

## Experimental and Numerical Investigation on 3D strut & tie model of concrete pile caps

Mojtaba Ahmadi<sup>1</sup>, Reza Morshed<sup>2\*</sup>

1- MSc Graduate, Department of Civil Engineering, Yazd University, Yazd, Iran.

2-Associate Professor, Department of Civil Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

### ABSTRACT

Pile caps are used to transfer forces from one or more columns to a group of piles. Despite their importance in the structure, most Codes do not have a certain design method that leads to a clear understanding of resistance and behaviour of these elements. Strut & Tie model was proposed by creating a correct understanding of this behaviour and improving the previous design provisions for discontinuity regions. In the new edition of the American Building Code, ACI 318-19, the confinement effect is taken into account in calculation of compressive strength; so, designing with the S&T method in three-dimensional model turn out to be more economical and effective. In this research, 2 samples of Pile caps were tested in laboratory. The first sample had a concentrated rebar arrangement and the second sample had a uniform rebar arrangement. Both samples had 4 rows of rebar in each direction. The first sample was analysed by ACI 318-19 S&T method. Also, the behaviour of both Samples were evaluated by the finite element method. The loading capacity obtained from the S&T model was lower and more conservative than the other two methods. All piles had failed in shear mode and the failure had started from the bottom node on the bearing support. The Sample with uniform arrangement of rebar showed more load and displacement capacity than the sample with concentrated rebar arrangement.

### ARTICLE INFO

**Receive Date:** 10 June 2023

**Revise Date:** 17 November 2023

**Accept Date:** 27 November 2023

### Keywords:

Pile cap

Strut & tie method

Shear strength

Experimental Investigation

Reinforced concrete

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: <https://doi.org/10.22065/jsce.2023.397774.3120>

\*Corresponding author: Reza Morshed

Email address: [morshed@yazd.ac.ir](mailto:morshed@yazd.ac.ir)

## بررسی آزمایشگاهی و عددی مدل بست و بند سه بعدی سرشمع بتن آرمه

مجتبی احمدی<sup>۱</sup>، رضا مرشد<sup>۲\*</sup>

۱- کارشناس ارشد عمران-سازه، دانشکده عمران، دانشگاه یزد، یزد، ایران.

۲- دانشیار، دانشکده عمران، دانشگاه یزد، یزد، ایران.

### چکیده

سرشمع‌ها برای انتقال نیرو از یک یا چند ستون به گروهی از شمع‌ها استفاده می‌شوند. با وجود اهمیت آن‌ها در سازه، اکثر آیین‌نامه‌ها یک روش طراحی که منجر به درک واضحی از مقاومت و رفتار این المان شود ارائه نداده‌اند. بعضی از آیین‌نامه‌ها فرض می‌کنند که یک سرشمع مثل تیری خمشی روی شمع‌ها عمل می‌کند. این روش در پیش‌بینی رفتار و مد خرابی سرشمع‌های بتنی دارای ضعف است. مدل بست و بند برای ایجاد درک درست از این رفتار و بهبود طراحی‌های پیشین برای نواحی آشفته تنش مطرح شد. در ویرایش جدید آیین‌نامه آمریکا ACI 318-19 ضوابط مدل بست و بند تکمیل‌تر شده است و اثر محصوریت در مقاومت فشاری محاسباتی بتن در نواحی گرهی و بست‌ها لحاظ می‌شود. در این تحقیق دو نمونه سرشمع تحت بار قائم مورد بررسی آزمایشگاهی قرار گرفتند. هر دو نمونه دارای ۴ ردیف میلگرد در هر راستا بودند، با این تفاوت که نمونه اول دارای چیدمان میلگرد متمرکز و نمونه دوم دارای چیدمان میلگرد یکنواخت بود. نمونه اول با روش بست و بند آیین‌نامه آمریکا ACI 318-19 تحلیل شد. همچنین رفتار هر دو نمونه تحت بار با روش اجزای محدود مورد ارزیابی قرار گرفت. ظرفیت باربری بدست آمده از مدل بست و بند نسبت به مطالعات آزمایشگاهی و عددی محافظه کارانه بود. مد شکست نهایی نمونه‌ها بصورت برش دو طرفه مشاهده گردید. نمونه سرشمع با چیدمان یکنواخت میلگرد ظرفیت باربری و ظرفیت تغییرشکل بیشتری را نسبت به چیدمان متمرکز نشان داد.

کلمات کلیدی: سرشمع، روش بست و بند، مقاومت برشی، مطالعات آزمایشگاهی، بتن آرمه.

شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:				
doi:	https://doi.org/10.22065/jsce.2023.397774.3120	چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
	10.22065/jsce.2023.397774.3120	۱۴۰۳/۰۵/۳۱	۱۴۰۲/۰۹/۰۶	۱۴۰۲/۰۹/۰۶	۱۴۰۲/۰۸/۲۶	۱۴۰۲/۰۳/۲۰
			رضا مرشد		*نویسنده مسئول:	
			morshed@yazd.ac.ir		پست الکترونیکی:	

## ۱- مقدمه و مروری بر تحقیقات گذشته

بسیاری از ساختمان‌ها و ستون‌های پل‌ها بر روی سرشمع<sup>۱</sup> بنا شده‌اند. سرشمع‌ها، سازه‌های بتن مسلح صلبی هستند که بارهای ستون را به شمع و سپس به خاک زیرین انتقال می‌دهند که عموماً شامل ترکیبی از بار محوری و لنگرهای خمشی یک‌طرفه یا دوطرفه هستند. در حال حاضر، آیین‌نامه ACI 318-19 امکان طراحی سرشمع را با مدل‌های بست و بند<sup>۲</sup> و یا روش مقطع<sup>۳</sup> (برش یک‌طرفه، دوطرفه و طراحی خمشی) مجاز می‌داند. روش مقطع برای تیرهای معمولی و دال‌ها نیز استفاده می‌شود و چندان برای سرشمع‌ها که دارای ضخامت زیاد و دهانه کم هستند مناسب نیست. روش دیگر برای طراحی سرشمع‌های عمیق، استفاده از مدل بست و بند است که مسیر جریان نیروها در بتن را با اعضای باربر محوری مدل می‌کند. مسیر بارها با یک مدل خرابایی یا به عبارت بهتر مدل بست و بند تقریب زده می‌شود که در آن بخش‌های انتقال‌دهنده نیروی محوری فشاری با بست‌های فشاری مدل می‌شوند و بندهای کششی برای مدل‌سازی میلگردهای کششی استفاده می‌شوند. محلی از بتن که تلاقی بست‌ها و بندها است، گره یا مفصل نامیده می‌شود.

اولین مطالعات در مورد سرشمع‌ها (بلوت [۱]، کلارک [۲]، سبنیس و گوگات [۳]، ادبار [۴]) منجر به تنظیم استانداردهای طراحی سرشمع‌ها بر اساس مدل بست‌وبند شدند. در مطالعات بعدی (سوزوکی و همکاران [۵-۷]، بلادورث و همکاران [۸]، گنسالوز و همکاران [۹]، دلایبرا و گینگو [۱۰]، گیو و همکاران [۱۱]) تاثیر پارامترهای مختلف طراحی را بر روی رفتار سرشمع مورد بررسی قرار دادند. از آنجا که برخی مطالعات، شکست ترد ناشی از برش دوطرفه را نشان دادند؛ برخی از نویسندگان (ادبار و ژو [۱۲]، گوآ [۱۳]) روش‌هایی را براساس بررسی تنش‌ها در نواحی خاص (ابتدا و انتهای بست‌ها)، برای محدود کردن مقاومت سرشمع (به منظور جلوگیری از شکست برشی دوطرفه) پیشنهاد دادند. میگل تورولا و همکاران محدود کردن تنش‌های برشی دوطرفه را برای جلوگیری از این مشکل بر اساس مطالعات آزمایشگاهی خود بر روی سرشمع‌های بتنی متکی بر سه شمع و تحت بار متمرکز پیشنهاد دادند [۱۴].

