

Evaluation of Reactive Powder Concrete (RPC) Mix Design Using Numerical Taxonomy Technique and its Ranking with SAW and TOPSIS Method

Abbas Moslehi¹

1- Instructor, Faculty of Civil Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran

ABSTRACT

Reactive powder concrete (RPC) is a type of concrete with extremely high strength. Concrete mix design is the process of determining the proportions and quantities of concrete components, so that the produced concrete is as affordable as possible and meets the required requirements. The purpose of this research is to evaluate and rank the design of RPC concrete mixing, which can have the desired quality, including compressive strength and durability. For this purpose, 13 RPC concrete mixing plans were evaluated with the numerical taxonomy technique and all values of the shortest distances ($d_{r,min}$) of 13 mixing plans were between 3.709 and 0.761, which means that all mixing plans are homogeneous options, so there is no need to remove any of the options. In the next step, with SAW and TOPSIS methods, the ranking of RPC concrete mixing plans was done and the ranks 1 to 3 were extracted. To ensure the accuracy of ranking results, Spearman's rank correlation coefficient (R_s) was calculated and a value of 0.997 was obtained, which is very close to one and indicates a strong correlation between SAW and TOPSIS variables. Also, the coefficient of determination (recognition coefficient) (R_s^2), which allows us to determine how confident we can be in predicting the SAW and TOPSIS method, was obtained equal to 99.4%, in other words, the coefficient of determination is 99.4%. It shows that 99.4% can be sure of the ranking of the concrete mixing plan with SAW and TOPSIS method and the final ranking was presented by normalizing the differences of relative closeness index of SAW and TOPSIS method.

ARTICLE INFO

Receive Date: 05 July 2023

Revise Date: 14 September 2023

Accept Date: 23 September 2023

Keywords:

Ranking

Mix Design

Reactive Powder Concrete

Numerical Taxonomy

SAW

TOPSIS

Spearman's Correlation

Detection Coefficient

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: <https://doi.org/10.22065/jsce.2023.404814.3163>

*Corresponding author: Abbas Moslehi.

Email address: a-moslehi@pci.iaun.ac.ir

ارزیابی طرح اختلاط بتن پودری واکنشی (RPC) با استفاده از تکنیک تاکسونومی

عددی و رتبه‌بندی آن با روش SAW و TOPSIS

عباس مصلحی^۱

۱- مربی، دانشکده مهندسی عمران، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

چکیده

بتن پودری واکنشی (RPC) نوعی از بتن با مقاومت فوق‌العاده زیاد است. طرح مخلوط بتن، فرایند تعیین نسبت‌ها و مقادیر اجزای بتن است، به نحوی که بتن تولید شده تا حد امکان مقرون به صرفه باشد و الزامات مورد نیاز را تأمین کند. هدف از این پژوهش، ارزیابی و رتبه‌بندی طرح اختلاط بتن RPC است که بتواند از کیفیت مطلوبی از جمله، مقاومت فشاری و دوام برخوردار باشد. بدین منظور، ۱۳ طرح اختلاط بتن RPC با تکنیک تاکسونومی عددی مورد ارزیابی قرار گرفت و تمامی مقادیر کوتاه‌ترین فواصل ($d_{r,min}$) ۱۳ طرح اختلاط، مابین ۳/۷۰۹ و ۰/۷۶۱ قرار گرفتند و این به معنای همگن بودن همه طرح‌های اختلاط (گزینه‌ها) است، بنابراین نیازی به حذف هیچ‌یک از گزینه‌ها نیست. در مرحله بعد با روش SAW و TOPSIS، رتبه‌بندی طرح‌های اختلاط بتن RPC انجام و رتبه‌های ۱ الی ۳ استخراج گردید. برای اطمینان از صحت نتایج رتبه‌بندی، ضریب همبستگی رتبه‌های اسپیرمن (R_s) محاسبه و مقدار ۰/۹۹۷ به دست آمد که بسیار نزدیک به یک است و نشان‌دهنده همبستگی قوی بین متغیرهای SAW و TOPSIS است. همچنین ضریب تعیین (ضریب تشخیص) (R_s^2) که به ما این امکان را می‌دهد که تعیین کنیم چقدر می‌توان به پیش‌بینی روش SAW و TOPSIS مطمئن بود، برابر با ۹۹/۴ درصد به دست آمد، به عبارت دیگر ضریب تعیین ۹۹/۴٪ نشان‌دهنده این است که ۹۹/۴ درصد می‌توان به رتبه‌بندی طرح اختلاط بتن با روش SAW و TOPSIS/اطمینان حاصل نمود و رتبه‌بندی نهایی، با نرمال‌سازی تفاضل‌های شاخص نزدیکی نسبی روش SAW و TOPSIS ارائه گردید.

کلمات کلیدی: رتبه‌بندی، طرح اختلاط، بتن پودری واکنشی، تاکسونومی عددی، ساو، تاپسیس، همبستگی اسپیرمن، ضریب تشخیص.

سابقه مقاله:		شناسه دیجیتال:			
دریافت	بازنگری	پذیرش	انتشار آنلاین	چاپ	doi:
۱۴۰۲/۰۴/۱۴	۱۴۰۲/۰۶/۲۳	۱۴۰۲/۰۷/۰۱	۱۴۰۲/۰۷/۰۱	۱۴۰۲/۰۳/۳۱	https://doi.org/10.22065/jsce.2023.404814.3163 10.22065/jsce.2023.404814.3163
*نویسنده مسئول:		عباس مصلحی			
پست الکترونیکی:		a-moslehi@pci.iaun.ac.ir			

۱- مقدمه

بتن پودری واکنشی^۱ (RPC) یک بتن خاص با کارایی فوق العاده بالا است که در آن سنگدانه درشت معمولی با ماسه ریز جایگزین شده است [۹-۱]. اصطلاح "پودر واکنشی" به این معنی است که تمام اجزای پودر در بتن RPC از نظر شیمیایی واکنش پذیر هستند [۱۰]. اجزای اصلی بتن RPC شامل درصد بالایی از پودر بسیار ریز مانند سیمان پرتلند معمولی، نسبت آب به مواد سیمانی بسیار کم، فوق روان کننده، میکروسیلیس و پودر کوارتز است [۹،۱۱]. بتن RPC در سال ۱۹۹۵ معرفی شد و برای اولین بار برای ساخت یک پل عابر پیاده در شربروک، کانادا در سال ۱۹۹۷ استفاده شد [۱۲،۱۳]. به دلیل خواص مکانیکی و دوام برتر، استحکام بالا و عملکرد خوب، در کاربردهای ساختمانی که نیاز به سازه‌های قوی و با دوام دارند، مفید است [۱۰،۱۴،۱۵]. بتن RPC دارای خواص عالی به‌ویژه مقاومت فشاری است که ترکیبی از استحکام فوق العاده بالا و دوام عالی را ارائه می‌دهد [۱۷-۱۸]. بتن RPC نوع خاصی از بتن با خواص قابل توجه، به‌ویژه مقاومت فشاری است [۱۸]. در واقع، دستیابی به بالاترین مقاومت فشاری هدف اصلی در توسعه طرح‌های مخلوط بتن RPC است [۱۰]. دو عامل اساسی بر مقاومت فشاری بتن RPC تأثیر می‌گذارد. اولی انتخاب مواد مناسب و دقیق و دوم انتخاب نوع، مدت و دمای عمل‌آوری است [۱۰]. به‌عنوان مثال، دانه‌بندی سنگدانه‌های ریز می‌تواند پس از بهینه‌سازی نسبت مخلوط به متراکم‌ترین درجه‌بندی حالت انباشتگی دست یابد [۱۹]. همچنین کاهش اندازه ذرات کربنات کلسیم باعث افزایش واکنش هیدراتاسیون و بهبود کاهش حجم انقباض می‌شود که باعث به حداقل رساندن ترک‌های انقباض و افزایش مقاومت فشاری می‌شود [۲۰].

روش تولید بتن RPC به‌وضوح مشخص نشده است؛ زیرا پارامترهای متعددی بر خواص تازه و سخت شده بتن تأثیر می‌گذارند [۲۱]. اگر روش اختلاط، سرعت اختلاط و یا مدت اختلاط تغییر داده شود، این خواص حتی برای یک ترکیب به طور قابل توجهی متفاوت است. همچنین اعمال فشار تحت عملیات حرارتی مختلف در طول عمل‌آوری بتن می‌تواند باعث متراکم‌تر شدن بتن RPC شود [۱۰]. استفاده از خاکستر بادی^۲ (FA) و سرباره کوره بلند دانه‌بندی شده^۳ (GGBFS) در شرایط پخت حرارتی مطلوب‌تر است و زمان قرارگرفتن در معرض عملیات حرارتی برای خواص بتن RPC بسیار مهم است؛ بنابراین، نظارت بر زمانی که در آن نمونه‌های بتن تحت عمل‌آوری با هوای داغ^۴ (HAC) قرار می‌گیرند، برای جلوگیری از هرگونه تأثیر منفی بر عملکرد بتن RPC بسیار مهم است [۱]. عمل‌آوری ترکیبی RPC بدون الیاف فولادی تحت ۳ روز عمل‌آوری اتوکلاو در دمای ۱۲۵ درجه سانتیگراد و سپس ۷ روز عملیات حرارتی در دمای ۲۲۰ درجه سانتیگراد، باعث عملکرد مؤثرتری در خواص مکانیکی می‌شود [۲۲]. مقایسه تجربی تأثیر روش‌های عمل‌آوری معمولی^۵ (NC) و عمل‌آوری با بخار^۶ (SC) بر رفتار کششی بتن RPC نشان می‌دهد که روش NC می‌تواند جایگزین مناسبی برای روش SC باشد به طوری که در سن ۲۸ روزگی، کشش رفتار بتن RPC عمل‌آوری شده با هر دو روش یکسان است [۲۳].

در یک مطالعه تجربی، مشخص شد که استفاده از الیاف شیشه در مخلوط بتن، مقاومت قبل از ترک‌خوردگی را افزایش می‌دهد و توزیع تصادفی الیاف باعث بهبود خواص بتن در همه جهات می‌شود. همچنین نشان داده شد که روش تصمیم‌گیری در بهینه‌سازی خواص مکانیکی مخلوط‌های بتن تقویت‌شده با الیاف شیشه^۷ (GFRC) مؤثر است [۲۴]. با افزودن نانوذرات و ۲ درصد الیاف در RPC، مقاومت خمشی ۴۴/۲۱ مگاپاسکال و مقاومت فشاری ۱۲۰ مگاپاسکال در مراحل مختلف عمل‌آوری در ۲۸ روز به دست آمد [۲۵]. الیاف فولادی با حجم بالا و ریزساختار همگن و متراکم RPC منجر به خواص مهندسی استثنایی مانند شکل‌پذیری و مقاومت در برابر آتش می‌شود [۲۶].

