۴۵/۱۶ پوند که نسبت به الگوریتم ازدحام ذرات، کاهش ۱۳ درصدی در وزن را بدست آورده است. همچنین مدت زمان محاسبات با الگوریتم فوق برای سازه ۲۵ عضوی جهت حصول پاسخ بهینه، برابر ۵۰ ثانیه می‌باشد.

جدول ۷: مقادیر و جهت بارگذاری خرپای ۲۵ عضوی

Node	Case 1 (kips)			Case 2 (kips)		
	x	y	z	x	y	z
1	0.0	20.0	-5.0	1.0	10.0	-5.0
2	0.0	-20.0	-5.0	0.0	10.0	-5.0
3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

جدول ۸: نتایج مربوط به خرپای ۲۵ عضوی

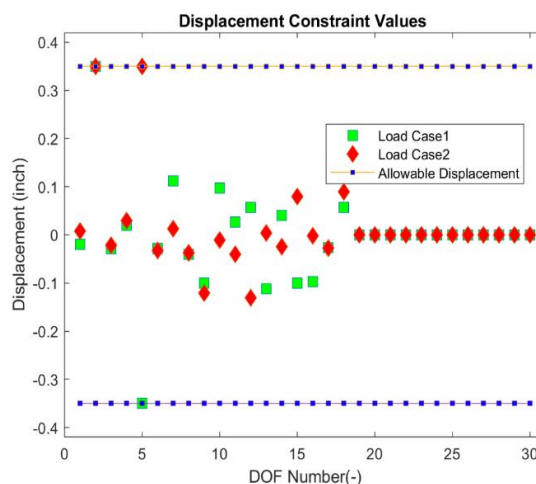
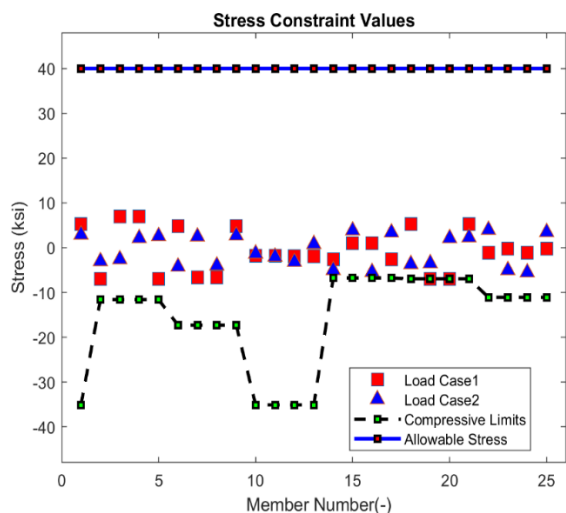
Design variable ()	Camp & Bichon [8] (ACO)	Li et al [7] (PSO)	Sonmez [25] (ABC-AP)	Kaveh & zakian [27] IGWO	Kaveh et al [30] (HPSSO)	Camp et al [44] (mTLBO)	Kaveh & Bakhshpori [31] (WEO)	Kaveh et al [35] (CPA)	Kaveh et al [32] (PGO)	This study (EMA)
A ₁	0.0100	9.863	0.0110	0.0100	0.01	0.0100	0.01	0.0100	0.0100	0.0100
A ₂	2.00	1.798	1.9790	1.97889	1.9907	1.9878	1.9814	1.9890	1.9908	1.988
A ₃	2.9660	3.654	3.0030	3.00472	2.9881	2.9914	3.0023	2.9880	2.9872	2.9897
A ₄	0.0100	0.100	0.0100	0.01000	0.0100	0.0102	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100
A ₅	0.0120	0.100	0.0100	0.01000	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100
A ₆	0.6890	0.596	0.6900	0.68880	0.6824	0.6828	0.6827	0.6980	0.6824	0.6826
A ₇	1.6790	1.659	1.6790	1.67834	1.6764	1.6775	1.6778	1.6780	1.6769	1.6776
A ₈	2.6680	2.612	2.6520	2.65270	2.6656	2.6640	2.6612	2.6580	2.6658	2.6646
Weight (lb)	545.530	627.08	545.19	545.168	545.164	545.175	545.166	545.18	545.172	545.168
Mean (lb)	546.340	N/A	N/A	1027.59	545.556	545.483	1024.50	545.49	545.392	545.330
Stdev (lb)	0.94	N/A	N/A	6.357	0.432	0.306	0.73	0.24	0.391	0.217
NSA	16,500	150,000	50000	14,406	13,326	12,199	19,510	22,800	17,880	50,000



شکل ۹: خرابای فضایی ۲۵ عضوی

جدول ۹: حدود تنش‌های مجاز و گروه‌بندی عضوهای خرابای ۲۵ عضوی

Design Variable	Member Grouping	Tensile Limit (ksi)	Compressive Limit (ksi)
A ₁	1	40.0	35.092
A ₂	2, 3, 4, 5	40.0	11.59
A ₃	6, 7, 8, 9	40.0	17.305
A ₄	10, 11	40.0	35.092
A ₅	12, 13	40.0	35.092
A ₆	14, 15, 16, 17	40.0	6.759
A ₇	18, 19, 20, 21	40.0	6.759
A ₈	22, 23, 24, 25	40.0	11.082



شکل ۱۰: مقادیر قیدهای جابجایی (شکل سمت راست) و قیدهای تنش (شکل سمت چپ) خرابای ۲۵ عضوی

۴-۵ خرابای ۷۲ عضوی

سازه خرابای فضایی ۷۲ عضوی در ۱۶ گروه طبقه‌بندی عضوها به عنوان متغیرهای طراحی مسئله تعریف می‌شوند. جزییات هندسی خرابای فوق و نحوه اتصال آنها مطابق شکل ۱۳ می‌باشد. عضوهای سازه‌ای تشکیل دهنده خرابای فضایی فوق از مصالح یکسان با مدول

الاستیسیته و چگالی به ترتیب برابر $E = 10000 \text{ ksi}$ و $\rho = 0.1 \text{ lb/in}^3$ ساخته شده‌اند. تنش‌های مجاز کششی و فشاری ایجاد شده در عضوهای خرپا در هر حالت بارگذاری به حداکثر میزان $\pm 20 \text{ ksi}$ محدود می‌شوند. قیدهای جابجایی در جهات x و y برای گره‌های شماره ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰ و ۲۱ اعمال و به حداکثر مقادیر $\pm 0.25 \text{ in}$ محدود می‌شوند. دو حالت بارگذاری مستقل مطابق جدول ۱۰ جهت بهینه‌سازی خرپای ۷۲ عضوی تعریف می‌گردد.