بلوت و فرمی آزمایش‌های جامعی بر روی ۱۰۰ نمونه سرشمع‌های بتنی، برای بررسی تاثیر چیدمان متفاوت میلگردها انجام دادند. در بررسی نمونه‌هایی از سرشمع که بر روی چهار شمع قرار داشتند، مشاهده کردند که چیدمان یکنواخت میلگرد که در ویرایش‌های قبلی از سال ۱۹۶۷ آیین‌نامه ACI 318 پیشنهاد شده بود، باعث کاهش ۲۰٪ نیروی نهایی شکست نسبت به چیدمان متمرکز میلگرد در نواحی شمع‌ها که توسط روش بست و بند پیشنهاد شده بود، انجامید. در بررسی نمونه‌های سرشمع که بر روی سه شمع قرار داشتند، مشاهده کردند که روش پخش یکنواخت میلگرد باعث کاهش ۵۰٪ در مقاومت‌های نهایی نسبت به چیدمان متمرکز شد. آن‌ها همچنین پیشنهاد به کاهش تنش در میلگردهای طولی به مقدار حداکثر  $0.6f_y$  و تنش‌های فشاری در قسمت‌های گرهی زیر ستون و روی شمع دادند تا از وقوع برش دوطرفه در سرشمع ناشی از شکاف طولی بست‌ها جلوگیری شود [۱]. کلارک ۱۵ نمونه از سرشمع‌های بتنی با ۴ شمع که بر اساس شکست خمشی طراحی شده بود را برای بررسی چیدمان متفاوت میلگرد و طول مهاری آن، مورد آزمایش قرار داد. وی مشاهده کرد که پخش میلگرد در مقطع باعث کاهش ۱۴٪ در مقاومت شکست نمونه‌ها نسبت به میلگردهای متمرکز، می‌شود [۲]. در سال ۱۹۹۰ پری ادبار و همکارانش ۶ نمونه سرشمع را مورد آزمایش قرار دادند که همگی در برش دوطرفه شکست شدند. پس از ارزیابی عددی مشاهده شد که روش طراحی برشی در آیین‌نامه ACI 318-83 توانایی پیش‌بینی نتایج آزمایشگاهی را ندارند [۴]. در سال ۱۹۹۶ ادبار و ژو مطالعات آزمایشگاهی ۴۸ نمونه سرشمع قبلی را دوباره مطالعه کردند و با روش‌های متفاوت موجود طراحی ارزیابی کردند (با روش‌های موجود در آیین‌نامه ACI با تغییرات جدید و بدون آن<sup>۴</sup>، و همچنین با روشی که توسط دفترچه راهنمای CRSI<sup>۵</sup> پیشنهاد شده بود). آن‌ها دریافتند با توجه به اهمیت سازه‌ای سرشمع‌های بتنی، طراحی درست آن بطور مناسب توسط آیین‌نامه ACI پوشش داده نشده است و اکثریت این نوع المان‌ها با رویه‌های سرانگشتی تجربی طراحی می‌شوند که امیدوارند منجر به تنش‌های بسیار محافظه‌کارانه در طراحی شوند. در نتیجه اختلاف بسیار زیادی بین دستورالعمل‌های مختلف طراحی وجود دارد. ادبار و ژو یک روش طراحی برشی برای سرشمع‌های عمیق بر مبنای مدل بست-

<sup>1</sup> Pile cap

<sup>2</sup> Strut & Tie Model

<sup>3</sup> Sectional approach

<sup>4</sup> ACI 318-89(revised 1992)

<sup>5</sup> Concrete Reinforcing Steel Institute

ویند ارائه دادند [۱۲]. پارک و همکاران با بررسی روش‌های موجود طراحی سرشمع‌های متکی بر چهار شمع، ویرایش جدیدی از مدل بست-ویند را برای انطباق‌پذیری بیشتر با مطالعات آزمایشگاهی ارائه دادند. این روش جدید از قوانین تشکیل دهنده برای بتن مسلح ترک خورده استفاده می‌کند و هم‌سازگاری کرنش و هم‌تعادل را در نظر می‌گیرد [۱۵].

در سال ۲۰۱۵ گوا بار شکست نمونه‌هایی از سرشمع با چیدمان یکنواخت آرماتور را که تحت برش دوطرفه دچار شکست شدند را ارزیابی کرد و یک روش تعمیم یافته مدل بست و بند سه‌بعدی برای ارزیابی مقاومت برش دوطرفه سرشمع‌های معمول با شبکه یکنواخت میلگرد ارائه داد [۱۳]. در سال ۲۰۱۸ ملندز و همکاران مدل‌های سه‌بعدی بست و بند را برای تحلیل و طراحی سرشمع‌های با چهارشمع، اصلاح کردند. در واقع با بررسی مطالعات پیشین، پراکندگی قابل توجهی را بین نتایج آزمایشگاهی و روش طراحی مشاهده کردند که نگرانی بزرگتر این است که برخی از این روش‌ها مقاومت برشی را بیش از مقدار قابل تحمل سرشمع برآورد کنند. آن‌ها مدلی از بست و بند برای سرشمع‌های با چهار شمع ارائه کردند که در آن هندسه اتخاذ شده بهینه شده است. شیب بست در مدل بست و بند پیشنهادی مستقیم از سمت ستون به شمع، از حداکثر بارمقاوم که توسط خرپا در مدهای مختلف شکست تحمل می‌شود، بدست می‌آید. این شیب برخلاف مدل-های بست‌ویند قبلی، متغیر است [۱۶]. در سال ۲۰۱۸ تورتولا و همکاران ۲۱ سرشمع با نسبت‌های مختلف دهانه برش به عمق و چیدمان آرماتور را به منظور بررسی اثر بار خروج از مرکز بر روی مقاومت سرشمع و دقت روابط آیین‌نامه، مورد مطالعه قرار دادند [۱۷]. عبدالرزاق و فرهود در سال ۲۰۱۹ نتیجه تحقیق خود روی دوازده سرشمع با گروه شمع‌های دوتایی، سه‌تایی و چهارتایی را منتشر نمودند [۱۸]. آنان نتیجه ارزیابی تحلیلی این سرشمع‌ها را با روش مقطع و روش بست و بند با نتایج آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار دادند. بر اساس نتایج آنان روش بست و بند آیین نامه ACI 318-14 می‌تواند منجر به ارزیابی دقیقتر و البته محافظه‌کارانه از ظرفیت باربری سرشمع گردد.

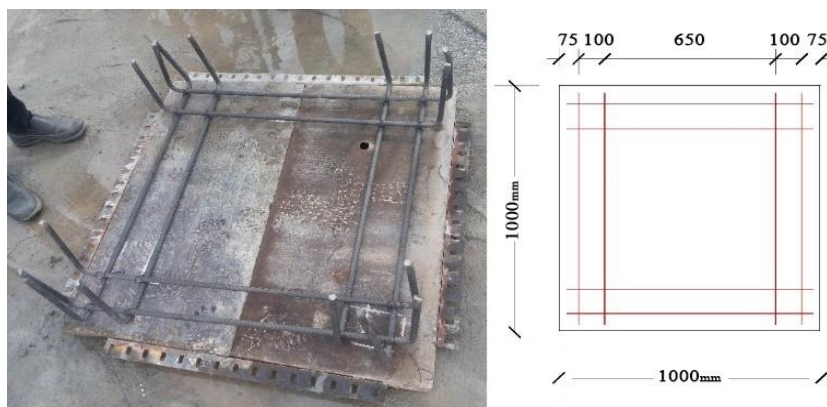
با توجه به مطالعات پیشین، روش‌های قدیمی طراحی سرشمع، قابلیت پیش‌بینی درست رفتار المان را نداشتند و به همین علت غالب این طرح‌ها تجربی و سرانگشتی داده می‌شدند. همچنین بعلت عدم شناخت صحیح از بار شکست، آیین‌نامه‌ها حد بار پیشنهادی طراحی خود را بسیار محافظه‌کارانه ارائه می‌دادند که از منظر اقتصادی نیز جای تامل بود. با توجه به اینکه رفتار برنولی برای سرشمع برقرار نیست و توزیع کرنش‌ها در ارتفاع المان غیرخطی است، نمی‌توان توقع تغییر شکل‌های زیاد خمشی را از المان تدری مثل سرشمع داشت و استفاده از روابط معمول طراحی خمشی تیر برای سرشمع مجاز نیست. کماکان که عمده آزمایش‌های گذشته بر روی سرشمع‌ها، شکست برشی دوطرفه را گزارش داده بودند. برای رفع این مشکل، روش بست و بند ارائه شد. اما این روش هنوز برای مدل‌های سه‌بعدی، نیاز به تکمیل و ارزیابی و ارائه بهینه‌ترین فرضیات از نظر هندسه خرپا، محدودیت‌های تنش فشاری در بست‌ها و سایر محدودیت‌های کنترل‌کننده نوع شکست، به منظور همگرایی بهتر مقادیر مقاومت آزمایشگاهی با مقادیر حاصل از پیش‌بینی بست و بند می‌باشد. برخی از محققین مثل ادبار و همکاران [۴] بر روی محدود کردن مقدار تنش موجود در بست‌ها، به منظور کنترل شکست دوطرفه، متمرکز شده‌اند در حالی که برخی همچون کارلوس ملندز و همکاران [۱۶] بر روی هندسه خرپا و متغیر بودن زاویه بست با سطح افق، متمرکز شدند تا به همگرایی بهتر مدل پیشنهادی بست و بند آن‌ها با نتایج آزمایشگاهی منجر شود.