¹ Reactive Powder Concrete

² Fly Ash

³ Ground Granulated Blast Furnace Slag

⁴ Hot Air Curing

⁵ Normal Curing

⁶ Steam Curing

⁷ Glass Fiber-Reinforced Concrete

برخی از معایب اصلی بتن RPC عبارت‌اند از مصرف بالای سیمان و دوده سیلیس^۸ (SF)، کوارتز ریز با اندازه ترجیحی ۶۰۰-۱۵۰ μm ، و نسبت آب به مواد سیمانی کم که هزینه تولید RPC را افزایش می‌دهد و بر توسعه پایدار تأثیر می‌گذارد [۱۸]. محققان به دنبال یافتن اجزای بهینه بتن RPC برای غلبه بر معایب آن بوده‌اند. به‌عنوان مثال، مقدار سیمان در RPC را می‌توان با مواد افزودنی معدنی مانند خاکستر بادی، سرباره کوره بلند و دوده سیلیس جایگزین کرد تا بر معایب محیطی و رفتاری مربوط به بتن سخت غلبه کند [۱۰]. مشکلات انقباض و پایداری ابعادی کمتر در اثر عمر طولانی مدت از افزودن درصد زیادی سیمان به مخلوط بتن ناشی می‌شود. یکی از قوی‌ترین مواد پوزولانی مورد استفاده در بتن RPC، دوده سیلیس [۱۳] است که مقاومت فشاری بتن RPC را افزایش می‌دهد [۲۷]. با این حال، دود سیلیس دارای معایبی مانند هزینه بالا و دسترسی محدود است. از این رو، می‌توان آن را با خاکستر پوسته برنج برای تولید بتن RPC بدون به خطر انداختن کیفیت مورد نیاز جایگزین کرد [۶]. بسیاری از مطالعات دیگر خاکستر بادی یا سرباره کوره بلند دانه‌بندی شده را برای بهبود مقاومت در برابر فرسایش آب دریا به بتن RPC اضافه کرده‌اند [۲۸]، و دود سیلیس را با متاکائولین برای افزایش استحکام و دوام بتن RPC ترکیب کرده‌اند [۲۹]. استفاده از افزودنی‌های معدنی جایگزین مانند پودر شیشه^۹ (GP)، سنگ‌آهک و سرباره فسفر می‌تواند به طور مؤثر تا ۵۰٪ جایگزین سیمان شود. جایگزینی SF با سرباره و FA امیدوارکننده است و می‌تواند نتایج قابل مقایسه‌ای را با نظارت بر نسبت مولی Ca/Si (سیلیکا/کلسیم) مخلوط‌ها به همراه داشته باشد. ماسه/پودر کوارتز را می‌توان با انواع دیگر سنگ‌دانه‌ها/پرکننده‌ها (سرباره تیتانیوم، ماسه شیشه، پودر شیشه، خاکستر پوسته برنج و غیره) جایگزین کرد [۳۰].

یافتن ترکیب مناسبی از مواد برای بهبود کیفیت بتن RPC چالشی است که محققان با آن روبرو هستند. برای مثال، مقدار سیمان و نسبت آب به سیمان بر طراحی مخلوط بتن RPC تأثیر می‌گذارد [۳۶ - ۳۱]. با این حال، هیچ رویکرد جامعی برای طراحی بتن RPC وجود ندارد. در عوض، برای تعیین طرح ترکیبی بتن RPC بهینه شده، باید آزمایش‌های زیادی اجرا شود. مطالعاتی که از بهینه‌سازی استفاده کرده‌اند شامل ارزیابی مخلوط بهینه بتن سنگ‌دانه‌های بازیافتی [۳۷]، تجزیه و تحلیل مقاومت خمشی روسازی بتنی با استفاده از خاکستر بادی و دود سیلیس [۳۸]، بهینه‌سازی طراحی مخلوط بتن [۳۹، ۳۱]، بهینه‌سازی مقاومت فشاری [۴۰]، بررسی اثر دمای بالا بر مقاومت فشاری بتن RPC [۴۱]، بهینه‌سازی خواص مکانیکی مخلوط‌های بتن تقویت‌شده با الیاف شیشه [۲۴] و بررسی درجه حرارت بر مقاومت فشاری بتن و طول ترک آن [۴۲] است.

چندین طرح اختلاط بتن RPC در ادبیات تحقیق یا بر اساس نظر خبرگان معرفی شدند. بر اساس پیشنهاد طرح‌های مخلوط بتن RPC، تعیین یک طرح اختلاط بهینه پیچیده است. این نشان می‌دهد که بهتر است طرح‌های بتن RPC موجود را رتبه‌بندی کنیم و بهترین آنها را انتخاب کنیم. تصمیم‌گیری چندمعیاره^{۱۰} (MADM) می‌تواند برای غربالگری طرح‌های اختلاط بتن RPC موجود برای انتخاب بهترین‌ها استفاده شود. این روش مبادلات بین ویژگی‌ها را در نظر می‌گیرد [۴۳-۵۵].

مطالعه حاضر روش^{۱۱} TOPSIS و^{۱۲} SAW را برای انتخاب بهترین طرح اختلاط بتن RPC معرفی می‌کند. برای این منظور، شش عامل مؤثر بر مقاومت فشاری و ویژگی‌های جذب آب مورد بررسی قرار گرفت که شامل: سیمان، ماسه سیلیس، پودر سیلیس، دود سیلیس، فوق روان‌کننده و آب بود. ۱۳ طرح RPC از بین طرح‌های موجود بر اساس نظر خبرگان انتخاب و ۹ ویژگی مؤثر بر رتبه‌بندی این طرح‌های RPC استخراج شد [۵۶]. سپس وزن نه ویژگی با استفاده از روش آنتروپی به دست آمد و برای رتبه‌بندی ۱۳ طرح اختلاط بتن RPC با استفاده از روش SAW و TOPSIS استفاده شد. با کیفیت‌ترین طرح‌های RPC در رتبه‌های ۱، ۲ و ۳ قرار گرفتند.

⁸ Silica Fume

⁹ Glass Powder

¹⁰ Multi Attribute Decision-Making

¹¹ Technique for Order-Preference by Similarity to Ideal Solution

¹² simple additive weighting

۲- روش تحقیق

این تحقیق یک مطالعه تطبیقی - تحلیلی بوده که مراحل روش تحقیق در ادامه ارائه می‌شود:

۲-۱ تکنیک تاکسونومی عددی^{۱۳}

جهت رتبه‌بندی طرح‌های اختلاط بتن RPC ابتدا به ارزیابی (بررسی همگنی و غیرهمگنی گزینه‌ها) طرح‌های اختلاط بتن (گزینه‌ها) با استفاده از تکنیک تاکسونومی عددی خواهیم پرداخت. منظور از بررسی همگنی یا غیرهمگنی گزینه‌ها این است که در مرحله نهایی تاکسونومی عددی، حد بالا و پایین فواصل گزینه‌ها از مقادیر میانگین با اضافه و کسر کردن دوبرابر انحراف معیار، محاسبه و گزینه‌هایی که فواصل آن‌ها ما بین این دو حد باشد، همگن و گزینه‌هایی که خارج از این دو حد قرار بگیرند غیرهمگن و بایستی از گزینه‌ها حذف شوند و مجدداً همگنی باقیمانده طرح‌های اختلاط را بررسی تا از همگن بودن گزینه‌های باقیمانده اطمینان حاصل شود [۵۷]. در این روش، یک مجموعه، به مجموعه‌های همگن و غیرهمگن تقسیم و مجموعه‌های غیرهمگن حذف می‌شوند و از میان مجموعه همگن باقی‌مانده با استفاده از یکی از تکنیک‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه، گزینه‌ها رتبه‌بندی می‌شود. در بحث تاکسونومی عددی هدف این است که همگنی گزینه‌های مختلف بر اساس فاصله آن‌ها نسبت به یکدیگر اندازه‌گیری شود؛ به همین دلیل است که هر مورد را در فضای تاکسونومیک قرار می‌دهند و فواصل بین آن‌ها را محاسبه می‌کنند [۵۸]. بعد از این مرحله با استفاده از روش SAW و TOPSIS رتبه‌بندی طرح‌های اختلاط بتن RPC انجام خواهد شد و در ادامه به تعیین همبستگی و ضریب تعیین نتایج حاصل از رتبه‌بندی جهت اطمینان از صحت محاسبات خواهیم پرداخت و در پایان، رتبه‌بندی نهایی را با نرمال‌سازی تفاضل‌های شاخص نزدیکی نسبی روش SAW و TOPSIS تعیین خواهیم کرد.

ساختار تکنیک تاکسونومی عددی به‌عنوان مدل چندمتغیره برای ارزیابی شباهت‌ها و نزدیک‌ها بین واحدهای تاکسونومیک و درجه‌بندی عناصر به شرح زیر است:

۲-۱-۱ تشکیل ماتریس داده‌ها (n گزینه مختلف و m شاخص)

گزینه‌ها در سطر ماتریس و شاخص‌ها در ستون قرار می‌گیرند. در این مرحله میانگین و انحراف معیار داده‌ها به ترتیب با روابط (۱) و (۲) محاسبه می‌شود:

$$\bar{X}_i = \frac{\sum X_i}{N} \quad (1)$$

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X}_i)^2}{(N-1)}} \quad (2)$$

۲-۱-۲ تشکیل ماتریس استاندارد داده‌ها

از آنجاکه اغلب شاخص‌های مورد بررسی، دارای مقیاس‌های متفاوت هستند، برای مستقل کردن شاخص‌ها از واحد، آن را از طریق رابطه (۳) استاندارد می‌کنیم و ماتریس داده‌ها به ماتریس استاندارد تبدیل می‌شود:

$$Z = \frac{(X_{ij} - \bar{X}_i)}{S_i} \quad (3)$$

¹³ Numerical Taxonomy Technique

در این رابطه، X_{ij} : مقدار شاخص / متغیر i در گروه j و \bar{X}_i : میانگین شاخص i و S_i : انحراف معیار شاخص i هستند. باتوجه به این که در هر یک از شاخص‌ها ایدئال مثبت و منفی مشخص شده است، بزرگ‌ترین عدد در هر یک از ستون‌های ماتریس استاندارد به‌عنوان ایدئال مثبت و کوچک‌ترین عدد در هر یک از ستون‌های ماتریس استاندارد به‌عنوان نقطه ایدئال منفی انتخاب می‌شود (D_{0j}).

۳-۱-۲ محاسبه فواصل مرکب بین گزینه‌ها و تعیین کوتاه‌ترین فواصل

با استفاده از ماتریس استاندارد، فاصله مرکب هر گزینه نسبت به سایر گزینه‌ها بنا بر «قضیه فیثاغورث» و بر مبنای «فاصله اقلیدسی» با رابطه (۴) به دست می‌آید:

$$D_{ab} = \sqrt{\sum (Z_{aj} - Z_{bj})^2} \quad (4)$$

در این رابطه، D_{ab} : فاصله مرکب و Z_{aj} : مقدار شاخص z در گزینه a و Z_{bj} : مقدار شاخص z در گزینه b هستند. سپس مینیمم هر یک از سطرها را به‌عنوان d جهت مرحله بعد تعیین می‌کنیم.

۴-۱-۲ تعیین گزینه‌های همگن برای جداسازی گزینه‌های همگن از ناهمگن

برای پیدا کردن گزینه‌های همگن، فواصل حد بالا (D^+) و حد پایین (D^-) از رابطه (۵) محاسبه می‌شود:

$$D^\pm = \bar{d}_r \pm 2sd_r \quad (5)$$

در این رابطه، \bar{d}_r : میانگین ستون و sd_r : انحراف معیار است. در صورتی که مقادیر مینیمم d_r هر یک از گزینه‌ها بین D^+ و D^- قرار بگیرد، آن گزینه همگن و اگر خارج از D^+ و D^- قرار بگیرد، آن گزینه ناهمگن بوده و باید از گزینه‌ها حذف شود، و مجدداً تکنیک تاکسونومی عددی را برای گزینه‌های همگن انجام داد و بعد از اطمینان از همگن بودن گزینه‌ها، رتبه‌بندی گزینه‌ها را با روش TOPSIS تعیین می‌کنیم.

۲-۲ تصمیم‌گیری چندمتغیره

باتوجه به این که پژوهش از نوع مطالعه تحلیلی بوده و انجام مدل‌سازی پژوهش عملیاتی با تکنیک‌های $MCDM^{14}$ است، از مجموعه ۱۳ طرح اختلاط RPC به‌عنوان گزینه‌ها با ۹ شاخص مؤثر بر ارزیابی و رتبه‌بندی طرح اختلاط بتن با جنس ایدئال‌های مثبت و منفی (مثبت، یعنی هر چه بیشتر بهتر و منفی، یعنی هر چه کمتر بهتر) مشخص و ماتریس تصمیم تشکیل شد. مراحل انجام در ادامه آمده است:

۱-۲-۲ بررسی شاخص‌های (معیارهای) طرح اختلاط RPC و تعیین جنس ایده‌آل‌های شاخص‌ها

مهم‌ترین مرحله در طرح مسائل تصمیم‌گیری، تعیین شاخص‌های تصمیم‌گیری و همچنین تعیین جنس (وزن) ایدئال‌های شاخص‌های (معیارهای) مؤثر بر انتخاب، ارزیابی و رتبه‌بندی طرح‌های اختلاط RPC است که در ادامه به بررسی شاخص‌ها و تعیین جنس (وزن) ایدئال‌های مثبت (هر چه بیشتر بهتر) و ایده‌آل‌های منفی (هر چه کمتر بهتر) خواهیم پرداخت:

(۱) شاخص سیمان: سیمان اصطلاحاً به ماده‌ای اطلاق می‌شود که با انجام واکنش شیمیایی با آب (واکنش هیدراسیون)، نقش چسباندن مصالح سنگی به یکدیگر و تولید جسم سخت بتن را ایفا می‌کند. مواد اولیه سیمان عمدتاً از خاک رس و آهک تشکیل شده است.