جدول ۱۰: شرایط بارگذاری خرپای ۷۲ عضوی

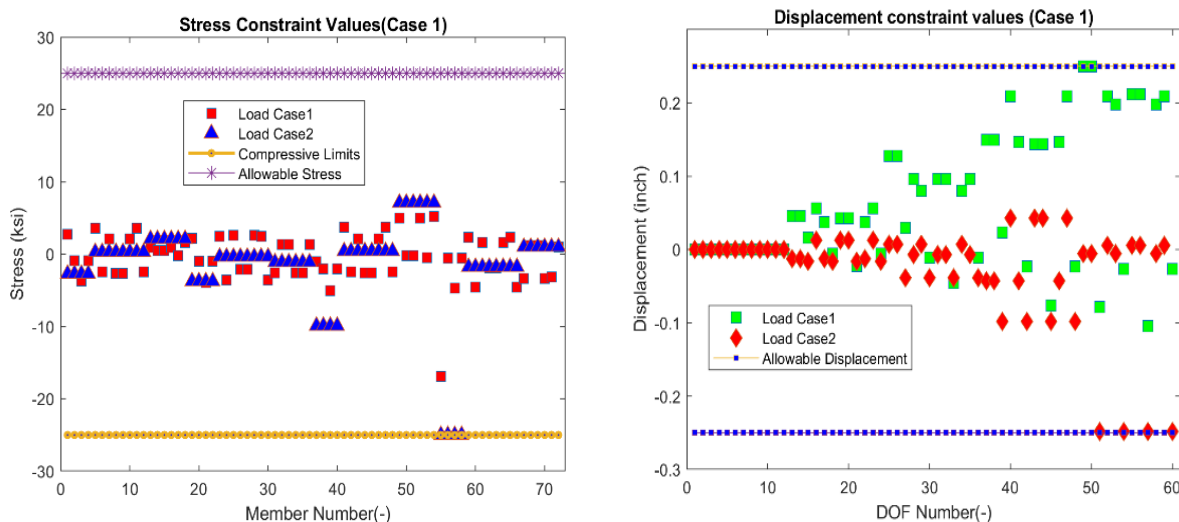
Node	Condition 1 (kips)			Condition 2 (kips)		
	x	y	z	x	y	z
17	5.0	5.0	-5.0	0.0	0.0	-5.0
18	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-5.0
19	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-5.0
20	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-5.0

جدول ۱۱: گروه‌بندی مقاطع خرپای فضایی ۷۲ عضوی

A_1	1,2,3,4	A_9	37, 38, 39, 40
A_2	5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12	A_{10}	41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48
A_3	13, 14, 15, 16	A_{11}	49, 50, 51, 52
A_4	17, 18	A_{12}	53, 54
A_5	19, 20, 21, 22	A_{13}	55, 56, 57, 58
A_6	23, 24, 25, 26, 27	A_{14}	59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66
A_7	31, 32, 33, 34	A_{15}	67, 68, 69, 70
A_8	35, 36	A_{16}	71, 72

جدول ۱۲: نتایج مربوط به خرپای ۷۲ عضوی (حالت اول)

Design variable ()	Lee (HS) [26]	Li et al [7]			Sonmez [25] (ABC)	Degertek in [11] (TLBO)	Javidi et al. [21]		Kaveh et al. (WEO) [31]	Kooshkba ghi [42] (ACCS)	This study (EMA)
		(PSO)	(PSOPC)	(HPSO)			(CSA)	(ECSA)			
A_1	1.963	40.053	1.652	1.907	1.8907	1.8929	1.9222	1.8899	1.8616	1.836	1.8845
A_2	0.481	0.237	0.547	0.524	0.5166	0.5160	0.5897	0.5181	0.5206	0.5059	0.5170
A_3	0.010	21.692	0.100	0.010	0.0100	0.0100	0.0599	0.0101	0.0105	0.0108	0.0100
A_4	0.011	0.657	0.101	0.010	0.0100	0.0100	0.2848	0.0100	0.0100	0.0103	0.0100
A_5	1.233	22.144	1.102	1.288	1.2968	1.2917	2.3919	1.2548	1.2455	1.2836	1.2876
A_6	0.506	0.266	0.589	0.523	0.5191	0.5176	0.4194	0.5133	0.5177	0.5388	0.5181
A_7	0.011	1.654	0.011	0.010	0.0100	0.0100	0.1121	0.0100	0.0101	0.0106	0.0100
A_8	0.012	10.284	0.010	0.010	0.0101	0.0100	0.0473	0.0100	0.0100	0.0108	0.0100
A_9	0.538	0.559	0.581	0.544	0.5208	0.5229	0.8734	0.5431	0.5327	0.5328	0.5234
A_{10}	0.533	12.883	0.458	0.528	0.5178	0.5193	0.4344	0.5180	0.5109	0.5184	0.5172
A_{11}	0.010	0.138	0.010	0.019	0.0100	0.0100	0.0144	0.0100	0.0100	0.0113	0.0100
A_{12}	0.167	0.188	0.152	0.020	0.1048	0.0997	0.1297	0.1175	0.1205	0.124	0.1170
A_{13}	0.161	29.048	0.161	0.176	0.1675	0.1680	0.1631	0.1656	0.1655	0.1651	0.1661
A_{14}	0.542	0.632	0.555	0.535	0.5346	0.5359	0.4707	0.5438	0.5397	0.5402	0.5359
A_{15}	0.478	3.045	0.514	0.426	0.4443	0.4457	0.8557	0.4398	0.4554	0.433	0.4450
A_{16}	0.478	1.711	0.648	0.612	0.5803	0.5818	0.4239	0.5752	0.5995	0.5745	0.5752
Weight (lb)	364.33	5417.0	368.45	364.86	363.8683	363.841	413.96	363.89	363.982	364.147	363.82
Mean (lb)	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	364.42	509.76	366.02	364.353	364.335	363.86
Stdev (lb)	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	0.49	41.29	2.12	0.2188	0.186	0.0314
NSA	20,000	150,000	125,000	125,000	400,000	17,954	22,342	16,892	19,860	12,000	25000