روش بست و بند که بعنوان روش محاسباتی برای تخمین بهتر ظرفیت سرشمع ارائه شده بود، در طی زمان همواره دچار اصلاحاتی شده است تا تقریب این پیش‌بینی‌ها به حداقل برسد. تحقیقات آزمایشگاهی پیشین بر روی پارامترهای مختلف سرشمع و ارزیابی به روش بست و بند، انجام شده است. بعضی از این تحقیقات اصلاحاتی یا محدودیت‌هایی را بر روی روش بست و بند پیشنهاد داده‌اند. تعدادی نیز اصلاحاتی را بر روی هندسه سه‌بعدی انتخابی روش بست و بند در طراحی سرشمع پیشنهاد دادند. در آیین‌نامه ACI 318-19 پارامتر محصوریت بتن بعنوان عاملی تاثیرگذار در تعیین ظرفیت باربری اعضای مدل بویژه در مدل‌های سه‌بعدی اضافه شده است. اصلاح مدل بست و بند در آیین نامه جدید بتن آمریکا، نیاز به انجام تحقیق روی ضوابط جدید را باعث شده است. اهداف تحقیق حاضر عبارت‌اند از:

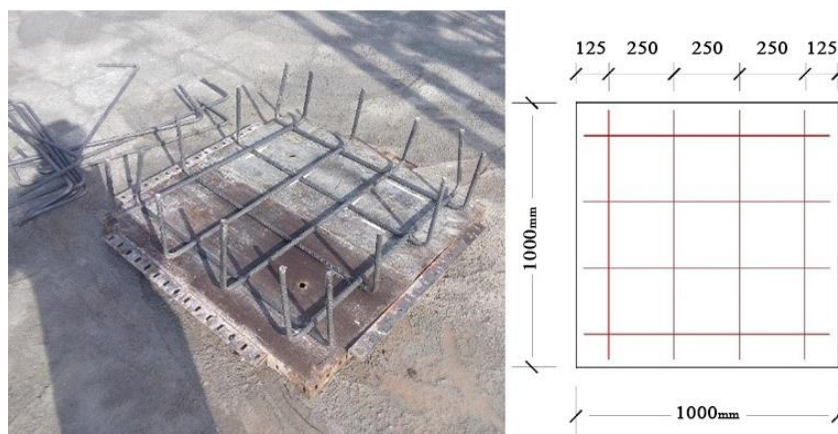
- بررسی ضوابط جدید روش بست و بند ACI 318-19 در پیش‌بینی بار شکست سرشمع‌ها و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی و مدل اجزای محدود
- بررسی تاثیر چیدمان متفاوت میلگردها بر روی ظرفیت سرشمع‌ها

## ۲- جزییات نمونه‌ها و آزمایش‌ها

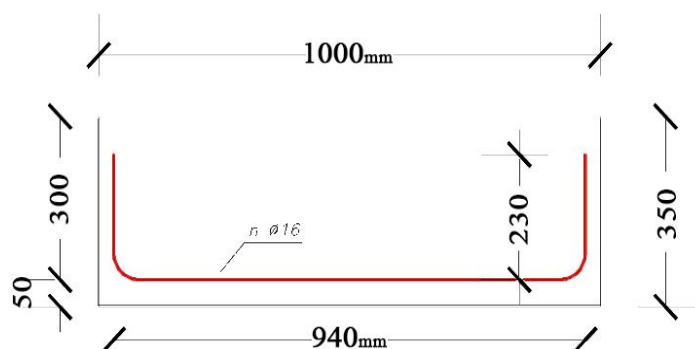
۲ نمونه در ابعاد یک در یک متر و به ضخامت ۳۵۰ میلی‌متر ساخته شدند. از میلگرد با قطر ۱۶ میلی‌متر در تسلیح نمونه‌ها استفاده شده است. هر دونمونه از نظر تعداد میلگرد برابر، ولی دارای چیدمان متفاوت بودند (شکل های ۱ تا ۳). نسبت آرماتور انتخابی نمونه‌ها نزدیک به نسبت آرماتور حرارتی، که برای سرشمع‌ها مرسوم است، در نظر گرفته شد (نسبت آرماتور حرارتی حدود ۰/۰۰۲ و نسبت آرماتور اجرا شده ۰/۰۰۲۳ بود).



شکل ۱: نمونه ۱ با چهار میلگرد در هر جهت با آرایش متمرکز



شکل ۲: نمونه ۲ با چهار میلگرد با آرایش یکنواخت



شکل ۳: نحوه اجرای خم میلگرد

مصالح مصرفی به قرار ذیل بودند:

- میلگردهای فولادی از رده S400 تهیه شدند. مقاومت تسلیم اندازه‌گیری شده آنها در آزمایشگاه ۴۹۰ مگاپاسکال بود.
- برای نمونه‌های سرشمع از بتن آماده رده C30 استفاده شده است و نتایج نمونه‌های مقاومت فشاری حداقل مقاومت فشاری مکعبی ۳۵/۵ مگاپاسکال و متوسط ۳۷ مگاپاسکال را نشان داد. با توجه به اختلاف حدود ۲۰ درصدی مقاومت مکعبی و استوانه‌ای، مقاومت استوانه‌ای حدود ۳۰ مگاپاسکال در نظر گرفته شد

میلگردها در کارگاه به دقت و با اندازه‌های مطابق شکل ۳ برش و خم خوردند. برای دقت در فاصله‌گذاری بین هر دو میلگرد نواحی بوسیله گچ اندازه‌گذاری شدند و سپس با سیم مفتول نازک به هم وصل شدند. همچنین برای عدم چرخش و خم شدن شبکه میلگرد ساخته شده حین بتن‌ریزی، انتهای خم دو به دو میلگردها با سیم مفتول با فاصله مشخص به هم وصل شدند. بدلیل ابعاد بزرگ نمونه‌ها، هر چهار نمونه در فضای کارگاهی ساخته شدند. برای قالب بندی از دو قالب نیم در یک متر به عنوان قالب کف و چهار قالب نیم در یک متر بعنوان قالب جانبی استفاده شد. اتصال تمام آن‌ها توسط نبشی و پین و گوه انجام شد. تراز ۳۵۰ میلی‌متر بر روی قالب‌های جانبی به منظور مشخص کردن حد بتن‌ریزی علامت‌گذاری شد. آرماتوربندی و قالب‌بندی در شکل‌های ۴ و ۵ نمایش داده شده اند.



شکل ۴: آرماتوربندی



شکل ۵: نحوه قالب‌بندی

نمونه‌ها پس از بتن‌ریزی و باز شدن قالب‌ها به مدت ۲۸ روز بصورت غرقابی عمل آوری شدند (شکل ۶).



شکل ۶: نمونه‌های سرشمع

تکیه‌گاه‌های استوانه‌ای به قطر ۱۲۰ میلی‌متر که معرف شمعه‌های استوانه‌ای بودند، ۲۴ ساعت قبل از حمل نمونه به محل بارگذاری با چسب اپوکسی در محل مورد نظر مطابق شکل ۷ تثبیت شدند. فاصله مرکز تا مرکز تکیه‌گاه‌ها ۷۵۰ میلی‌متر در نظر گرفته شد. با توجه به ابعاد و شرایط تکیه‌گاهی، نمونه‌ها تقریباً با مقیاس یک دوم مورد آزمایش قرار گرفتند. نمونه روز بعد در زیر دستگاه قرار گرفته و سپس صفحه فولادی مربعی به ابعاد ۲۰۰ میلی‌متر در محل بارگذاری، توسط سیمان گروت دقیقاً تراز و تثبیت شد. این فرآیند نیز یک‌روز قبل از آزمایش نمونه می‌باشد. به منظور سنجش جابجایی وسط نمونه، توسط جابجایی‌سنج عقربه‌ای مقدار جابجایی صفحه فولادی در طی فرآیند بارگذاری ثبت گردید (شکل ۸).