¹⁴ Multiple Criteria Decision Making

سیمان نقش بسیار مهمی در طرح اختلاط RPC و همچنین مقاومت بتن بعد از خشک شدن دارد، بنابراین شاخص با ایدئال مثبت در ماتریس تصمیم گیری در نظر گرفته می شود.

۲) شاخص ماسه سیلیسی: یکی از ویژگی های RPC، حذف کردن مصالح سنگی درشت دانه، برای رسیدن به ساختاری همگن تر است، بنابراین قسمت اعظم ترکیب RPC از ماسه ریزدانه تشکیل شده است که جایگزین مصالح دانه ای بتن معمولی شده است. ماسه سیلیسی می تواند در افزایش مقاومت RPC نقش بسزایی ایفا کند. این شاخص با ایدئال مثبت در نظر گرفته می شود.

۳) شاخص پودر سیلیس: پودر سیلیس نقش پرکنندگی فضای بین ماسه سیلیسی را بر عهده دارد که علاوه بر باعث کاهش جذب آب و افزایش دوام، باعث و افزایش مقاومت فشاری بتن RPC خواهد شد. این شاخص نیز با ایدئال مثبت خواهد بود

۴) شاخص میکروسیلیس یا دوده سیلیسی: میکروسیلیس به عنوان یک ماده افزودنی سیمانی طبقه بندی می شود. با خاصیت سیمانی و پوزولانی، ترکیبات جدیدی از C-S-H (کلسیم سیلیکات هیدرات، نتیجه واکنش بین فازهای سیلیکات سیمان پرتلند و آب است) تولید کرده و بافت مستحکم تری فراهم کرده که منجر به مقاومت بالاتر می شود. به دلیل نرمی زیاد، تمام حفره های میکروسکوپی خمیر سیمان را پر کرده و بتن کاملاً توپری فراهم کرده که منجر به دوام بالاتر می شود. تأثیر شاخص میکروسیلیس با ایدئال مثبت است.

۵) شاخص فوق روان کننده: این مواد بر روی ذرات سیمان می نشینند و با باردار کردن ذرات سیمان، ایجاد نیروی دافعه بین ذرات می کنند؛ بنابراین ذرات همدیگر را دفع کرده و بتن روان می شود. شاخص فوق روان کننده با ایدئال مثبت در نظر گرفته می شود.

۶) شاخص آب: بر اساس مشاهدات آزمایشگاهی، برای نسبت های آب به سیمان کم تر از ۰/۳، با کاهش اندک در نسبت آب به سیمان، افزایش قابل ملاحظه ای در مقاومت فشاری بتن حاصل می شود. تولید بتن های با مقاومت خیلی بالا اصولاً با رعایت نسبت آب به مواد سیمانی حدود ۰/۲۵ انجام می گیرد [۵۹]. در ماتریس تصمیم شاخص آب با ایدئال منفی است.

۷) شاخص مقاومت فشاری: مقاومت فشاری بتن به عنوان مهم ترین خصوصیت مکانیکی بتن شناخته می شود. عوامل مؤثر بر مقاومت فشاری بتن، عبارتند از: نوع نمونه، اندازه نمونه، سرعت بارگذاری، نوع سیمان، نسبت آب به سیمان (نسبت آب به مواد سیمانی)، مواد سیمانی تکمیلی، خصوصیات سنگ دانه، شرایط مراقبت از بتن (زمان، رطوبت، دما). این شاخص با ایدئال مثبت در نظر گرفته خواهد شد.

۸) شاخص جذب آب: بهبود فوق العاده RPC در برابر همه انواع مهاجم های محیطی نظیر کلرایدها، سولفات ها و یا سیکل های یخ بندان و ذوب شدن ناشی از نفوذناپذیر بودن و در نتیجه جذب آب کمتر آن است. این شاخص با ایدئال منفی وارد ماتریس تصمیم می شود.

۹) شاخص جرم مخصوص: بتن هر چقدر متراکم تر باشد و فضای خالی از مصالح پر شود، دارای جرم مخصوص بیشتر و در نتیجه افزایش مقاومت فشاری و کاهش نفوذپذیری و جذب آب کمتر افزایش دوام (طول عمر بیشتر) را به دنبال دارد. این شاخص نیز با ایدئال مثبت است.

لازم به ذکر است که از بین شاخص های فوق دو شاخص آب و جذب آب منفی (هرچه کمتر بهتر) و سایر شاخص ها مثبت (هرچه بیشتر بهتر) هستند.

۲-۲-۲ تشکیل ماتریس تصمیم D

ماتریس تصمیم ماتریسی است که سطر و ستون آن به ترتیب دربردارنده گزینه ها و معیارها (شاخص ها) هستند به گونه ای که درایه r_{ij} بیانگر مقدار معیار r برای گزینه i است. برای رتبه بندی، تکنیک های مختلفی وجود دارد. در دهه های اخیر توجه به تکنیک های

تصمیم‌گیری چندمعیاره^{۱۵} (MCDM) برای تصمیم‌گیری‌های پیچیده معطوف شده است. تکنیک‌های تصمیم‌گیری به دودسته عمده تقسیم می‌شوند:

الف) تکنیک‌های چند هدف^{۱۶} (MODM): غالباً به منظور طراحی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

ب) تکنیک‌های چند شاخصه (MADM): غالباً به منظور ارزیابی گزینه‌ها و انتخاب گزینه یا گزینه‌های برتر مورد استفاده قرار می‌گیرند.

در این تحقیق از تکنیک MADM برای رتبه‌بندی استفاده شده است. تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری D ، اجزاء طرح اختلاط RPC و نتایج حاصل از انجام آزمایش بتن بر روی هر یک از طرح‌های اختلاط را به عنوان شاخص Z در نظر گرفته و با $X_1, X_2, X_3, \dots, X_9$ و هر یک از طرح‌های اختلاط RPC را به عنوان گزینه i در نظر گرفته و با $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{13}$ نمایش می‌دهیم.

از آنجاکه در این تحقیق ۱۳ طرح اختلاط و ۹ شاخص (معیار) وجود دارد، لذا ماتریس تصمیم یک ماتریس 13×9 است. به منظور تشکیل ماتریس تصمیم، برای هر طرح اختلاط کدهای به دست آمده از شواهد استخراج می‌گردد. ماتریس تصمیم (D) به صورت زیر نشان داده می‌شود:

	X_1	X_2	...	X_n
A_1	r_{11}	r_{12}	...	r_{1n}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
A_m	r_{m1}	r_{m2}	...	r_{mn}

(۶)

۲-۲-۳ تعیین وزن (ضریب اهمیت) شاخص‌ها

یکی از مهم‌ترین قسمت‌های حل مسائل اولویت‌بندی، وزن‌دهی شاخص‌ها است. وزن شاخص، معیاری از اهمیت و ارجحیت شاخص در محدوده مورد بررسی است. از آن جا که ماتریس تصمیم دارای شاخص‌های مختلفی است، دانستن وزن هر یک از این شاخص‌ها در تصمیم‌گیری ضروری است. وزن هر شاخص، اهمیت نسبی آن را نسبت به شاخص‌های دیگر بیان می‌کند. انتخاب آگاهانه و صحیح وزن‌ها کمک بزرگی در جهت رسیدن به هدف مورد نظر می‌نماید. وزن‌دهی شاخص‌ها با روش‌های مختلفی انجام می‌شود که در این تحقیق از وزن‌دهی آنتروپی شانون^{۱۷} برای رتبه‌بندی روش TOPSIS استفاده خواهد شد.

در تئوری اطلاعات برای سنجش عدم قطعیت موجود در یک فرایند تصادفی یا میزان دشواری حدس زدن نتیجه از تابعی ریاضی استفاده می‌کنیم که آنتروپی شانون نامیده می‌شود. این روش در سال ۱۹۷۴ توسط شانون ارائه شد آنتروپی بیان‌کننده مقدار عدم اطمینان در یک توزیع احتمال پیوسته است. ایده اصلی این روش آن است که هر چه پراکندگی در مقادیر یک شاخص بیشتر باشد آن شاخص از اهمیت بیشتری برخوردار است. روش آنتروپی شانون یکی از روش‌های محاسبه‌ی وزن شاخص‌ها در تکنیک‌های MADM است. معمولاً به هر یک از شاخص‌ها یک وزن نسبت داده می‌شود. به طوری که مجموع وزن شاخص‌ها برابر ۱ باشد. مراحل روش آنتروپی شانون شامل به شرح زیر است:

مرحله ۱: ابتدا ماتریس تصمیم را تشکیل می‌دهیم.

مرحله ۲: با استفاده از نرم ساعتی، ماتریس تصمیم را نرمال می‌کنیم و هر درایه نرمال شده را p_{ij} می‌نامیم. نرمال شدن به این صورت است که درایه هر ستون را بر مجموع ستون تقسیم می‌کنیم، رابطه (۷):

¹⁵ Multiple Criteria Decision Making

¹⁶ Multiple Attribute Decision Making

¹⁷ Shannon entropy

$$p_{ij} = \frac{r_{ij}}{\sum_{i=1}^m r_{ij}}, \quad j=1, \dots, n. \quad (7)$$

مرحله ۳: محاسبه آنتروپی هر شاخص: آنتروپی E_j با رابطه (۸) محاسبه می‌گردد و k به عنوان مقدار ثابت مقدار E_j را بین ۰ و ۱ نگه می‌دارد.

$$E_j = -\frac{1}{\ln(m)} \sum_{i=1}^m p_{ij} \cdot \ln(p_{ij}), \quad j = 1, \dots, n. \quad (8)$$

$$E_j = -\frac{1}{\ln(m)} \sum_{i=1}^m p_{ij} \cdot \ln(p_{ij}), \quad j = 1, \dots, n. \quad (8)$$

که در آن m تعداد گزینه‌ها است.

مرحله ۴: در ادامه مقدار d_j (درجه انحراف) از رابطه (۹) محاسبه می‌شود که بیان می‌کند شاخص مربوطه (d_j) چه میزان اطلاعات مفید برای تصمیم‌گیری در اختیار تصمیم‌گیرنده قرار می‌دهد.

هر چه مقادیر اندازه‌گیری شده شاخصی به هم نزدیک باشند نشان‌دهنده آن است که گزینه‌های رقیب از نظر آن شاخص تفاوت چندانی با یکدیگر ندارند؛ لذا نقش آن شاخص در تصمیم‌گیری باید به همان اندازه کاهش یابد.

$$d_j = 1 - E_j, \quad j = 1, \dots, n. \quad (9)$$

مرحله ۵: سپس مقدار وزن W_j از رابطه (۱۰) محاسبه می‌گردد:

$$w_j = \frac{d_j}{\sum_{j=1}^n d_j}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (10)$$

۲-۳ رتبه‌بندی با تکنیک TOPSIS [۶۰ و ۶۱]:

تکنیک TOPSIS، یکی از معروف‌ترین و بهترین تکنیک‌های توسعه‌یافته برای حل مسائل MADM است که در سال ۱۹۸۱ توسط هوآنگ و یون ارائه گردید. در تکنیک TOPSIS، چند گزینه مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته و بین آنها اولویت‌بندی می‌شود. در این تکنیک، تصمیم‌گیری بر اساس شاخص‌های موجود انجام می‌شود و گزینه‌ای که کمترین فاصله را از راه‌حل ایدئال داشته باشد، انتخاب می‌گردد. در این تکنیک فرض بر این است که مطلوبیت هر شاخص به طور یکنواخت افزایشی و یا کاهش‌ی است. تکنیک TOPSIS در مواقعی کاربرد دارد که گزینه‌ها از قبل تعیین شده باشند و هدف آن، انتخاب یکی از گزینه‌های موجود از طریق مقایسه آن‌ها در حضور شاخص‌های متعدد تأثیرگذار بر ارجحیت گزینه‌ها است [۶۲]. مراحل رتبه‌بندی با تکنیک TOPSIS عبارت‌اند از:

مرحله ۱: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری (ماتریس تصمیم D).