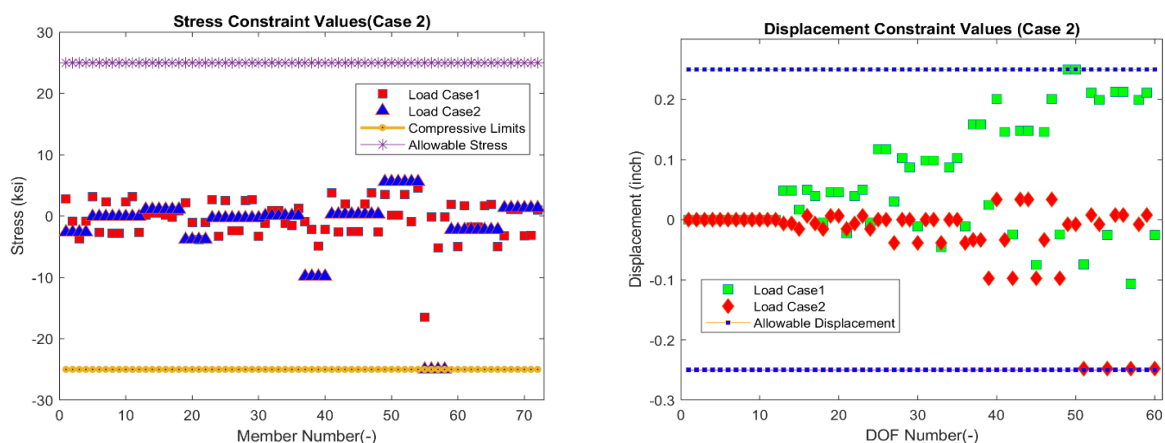


شکل ۱۱: مقادیر قیدهای جابجایی (شکل سمت راست) و قیدهای تنش (شکل سمت چپ) خرپای ۷۲ عضوی برای حالت اول بارگذاری

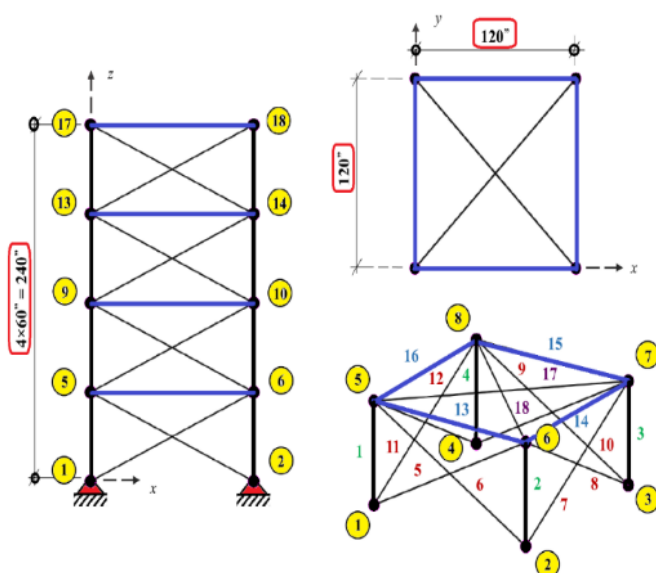
برای هر حالت بارگذاری خرپای فوق می‌بایست به تعداد ۳۲۰ قید غیرخطی طراحی شامل ۱۴۴ قید کنترل تنش‌های فشاری و کششی اعضا و ۱۶ قید جابجایی گره‌ها کنترل گردد. بر اساس پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه بهینه‌سازی سازه خرپایی ۷۲ عضوی، دو حالت بهینه‌سازی صورت گرفته است. در حالت اول حداقل مقادیر سطح مقطع اعضای خرپا برابر $A_{min} = 0.01 \text{ in}^2$ و در حالت دوم حداقل سطح مقطع $A_{min} = 0.1 \text{ in}^2$ در نظر گرفته شده است. در هر دو حالت، حداکثر سطح مقطع اعضای خرپا $A_{max} = 4.0 \text{ in}^2$ می‌باشد. مطابق با جدول ۱۳، وزن بهینه بدست آمده با الگوریتم بازار بورس، کمترین وزن بهینه در بین سایر الگوریتم‌های جدول ۱۳ بوده و کمترین میزان انحراف از معیار را دارد. لذا الگوریتم بازار بورس از پایداری پاسخ‌های بهتری برای سازه ۷۲ عضوی برخوردار می‌باشد.

جدول ۱۳: نتایج مربوط به خرپای ۷۲ عضوی (حالت دوم)

Design variable ()	Camp et al [8] ACO	Camp [45] (BB-BC)	Kaveh et al [39] (RO)	Kaveh et al [40] (BA)	Kaveh & Ilchi [12]		Kaveh et al [27] (IGWO)	Koshkbaghi & kaveh [42] (ACCS)	Ozbasaran et al [41]		This study (EMA)
					(CBO)	(ECBO)			(CSA)	(mCSA)	
A ₁	1.948	1.8577	1.8365	1.85920	1.9170	1.8382	1.8585	1.8665	1.5995	2.1050	1.8847
A ₂	0.508	0.5059	0.5021	0.49308	0.5031	0.5259	0.5021	0.5062	0.6009	0.5179	0.5137
A ₃	0.101	0.1000	0.1000	0.10025	0.1000	0.1000	0.1002	0.1000	0.1005	0.1001	0.100
A ₄	0.102	0.1000	0.1004	0.10178	0.1001	14.3	0.1000	0.1002	0.1105	0.1018	0.100
A ₅	1.303	1.2476	1.2522	1.28534	1.2721	0.1	1.3011	1.2909	1.2956	1.1103	1.2672
A ₆	0.511	0.5269	0.5033	0.51307	0.5050	2.0	0.5151	0.5177	0.4685	0.5214	0.5115
A ₇	0.101	0.1000	0.1002	0.10073	0.1000	12.4	0.1000	0.1001	0.10001	0.1025	0.1000
A ₈	0.100	0.1012	0.1002	0.10248	0.1000	12.8	0.1001	0.1008	0.2368	0.1142	0.1000
A ₉	0.561	0.5209	0.5730	0.51214	0.5184	20.3	0.5311	0.5148	0.3954	0.6183	0.5216
A ₁₀	0.492	0.5172	0.5499	0.52547	0.5362	0.1	0.5122	0.5196	0.5015	0.5391	0.5178
A ₁₁	0.1	0.1004	0.1004	0.10029	0.1000	0.1000	0.1008	0.1001	0.1008	0.1010	0.1000
A ₁₂	0.107	0.1005	0.1001	0.10297	0.1000	0.1004	0.1030	0.1014	0.1035	0.1006	0.1000
A ₁₃	0.156	0.1565	0.1576	0.15597	0.1569	0.1577	0.1560	0.1567	0.1805	0.1568	0.1565
A ₁₄	0.550	0.5507	0.5222	0.55473	0.5374	0.5437	0.5472	0.5447	0.6675	0.5221	0.5439
A ₁₅	0.390	0.3922	0.4356	0.40627	0.4062	0.4038	0.4202	0.4176	0.36	0.4379	0.4109
A ₁₆	0.592	0.5922	0.5972	0.59617	0.5741	0.5794	0.5793	0.5601	0.7107	0.4491	0.5709
Weight (lb)	380.24	379.85	380.458	380.058	379.75	379.84	379.76	379.7512	394.711	382.823	379.616
Mean (lb)	383.16	382.08	382.553	389.143	380.03	380.18	380.68	379.81	426.413	402.350	379.623
Stddev (lb)	3.66	1.912	N/A	N/A	0.278	0.3544	0.7315	0.148	24.0794	17.9511	0.0056
NSA	18,500	19,621	19,084	20,000	18,000	18,000	11,960	12,000	150,000	150,000	20,000