شکل ۷: آماده‌سازی تکیه‌گاه‌های نمونه

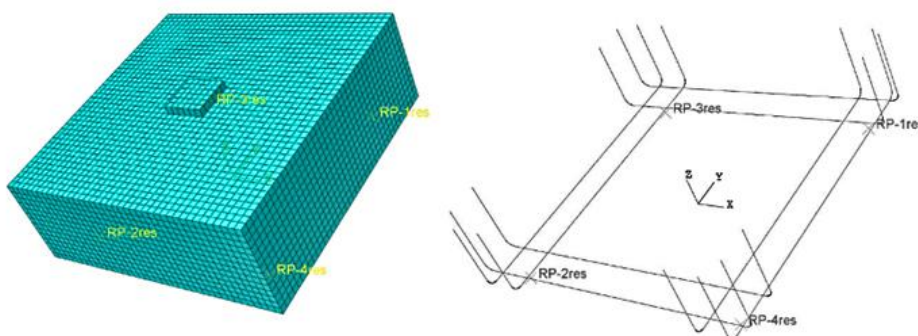


شکل ۸: استقرار نمونه سرشمع روی تکیه‌گاه، نصب صفحه بارگذاری و جابجایی سنج

### ۳- مدل‌سازی اجزای محدود در نرم‌افزار آباکوس

#### ۳-۱ نوع المان

نوع المان بتن از جنس solid و نوع المان میلگرد بدلیل عدم نیاز به تعریف اندرکنش و چسبندگی از نوع wire انتخاب شده است (شکل ۹).



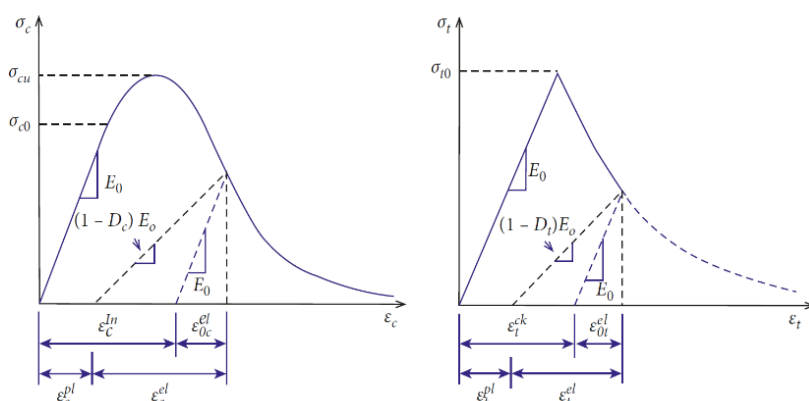
شکل ۹: مدل آباکوس سرشمع و نحوه مش‌بندی به‌مراه مدل آرایش میلگرد متمرکز نمونه اول

#### ۳-۲ تعریف مصالح

برای تعریف بتن از فرمول‌بندی‌های مدل پلاستیسیته بتن استفاده شده است که شامل دو رفتار الاستیک و پلاستیک کامل بتن در نرم‌شوندگی کرنشی آن می‌باشد. دو مکانیزم اصلی شکست آن عبارتند از: ترک‌های کششی و خردشدن فشاری بتن. کامل شدن سطح شکست در این تئوری با استفاده از متغیرهای سخت‌شدگی که به ترتیب مربوط به مکانیزم‌های شکست تحت بارگذاری فشاری و کششی هستند کنترل می‌گردد.

در  $\epsilon_c^{pl}$ ,  $\epsilon_t^{pl}$  در واقع کرنش‌های پلاستیک معادل هستند و در شکل ۱۰ نمودارهای تنش کرنش تک محوری بتن آورده شده است. رفتار بتن تحت کشش تا مقدار  $\sigma_{to}$  خطی می‌باشد و پس از آن با شروع و گسترش ترک‌ها خرابی‌ها مشاهده می‌شوند که به صورت منحنی نرم‌شوندگی در فضای تنش-کرنش نمایش داده می‌شود. تحت فشار تک محوره نیز، پاسخ تا رسیدن به نقطه  $\sigma_{co}$  کاملاً الاستیک و خطی

هست و در ناحیه پلاستیک بین  $\sigma_{cu}$  و  $\sigma_{c0}$  بصورت منحنی سخت‌شوندگی تعریف می‌شود. پس از نقطه  $\sigma_{cu}$  (تنش نهایی) نیز منحنی‌ها بصورت منحنی نرم‌شونده در می‌آیند.



شکل ۱۰: سمت راست: نمودار تنش کرنش کششی و سمت چپ: تنش کرنش فشاری

- پارامترهای ورودی برای بتن با مقاومت استوانه‌ای ۳۰ مگاپاسکال (جدول ۱):
- ۱- مدول الاستیسیته بتن با توجه به رابطه  $4700\sqrt{F_c}$ ، مقدار ۲۵۷۴۰ مگاپاسکال.
- ۲- ضریب پواسون ۰/۲.
- ۳- وارد کردن داده‌های اکسل مقادیر منحنی‌های تنش-کرنش غیرخطی بتن در فشار تا کرنش ۰/۰۰۳۵ و منحنی تنش-کرنش ترک‌خورده در کشش بصورت دوخطی برای تغییرات کرنش.
- ۴- وارد کردن پارامتر آسیب برحسب کرنش ترک خورده  $(d_t - \epsilon_t^{ck})$  در کشش و برحسب کرنش غیرخطی  $(d_c - \epsilon_c^{ln})$  در فشار.
- ۵- وارد کردن پارامترهای مدل پلاستیسیته بتن طبق جدول ۱

جدول ۱: پارامترهای مدل پلاستیسیته بتن

پارامتر ویسکو الاستیک	$k_c$	$\frac{f_{bo}}{f_{co}}$	خروج از مرکزیت پلاستیک	زاویه اتساع $\emptyset$
۰/۰۰۱	۰/۶۶۶۷	۱/۱۶۷	۰/۱	۳۰

برای تعریف رفتار فولاد با توجه به شکست نهایی ترد سرشمع (ناشی از شکست بتن خواه قبل از تسلیم آرماتور یا بعد از آن)، فولاد به مرزگسیختگی نمی‌رسد و صرفاً تعریف فولاد به صورت مصالح دو خطی (نقطه تسلیم و نقطه گسیختگی سخت شونده) کافیست.

### ۳-۳ تنظیمات گام‌های تحلیل

با توجه به مشکلات همگرایی روش ضمنی استاتیکی<sup>۶</sup> به جای آن از روش صریح دینامیکی<sup>۷</sup> که روشی با دقت کمتری نسبت به قبلی می‌باشد، استفاده شد. همچنین تعداد نقاط خروجی در بخش خروجی‌های میدانی<sup>۸</sup> صد نقطه انتخاب شدند. پس از هر تحلیل نسبت انرژی جنبشی به انرژی درونی بوجود آمده در هر تحلیل بررسی شد. همچنین برای سنجش میزان جابجایی عمودی نمونه، در محل

<sup>6</sup> static general

<sup>7</sup> dynamic explicit

<sup>8</sup> field output

بارگذاری نقطه مرجعی جهت خروجی‌های جابجایی تعریف گردید و برای سنجش میزان بار تحمل شده توسط سرشمع، در محل یکی از تکیه‌گاه‌ها (تقارن بار و نمونه) نقطه مرجعی برای خروجی نیروهای متحمل تکیه‌گاه در فرآیند تحلیل تعریف گردید. گزارش این نقاط در قسمت تنظیمات تاریخچه تحلیل<sup>۹</sup> گمارده شده است.

### ۳-۴ بارگذاری

به جای اعمال بار از جنس نیرو در محل بارگذاری، از اعمال جابجایی (با مقدار فرضی اولیه) به منظور تعیین نقطه عطف شکست نمونه (با قرائت بار وارده بر تکیه‌گاه) استفاده شد. زیرا نمونه پس از شکست بتن قابلیت تحمل بار اضافه وارده را ندارد اما برای اعمال جابجایی (قبل و بعد شکست) محدودیتی وجود ندارد.