مرحله ۲: نرمالیزه یا بی‌مقیاس کردن ماتریس تصمیم (ND): این فرایند سعی می‌کند مقیاس‌های موجود در ماتریس تصمیم را بدون مقیاس نماید. با توجه به روابط ریاضی حاکم بر تکنیک TOPSIS برای این روش از نرم اقلیدسی رابطه (۱۱) استفاده خواهد شد:

$$n_{ij} = \frac{r_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m r_{ij}^2}} \quad (11)$$

مرحله ۳: تعیین وزن (ضریب اهمیت) شاخص‌ها (W_j) با استفاده از روش آنتروپی شانون.

مرحله ۴: ماتریس بی‌مقیاس وزنی از رابطه (۱۲) محاسبه می‌شود:

$$V = N_D \times W_j \Rightarrow v_{ij} = n_{ij} \times w_{ij} \quad (12)$$

مرحله ۵: تعیین جواب‌های ایدئال‌های مثبت و منفی:

دو گزینه ایدئال مثبت A^+ و ایدئال منفی A^- را با روابط (۱۳) و (۱۴) تعریف می‌کنیم:

$$V_j^+ = A^+ = \left\{ (Max V_{ij} | j \in J), (Min V_{ij} | j \in J) | i = 1, 2, \dots, m \right\} \quad \text{ایدئال مثبت} \quad (13)$$

$$V_j^- = A^- = \left\{ (Min V_{ij} | j \in J), (Max V_{ij} | j \in J) | i = 1, 2, \dots, m \right\} \quad \text{ایدئال منفی} \quad (14)$$

مرحله ۶: در این مرحله فاصله بین هر گزینه را از ایدئال مثبت و ایدئال منفی به دست می‌آوریم:

- فاصله گزینه i ام از ایدئال مثبت برابر است با رابطه (۱۵):

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - V_j^+)^2} \quad i=1,2,3,\dots,m \quad (15)$$

- فاصله گزینه i ام از ایدئال منفی برابر است با رابطه (۱۶):

$$d_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - V_j^-)^2} \quad i=1,2,3,\dots,m \quad (16)$$

مرحله ۷: محاسبه نزدیکی نسبی گزینه‌ها به راه‌حل ایدئال (شاخص نزدیکی نسبی) با استفاده از رابطه (۱۷) محاسبه می‌شود:

$$c1_i^+ = \frac{d_i^-}{d_i^- + d_i^+} \quad 0 < c1_i^+ < 1, i=1,2,3,\dots,m \quad (17)$$

مرحله ۸: در این مرحله گزینه‌ها را بایستی رتبه‌بندی کرد. هر اندازه که شاخص نزدیکی نسبی بزرگ‌تر باشد مفهوم این است که گزینه i ام به ایدئال مثبت سوق پیدا می‌کند. به عبارت دیگر: هر گزینه‌ای که $c1^+$ آن بزرگ‌تر باشد، بهتر است.

۲-۴ رتبه‌بندی با مدل مجموع ساده وزنی (SAW) [۶۱ و ۶۰]:

مدل مجموع ساده وزنی، یکی از ساده‌ترین روش‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه است. با محاسبه اوزان شاخص‌ها، می‌توان از این روش استفاده کرد. مراحل استفاده از این مدل به شرح زیر است:

مرحله ۱: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری (ماتریس تصمیم D).

مرحله ۲: به روش نرم خطی، ماتریس تصمیم‌گیری D را نرمال‌سازی کرده و به ماتریس N_D تبدیل می‌کنیم، بدین صورت که: اگر

شاخص مثبت (+) باشد: در هر ستون، هر عدد شاخص، تقسیم بر بزرگ‌ترین عدد شاخص ستون، رابطه (۱۸).

$$n_{ij} = \frac{a_{ij}}{\text{Max}(a_j)}$$

(۱۸)

اگر شاخص منفی (-) باشد: در هر ستون، کوچکترین عدد شاخص ستون، تقسیم بر هر عدد شاخص، رابطه (۱۹).

$$n_{ij} = \frac{\text{Min}(a_j)}{a_{ij}} \quad (19)$$

مرحله ۳: تعیین وزن (ضریب اهمیت) شاخصها (W_j) به روش آنتروپی شانون.

مرحله ۴: تشکیل جدول تصمیم نرمالایز شده موزون: با ضرب کردن اعداد هر ستون از ماتریس نرمال شده (N_D) در وزن (ضریب اهمیت) شاخص (W_j) همان ستون، جدول تصمیم نرمالایز شده موزون استخراج خواهد شد.

مرحله ۵: رتبه بندی (میزان مطلوبیت گزینه‌ها): میزان مطلوبیت گزینه‌ها (A^*) از رابطه زیر (۲۰) به دست می‌آید، گزینه‌ای که بیشترین مطلوبیت را داشته باشد، مناسب‌تر است:

$$A^* = \left\{ A_j / \text{Max} \sum_{j=1}^n n_{ij} w_j \right\} \quad \text{رابطه (۲۰)}$$

۲-۵ ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن^{۱۸} (SCC):

گاهی اوقات پژوهشگر علاقه دارد بداند که چه رابطه‌ای بین دو متغیر وجود دارد. برای مثال آیا بین میزان سیمان در ۱۳ طرح اختلاط با میزان مقاومت فشاری در این ۱۳ طرح اختلاط رابطه‌ای وجود دارد یا خیر. یا اینکه آیا بین میزان مصرف آب با میزان مقاومت فشاری رابطه‌ای وجود دارد یا نه. برای این منظور می‌توان از آزمون‌های همبستگی استفاده کرد. برای بررسی همبستگی باید حداقل دو متغیر داشته باشید. اگر داده‌ها در سطح فاصله‌ای یا نسبی باشند؛ مانند نمره افسردگی، شادکامی، سن، قد، میزان پرش یک ورزشکار و سایر موارد، از تحلیل همبستگی پیرسون استفاده خواهد شد. همچنین اگر داده‌ها به صورت رتبه‌ای باشند از تحلیل همبستگی اسپیرمن استفاده خواهد شد. اسپیرمن روابط غیرخطی را بررسی می‌کند و پیرسون روابط خطی را بررسی می‌کند به همین دلیل اسپیرمن را ضریب همبستگی ناپارامتری و پیرسون را ضریب همبستگی پارامتری نامیده‌اند.

ضریب همبستگی همیشه عددی بین ۱ تا -۱ است. ضریب همبستگی بین ۰ تا ۱ به معنی داشتن همبستگی مثبت است و هرچه این ضریب به ۱ نزدیک‌تر باشد همبستگی قوی‌تر است. ضریب همبستگی بین ۰ تا -۱ به معنی داشتن همبستگی منفی بین دو متغیر است و هرچه عدد به -۱ نزدیک‌تر باشد؛ یعنی همبستگی منفی قوی‌تر است. برای تفسیر ضریب همبستگی می‌توان از راهنمای زیر استفاده کرد که در بسیاری از کتاب‌های آماری آمده است:

- ضریب بین ۰ تا ۰/۲۹ نشان‌دهنده همبستگی ضعیف

- ضریب بین ۰/۳۰ تا ۰/۶۹ نشان‌دهنده همبستگی متوسط

- ضریب بین ۰/۷۰ تا ۱ نشان‌دهنده همبستگی قوی

ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن توسط چارلز اسپیرمن (۱۹۴۵-۱۸۶۳) روان‌شناس و آماردان انگلیسی در سال ۱۹۰۴ معرفی شد. این ضریب میزان همبستگی رابطه‌ی میان دو متغیر ترتیبی را نشان می‌دهد و به عبارت دیگر متناظر ناپارامتری ضریب همبستگی پیرسون است. در این ضریب همبستگی به جای استفاده از خود مقادیر متغیرها از رتبه‌های آنان استفاده می‌شود، به عبارت دیگر: ضریب

¹⁸ Spearman's Correlation Coefficient

همبستگی‌ای که بر اساس رتبه داده‌ها محاسبه می‌شود، توسط اسپیرمن محاسبه خواهد شد. رابطه‌ی مربوط به ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن با رابطه (۲۱) تعریف می‌شود [۱۶]:

(۲۱)

که در آن d_i : تفاوت بین رتبه‌های اعضای متناظر دو مدل و n : تعداد گزینه‌های مورد بررسی (در این تحقیق $n=13$) است.

۲-۶ محاسبه ضریب تعیین (ضریب تشخیص) $^{19}(CD)$:

ضریب تعیین بیانگر میزان احتمال همبستگی میان دودسته داده در آینده است. این ضریب در واقع نتایج تقریبی پارامتر موردنظر در آینده را بر اساس مدل ریاضی تعریف شده که منطبق بر داده‌های موجود است، بیان می‌دارد. این ضریب به ما این امکان را می‌دهد که تعیین کنیم چقدر می‌توان به پیش‌بینی یک مدل یا نمودار مطمئن بود. ضریب تعیین همیشه بین ۰ و ۱۰۰٪ است، به طوری که: ۰٪ نشان می‌دهد که مدل هیچ یک از تغییرپذیری داده‌های پاسخ در اطراف میانگین آن را تبیین نمی‌کند. ۱۰۰٪ نشان می‌دهد که مدل همه تغییرپذیری داده‌های پاسخ در اطراف میانگین آن را تبیین می‌کند. ضریب تعیین از رابطه (۲۲) به دست می‌آید:

$$CD = R_s^2 \quad (22)$$

۳- ارائه نتایج و تحلیل آن

۳-۱ ارزیابی طرح اختلاط RPC با تکنیک تاکسونومی عددی

طرح اختلاط پیشنهادی توسط طوفانی میلانی و همکاران [۵۶] جهت ارزیابی و رتبه‌بندی استفاده می‌شود. اجزای ۱۳ طرح اختلاط RPC همراه با نتایج حاصل از طرح اختلاط در جدول ۱ آورده شده است:

جدول ۱: طرح اختلاط پیشنهادی طوفانی میلانی و همکاران [۵۶].

اجزای بتن طرح اختلاط	مقادیر اجزای طرح اختلاط بتن (kg/m^3)						نتایج حاصل از طرح اختلاط		
	سیمان	ماسه سیلیسی	پودر سیلیس	میکروسیلیس	فوق روان‌کننده	آب	مقاومت فشاری (MPa)	جذب آب (%)	وزن مخصوص بتن (Kg/m^3)
(RPC ₁)	۸۱۰	۹۶۱	۱۸۲	۱۶۷	۴۰	۲۰۰	۱۳۲	۱/۰۴	۲۳۶۰
(RPC ₂)	۸۹۷	۷۹۷	۲۰۵	۱۸۸	۴۶	۲۰۶	۱۴۳	۰/۹۸	۲۳۳۹
(RPC ₃)	۶۷۳	۱۱۲۵	۱۴۴	۱۹۲	۴۰	۱۷۳	۱۳۰	۰/۹۹	۲۳۴۷
(RPC ₄)	۷۳۰	۱۰۷۰	۱۷۵	۱۷۵	۳۹	۱۷۰	۱۳۴	۰/۹۵	۲۳۵۹
(RPC ₅)	۹۱۹	۸۷۰	۷۷	۲۲۱	۳۸	۲۰۴	۱۳۹	۱/۱۰	۲۳۲۹
(RPC ₆)	۷۱۴	۱۲۰۳	۸۶	۱۳۲	۳۹	۱۸۶	۱۲۱	۱/۰۳	۲۳۶۰
(RPC ₇)	۶۲۹	۱۰۸۵	۲۶۱	۱۵۱	۳۶	۱۹۸	۱۲۵	۰/۷۹	۲۳۶۰
(RPC ₈)	۸۳۰	۱۰۸۰	۱۰۰	۱۵۰	۴۲	۱۸۰	۱۳۲	۰/۷۵	۲۳۸۲
(RPC ₉)	۷۵۰	۱۰۵۱	۱۱۹	۲۱۵	۴۱	۱۷۰	۱۳۱	۰/۹۳	۲۳۴۶
(RPC ₁₀)	۱۰۲۱	۶۶۲	۱۲۲	۲۵۳	۴۸	۲۰۴	۱۳۶	۱/۰۸	۲۳۱۰
(RPC ₁₁)	۸۴۰	۹۲۴	۱۷۸	۲۰۲	۴۲	۱۸۰	۱۴۱	۰/۸۲	۲۳۶۶
(RPC ₁₂)	۸۹۸	۸۹۵	۱۱۰	۱۸۸	۴۴	۲۰۷	۱۳۸	۰/۹۷	۲۳۴۲
(RPC ₁₃)	۸۹۰	۷۰۰	۲۹۶	۱۸۷	۴۶	۲۰۳	۱۴۴	۱/۰۱	۲۳۲۲

¹⁹ Coefficient of Determination

۳-۱-۱ ماتریس داده‌های n گزینه و m شاخص

این ماتریس را مطابق جدول ۲ تنظیم و مقادیر میانگین و انحراف معیار را از روابط (۱) و (۲) محاسبه و در انتهای جدول قرار

می‌دهیم.