شکل ۱۲: مقادیر قیدهای جابجایی (شکل سمت راست) و قیدهای تنش (شکل سمت چپ) خرپای ۷۲ عضوی برای حالت دوم بارگذاری

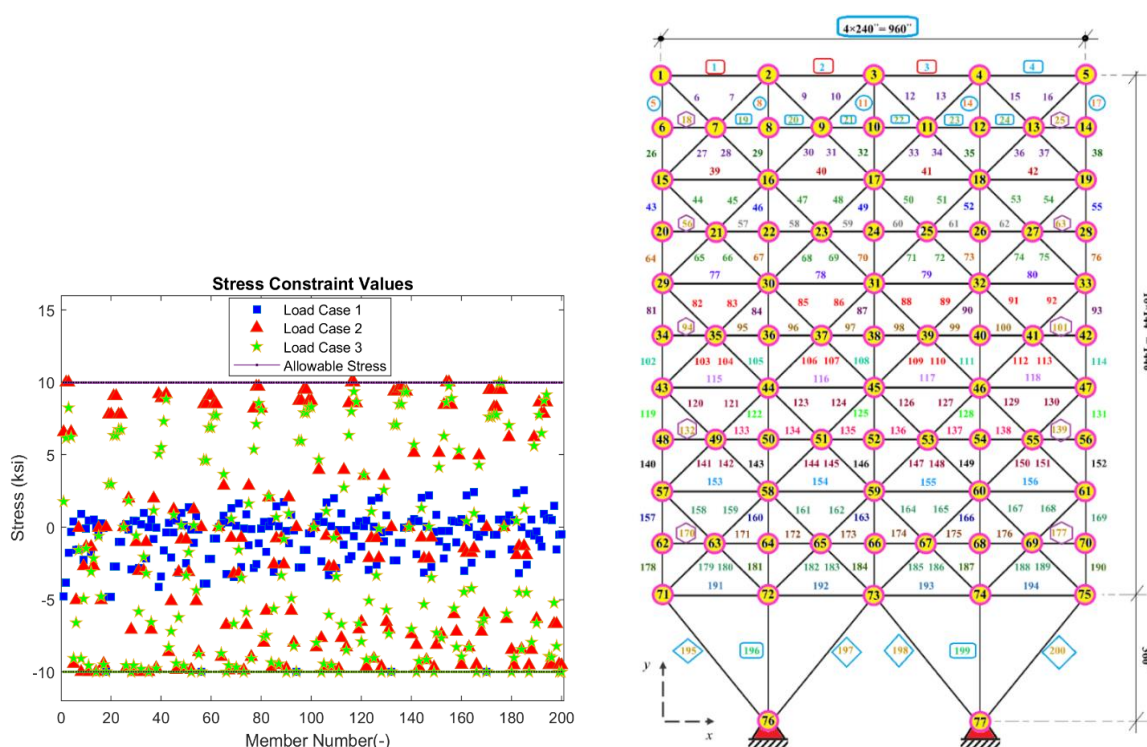


شکل ۱۳: خرپای فضایی ۷۲ عضوی

مطابق شکل ۱۱ و ۱۲ هیچ نوع تخطی از قیدهای تنش‌های محوری کششی یا فشاری و قیدهای جابجایی گره‌های خرپا از مقادیر مجاز مشاهده نمی‌شود و بیشترین مقادیر تنش‌های اعضا و جابجایی گره‌ها در محدوده‌ی بین مقادیر حداقل و حداکثر مجاز قرار گرفته‌اند. با توجه به نتایج جدول ۱۲ وزن بهینه خرپای ۷۲ عضوی برای حالت بارگذاری اول برابر ۳۶۳/۸۲۵ پوند که نسبت به نتایج سایر الگوریتم‌های جدول فوق، کمترین وزن را با کمترین میزان انحراف از معیار برابر ۰/۰۳۱۴ ارائه می‌دهد. در جدول ۱۲ مشاهده می‌شود که وزن بهینه الگوریتم بازار بورس نسبت به وزن بهینه الگوریتم مبتنی بر آموزش و یادگیری (۳۶۳/۸۴۱ پوند) ۰/۴۴ درصد کاهش وزن دارد. مدت زمان محاسبات الگوریتم بازار بورس برای سازه ۷۲ عضوی و حالت اول بارگذاری برابر ۱۰۲ ثانیه می‌باشد. همچنین مطابق جدول ۱۳ حالت بارگذاری دوم وزن بهینه برابر ۳۷۹/۶۱۶ پوند بوده که از حداقل وزن بهینه ۳۷۹/۷۵ پوند در پیشینه تحقیقات، مطابق جدول ۱۳ کمترین مقادیر وزنی می‌باشد. مدت زمان محاسبات سازه ۷۲ عضوی برای حالت دوم بارگذاری، با الگوریتم بازار بورس برابر ۷۵ ثانیه شده است.