### ۳-۵ قیود

سه نوع قید در این مدل تعریف شده است:

- ۱- قید مدفون<sup>۱۰</sup>: برای تعریف کردن میلگرد مدفون در بتن.
- ۲- قید همبندی<sup>۱۱</sup>: برای یکی کردن سطح زیرین صفحه فولادی بارگذاری با سطح رویه بتن.
- ۳- قید همبستگی<sup>۱۲</sup>: برای یکی کردن جابجایی نقاط مرجع (بارگذاری و تکیه‌گاه) با سطح متناظر با آن‌ها. نتایج مطالعه عددی در بخش ارائه نتایج آورده شده است.

### ۴- تحلیل سرشمع به روش بست‌وبند

مدل بست‌وبند برای طراحی اعضای سازه‌ای بتنی و یا ناحیه‌ای از اعضا به کار می‌رود که ناپیوستگی در بار یا هندسه در آن باعث توزیع غیرخطی کرنش‌ها در مقطع می‌شوند. این ناپیوستگی‌ها عمدتاً با تغییری در هندسه عضو سازه‌ای و یا تحت بار متمرکز و یا واکنش تکیه‌گاهی رخ می‌دهند و به اندازه عمق مقطع از هر طرف (محل تغییر در بار یا هندسه) ادامه می‌یابند.

در طراحی برای بار وارده به سرشمع باید ظرفیت باربری اجزای مدل مورد بررسی قرار گرفته و برای هر بخش رابطه  $\phi S_N \geq U$  در آن ارضا شود. روابط تحلیلی از آیین‌نامه ACI 318-19 استخراج شده اند.

- بست‌ها:

$$\phi F_{ns} \geq F_{us} \quad (1)$$

- بندها:

$$\phi F_{nt} \geq F_{ut} \quad (2)$$

- گره‌ها:

$$\phi F_{nm} \geq F_{us} \quad (3)$$

<sup>9</sup> History output

<sup>10</sup> Embedded region

<sup>11</sup> tie

<sup>12</sup> coupling

## ۴-۱ ظرفیت بست‌ها

ظرفیت بست‌های فشاری از روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$F_{ns} = f_{ce} A_{cs} \quad (۴)$$

$$f_{ce} = 0.85 \beta_c \beta_s f_c' \quad (۵)$$

## ۴-۲ ظرفیت بندها

ظرفیت بندهای کششی از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$F_{nt} = f_y A_{ts} \quad (۶)$$

## ۴-۳ مقاومت گره‌ها

مقاومت فشاری نواحی گرهی از روابط زیر محاسبه می‌شود.

$$F_{nm} = f_{ce} A_{nz} \quad (۷)$$

$$f_{ce} = 0.85 \beta_c \beta_n f_c' \quad (۸)$$

## ۴-۴ گام‌های محاسباتی ظرفیت سرشمع به روش بست و بند

۱- محاسبه ظرفیت کامل میلگردهای متمرکز بر روی سرشمع  $F_{ny}$

۲- محاسبه حداقل ضخامت مورد نیاز  $h_1$  برای گره فوقانی براساس ظرفیت گسیختگی میلگردها (از این مرحله حداکثر  $\theta_s^{3d}$  نیز بدست می‌آید).

۳- ظرفیت سرشمع با فرض تسلیم آرماتورهای متمرکز طبق رابطه (۹) بدست می‌آید.

$$P_{nt,u} = 4\sqrt{2} \tan \theta_s^{3d} F_{nt,u} \quad (۹)$$

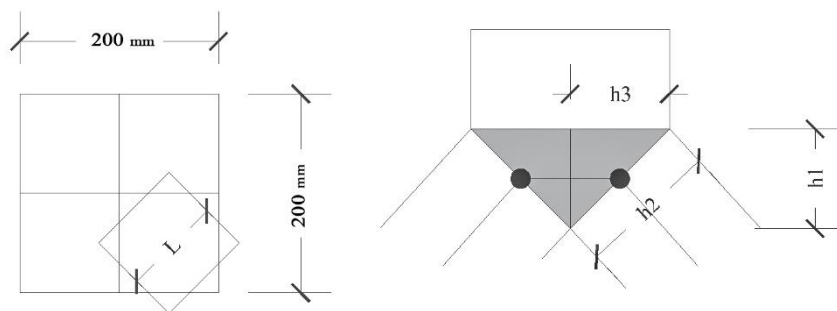
۴- بدست آوردن ظرفیت سرشمع با فرض شکست بست‌های قطری با محدود کردن نیروهای موجود در آن به ظرفیت هر بست در گره فوقانی بین ستون و سرشمع طبق رابطه (۱۰).

$$P_{ns,1} = 4 \sin \theta_s^{3d} F_{ns,1} \quad (۱۰)$$

$$F_{ns,1} = A_{cs,1} f_{ce} \quad (۱۱)$$

$$A_{cs,1} = bh_2 = b(h_1 \cos(\theta_s^{3d}) + h_2 \sin(\theta_s^{3d})) \quad (۱۲)$$

b عرض گره می باشد که برابر نصف عرض صفحه بارگذاری می باشد. مقادیر  $h_1$  تا  $h_3$  در شکل ۱۱ مشخص شده است.



شکل ۱۱: گره فوقانی زیر صفحه بارگذاری

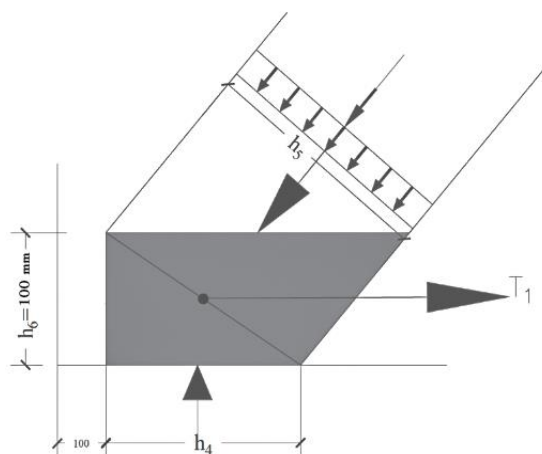
۵- بدست آوردن ظرفیت سرشمع با فرض شکست بست های قطری با محدود کردن نیروهای موجود در آن به ظرفیت هر بست در گره تحتانی بین تکیه گاه و سرشمع طبق رابطه (۱۳).

$$P_{ns,2} = 4 \sin \theta_s^{3d} F_{ns,2} \quad (13)$$

$$F_{ns,2} = A_{cs,2} f_{ce} \quad (14)$$

$$A_{cs,2} = bh_5 = b(h_6 \cos(\theta_s^{3d}) + h_4 \sin(\theta_s^{3d})) \quad (15)$$

در رابطه فوق b عرض گره پایینی که برای گره مربعی شکل  $b = h_4$  می باشد. همچنین  $h_6$  برابر با ضخامت گره تحتانی می باشد که در برای نمونه های حاضر با توجه به ضخامت پوشش ۵۰ میلی متری شبکه زیرین برابر  $h_6 = 100mm$  می باشد. مقادیر  $h_4$  تا  $h_6$  در شکل ۱۲ مشخص شده است:



شکل ۱۲: گره تحتانی

۶- مقدار حداقل ظرفیت بدست آمده از سه رابطه فوق مقدار ظرفیت سرشمع می باشد. مفاهیم ذکر شده طبق رابطه (۱۶) بیان می شود.

$$P_n = \min(P_{n,u}, P_{ns,1}, P_{ns,2}) \quad (16)$$

## ۴-۵ محاسبات نمونه ۱ با چهار میلگرد در هر راستا با آرایش متمرکز (شکل ۱)

مدل بست و بند سه بعدی نمونه اول در شکل ۱۳ نشان داده شده است. این مدل بر اساس مشخصات نمونه که در شکل ۱۴ نمایش داده شده است، بدست آمده است.

مقاومت فشاری بتن  $f_c = 30 \text{ MPa}$ ، مقاومت تسلیم فولاد  $f_y = 490 \text{ MPa}$ ، مقاومت گسیختگی فولاد  $f_u = 600 \text{ MPa}$

$$F_{nt,y} = 2 \times 201 \times 490 = 197 \text{ kN} \quad ۱- \text{ حداکثر نیروی اعضای کششی تحتانی}$$

۲- حداقل ضخامت گره فوقانی و تعیین زاویه بست فشاری:

گره از نوع CCC (دارای سه وجه فشاری) و بست افقی آن نیز بست مرزی می باشد.