جدول ۲: ماتریس داده‌ها (n گزینه مختلف و m شاخص)، میانگین و انحراف معیار.

شاخص j گزینه i	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9
A_1	۸۱۰	۹۶۱	۱۸۲	۱۶۷	۴۰	۲۰۰	۱۳۲	۱/۰۴	۲۳۶۰
A_2	۸۹۷	۷۹۷	۲۰۵	۱۸۸	۴۶	۲۰۶	۱۴۳	۰/۹۸	۲۳۳۹
A_3	۶۷۳	۱۱۲۵	۱۴۴	۱۹۲	۴۰	۱۷۳	۱۳۰	۰/۹۹	۲۳۴۷
A_4	۷۳۰	۱۰۷۰	۱۷۵	۱۷۵	۳۹	۱۷۰	۱۳۴	۰/۹۵	۲۳۵۹
A_5	۹۱۹	۸۷۰	۷۷	۲۲۱	۳۸	۲۰۴	۱۳۹	۱/۱۰	۲۳۲۹
A_6	۷۱۴	۱۲۰۳	۸۶	۱۳۲	۳۹	۱۸۶	۱۲۱	۱/۰۳	۲۳۶۰
A_7	۶۲۹	۱۰۸۵	۲۶۱	۱۵۱	۳۶	۱۹۸	۱۲۵	۰/۷۹	۲۳۶۰
A_8	۸۳۰	۱۰۸۰	۱۰۰	۱۵۰	۴۲	۱۸۰	۱۳۲	۰/۷۵	۲۳۸۲
A_9	۷۵۰	۱۰۵۱	۱۱۹	۲۱۵	۴۱	۱۷۰	۱۳۱	۰/۹۳	۲۳۴۶
A_{10}	۱۰۲۱	۶۶۲	۱۲۲	۲۵۳	۴۸	۲۰۴	۱۳۶	۱/۰۸	۲۳۱۰
A_{11}	۸۴۰	۹۲۴	۱۷۸	۲۰۲	۴۲	۱۸۰	۱۴۱	۰/۸۲	۲۳۶۶
A_{12}	۸۹۸	۸۹۵	۱۱۰	۱۸۸	۴۴	۲۰۷	۱۳۸	۰/۹۷	۲۳۴۲
A_{13}	۸۹۰	۷۰۰	۲۹۶	۱۸۷	۴۶	۲۰۳	۱۴۴	۱/۰۱	۲۳۲۲
\bar{X}_i	۸۱۵/۵۰	۹۵۵/۶۰	۱۵۸/۱۰	۱۸۶/۲۰	۴۱/۶۲	۱۹۰/۸۰	۱۳۴/۳۰	۰/۹۵۷	۲۳۴۸
S_i	۱۱۱/۷۰	۱۶۶/۶۰	۶۶/۸۰	۳۲/۶۳	۳/۵۲۵	۱۴/۶۲	۶/۸۱۲	۰/۱۰۹	۱۹/۶۵

۳-۱-۲ تشکیل ماتریس استاندارد داده‌ها:

جهت تشکیل ماتریس استاندارد داده‌ها (Z)، از رابطه (۳) استفاده کرده و باتوجه به مقادیر ایدئال‌های مثبت و منفی شاخص‌ها، مقدار

D_{oj} محاسبه و جدول ۳ تشکیل خواهد شد.

جدول ۳: ماتریس استاندارد داده‌ها (Z)، مقادیر ایدئال‌های مثبت و منفی (D_{oj}).

ایدئال	+	+	+	+	+	-	+	-	+
شاخص j گزینه i	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9
A_1	-۰/۰۵	۰/۰۳۲	۰/۳۵۸	-۰/۵۹	-۰/۴۶	۰/۶۲۶	-۰/۳۴	۰/۷۶۲	۰/۶۱۸
A_2	-۰/۷۳	-۰/۹۵	۰/۷۰۲	۰/۰۵۴	۱/۲۴۴	۱/۰۳۶	۱/۲۷۶	-۰/۲۱۲	-۰/۴۵
A_3	-۱/۲۸	۱/۰۱۷	-۰/۲۱	۰/۱۷۷	-۰/۴۶	-۱/۲۲	-۰/۶۳	۰/۳۰۳	-۰/۰۴
A_4	-۰/۷۶	۰/۶۸۷	۰/۲۵۳	-۰/۳۴	-۰/۷۴	-۱/۴۳	-۰/۰۵	-۰/۰۶	۰/۵۶۷
A_5	۰/۹۲۷	-۰/۵۱	-۱/۲۱	۱/۰۶۶	-۱/۰۳	۰/۹۰	۰/۶۸۹	۱/۳۱۲	-۰/۹۶
A_6	-۰/۹۱	۱/۴۸۵	-۱/۰۸	-۱/۶۶	-۰/۷۴	-۰/۳۳	-۱/۹۵	۰/۶۷	۰/۶۱۸
A_7	-۱/۶۷	۰/۷۷۷	۱/۵۴۱	-۱/۰۸	-۱/۵۹	۰/۴۸۹	-۱/۳۷	-۱/۵۳	۰/۶۱۸
A_8	-۰/۱۳	۰/۷۴۷	-۰/۸۷	-۱/۱۱	۰/۱۰۹	-۰/۷۴	-۰/۳۴	-۱/۹۰	۱/۷۳۸
A_9	-۰/۵۹	۰/۵۷۳	-۰/۵۸	۰/۸۸۲	-۰/۱۷	-۱/۴۳	-۰/۴۹	-۰/۲۵	-۰/۰۹
A_{10}	۱/۸۴	-۱/۷۶	-۰/۵۴	۲/۰۴۶	۱/۸۱۱	۰/۹۰	-۰/۳۴۸	۱/۱۲۹	-۱/۹۳
A_{11}	-۰/۲۲	-۰/۱۹	۰/۲۹۸	۰/۴۸۳	۰/۱۰۹	-۰/۷۴	۰/۹۸۲	-۱/۲۶	-۰/۹۲۴
A_{12}	۰/۷۳۹	-۰/۳۶	-۰/۷۲	۰/۰۵۴	۰/۶۷۷	۱/۱۰۵	۰/۵۴۲	۰/۱۲	-۰/۳۰
A_{13}	۰/۶۶۷	-۱/۵۳	۲/۰۶۵	۰/۰۲۴	۱/۲۴۴	۰/۸۳۱	۱/۴۲۳	-۰/۴۸۷	-۱/۳۲
D_{oj}	۱/۸۴	۱/۴۸۵	۲/۰۶۵	۲/۰۴۶	۱/۸۱۱	-۱/۴۳	۱/۴۲۳	-۱/۹۰	۱/۷۳۸

۳-۱-۳ محاسبه فواصل مرکب بین گزینه‌ها (D_{ab})، تعیین کوتاه‌ترین فواصل (d_r)، میانگین (\bar{d}_r) و انحراف معیار (sdr) کوتاه‌ترین فواصل:

رابطه (۴)، فواصل مرکب بین گزینه‌ها (D_{ab}) و کوتاه‌ترین فواصل (d_r) را محاسبه، سپس میانگین \bar{d}_r و انحراف معیار sdr کوتاه‌ترین فواصل را به دست آورده و در جدول ۴ قرار می‌دهیم.

جدول ۴: ماتریس فواصل مرکب بین گزینه‌ها (D_{ab})، کوتاه‌ترین فواصل (d_r)، میانگین و انحراف معیار کوتاه‌ترین فواصل.

	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉	A ₁₀	A ₁₁	A ₁₂	A ₁₃	d _{r,min}
A ₁	۰	۳/۰۳۸	۲/۷۴۴	۲/۴۶۴	۳/۲۷۲	۳/۱۱۱	۳/۵۲۷	۲/۵۸۳	۳/۰۷۷	۵/۱۶۹	۳/۰۶۲	۲/۴۲۸	۴/۰۱۴	۲/۴۲۸
A ₂	۳/۰۳۸	۰	۴/۵۳۴	۴/۲۵۹	۳/۴۵۱	۵/۶۸۷	۵/۴۹۹	۴/۸۳۴	۴/۲۳۲	۳/۴۳۷	۳/۱۲۵	۱/۸۰۷	۱/۷۵۷	۱/۷۵۷
A ₃	۲/۷۴۴	۴/۵۳۴	۰	۱/۳۵۳	۴/۱۷۲	۲/۷۷۱	۳/۶۶۲	۳/۵۷۷	۱/۳۲۶	۵/۹۷۳	۳/۲۵۱	۳/۷۹۶	۵/۳۳۵	۱/۳۲۶
A ₄	۲/۴۶۴	۴/۲۵۹	۱/۳۵۳	۰	۴/۳۲۳	۳/۰۹۰	۳/۳۶۴	۲/۹۴۴	۱/۷۹۹	۶/۲۲۷	۲/۴۹۴	۳/۷۴۳	۵/۰۴۴	۱/۳۵۳
A ₅	۳/۲۷۲	۳/۴۵۱	۴/۱۷۲	۴/۳۲۳	۰	۵/۱۲۸	۵/۹۹۰	۵/۴۴۹	۳/۸۱۹	۳/۶۰۸	۴/۱۷۶	۲/۴۷۹	۴/۴۱۰	۲/۴۷۹
A ₆	۳/۱۱۱	۵/۶۸۷	۲/۷۷۱	۳/۰۹۰	۵/۱۲۸	۰	۳/۸۵۶	۳/۶۵۰	۳/۵۶۰	۷/۱۹۱	۴/۸۸۸	۴/۵۴۴	۶/۶۹۳	۲/۷۷۱
A ₇	۳/۵۲۷	۵/۴۹۹	۳/۶۶۲	۳/۳۶۴	۵/۹۹۰	۳/۸۵۶	۰	۳/۹۸۸	۴/۲۶۵	۷/۷۹۶	۴/۳۱۱	۵/۱۲۲	۶/۰۰۴	۳/۳۶۴
A ₈	۲/۵۸۳	۴/۸۳۴	۳/۵۷۷	۲/۹۴۴	۵/۴۴۹	۳/۶۵۰	۳/۹۸۸	۰	۳/۳۵۳	۶/۹۱۴	۲/۷۵۸	۳/۹۶۳	۶/۱۰۴	۲/۷۵۸
A ₉	۳/۰۷۷	۴/۲۳۲	۱/۳۲۶	۱/۷۹۹	۳/۸۱۹	۳/۵۶۰	۴/۲۶۵	۳/۳۵۳	۰	۵/۲۷۶	۲/۶۳۲	۳/۴۲۰	۵/۱۵۲	۱/۳۲۶
A ₁₀	۵/۱۶۹	۳/۴۳۷	۵/۹۷۳	۶/۲۲۷	۳/۶۰۸	۷/۱۹۱	۷/۷۹۶	۶/۹۱۴	۵/۲۷۶	۰	۵/۳۰۸	۳/۵۰۱	۳/۸۴۶	۳/۴۳۷
A ₁₁	۳/۰۶۲	۳/۱۲۵	۳/۲۵۱	۲/۴۹۴	۴/۱۷۶	۴/۸۸۸	۴/۳۱۱	۲/۷۵۸	۲/۶۳۲	۵/۳۰۸	۰	۲/۹۷۱	۴/۱۶۵	۲/۴۹۴
A ₁₂	۲/۴۲۸	۱/۸۰۷	۳/۷۹۶	۳/۴۷۳	۲/۴۷۹	۴/۵۴۴	۵/۱۲۲	۳/۹۶۳	۳/۴۲۰	۳/۵۰۱	۲/۹۷۱	۰	۳/۳۸۷	۱/۸۰۷
A ₁₃	۴/۰۱۴	۱/۷۵۷	۵/۳۳۵	۵/۰۴۴	۴/۴۱۰	۶/۶۹۳	۶/۰۰۴	۶/۱۰۴	۵/۱۵۲	۳/۸۴۶	۴/۱۶۵	۳/۳۸۷	۰	۱/۷۵۷
\bar{d}_r														۲/۲۳۵
sdr														۰/۷۳۷