۴-۶ خرپای ۲۰۰ عضوی

جهت بررسی کارایی الگوریتم بازار بورس در سازه‌های بزرگ مقیاس و با تعداد متغیرهای زیاد از یک خرپای ۲۰۰ عضوی دو بعدی شناخته شده در بهینه‌سازی سازه استفاده می‌شود. هندسی کلی خرپای فوق مطابق شکل ۱۴ می‌باشد. سازه فوق توسط محققان زیادی از جمله لی و همکاران [۷]، سونمز [۲۵]، کاوه و همکاران [۲۷] مورد بررسی قرار گرفته‌اند. مطابق با جدول ۱۴ حالت‌های بارگذاری و مطابق جدول ۱۶ نحوه گروه‌بندی عضوهای خرپای ۲۰۰ عضوی در ۲۹ گروه مشخص شده است. عضوهای سازه‌ای تشکیل دهنده خرپای فوق از مصالح یکسان با مدول الاستیسیته و چگالی به ترتیب برابر $E = 30000 \text{ ksi}$ و $\rho = 0.283 \text{ lb/in}^3$ می‌باشند. تنش‌های مجاز کششی و فشاری به حداکثر میزان $\pm 10 \text{ ksi}$ محدود می‌شوند. هیچ نوع قید جابجایی در جهات مختلف برای گره‌های خرپا لحاظ نمی‌گردد. برای هر سه حالت بارگذاری، حداقل مقادیر سطح مقطع $A_{min} = 0.1 \text{ in}^2$ و حداکثر سطح مقطع برابر $A_{max} = 20.0 \text{ in}^2$ می‌باشند. برای هر حالت بارگذاری، می‌بایست به تعداد ۴۰۰ قید غیرخطی طراحی شامل ۲۰۰ قید کنترل تنش‌های فشاری و ۲۰۰ قید کنترل تنش‌های کششی تعریف که مجموع کل قیدهای طراحی برای سه حالت بارگذاری ۱۲۰۰ قید خواهد شد. نتایج الگوریتم بازار بورس برای خرپای ۲۰۰ عضوی مطابق جدول ۱۵ می‌باشد.



شکل ۱۴: خرپای ۲۰۰ عضوی (سمت راست)، مقادیر تنش‌های خرپای ۲۰۰ عضوی در حالت بهینه (سمت چپ)

با مقایسه نتایج الگوریتم فوق با سایر الگوریتم‌های فرا کاوشی مشاهده گردید که وزن بهینه حاصل از الگوریتم بازار بورس برابر ۲۵۵۳۶ پوند که نسبت به بیشتر الگوریتم‌ها، وزن کمتر و مناسب‌تری را برآورد می‌کند. با اینکه الگوریتم فوق همانند بیشتر الگوریتم‌ها در نقاط بهینه محلی به دام می‌افتد ولی نسبت به الگوریتم ژنتیک حدود ۱۰ درصد، نسبت به الگوریتم گرگ خاکستری ۲۳ درصد و نسبت به الگوریتم جهش قورباغه ۷ درصد کاهش وزن را محاسبه نموده است. با مقایسه سرعت همگرایی الگوریتم‌ها، مشاهده گردید که الگوریتم بازار بورس در حالت بهینه‌سازی سازه‌های با متغیر زیاد، نسبت به اکثر الگوریتم‌ها از عملکرد بهتر و قابل قبولی برخوردار است. همچنین مطابق شکل ۱۴ قیدهای طراحی سازه‌ای برای هر سه حالت بارگذاری در محدوده مجاز مرزها بوده و هیچ نوع تخطی از مقادیر قیدهای تنش، صورت نگرفته است. همچنین مدت زمان محاسبات سازه خرپایی ۲۰۰ عضوی با الگوریتم بازار بورس برابر ۳۵۹ ثانیه می‌باشد.

جدول ۱۴: حالت‌های بارگذاری مختلف برای خرپای ۲۰۰ عضوی

حالت‌های بارگذاری	جهت بارگذاری	مقادیر نیروی متمرکز	شماره گره‌های تحت بار
حالت اول	جهت مثبت x	$F_x(+) = +1.0 \text{ kip}$	۱،۶،۱۵،۲۰،۲۹،۳۴،۴۳،۴۸،۵۷،۶۲،۷۱
حالت دوم	جهت منفی y	$F_y(-) = -10.0 \text{ kips}$	۱-۶،۸،۱۰،۱۲،۱۴-۲۰،۲۲،۲۴،۲۶،۲۸-۳۴،۳۶،۳۸،۴۰ ۴۲-۴۸،۵۰،۵۲،۵۴،۵۶-۶۲،۶۴،۶۶،۶۸،۷۰-۷۵
حالت سوم	-	-	گره‌های شماره ۱ و ۲ تحت حالت‌های بارگذاری اول و دوم بصورت همزمان