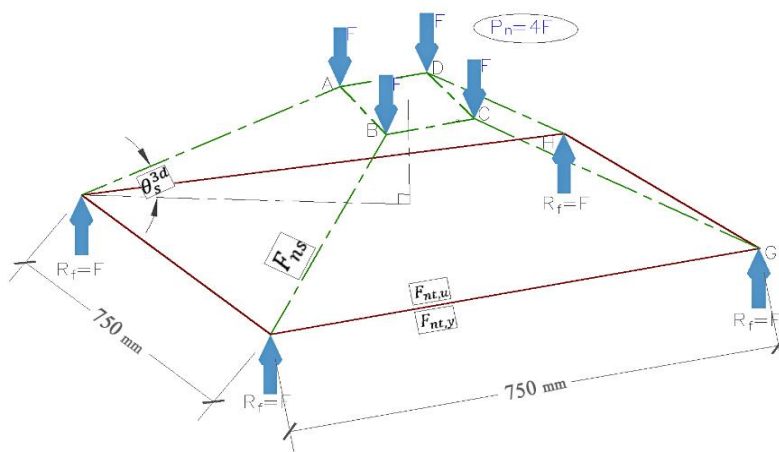
$$f_{ce} = 0.85(\beta_n = \beta_s = 1)(\beta_c = 1)30 = 25.5 \text{ MPa} \quad \text{تنش در وجه عمود گره فوقانی}$$

$$h_1 = \frac{F_{nt,y} = 197000}{(b = 100)(f_{ce} = 25.5)} = 77 \text{ mm} \quad \text{ضخامت گره فوقانی}$$

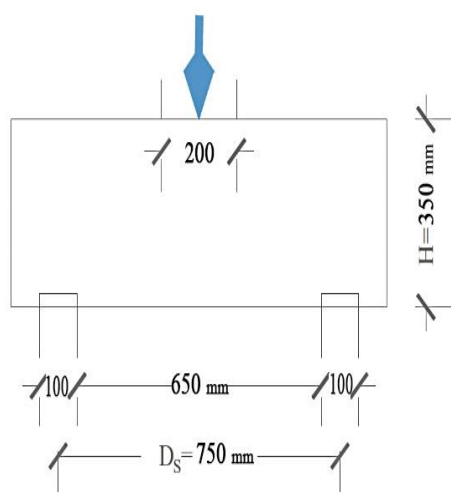
$$\theta_s^{3d} \max = \tan^{-1} \left( \frac{350 - 50 - (h_1/2 = 38.5)}{\sqrt{2} \left( \frac{750 - 100}{2} \right)} \right) \cong 29.5^\circ$$

۳- محاسبه ظرفیت شمع با در نظر گرفتن حداکثر نیروی عضو کششی تحتانی:

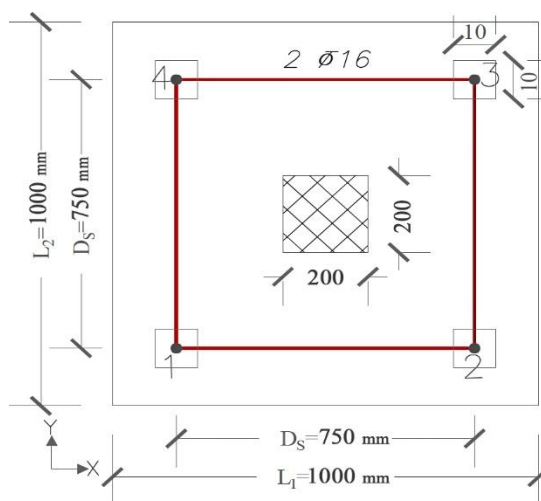
$$P_{nt,y} = 4\sqrt{2} \tan \theta_s^{3d} F_{nt,y} = 4\sqrt{2} \times \tan(29.5) \times 197 = 630 \text{ kN}$$



شکل ۱۳: مدل بست و بند سه بعدی نمونه اول



(ب)



(الف)

شکل ۱۴: ابعاد سرشمع نمونه ۱؛ (الف) پلان سرشمع، (ب) نمای جانبی.

کنترل طول مهاري:

طول مهاري آرماتور کششي قلاب شده با قطر ۱۶ ميلي متر از روابط آيين نامه ۲۱۸ ميلي متر است و طول مهاري موجود برابر است

با:

$$L = \frac{940 - 750}{2} + \frac{100}{2} + 5 \times \cot(29.5) = 247 \text{ mm}$$

که کفايت مي کند.

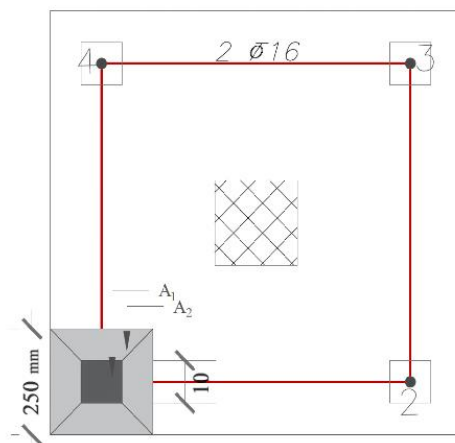
۴- محاسبه ظرفيت سرشمع با در نظر گرفتن مقاومت بست مورب در گره تحتانی:

عرض گره فوقانی  $h_3$  نصف عرض صفحه بارگذاري برابر ۱۰۰ ميلي متر می باشد و ضخامت حداقل گره فوقانی نیز ۷۷ ميلي متر بدست آمد. ابعاد افقی گره تحتانی ( $h_4 * h_4$ ) برابر سطح مشترک دوشبکه متعامد (مربع ۱۰۰ در ۱۰۰) می باشد. با توجه به اینکه ابعاد افقی هر دو گره مشابه می باشند. ظرفيت گره فوقانی (CCC) بحرانی نیست و کافيست ظرفيت گره تحتانی را بدست آورد.

همچنین گره تحتانی از نوع CTT (دارای دو وجه کششي) با ضريب  $\beta_n = 0.6$  می باشد و بست مورب نیز با ضريب  $\beta_s = 0.6$  مقاومت یکسانی با گره تحتانی متناظر خود دارد. در شکل ۱۵، سطوح A1 و A2 در رابطه  $\beta_c$  مشخص شده اند.

$$\beta_c = \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} = \sqrt{\frac{250 \times 250}{100 \times 100}} > 2$$

$$f_{ce} = 0.85 \times (\beta_s \text{ or } \beta_n = 0.6) \times (\beta_c = 2) \times 30 = 30.6 \text{ MPa}$$



شکل ۱۵: نمایش سطوح A1 و A2.

از رابطه (۱۵):

$$b = h_6 = h_4 = 100\text{mm}$$

$$A_{cs,2} = 10000(\cos(29.5) + \sin(29.5)) = 136270\text{mm}^2$$

از رابطه (۱۴):

$$F_{ns,2} = 30.6 \times \frac{10000(\cos(29.5) + \sin(29.5))}{1000} = 417\text{kN}$$

ظرفیت سرشمع در گره تحتانی طبق رابطه ۱۳:

$$P_{ns,2} = 4 \sin \theta_s^{3d} F_{ns,2} = 4 \sin \theta_s^{3d} \times 417 = 821\text{kN}$$

۵- بنابراین ظرفیت سرشمع ناشی از مقاومت بست در گره تحتانی بحرانی نیست و مقدار  $P_{ns,1} = 630\text{kN}$  مقدار ظرفیت محاسباتی سرشمع ناشی از مدل محاسباتی بست و بند برای نمونه اول می‌باشد.