۳-۱-۴ تعیین گزینه‌های همگن برای جدا سازی گزینه‌های همگن از ناهمگن:

ابتدا محاسبه حد بالای (D^+) و حد پایین (D^-)، از رابطه (۵) محاسبه خواهد شد:

$$\left. \begin{aligned} D^+ &= \bar{d}_r + 2sdr = ۲/۲۳۵ + (۲ \times ۰/۷۳۷) = ۳/۷۰۹ \\ D^- &= \bar{d}_r - 2sdr = ۲/۲۳۵ - (۲ \times ۰/۷۳۷) = ۰/۷۶۱ \end{aligned} \right\} \longrightarrow ۰/۷۶۱ = D^- < d_{r,min} < D^+ = ۳/۷۰۹$$

نتیجه اینکه تمامی مقادیر کوتاه‌ترین فواصل ($d_{r,min}$) ۱۳ گزینه طرح اختلاط مابین ۳/۷۰۹ و ۰/۷۶۱ قرار دارد و تمامی گزینه‌های طرح اختلاط بتن پودری واکنشی (RPC)، همگن است و نیازی به حذف هیچ‌یک از گزینه‌ها نخواهد بود؛ بنابراین رتبه‌بندی برای ۱۳ طرح اختلاط انجام خواهد شد.

۳-۲ رتبه‌بندی طرح‌های اختلاط

۳-۲-۱ تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری (D):

ماتریس تصمیم‌گیری D در جدول ۵ آورده شده است. در این جدول اعداد نشان‌دهنده همان عناصر ماتریس (r_{ij}) تصمیم‌گیری هستند.

جدول ۵: ماتریس تصمیم گیری D.

شاخص j گزینه i	مقادیر اجزای طرح اختلاط بتن (kg/m ³)						نتایج حاصل از انجام آزمایش		
	X ₁ (سیمان)	X ₂ (ماسه سیلیسی)	X ₃ (پودر سیلیس)	X ₄ (میکروسیلیس)	X ₅ (فوق روان کننده)	X ₆ (آب)	X ₇ (مقاومت فشاری)	X ₈ (جذب آب)	X ₉ (وزن مخصوص بتن)
A ₁ (RPC ₁)	۸۱۰	۹۶۱	۱۸۲	۱۶۷	۴۰	۲۰۰	۱۳۲	۱/۰۴	۲۳۶۰
A ₂ (RPC ₂)	۸۹۷	۷۹۷	۲۰۵	۱۸۸	۴۶	۲۰۶	۱۴۳	۰/۹۸	۲۳۳۹
A ₃ (RPC ₃)	۶۷۳	۱۱۲۵	۱۴۴	۱۹۲	۴۰	۱۷۳	۱۳۰	۰/۹۹	۲۳۴۷
A ₄ (RPC ₄)	۷۳۰	۱۰۷۰	۱۷۵	۱۷۵	۳۹	۱۷۰	۱۳۴	۰/۹۵	۲۳۵۹
A ₅ (RPC ₅)	۹۱۹	۸۷۰	۷۷	۲۲۱	۳۸	۲۰۴	۱۳۹	۱/۱۰	۲۳۲۹
A ₆ (RPC ₆)	۷۱۴	۱۲۰۳	۸۶	۱۳۲	۳۹	۱۸۶	۱۲۱	۱/۰۳	۲۳۶۰
A ₇ (RPC ₇)	۶۲۹	۱۰۸۵	۲۶۱	۱۵۱	۳۶	۱۹۸	۱۲۵	۰/۷۹	۲۳۶۰
A ₈ (RPC ₈)	۸۳۰	۱۰۸۰	۱۰۰	۱۵۰	۴۲	۱۸۰	۱۳۲	۰/۷۵	۲۳۸۲
A ₉ (RPC ₉)	۷۵۰	۱۰۵۱	۱۱۹	۲۱۵	۴۱	۱۷۰	۱۳۱	۰/۹۳	۲۳۴۶
A ₁₀ (RPC ₁₀)	۱۰۲۱	۶۶۲	۱۲۲	۲۵۳	۴۸	۲۰۴	۱۳۶	۱/۰۸	۲۳۱۰
A ₁₁ (RPC ₁₁)	۸۴۰	۹۲۴	۱۷۸	۲۰۲	۴۲	۱۸۰	۱۴۱	۰/۸۲	۲۳۶۶
A ₁₂ (RPC ₁₂)	۸۹۸	۸۹۵	۱۱۰	۱۸۸	۴۴	۲۰۷	۱۳۸	۰/۹۷	۲۳۴۲
A ₁₃ (RPC ₁₃)	۸۹۰	۷۰۰	۲۹۶	۱۸۷	۴۶	۲۰۳	۱۴۴	۱/۰۱	۲۳۲۲

۳-۲-۲ تعیین وزن (ضریب اهمیت) شاخص ها

نتایج وزن (ضریب اهمیت) شاخص ها با روش آنتروپی شانون در جدول ۶ آورده شده است.

جدول ۶: نتایج وزن دهی شاخص ها (معیارها) با روش آنتروپی شانون.

نتایج محاسبه آنتروپی هر شاخص									
	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	E ₅	E ₆	E ₇	E ₈	E ₉
E _j	۰/۹۹۶۶	۰/۹۹۴۳	۰/۹۶۹۳	۰/۹۹۴۶	۰/۹۹۸۵	۰/۹۹۸۹	۰/۹۹۹۵	۰/۹۹۷۷	۰/۹۹۹۹
نتایج محاسبه مقدار d _j (درجه انحراف)									
	d ₁	d ₂	d ₃	d ₄	d ₅	d ₆	d ₇	d ₈	d ₉
d _j	۰/۰۰۳۴	۰/۰۰۵۷	۰/۰۰۳۷	۰/۰۰۵۴	۰/۰۰۱۵	۰/۰۰۱۱	۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۲۳	۰/۰۰۰۱
نتایج محاسبه مقدار وزن W _j									
	W ₁	W ₂	W ₃	W ₄	W ₅	W ₆	W ₇	W ₈	W ₉
W _j	۰/۰۶۷۱	۰/۱۱۲۴	۰/۶۰۵۵	۰/۱۰۶۵	۰/۰۲۹۰	۰/۰۲۱۷	۰/۰۰۹۹	۰/۰۴۵۴	۰/۰۰۲۰

۳-۲-۳ نتایج رتبه بندی با روش TOPSIS:

جواب های ایدئال های مثبت و منفی در جدول ۷ و نزدیکی نسبی گزینه ها به راه حل ایدئال (شاخص نزدیکی نسبی) cl_i^+ در جدول ۸ مشخص شده است.

جدول ۷: جواب های ایدئال.

شاخص ها	X ₁ (سیمان)	X ₂ (ماسه سیلیسی)	X ₃ (پودر سیلیس)	X ₄ (میکروسیلیس)	X ₅ (فوق روان کننده)	X ₆ (آب)	X ₇ (مقاومت فشاری)	X ₈ (جذب آب)	X ₉ (وزن مخصوص بتن)
جواب ایدئال مثبت (A ⁺ = V _i ⁺)	۰/۰۲۳۱۰	۰/۰۳۸۷۰	۰/۲۹۱۳۵	۰/۰۳۹۵۷	۰/۰۰۹۴۰	۰/۰۰۵۳۴	۰/۰۰۲۹۴	۰/۰۰۹۸۱	۰/۰۰۰۵۶
جواب ایدئال منفی (A ⁻ = V _i ⁻)	۰/۰۱۴۲۳	۰/۰۲۱۲۹	۰/۰۷۵۷۹	۰/۰۲۰۶۴	۰/۰۰۷۰۵	۰/۰۰۶۵۱	۰/۰۰۲۴۷	۰/۰۱۴۳۸	۰/۰۰۰۵۴

جدول ۸: نزدیکی نسبی گزینه‌ها به راه حل ایدئال (شاخص نزدیکی نسبی)، cl_i^+

گزینه‌ها	شاخص نزدیکی نسبی ($0 < cl_i^+ < 1$)	رتبه هر گزینه
(RPC ₁)	۰/۴۷۸	۴
(RPC ₂)	۰/۵۸۱	۳
(RPC ₃)	۰/۳۱۲	۷
(RPC ₄)	۰/۴۴۸	۶
(RPC ₅)	۰/۰۷۲	۱۳
(RPC ₆)	۰/۰۸۶	۱۲
(RPC ₇)	۰/۸۲۲	۲
(RPC ₈)	۰/۱۲۳	۱۱
(RPC ₉)	۰/۲۰۵	۹
(RPC ₁₀)	۰/۲۲۱	۸
(RPC ₁₁)	۰/۴۶۲	۵
(RPC ₁₂)	۰/۱۶۰	۱۰
(RPC ₁₃)	۰/۹۱۶	۱

هر اندازه که شاخص نزدیکی نسبی (cl_i^+) بزرگ‌تر باشد مفهوم این است که گزینه i ام به ایدئال مثبت سوق پیدا می‌کند. به عبارت دیگر: هر گزینه‌ای که cl_i^+ آن بزرگ‌تر باشد بهتر است. نتایج رتبه‌بندی با روش TOPSIS در جدول ۹ آورده شده است:

جدول ۹: رتبه‌بندی گزینه‌ها با روش TOPSIS.

رتبه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
گزینه	RPC ₁₃	RPC ₇	RPC ₂	RPC ₁	RPC ₁₁	RPC ₄	RPC ₃	RPC ₁₀	RPC ₉	RPC ₁₂	RPC ₈	RPC ₆	RPC ₅

۳-۲-۴ نتایج رتبه‌بندی با روش SAW:

رتبه‌بندی (انتخاب بهترین گزینه): مناسب‌ترین گزینه (A^*) در جدول ۱۰ آورده شده است. گزینه‌ای که بیش‌ترین امتیاز را داشته باشد، مناسب‌ترین گزینه است. جدول ۱۱ رتبه‌بندی گزینه‌های طرح‌های اختلاط بتن RPC را با روش SAW نشان می‌دهد:

جدول ۱۰: میزان مطلوبیت گزینه‌ها (A^*).

گزینه‌ها	میزان مطلوبیت گزینه‌ها (A^*)	رتبه هر گزینه
(RPC ₁)	۰/۶۷۲	۵
(RPC ₂)	۰/۷۲۴	۳
(RPC ₃)	۰/۶۱۵	۷
(RPC ₄)	۰/۶۷۲	۶
(RPC ₅)	۰/۴۷۶	۱۳
(RPC ₆)	۰/۴۷۷	۱۲
(RPC ₇)	۰/۸۳۴	۲
(RPC ₈)	۰/۵۲۵	۱۱
(RPC ₉)	۰/۵۷۵	۸
(RPC ₁₀)	۰/۵۷۵	۹
(RPC ₁₁)	۰/۶۹۰	۴
(RPC ₁₂)	۰/۵۳۸	۱۰
(RPC ₁₃)	۰/۹۰۰	۱

جدول ۱۱: رتبه بندی گزینه‌ها با روش SAW.

رتبه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
گزینه	RPC ₁₃	RPC ₇	RPC ₂	RPC ₁₁	RPC ₁	RPC ₄	RPC ₃	RPC ₉	RPC ₁₀	RPC ₁₂	RPC ₈	RPC ₆	RPC ₅

۳-۳ ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن:

مقایسه‌ی دو روش رتبه‌بندی در با استفاده از ضریب همبستگی اسپیرمن در جدول ۱۲ آورده شده است.

جدول ۱۲: مقایسه رتبه‌بندی دو مدل SAW و TOPSIS.