جدول ۱۵: نتایج مربوط به خرپای ۲۰۰ عضوی

Design variable ()	Togan et al [37] (GA)	Sonmez [25] (ABC-AP)	Degertekin et al. [29]	Kaveh et al. [31] (WEO) ()	Kaveh et al. [35] (CPA)	Kaveh et al. [27]		Koshkbaghi & kaveh [42]	Kaveh et al. [38]			This study (EMA)
						(GWO)	(IGWO)		SFLA	IWO	SSFLA-IWO	
A_1	0.346	0.1039	0.146	0.1144	0.1721	1.3363	0.1024	0.127	0.1553	1.7400	0.129	0.1465
A_2	1.081	0.9463	0.941	0.9443	0.9553	2.7525	0.9654	0.954	1.4015	11.559	0.955	0.937
A_3	0.100	0.1037	0.100	0.1310	0.1000	0.5923	0.1391	0.122	0.127	5.408	0.136	0.100
A_4	0.100	0.1126	0.101	0.1016	0.1004	0.5258	0.1741	0.1	0.2324	0.1303	0.100	0.100
A_5	2.142	1.9520	1.941	2.0353	1.9662	5.0281	1.9613	1.968	1.9778	3.1979	1.940	9339
A_6	0.347	0.2930	0.296	0.3126	0.3055	0.4945	0.2899	0.293	0.2832	0.1364	0.301	0.298
A_7	0.100	0.1064	0.100	0.1679	0.1000	1.7505	0.1294	0.115	0.2435	5.2513	0.105	0.1034
A_8	3.565	3.1249	3.121	3.1541	3.1618	3.3725	3.1511	3.095	3.1891	2.9932	3.1091	3.110
A_9	0.347	0.1077	0.100	0.1003	0.115	0.2057	0.1251	0.103	0.1010	2.2177	0.1129	0.100
A_{10}	4.805	4.1286	4.173	4.1005	4.2405	4.3035	4.0627	4.094	4.2345	0.5015	4.1090	4.1106
A_{11}	0.440	0.4250	0.401	0.4350	0.4046	0.7077	0.4131	0.41	0.4942	0.5493	0.4145	0.4068
A_{12}	0.440	0.1046	0.181	0.1148	0.1000	0.1212	0.4043	0.152	0.6314	10.326	0.1197	0.1895
A_{13}	5.952	5.4803	5.423	5.3823	5.4132	6.6465	5.3357	5.393	5.4556	7.6522	5.4226	5.4088
A_{14}	0.347	0.1060	0.100	0.1607	0.1545	0.1000	0.2632	0.198	0.4106	0.6086	0.1843	0.1724
A_{15}	6.572	6.4853	6.422	6.4152	6.3976	6.9236	6.3226	6.395	6.3062	6.1152	6.4222	6.408
A_{16}	0.954	0.5600	0.571	0.5629	0.5555	0.8096	0.7972	0.597	0.9972	1.2809	0.5826	0.622
A_{17}	0.347	0.1825	0.156	0.4010	0.4425	0.1943	0.1791	0.106	0.3502	0.3930	0.1370	0.239
A_{18}	8.525	8.0445	7.958	7.9735	8.0928	7.9800	8.1268	7.99	8.1519	14.410	7.9800	8.0570
A_{19}	0.100	0.1026	0.100	0.1092	0.1004	0.9110	0.1141	0.103	0.9147	0.1564	0.1110	0.187
A_{20}	9.300	9.0334	8.958	9.0155	8.9918	10.726	9.1337	8.987	9.0237	9.5304	8.9783	9.056
A_{21}	0.954	0.7844	0.720	0.8628	0.8925	1.0542	0.8000	0.692	1.3172	0.8674	0.7307	0.866
A_{22}	1.763	0.7506	0.478	0.2220	0.2544	0.2809	0.2487	0.142	0.4441	2.3461	0.4531	0.2648
A_{23}	13.30	11.3057	10.897	11.0254	11.121	15.000	11.200	10.747	12.423	13.619	10.921	11.216
A_{24}	0.347	0.2208	0.100	0.1397	0.1000	0.1310	0.1136	0.101	0.2864	0.1804	0.2607	0.1869
A_{25}	13.30	12.2730	11.897	12.0340	12.330	15.000	12.170	11.747	13.651	13.823	11.920	12.216
A_{26}	2.142	1.4055	1.080	1.0043	1.0110	0.9469	0.9947	0.834	1.5028	1.9525	1.1723	1.100
A_{27}	4.805	5.1600	6.462	6.5762	6.4103	7.8886	6.3377	7.452	4.8959	3.5929	6.3036	5.845
A_{28}	9.300	9.9930	10.799	10.7265	10.581	15.000	10.533	11.169	9.1316	8.5786	10.635	10.36
A_{29}	17.17	14.7014	13.922	13.9666	14.128	13.880	14.091	13.482	15.909	16.620	14.067	14.27
Weight (lb)	28,544	25,533.79	25,488.15	25,674.83	25,651.5	33,137.4	25,771	25,481.4	27,480.1	27,103.1	25,544.1	25536.5
Mean (lb)	N/A	N/A	25,533.14	26613.4	25957.1	34,561.6	26699.	25,527.66	29,420.1	28,924.0	25,774.5	25990.7
Stdev (lb)	N/A	N/A	27.44	702.8	254.06	991.922	410	25.49	1723.39	15,454.8	254.126	270.72
NSA	51,360	1,450,000	28,059	19,410	34,560	13,200	23760	45,000	16,000	16,000	18,000	50000

جدول ۱۶: گروه بندی مقاطع خرپای فضایی ۲۰۰ عضوی

A_1	1,2,3,4	A_{16}	82, 83, 85, 86, 88, 89, 91, 92, 103, 104, 106, 107, 109, 110, 112, 113
A_2	5,8,11,14,17	A_{17}	115, 116, 117, 118
A_3	19, 20, 21, 22, 23, 24	A_{18}	119, 122, 125, 128, 131
A_4	18, 25, 56, 63, 94, 101, 132, 139, 170, 177	A_{19}	133, 134, 135, 136, 137, 138
A_5	26, 29, 32, 35, 38	A_{20}	140, 143, 146, 149, 152
A_6	6, 7, 9, 10, 12, 13, 15, 16, 27, 28, 30, 31, 33, 34, 36, 37	A_{21}	120, 121, 123, 124, 126, 127, 129, 130, 141, 142, 144, 145, 147, 148, 150, 151
A_7	39, 40, 41, 42	A_{22}	153, 154, 155, 156
A_8	43, 46, 49, 52, 55	A_{23}	157, 160, 163, 166, 169
A_9	57, 58, 59, 60, 61, 62	A_{24}	171, 172, 173, 174, 175, 176
A_{10}	64, 67, 70, 73, 76	A_{25}	178, 181, 184, 187, 190
A_{11}	44, 45, 47, 48, 50, 51, 53, 54, 65, 66, 68, 69, 71, 72, 74, 75	A_{26}	158, 159, 161, 162, 164, 165, 167, 168, 179, 180, 182, 183, 185, 186, 188, 189
A_{12}	77, 78, 79, 80	A_{27}	191, 192, 193, 194
A_{13}	81, 84, 87, 90, 93	A_{28}	195, 197, 198, 200
A_{14}	95, 96, 97, 98, 99, 100	A_{29}	196, 199
A_{15}	102, 105, 108, 111, 114		

۵- نتیجه گیری

در این تحقیق، برای اولین بار یک بررسی کلی از کارایی الگوریتم بازار بورس در حوزه بهینه سازی سازه با متغیرهای پیوسته صورت گرفته است. برای ارزیابی عملکرد الگوریتم، سه خرپای مسطح (۱۰، ۱۸، ۲۰ عضوی) و سه خرپای فضایی (۲۲، ۲۵، ۷۲ عضوی) با شرایط بارگذاری و قیدهای طراحی مختلف انتخاب گردید. با مقایسه نتایج حاصل از بهینه سازی ۶ نمونه از خرپاهای مینا مشاهده گردید که الگوریتم بازار بورس از عملکرد بهتری در بهینه سازی سازه های کوچک و متوسط مقیاس نسبت به سازه بزرگ مقیاس برخوردار است. در بررسی مقادیر انحراف از معیار پاسخها مشاهده می شود که پایداری پاسخهای الگوریتم فوق برای مسائل سازه ای کوچک و متوسط مقیاس مناسب و از عملکرد عالی برخوردار است. از معایب الگوریتم فوق، لزوم تنظیم مقادیر پارامترهای g_1 و g_2 مرتبط با مقادیر بیشترین و کمترین میزان ریسک بازار بوده که می بایست متناسب با مسائل سازه، تحقیقات لازم در این خصوص صورت گیرد.