## ۵- ارائه نتایج

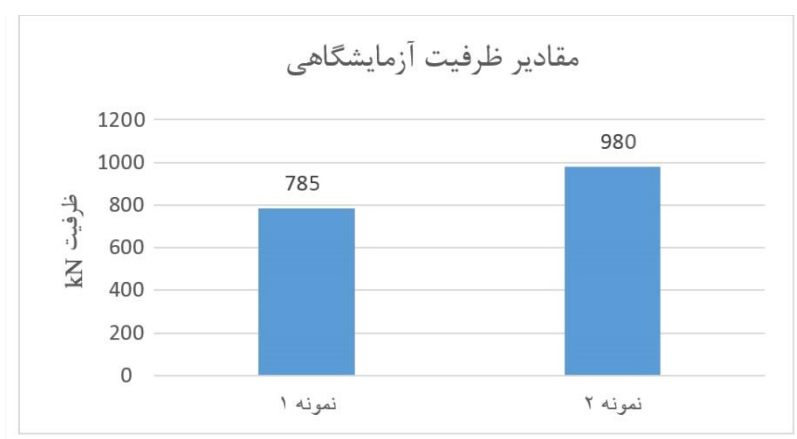
### ۵-۱ نتایج حاصل از آزمایش‌ها

بررسی نمونه‌های آزمایشگاهی برای نمونه ۱ (با آرایش متمرکز) شکست کامل قطری شکل در اثر خرابی بست‌های مورب را نشان می‌دهد (شکل ۱۶). متمرکز بودن میلگردها در نواحی روی شمع‌ها برای نمونه ۱، ترک‌های خمشی وسط دهانه را نسبت به نمونه ۲ (چیدمان یکنواخت میلگرد) کاهش داد. برای نمونه ۲ با آرایش یکنواخت میلگرد، ترک‌های خمشی در وسط دهانه ایجاد شد و بعداً شکست بصورت برش دوطرفه مشاهده گردید، در حالی که این ترک‌های خمشی در نمونه ۱ مشاهده نشد. در نمونه شماره ۱ شکست بصورت برش دوطرفه زود هنگام در مجاورت یکی از تکیه‌گاه‌ها اتفاق افتاد.



شکل ۱۶: شکست نمونه‌های سرشمع

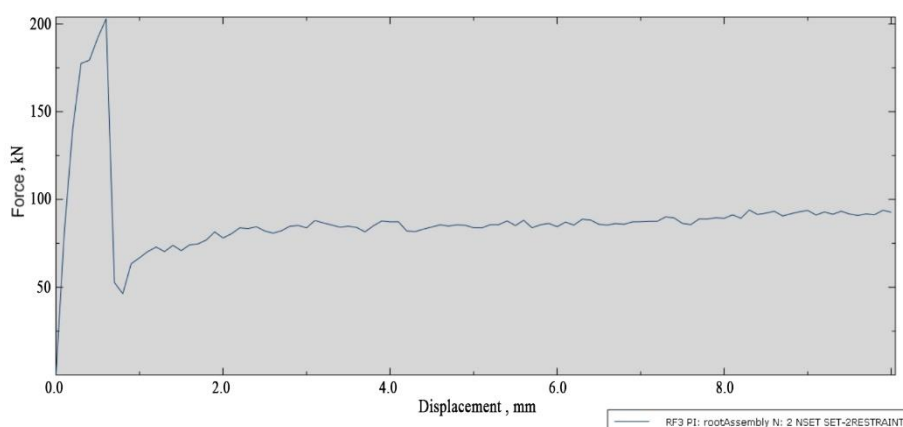
مقدار ظرفیت باربری سرشمع‌ها بدست آمده از بارگذاری در آزمایشگاه در شکل ۱۷ مقایسه شده است. سرشمع شماره ۱ بعلت شکست برشی دوطرفه زود هنگام در مجاورت یکی از تکیه‌گاه‌ها ظرفیت باربری کمتری داشته است. تمرکز آرماتور کششی و تنش‌های مهاری در محل تکیه‌گاه را می‌توان عامل احتمالی گسترش زودتر ترک‌های برشی و شکست زودتر دانست.



شکل ۱۷: مقادیر ظرفیت باربری آزمایشگاهی نمونه‌ها

## ۲-۵ نتایج حاصل از اجزای محدود

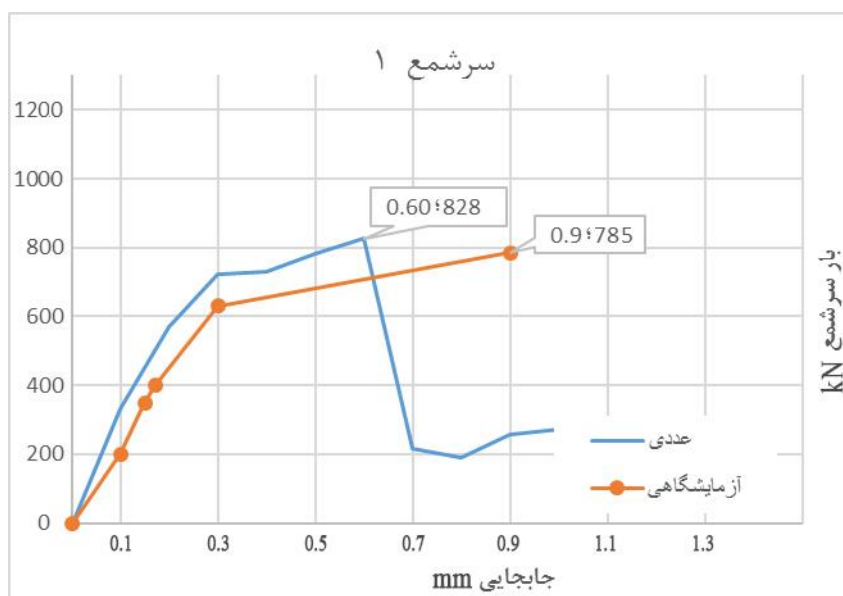
با توجه به تقارن نمونه، مقدار بار یکی از چهار تکیه‌گاه زیرین و جابجایی صفحه بارگذاری، در مدت زمان بارگذاری خروجی گرفته شده است. در شکل ۱۸ نیروی وارده به یکی از تکیه‌گاه‌های چهارگانه نشان داده شده است.



شکل ۱۸: مقدار نیروی وارده به یکی از تکیه‌گاه‌های زیرین نمونه ۱

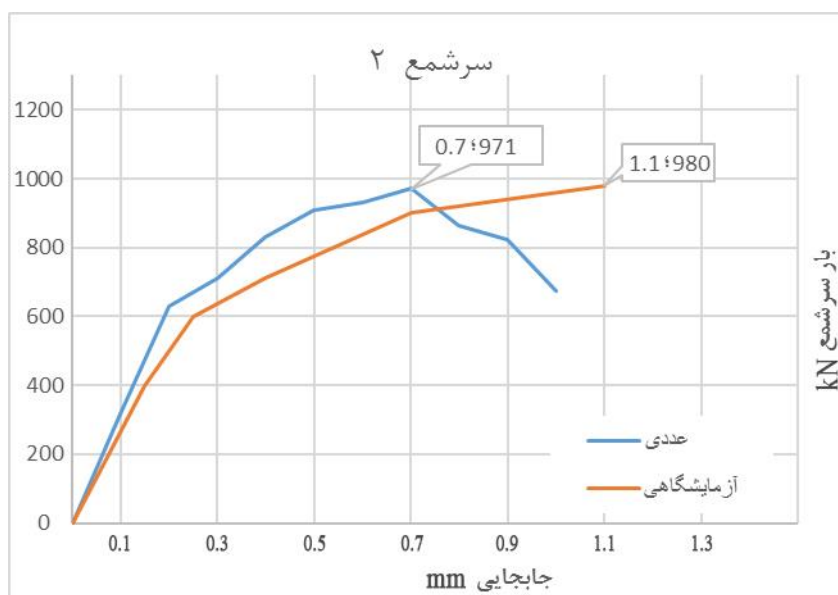
از تحلیل عددی مقدار حداکثر ظرفیت ۸۲۰ کیلو نیوتن بدست آمده است.

در شکل ۱۹ و شکل ۲۰ نتایج بارگذاری آزمایشگاهی با تحلیل اجزای محدود نمونه‌ها مقایسه شده است که تطابق قابل قبولی مشاهده می‌شود.



شکل ۱۹: نمودار بار - تغییر مکان آزمایشگاهی و مدلسازی اجزای محدود نمونه ۱

مقدار  $P_{ns,1} = 630 kN$  مقدار ظرفیت محاسباتی سرشمع ناشی از مدل محاسباتی بست‌ویند برای نمونه اول می‌باشد که نسبت به نتایج عددی و آزمایشگاهی حاصله کاملاً محافظه کارانه است.