گزینه‌ها	وزن‌دهی با Entropy و اولویت‌بندی با TOPSIS (ET)		وزن‌دهی با Entropy و اولویت‌بندی با SAW (ES)		$ A^* - cl_i^+ = d_i$	d_i^2	نرمال‌سازی تفاضل‌ها $\frac{d_i}{\sqrt{\sum d_i^2}}$	رتبه‌بندی نهایی	
	شاخص نزدیکی نسبی (Cl ⁺)	رتبه	میزان مطلوبیت گزینه‌ها (A [*])	رتبه					
(RPC ₁)	۰/۴۷۸۳	۴	۰/۶۷۲۴	۵	۰/۱۹۴۱	۰/۰۳۷۶	۰/۱۷۰۹	۴	
(RPC ₂)	۰/۵۸۱۱	۳	۰/۷۲۴۶	۳	۰/۱۴۳۴	۰/۰۲۰۵	۰/۱۲۶۲	۳	
(RPC ₃)	۰/۳۱۲۵	۷	۰/۶۱۵۹	۷	۰/۳۰۳۳	۰/۰۹۲۰	۰/۲۶۷۰	۷	
(RPC ₄)	۰/۴۴۸۵	۶	۰/۶۷۲۳	۶	۰/۲۲۳۷	۰/۰۵۰۰	۰/۳۰۰۴	۶	
(RPC ₅)	۰/۰۷۲۱	۱۳	۰/۴۷۶۱	۱۳	۰/۴۰۳۹	۰/۱۶۳۲	۰/۳۵۵۶	۱۳	
(RPC ₆)	۰/۰۸۶۴	۱۲	۰/۴۷۷۹	۱۲	۰/۳۹۱۴	۰/۱۵۳۲	۰/۳۵۴۳	۱۲	
(RPC ₇)	۰/۸۲۲۳	۲	۰/۸۳۴۶	۲	۰/۰۱۲۲	۰/۰۰۰۱	۰/۰۱۴۱	۲	
(RPC ₈)	۰/۱۲۳۵	۱۱	۰/۵۲۵۹	۱۱	۰/۴۰۲۴	۰/۱۶۱۹	۰/۳۴۴۶	۱۱	
(RPC ₉)	۰/۲۰۵۹	۹	۰/۵۷۵۹	۸	۰/۳۶۹۹	۰/۱۳۶۸	۰/۳۲۵۷	۹	
(RPC ₁₀)	۰/۲۲۱۶	۸	۰/۵۷۵۴	۹	۰/۳۵۳۷	۰/۱۲۵۱	۰/۳۱۱۴	۸	
(RPC ₁₁)	۰/۴۶۲۵	۵	۰/۶۹۰۱	۴	۰/۲۲۷۶	۰/۰۵۱۸	۰/۱۹۶۹	۵	
(RPC ₁₂)	۰/۱۶۰۳	۱۰	۰/۵۳۸۲	۱۰	۰/۳۷۷۸	۰/۱۴۲۷	۰/۳۳۲۶	۱۰	
(RPC ₁₃)	۰/۹۱۶۱	۱	۰/۹۰۰۱	۱	۰/۰۱۶۰	۰/۰۰۰۲	۰/۰۱۰۸	۱	
$\sum_{i=1}^n d_i^2$						۱/۱۳۵۷			

باتوجه به d_i ‌های جدول ۱۲ و $n=13$ ، ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن R_s از رابطه (۲۰) برابر است با:

$$R_s = 0.997$$

ضریب اسپیرمن ۰/۹۹۷ که بسیار نزدیک به یک است نشان می‌دهد که همبستگی قوی (همبستگی معنادار زیاد) بین متغیرهای مدل SAW و TOPSIS وجود دارد.

۳-۴ محاسبه ضریب تعیین (CD):

ضریب تعیین از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$CD = R_s^2 = 0.997^2 \times 100 = 99.4\%$$

ضریب تعیین ۹۹/۴٪ نشان‌دهنده این است که ۹۹/۴ درصد می‌توان به رتبه‌بندی گزینه‌ها (رتبه‌بندی طرح اختلاط بتن) اطمینان حاصل نمود.

۳-۵ رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها یا طرح‌های اختلاط بتن پودری واکنشی (RPC):

با مراجعه به جدول ۱۲، مشاهده می‌شود که نتایج حاصل از رتبه‌بندی دو روش Topsis و Saw تقریباً مشابه و نزدیک به هم هستند، و اختلاف بسیار ناچیز در رتبه‌بندی گزینه‌های RPC_1 با RPC_{11} (جابه‌جایی در رتبه‌های ۴ و ۵) و RPC_9 با RPC_{10} (جابه‌جایی در رتبه‌های ۸ و ۹) وجود دارد. به همین دلیل همان‌طور که در جدول ۱۲ مشاهده می‌شود، برای رتبه‌بندی نهایی از روش نرمال‌سازی تفاضل‌های شاخص نزدیکی نسبی روش Topsis و میزان مطلوبیت گزینه‌های روش Saw، استفاده کرده و نتیجه نهایی رتبه‌بندی در جدول ۱۳ آورده شده است. نتیجه مهم اینکه رتبه‌بندی نهایی با رتبه‌بندی روش Saw و Topsis مطابقت کامل دارد.

جدول ۱۳: رتبه‌بندی نهایی گزینه‌های طرح‌های اختلاط بتن پودری واکنشی (RPC).

رتبه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
گزینه	RPC_{13}	RPC_7	RPC_2	RPC_1	RPC_{11}	RPC_4	RPC_3	RPC_{10}	RPC_9	RPC_{12}	RPC_8	RPC_6	RPC_5

۴- نتیجه‌گیری

بر اساس بررسی‌های انجام‌گرفته در این پژوهش، نتایج زیر حاصل گردید:

(۱) طرح‌های اختلاط بتن پودری واکنشی (RPC) را می‌توان با روش تکنیک تاکسونومی عددی ارزیابی کرد، به عبارت دیگر قبل از انجام رتبه‌بندی، طرح‌های اختلاط RPC که غیرهمگن هستند را حذف و برای سایر طرح‌های اختلاط RPC رتبه‌بندی را انجام داد.

(۲) روش آنتروپی شانون یکی از معتبرترین روش‌ها برای محاسبه وزن معیارها در تصمیم‌گیری چند شاخصه است که در این تحقیق برای مقایسه نتایج رتبه‌بندی، در هر دو روش Topsis و Saw از وزن‌دهی آنتروپی شانون استفاده شد و نتایج تقریباً یکسانی به دست آمد.

(۳) برای رتبه‌بندی طرح اختلاط RPC، از مدل Topsis که یکی از معروف‌ترین و بهترین مدل‌های توسعه‌یافته برای حل مسائل تصمیم‌گیری چند شاخصه و روش Saw که یکی از ساده‌ترین روش‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه است، استفاده شد، و نتایج رتبه‌بندی هر دو تقریباً یکسانی به دست آمد.

(۴) برای نتایج دو روش رتبه‌بندی Topsis و Saw، ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن (R_s) برابر با ۰/۹۹۷ به دست آمد که بسیار نزدیک به یک است و نشان‌دهنده همبستگی قوی (همبستگی معنادار زیاد) بین متغیرهای روش Topsis و Saw است.

(۵) ضریب تعیین (ضریب تشخیص) که بیانگر میزان احتمال همبستگی میان دودسته داده در آینده است، برابر ۹۹/۴٪ محاسبه شد و نشان‌دهنده این است که ۹۹/۴ درصد می‌توان به رتبه‌بندی گزینه‌ها (رتبه‌بندی طرح اختلاط بتن) با روش Topsis و Saw اطمینان حاصل نمود؛ بنابراین روش Topsis و Saw، روش‌های مناسبی برای رتبه‌بندی طرح‌های اختلاط بتن پودری واکنشی (RPC) محسوب می‌شوند.

(۶) با توجه به اختلاف بسیار کم رتبه‌بندی بین روش Topsis و Saw، با نرمال‌سازی تفاضل‌های شاخص نزدیکی نسبی روش Topsis و میزان مطلوبیت گزینه‌های روش Saw، رتبه‌بندی نهایی ارائه گردید.

(۷) رتبه‌بندی نهایی با رتبه‌بندی روش Topsis مطابقت کامل دارد؛ بنابراین روش Topsis می‌تواند به‌عنوان روشی نهایی در رتبه‌بندی طرح‌های اختلاط بتن پودری واکنشی (RPC) مورد استفاده قرار گیرد.

مراجع

- [1] Ahmed, S. Mahaini, Z. Abed, F. Mannan, MA. Al-Samarai, M. (2022). Microstructure and Mechanical Property Evaluation of Dune Sand Reactive Powder Concrete Subjected to Hot Air Curing. *Materials*, 15, 41. doi.org/10.3390/ma15010041.
- [2] Yu, Z. Li, Z. Jiang, Y. Wang, Y. (2022). Mechanical Behavior of Reactive Powder Concrete Subjected to Biaxial Loading. *Advances in Civil Engineering*, 2022:1–11. doi:10.1155/2022/9246692.
- [3] Zheng, W. Wang, D. Ju, Y. (2018). Performance of reinforced reactive powder concrete beam-column joints under cyclic loads. *Advances in Civil Engineering*, 2018. doi:10.1155/2018/3914815.
- [4] Najaf, E. Abbasi, H. (2022). Using Recycled Concrete Powder, Waste Glass Powder, and Plastic Powder to Improve the Mechanical Properties of Compacted Concrete: Cement Elimination Approach. *Advances in Civil Engineering*, 2022:1–12. doi:10.1155/2022/9481466.
- [5] Hake, SL. Damgir, RM. Patankar, SV. (2018). Temperature Effect on Lime Powder-Added Geopolymer Concrete. *Advances in Civil Engineering*, 2018. doi:10.1155/2018/6519754.
- [6] Vigneshwari, M. Arunachalam, K. Angayarkanni, A. (2018). Replacement of silica fume with thermally treated rice husk ash in Reactive Powder Concrete. *Journal of Cleaner Production*, 188:264–77. doi:10.1016/j.jclepro.2018.04.008.
- [7] So, H seok. Jang, H seok. Khulgadai, J. So, S young. (2015). Mechanical properties and microstructure of reactive powder concrete using ternary pozzolanic materials at elevated temperature. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 19:1050–7. doi:10.1007/s12205-015-0015-y.
- [8] Shi, C. Long, M. Cao, C. Long, G. Lei, M. (2017). Mechanical property test and analytical method for Reactive Powder Concrete columns under eccentric compression. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 21:1307–18. doi:10.1007/s12205-016-1524-z.
- [9] Salahuddin, H. Qureshi, LA. Nawaz, A. Raza, SS. (2020). Effect of recycled fine aggregates on performance of Reactive Powder Concrete. *Construction and Building Materials*, 243. doi:10.1016/j.conbuildmat.2020.118223.
- [10] Mayhoub, OA. Nasr, ESAR. Ali, YA. Kohail, M. (2021). The influence of ingredients on the properties of reactive powder concrete: A review. *Ain Shams Engineering Journal*, 12:145–58. doi:10.1016/j.asej.2020.07.016.
- [11] Jo, BW. Kim, CH. Lim, JH. (2007). Investigations on the development of powder concrete with nano-SiO₂ particles. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 11:37–42. doi:10.1007/bf02823370.
- [12] Aitcin, PC. Lachemi, M. Adeline, R. Richard, P. (1998). The Sherbrooke Reactive Powder Concrete Footbridge. *Structural Engineering International*, 8:140–4. doi:10.2749/101686698780489243.
- [13] Raza, SS. Qureshi, LA. Ali, B. Raza, A. Khan, MM. (2021). Effect of different fibers (steel fibers, glass fibers, and carbon fibers) on mechanical properties of reactive powder concrete. *Structural Concrete*, 22:334–46. doi:10.1002/suco.201900439.
- [14] Dhundasi, AA. Khadiranaikar, RB. Momin, AA. Motagi, K. (2022). An Experimental Investigation on Durability Properties of Reactive Powder Concrete. *International Journal of Engineering*, 35:327–36. doi:10.5829/ije.2022.35.02b.08.
- [15] Ambika, D. Priya, SD. Poovizhi, G. Rubini, VS. Nandhini, V. (2021). Forensic investigation on mechanical properties of reactive powder concrete. *Materials Today: Proceedings*, 45:912–8. doi:10.1016/j.matpr.2020.02.941.
- [16] Hasan, ZA. Nasr, MS. Abed, MK. (2021). Properties of reactive powder concrete containing different combinations of fly ash and metakaolin. *Materials Today: Proceedings*, 42:2436–40. doi:10.1016/j.matpr.2020.12.556.
- [17] Tam, CM. Tam, VWY. Ng, KM. (2010). Optimal conditions for producing reactive powder concrete. *Magazine of Concrete Research*, 62:701–16. doi:10.1680/macr.2010.62.10.701.
- [18] Ahmed, S. Abed, F. Mannan, MA. (2022). Compressive Strength Development of Dune Sand Reactive Powder Concrete (RPC) Under Different Curing Conditions. *IOPSCIENCE. IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science*, 1026, 012017. doi:10.1088/1755-1315/1026/1/012017.
- [19] Chen, X. Wan D, wei. Jin L, zhi. Qian, K. Fu, F. (2019). Experimental studies and microstructure analysis for ultra high-performance reactive powder concrete. *Construction and Building Materials*, vol. 229. doi:10.1016/j.conbuildmat.2019.116924.