۱- نتایج نشان داد که الگوریتم بازار بورس برای سازه خرپای ۲۰ عضوی یا سازه های بزرگ مقیاس از عملکرد عالی برخوردار نیست ولی نتایج بهتر و قابل قبولی را ارائه می دهد. مطابق جدول ۱۵، پاسخ بهینه الگوریتم بازار بورس برای سازه ۲۰ عضوی نسبت به الگوریتم گرگ خاکستری حدود ۲۰ درصد کاهش وزن دارد. همچنین با مقایسه پاسخ بهینه الگوریتم بازار بورس (۲۵۵۳۶ پوند) با بهترین پاسخ بهینه در جدول ۱۵، یعنی مقادیر ۲۵۴۸۱ پوند، حدود ۰/۲۲ درصد افزایش وزن مشاهده می شود.

۲- برای سازه ۷۲ عضوی، وزن بهینه حاصل از الگوریتم بازار بورس برابر ۳۶۳/۸۲ پوند بوده که نسبت به نتایج سایر الگوریتم های جدول ۱۲ در حالت بارگذاری اول، بهترین پاسخ بهینه می باشد. همچنین برای شرایط بارگذاری دوم، مطابق جدول ۱۳، وزن بهینه ۳۷۹/۶ پوند نیز کمترین وزن بهینه محاسباتی بوده که عملکرد عالی و قابل قبول الگوریتم بازار بورس را نشان می دهد.

۳- برای سازه ۲۵ عضوی، وزن بهینه حاصل از الگوریتم بازار بورس برابر ۵۴۵/۱۶۸ پوند و تقریباً معادل بهترین پاسخ یعنی ۵۴۵/۱۶۴ پوند در بین الگوریتم های جدول ۸ می باشد.

۴- برای سازه ۲۲ عضوی، وزن بهینه برابر ۱۰۲۳/۹۲ پوند برآورد شده که با نتایج پاسخهای بهینه سایر الگوریتم ها مطابق جدول ۶ و با شرایطی که محدودیت قیدها رعایت گردد، مطابقت دارد.

- ۵- برای سازه خرپایی ۱۸ عضوی، وزن بهینه ۶۴۳۰/۵۲۹ پوند بدست آمده است و با کمترین وزن بهینه با مقادیر ۶۴۳۰ پوند در شرایط عدم تخطی مقادیر قیدها مطابقت داشته و اختلاف قابل توجه مشاهده نمی‌شود.
- ۶- در سازه ۱۰ عضوی برای حالت بارگذاری اول، وزن بهینه با الگوریتم بازار بورس برابر ۵۰۶۰/۸۵ پوند و نسبت به نتایج سایر الگوریتم‌های جدول ۱، بهترین پاسخ بهینه می‌باشد. در حالت بارگذاری دوم، وزن بهینه برابر ۴۶۷۷/۰ پوند و مطابق با بهترین پاسخ حاصل از سایر الگوریتم‌ها در جدول ۲ می‌باشد.
- ۷- با توجه به عملکرد قابل قبول الگوریتم بازار بورس، ضرورت بهینه‌سازی سایر سازه‌ها مانند صفحات و پوسته‌ها، قاب‌های سازه-ای و سازه‌های بزرگ مقیاس با تعداد متغیرهای طراحی بیشتر جهت تحقیقات آتی پیشنهاد می‌گردد. همچنین بررسی حساسیت پاسخ‌ها، نسبت به تعداد جمعیت و زیرمجموعه آنها که متناسب با نوع مسئله باشد نیز از ضرورت‌های تحقیق می‌باشد.
- ۸- با توجه به کارایی و توانمندی الگوریتم بازار بورس، ترکیب این الگوریتم با سایر الگوریتم‌های فراکاوشی یا بهبود و اصلاح الگوریتم بازار بورس بخصوص برای سازه‌های بزرگ مقیاس نیز توصیه می‌گردد.

۶- مراجع

- [1] Stolpe, M. (2016). "Truss optimization with discrete design variables: a critical review. Structural and Multidisciplinary optimization", Vol.53, pp. 349-374.
- [2] Salcedo-Sanz, S. (2016). "Modern meta-heuristics based on nonlinear physics processes: A review of models and design procedures." Physics Reports, Vol. 655, pp.1-70.
- [3] Kaveh, A., & Ghazaan, M. I. (2018). "Meta-heuristic algorithms for optimal design of real-size structures." Switzerland: Springer International Publishing.
- [4] Zargham, S., Ward, T. A., Ramli, R., & Badruddin, I. A. (2016). "Topology optimization: a review for structural designs under vibration problems." Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.53, pp 1157-1177.
- [5] Wolpert, D. H., & Macready, W. G. (1997). "No free lunch theorems for optimization." IEEE transactions on evolutionary computation, Vol.1(no.1), pp 67-82.
- [6] Rajeev, S., & Krishnamoorthy, C. S. (1992). "Discrete optimization of structures using genetic algorithms. Journal of structural engineering," Vol.118(no.5), pp 1233-1250.
- [7] Li, L. J., Huang, Z. B., Liu, F., & Wu, Q. H. (2007). "A heuristic particle swarm optimizer for optimization of pin connected structures." Computers & structures, Vol. 85(7-8), pp 340-349.
- [8] Camp, C. V., & Bichon, B. J. (2004). "Design of space trusses using ant colony optimization. Journal of structural engineering," Vol.130(no.5), pp.741-751.
- [9] Sonmez, M. (2011). Discrete optimum design of truss structures using artificial bee colony algorithm. Structural and multidisciplinary optimization, 43, 85-97..
- [10] Jawad, F. K., Mahmood, M., Wang, D., Osama, A. A., & Anas, A. J. (2021, February). Heuristic dragonfly algorithm for optimal design of truss structures with discrete variables. In Structures (Vol. 29, pp. 843-862). Elsevier..
- [11] Degertekin, S. O., Saka, M. P., & Hayalioglu, M. S. (2008). "Optimal load and resistance factor design of geometrically nonlinear steel space frames via tabu search and genetic algorithm." Engineering Structures, Vol.30(no.1), pp. 197-205.
- [12] Kaveh, A., Ilchi Ghazaan, M., & Saadatmand, F. (2022). "Colliding bodies optimization with Morlet wavelet mutation and quadratic interpolation for global optimization problems." Engineering with Computers, pp.1-25.
- [13] Kooshkbaghi, M., & Kaveh, A. (2020). "Sizing optimization of truss structures with continuous variables by artificial coronary circulation system algorithm." Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering, vol.44, pp.1-20.
- [14] Kaveh, A., & Zakian, P. (2014). Optimal seismic design of reinforced concrete shear wall-frame structures. KSCE Journal of Civil Engineering, 18, 2181-2190.
- [15] Kaveh, A. (2014). "Advances in metaheuristic algorithms for optimal design of structures" Switzerland: Springer International Publishing. (pp. 9-40).
- [16] Kaveh, A., & Talatahar, S. (2008). "A hybrid particle swarm and ant colony optimization for design of truss structures."
- [17] Kaveh, A., & Malakoutirad, S. (2010). "Hybrid genetic algorithm and particle swarm optimization for the force method-based simultaneous analysis and design"
- [18] Kaveh, A., & Talatahari, S. (2009). "Hybrid algorithm of harmony search, particle swarm and ant colony for structural design optimization. In Harmony search algorithms for structural design optimization" Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. pp. 159-198.
- [19] Kaveh, A., & Talatahari, S. (2012). "A hybrid CSS and PSO algorithm for optimal design of structures." Structural Engineering and Mechanics, Vol.42(no.6), pp. 783-797.