شکل ۲۰: نمودار بار- تغییر مکان آزمایشگاهی و مدلسازی اجزای محدود نمونه ۲

## ۶- نتیجه گیری

بر اساس آزمایش دو نمونه سرشمع و تحلیل اجزای محدود آنها و با مقایسه نتایج آزمایشگاهی و عددی با مدل بست و بند، دقت مدل بست و بند پیشنهادی سرشمع بر اساس ضوابط آیین نامه ACI 318-19 مورد ارزیابی قرار گرفت. همچنین دو نوع چیدمان میلگرد خمشی در سرشمع بررسی شد.

۱- نتایج آزمایشگاهی و نتایج مدل اجزای محدود نزدیکی قابل قبولی داشتند.

۲- روش بست و بند ACI 318-19 برای محاسبه ظرفیت نمونه ۱ به کار رفت و حتی با در نظر داشتن اثر محصوریت در محاسبه ظرفیت فشاری بتن، ظرفیت باربری کمتر و محافظه کارانه ای نسبت به مقادیر آزمایشگاهی و اجزای محدود تخمین زده شد. از آنجا که روش بست و بند یک روش کارانه پایینی و محافظه کارانه است، این نتیجه دور از انتظار نبود.

۳- شروع شکست در نمونه ۲ با شکل گرفتن ترک‌های خمشی همراه بود هرچند در نهایت دچار شکست برشی دوطرفه گردید. نمونه ۱ دچار خردشدگی بتن در ناحیه گرهی زیرین و در ادامه ترک خوردگی قطری در امتداد بست مورب شد و شکست برشی دوطرفه اتفاق افتاد. تمرکز میلگرد در نواحی گرهی که تنش‌های مهاری بیشتری را در ناحیه گرهی سبب می‌شود، می‌تواند علت شکست زودهنگام نمونه ۱ نسبت به نمونه ۲ باشد.

۴- تغییر شکل وسط دهانه در لحظه شکست در نمونه ۲ بیشتر بود که نشان‌دهنده شکل‌پذیری بیشتر نسبت به نمونه ۱ (با رفتار کاملاً برشی و خردشدگی فشاری) بود.

۵- در آزمایش‌های انجام شده ظرفیت باربری نمونه سرشمع با پخش یکنواخت آرماتور خمشی بیشتر بود که با رویکرد روش بست و بند که آرماتورهای کششی را بصورت متمرکز در محل بندها پیشنهاد می‌دهد، تطابق ندارد.

## ۷- فهرست نشانه‌ها

$f_y$	مقاومت تسلیم فولاد
$f_u$	مقاومت گسیختگی فولاد
$f_c'$	مقاومت فشاری بتن
$\theta_s^{3d}$	زاویه‌ای که بین بست مورب فشاری و کف سرشمع بصورت عمود ساخته می‌شود
$h_s$	ارتفاع بست فشاری
$w_s$	عرض بست فشاری
$A_1$	سطح اتکایی گره
	سطح قاعده هرم یا مخروط ناقصی که از امتداد یافتن سطح اتکایی گره به داخل عضو با زاویه
$A_2$	۱ به ۲ به گونه‌ای که به طور کامل داخل عضو بتنی قرار گیرد، حاصل می‌گردد
$\beta_s$	ضریب در ناحیه بست (اثر ترک خوردگی در طول بست ناشی از کشش عرضی)
$\beta_c$	ضریب تقید بست و گره
$d$	ارتفاع موثر سرشمع
$e$	فاصله مرکز شمع‌ها از یکدیگر در امتداد اضلاع سرشمع
$A_{tS}$	سطح مقطع میلگرد در یک بند در هر راستا
$A_{sT}$	تعداد کل میلگردهای سرشمع در هر راستا
$F_s$	نیروی وارد شده به بست
$\emptyset$	زاویه بین تصویر بست مورب فشاری بر روی افق و هر امتداد بست کششی
$F_t$	نیروی کششی وارد شده به هر بست کششی در سطح افق
$f_{cp}$	مقاومت فشاری بتن با فرض حالت فشار تک محوره بدون ترک عرضی
$A_{cs.1}$	سطح مقطع مثلی بست مورب در ناحیه گره فوقانی
$W_{s.1}$	ارتفاع مثلث سطح بست و گره فوقانی
$b_1$	قاعده مثلث سطح بست و گره
$F_{ns.1}$	ظرفیت سرشمع ناشی از شکست بست مورب در ناحیه گره فوقانی
$A_{cs.2}$	سطح مقطع بست مورب در ناحیه تحتانی
$l_p$	قطر شمع
$c_b$	فاصله بین مرکز سطح آرماتورها تا نزدیکترین سطح بتن
$h$	ارتفاع سر شمع
$A_{sp}$	سطح مقطع میلگرد روی شمع در هر جهت
	ظرفیت‌های محدود شده برای شکست‌های موضعی حالات یک، دو، نهایی و تسلیم
$P_{nt.u}$ و $P_{ns.1}$ و $P_{ns.2}$ و $P_{nt.y}$	فولاد
$f_{ce}$	مقاومت فشاری متوسط بتن

## ۸ - مراجع

- [1] Blevot, J., Frémy, R. (1967) Semelles sur pieux. Annales, Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics (Paris) 20(230):223-295.
- [2] Clarke, J. L. (1973). *Behaviour and design of pile caps with four piles*, Cement and Concrete Assoc. , London.
- [3] Gogate, A. B., & Sabnis, G. M. (1980). Design of thick pile caps. *ACI Journal*, 77(1), 18-22.
- [4] Adebar, P., Kuchma, D., & Collins, M. P. (1990). Strut-and-tie models for the design of pile caps: An experimental study. *ACI Structural Journal*, 87(1), 81-92.
- [5] Susuki, K., Otsuki, K., & Tsubata, T. (1999). Influence of bar arrangement on ultimate strength of four-pile caps. *Transactions of the Japan Concrete Institute*, 20, 195-202.
- [6] Susuki, K., Otsuki, K., & Tsubata, T. (2000). Experimental study on four-pile caps with taper. *Transactions of the Japan Concrete Institute*, 21, 327-334.
- [7] Susuki, K., Otsuki, K., & Tsubata, T. (2001). Influence of edge distance on failure mechanism of pile caps. *Transactions of the Japan Concrete Institute*, 22, 361-368.
- [8] Bloodworth, A. G., Jackson, P. A., & Lee, M. M. (2003). Strength of reinforced concrete pile caps. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings*, 156(4), 347-358.
- [9] Miguel, M. G., Takeya, T., & Giongo, J. S. (2008). Structural behaviour of three-pile caps subjected to axial compressive loading. *Materials and structures*, 41(1), 85-98.
- [10] Delalibera, R., & Giongo, J. (2008). Deformações nas diagonais comprimidas em blocos sobre duas estacas. *Revista IBRACON de estruturas e materiais*, 1, 121-157.
- [11] Gu, Q., Sun, C. F., & Peng, S. M. (2009). Experimental study on deep four-pile caps with different reinforcement layouts based on 3D strut-and-tie analogy. *Key Engineering Materials*,
- [12] Adebar, P., & Zhou, L. (1996). Design of deep pile caps by strut-and-tie models. *ACI Structural journal*, 93, 437-448.
- [13] Guo, H. (2015). Evaluation of Column Load for Generally Uniform Grid-Reinforced Pile Cap Failing in Punching. *ACI Structural Journal*, 112(2).
- [14] Miguel-Tortola, L., Pallarés, L., & Miguel, P. F. (2018). Punching shear failure in three-pile caps: Influence of the shear span-depth ratio and secondary reinforcement. *Engineering Structures*, 155, 127-143.
- [15] Park, J., Kuchma, D., & Souza, R. (2008). Strength predictions of pile caps by a strut-and-tie model approach. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 35(12), 1399-1413.
- [16] Meléndez, C., Sagasetta, J., Miguel Sosa, P. F., & Pallarés Rubio, L. (2018). Refined 3D strut-and-tie model for analysis and design of four-pile caps. *ACI Structural Journal*.
- [17] Miguel-Tortola, L., Miguel, P. F., & Pallarés, L. (2019). Strength of pile caps under eccentric loads: Experimental study and review of code provisions. *Engineering Structures*, 182, 251-267.
- [18] Abdol-razzaq, K. S., Farhood, M. A. (2019). Design-oriented testing and modeling of reinforced concrete pile caps, *KSCE Journal of Civil Eng.*, Springer, 23(8), 3509-3524.