- [20] Maheswaran, S. Murthy, AR. Kumar, VR. Karunanithi, A. (2021). Characterisation studies on the particle size effect of calcium carbonate in high-strength concrete. *Magazine of Concrete Research*, 73:661–73. doi:10.1680/jmacr.19.00375.
- [21] Hiremath, PN. Yaragal, SC. (2017). Influence of mixing method, speed and duration on the fresh and hardened properties of Reactive Powder Concrete. *Construction and Building Materials*, 141:271–88. doi:10.1016/j.conbuildmat.2017.03.009.
- [22] Mostofinejad, D. Nikoo, MR. Hosseini, SA. (2016). Determination of optimized mix design and curing conditions of reactive powder concrete (RPC). *Construction and Building Materials*, 123:754–67. doi:10.1016/j.conbuildmat.2016.07.082.
- [23] Guo, M. Gao, R. (2021). Experimental comparability between steam and normal curing methods on tensile behavior of RPC. *Advances in Concrete Construction*, 11:347–356. doi:10.12989/acc.2021.11.4.347.
- [24] Yildizel, SA. Tayeh, BA. Calis, G. (2020). Experimental and modelling study of mixture design optimisation of glass fibre-reinforced concrete with combined utilisation of Taguchi and Extreme Vertices Design Techniques. *Journal of Materials Research and Technology*, 9:2093–106. doi:10.1016/j.jmrt.2020.02.083.
- [25] Kannan Rajkumar, PR. Mathangi, DP. C, S. M, N. (2020). Experimental Investigation of Reactive Powder Concrete exposed to Elevated Temperatures. *Construction and Building Materials*, 261. doi:10.1016/j.conbuildmat.2020.119593.
- [26] Raza, SS. Qureshi, LA. (2021). Effect of carbon fiber on mechanical properties of reactive powder concrete exposed to elevated temperatures. *Journal of Building Engineering*, 42, 102503. doi.org/10.1016/j.job.2021.102503.
- [27] Lee, NK. Koh, KT. Kim, MO. Ryu, GS. (2018). Uncovering the role of micro silica in hydration of ultra-high performance concrete (UHPC). *Cement and Concrete Research*, Volume (104), Page (68-79). doi:10.1016/j.cemconres.2017.11.002.
- [28] Wang, D. Ma, Y. Kang, M. Ju, Y. Zeng, C. (2021). Durability of reactive powder concrete containing mineral admixtures in seawater erosion environment. *Construction and Building Materials*, Volume (306). doi:10.1016/j.conbuildmat.2021.124863.
- [29] Alharbi, YR. Abadel, AA. Mayhoub, OA. Kohail, M. (2021). Effect of using available metakaoline and nano materials on the behavior of reactive powder concrete. *Construction and Building Materials*, 269. doi:10.1016/j.conbuildmat.2020.121344.
- [30] Ahmed, S. Al-Dawood, Z. Abed, F. Mannan, MA. Al-Samarai, M. (2021). Impact of using different materials, curing regimes, and mixing procedures on compressive strength of reactive powder concrete - A review. *Journal of Building Engineering*, 44. 103238. doi.org/10.1016/j.job.2021.103238.
- [31] Sharifi, E. Sadjadi, SJ. Aliha, MRM. Moniri, A. (2020). Optimization of high-strength self-consolidating concrete mix design using an improved Taguchi optimization method. *Construction and Building Materials*, 236. doi:10.1016/j.conbuildmat.2019.117547.
- [32] Emovon, I. Mgbemena, CO. (2019). Enhancing the FMEA technique using a combination of Expectation interval, TAGUCHI, MOORA, and geometric mean methods. *Journal of Engineering Research*, Vol 7, No 4.
- [33] Molwane, OB. Agarwal, A. Letsatsi, MT. (2021). Statistical investigation of i-shaped stiffened rectangular plate by taguchi response evaluation. *Journal of Engineering Research*, 2021. doi:10.36909/jer.ICIPPSD.15509.
- [34] Ashwini Gupta, S. Rana, R. (2021). Performance assessment of triangular obstacles mounted solar air heater using taguchi method. *Journal of Engineering Research*, 2021:153–60. doi:10.36909/jer.ICARI.15321.
- [35] Can, E. (2021). Variable Determined for Optimization of Alternating Energy on the Load By the Adaptive Taguchi Method. *Journal of Engineering Research*, Vol 10, No 4A. doi:10.36909/jer.12657.
- [36] Erbayrak, S. Erbayrak, E. (2020). Determination of the impact damage threshold point of composite material using fuzzy-base taguchi method. *Journal of Engineering Research*, Vol 8, No 3: 153–71. doi:10.36909/JER.V8I3.7992.
- [37] Chang, CY. Huang, R. Lee, PC. Weng, TL. (2014). Determining the optimal mixture for recycled aggregate concrete with multiple responses. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 37:2, 165-174. doi:10.1080/02533839.2012.757046.
- [38] Hinislioğlu, S. Bayrak, OÜ. (2004). Optimization of early flexural strength of pavement concrete with silica fume and fly ash by the Taguchi method. *Civil Engineering and Environmental Systems*, 21:79–90. doi:10.1080/10286600410001684562.

- [39] Joshaghani, A. Ramezani pour, AA. Ataei, O. Golroo, A. (2015). Optimizing pervious concrete pavement mixture design by using the Taguchi method. *Construction and Building Materials*, 101:317–25. doi:10.1016/j.conbuildmat.2015.10.094.
- [40] Teimortashlu, E. Dehestani, M. Jalal, M. (2018). Application of Taguchi method for compressive strength optimization of tertiary blended self-compacting mortar. *Construction and Building Materials*, 190:1182–91. doi:10.1016/j.conbuildmat.2018.09.165.
- [41] Tanyildizi, H. Şahin, M. (2017). Taguchi optimization approach for the polypropylene fiber reinforced concrete strengthening with polymer after high temperature. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 55:529–34. doi:10.1007/s00158-016-1517-z.
- [42] Tanyildizi, H. (2014). Post-fire behavior of structural lightweight concrete designed by Taguchi method. *Construction and Building Materials*, 68:565–71. doi:10.1016/j.conbuildmat.2014.07.021.
- [43] Churchman, CW. Ackoff, RL. (1954). An Approximate Measure of Value. *Journal of the Operations Research Society of America*, Vol. 2, No. 2, 2:172–187. doi:10.1287/opre.2.2.172.
- [44] Fishburn, PC. (1967). Additive Utilities with Incomplete Product Set: Applications to Priorities and Assignments. *Journal of the Operations Research Society of America*, Vol. 15, No. 3 :537–542. doi.org/10.1287/opre.15.3.537.
- [45] Sears, GW. and Miller, DW. and Starr, MK. (1962). *Executive Decisions and Operations Research*. Published By: Taylor & Francis, Ltd. Vol. 13, No. 1 (Mar., 1962), p. 103 (1 page). doi:10.2307/3007586.
- [46] Tzeng, GH. and Huang, JJ. (2011). *Multiple attribute decision making: Methods and applications*. Published By: Taylor & Francis, Ltd. doi.org/10.1201/b11032
- [47] Saaty, TL. (1994). How to Make a Decision: The Analytic Hierarchy Process. *Inform Journal on Applied Analytics*, Vol. 24, No. 6:19–43. doi:10.1287/inte.24.6.19.
- [48] Saaty, RW. (1987). The analytic hierarchy process-what it is and how it is used. *Mathematical Modelling*, Volume 9, Issues 3–5, 1987, Pages 161-176. doi:10.1016/0270-0255(87)90473-8.
- [49] Opricovic, S. (1998). *Multicriteria optimization of civil engineering systems*. PhD Thesis, Faculty of Civil Engineering, Belgrade, 302 p.
- [50] Rao, RV. Singh, D. (2012). Weighted Euclidean distance based approach as a multiple attribute decision making method for plant or facility layout design selection. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 3:365–382. doi:10.5267/j.ijiec.2012.01.003.
- [51] Zavadskas, EK. Turskis, Z. Antucheviciene, J. Zakarevicius, A. (2012). Optimization of weighted aggregated sum product assessment. *Elektron Ir Elektrotechnika*, 122:3–6. doi:10.5755/j01.eee.122.6.1810.
- [52] Ghorabae, MK. Zavadskas, EK. Olfat, L. Turskis, Z. (2015). Multi-Criteria Inventory Classification Using a New Method of Evaluation Based on Distance from Average Solution (EDAS). *Informatica*, 26:435–51. doi:10.15388/Informatica.2015.57.
- [53] Rezaei, J. (2015). Best-worst multi-criteria decision-making method. *Omega (United Kingdom)*, 53:49–57. doi:10.1016/j.omega.2014.11.009.
- [54] Keshavarz Ghorabae, M. Zavadskas, EK. Turskis, Z. Antucheviciene, J. (2016). A new combinative distance-based assessment (CODAS) method for multi-criteria decision-making. *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*, 50:25–44.
- [55] Yazdani, M. Zarate, P. Kazimieras Zavadskas, E. Turskis, Z. (2019). A combined compromise solution (CoCoSo) method for multi-criteria decision-making problem. *Management Decision*, 57:2501–19. doi:10.1108/MD-05-2017-0458.
- [56] Milani, AT. Afshin, H. Naseri, H. (2017). Production of reactive powder concrete using silica sand available in the desert areas of Iran. In: *10th International Congress of Civil Engineering, Faculty of Civil Engineering*. City: Tabriz, Iran, May 15-17.
- [57] Massoud, Mohammad. and Moazazi Mehr Tehran, Amir Mohammad and Shobiri, Seyyed Nima. (2017). Determining the degree of underdevelopment of the cities of Isfahan province with numerical taxonomy technique. *Urban and Regional Studies and Researches*, second year, number eight, pp. 39-54.
- [58] Sarukhani, Bagher. and Tavakoli Vala, Jhaleh. and Rostamzadeh, Abbas. (2017). Numerical taxonomy and its application in social research. *Historical Sociology*, Volume 4, Number 1.

- [59] Ramzaniyanpour, Ali Akbar. and Aerabi, Negin. (2013). *Concrete Technology*. Nagarande Danesh Publications, second edition, third edition, 420 pages, pp. 361-364.
- [60] Tavakoli, Najmeh. and Sharifi, Mohammad. and Akram, Asadolah. (2016). Performance evaluation of the most common multi-criteria decision-making techniques in ranking the effective parameters in the agility of the distribution chain of the combine harvesters' cooperative of Fars province. *Biosystem Engineering of Iran*, Volume 48, Number 3, Fall 2016, (pp: 299-308).
- [61] Rezaiyan, A. and Hosseini, SA. (2014). Choosing the optimal building system using multi-criteria decision-making methods with emphasis on three methods: AHP, SAW, TOPSIS, *Scientific-Research Journal of Structural and Construction Engineering*, Iranian Structural Engineering Association, second year, number 2, summer 2014.
- [62] Ji Jin, N. Geun Hwang, H. Heum Yeon, J. (2013). Structural analysis and optimum design of GRP pipes based on properties of materials. *Construction and Building Materials*, 38: 316-326.