- [20] Khatibinia, M, & Yazdani, H. (2018). "Accelerated multi-gravitational search algorithm for size optimization of truss structures." *Swarm and Evolutionary Computation*, Vol.38, pp.109-119.
- [21] Javidi, A., Salajegheh, E, & Salajegheh, J. (2019). "Enhanced crow search algorithm for optimum design of structures." *Applied Soft Computing*, Vol.77, pp. 274-289.
- [22] Alkhraisat, H, Dalbah, L.M., Al-Betar, M. A, Awadallah, M. A., Assaleh, K, & Deriche, M. (2023). "Size Optimization of Truss Structures Using Improved Grey Wolf Optimizer." *IEEE Access*, Vol. 11, 13383-13397.
- [23] Khajeh, A., Kiani, A., Seraji, M., & Dashti, H. (2023). "Optimization of structure using hybrid Harris hawks and genetic algorithm." *Journal of Structural and Construction Engineering*, Vol.10(no.1), pp.114-132
- [24] Ghorbani, N., & Babaei, E. (2014). "Exchange market algorithm. *Applied soft computing*," Vol.19, pp. 177-187.
- [25] Sonmez, M. (2011). "Artificial Bee Colony algorithm for optimization of truss structures." *Applied Soft Computing*, Vol.11(no.2), pp. 2406-2418.
- [26] Lee, K. S., & Geem, Z. W. (2004). "A new structural optimization method based on the harmony search algorithm." *Computers & Structures*, Vol.82(9-10), pp. 781-798.
- [27] Kaveh, A, & Zakian, P. (2018). "Improved GWO algorithm for optimal design of truss structures." *Engineering with Computers*, Vol.34, pp. 685-707.
- [28] Sheu, C.Y, & Schmit Jr, L.A (1972). "Minimum weight design of elastic redundant trusses under multiple static loading conditions." *AIAA journal*, Vol.10(no.2), pp.155-162.
- [29] Degertekin, S.O. (2012). "Improved harmony search algorithms for sizing optimization of truss structures." *Computers & Structures*, Vol.92, pp. 229-241.
- [30] Kaveh A, Bakhshpoori T, Afshari E. An efficient hybrid Particle Swarm and Swallow Swarm Optimization algorithm. *Comput Struct* 2014;143:40-59.
- [31] Kaveh, A., & Bakhshpoori, T. (2016). A new metaheuristic for continuous structural optimization: water evaporation optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 54, 23-43.
- [32] Kaveh, A., Akbari, H., & Hosseini, S. M. (2020). "Plasma generation optimization: a new physically-based metaheuristic algorithm for solving constrained optimization problems." *Engineering Computations*, Vol.38(no.4), pp.1554-1606.
- [33] Imai, K, & Schmit Jr, L.A (1981). "Configuration optimization of trusses. *Journal of the Structural Division*," Vol.107, pp. 745-756.
- [34] Khan, M. R, Willmert, K. D, & Thornton, W.A. (1979). "An optimality criterion method for large-scale structures." *AIAA journal*, Vol.17(no.7), pp. 753-761.
- [35] Kaveh, A., & Zolghadr, A. (2017). Cyclical parthenogenesis algorithm: A new meta-heuristic algorithm.
- [36] Jalili, S, & Husseinzadeh Kashan, A. (2019). "An optics inspired optimization method for optimal design of truss structures." *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, Vol.28(no.6), e1598.
- [37] Toğan, v, & Daloğlu, A.T (2008). "An improved genetic algorithm with initial population strategy and self-adaptive member grouping." *Computers & Structures*, Vol.86(11-12), pp. 1204-1218.
- [38] Kaveh, A, Talatahari, S, & Khodadadi, N. (2020). "Hybrid invasive weed optimization-shuffled frog-leaping algorithm for optimal design of truss structures." *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, Vol.44, pp. 405-420.
- [39] Kaveh, A, & Khayatizad, M. (2013). "Ray optimization for size and shape optimization of truss structures." *Computers & Structures*, Vol.117, pp.82-94.
- [40] Kaveh, A, & Zakian, P. (2014). "Enhanced bat algorithm for optimal design of skeletal structures." pp.179-212.
- [41] Ozbasaran, H, & Eryilmaz Yildirim, M. (2020). "Truss-sizing optimization attempts with CSA: a detailed evaluation." *Soft Computing*, Vol.24, pp.16775-16801.
- [42] Kooshkbaghi, M., & Kaveh, A. (2020). "Sizing optimization of truss structures with continuous variables by artificial coronary circulation system algorithm." *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, Vol.44, pp.1-20.
- [43] Talatahari S, Kheirollahi M, Farahmandpour C, Gandomi AH. A multi-stage particle swarm for optimum design of truss structures. *Neural Comput Appl* 2013;23(5): 1297-309
- [44] Camp CV, Farshchin M. Design of space trusses using modified teaching-learning based optimization. *Eng Struct* 2014;62-63
- [45] Camp CV. Design of Space Trusses Using Big Bang-Big Crunch Optimization. *J Struct Eng* 2007;133(7):999-1008