

ارزیابی رفتار اعضای سازه‌ای بتن‌آرمه تحت اثر بارهای یکنواخت با استفاده از مدل خرپایی

هوشنگ دباغ^{۱*}، ریزان چوبداریان^۲

۱- استادیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران

۲- دانشجوی دکتری مهندسی سازه، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران

چکیده

مدل خرپایی یک روش تحلیلی به منظور پیش‌بینی مقاومت اعضای سازه‌ای بتن‌آرمه دارای نواحی ناپیوسته هندسی و یا استاتیکی است. در این مقاله امکان پیش‌بینی رفتار اعضای سازه‌ای بتن‌آرمه دارای نواحی ناپیوسته تحت اثر بارهای افزاینده یکنواخت با استفاده از مدل خرپایی این اعضا بررسی می‌شود. تأکید مطالعه بر تخمین بار شکست و تغییر مکان متناظر با این بار می‌باشد. به این منظور ۲۳ نمونه اعضا سازه‌ای شامل دیوارهای برشی کوتاه، تیرهای عمیق و ستون‌های کوتاه که رفتار آنها توسط سایر محققین به طور تجربی مطالعه شده‌اند انتخاب شده؛ سپس مدل خرپایی و مدل اجزاء محدود سه‌بعدی آنها در نرم‌افزار ABAQUS تحلیل می‌شوند. نتایج تحلیلی به دست آمده از مدل خرپایی در مقایسه با نتایج تجربی نمونه‌های مورد مطالعه، نشان‌دهنده همبستگی مناسب بار شکست و تغییر مکان متناظر با آنها می‌باشد. همچنین منحنی‌های رفتاری به دست آمده از تحلیل مدل خرپایی تطابق قابل قبولی با نتایج آزمایشگاهی دارند.

کلمات کلیدی: مدل خرپایی، تحلیل اجزاء محدودی، بتن‌آرمه، نواحی ناپیوسته

Evaluation of Reinforced Concrete Structural Members under Uniform Loads Using Truss Model

Houshang Dabbagh^{*1}, Rizan Chobdarian²

1- Assistant Professor, Department of Civil Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran

2- Ph.D. Student in Structural Engineering, Department of Civil Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran

Abstract

Truss model is an analytical approach to predict the strength of reinforced concrete members with geometric or statical discontinuous regions. This study investigates the use of truss model to predict the structural behavior of reinforced concrete members with discontinuity areas under monotonic loading. The estimated failure load and its corresponding deformation are the main objective of this research. Twenty and three samples including short shear walls, short columns and deep beams tested by other researchers throughout the literature have been selected. Then their truss models as well as their three dimensional finite element models are analyzed using ABAQUS software. The comparison of experimental and analytical results shows fair correlation between them. Also, the structural response of samples estimated by truss model analysis is fairly acceptable.

* نویسنده مسئول: هوشنگ دباغ، h.dabbagh@uok.ac.ir

تاریخ دریافت مقاله: ۹۴/۱/۲۲ ، تاریخ پذیرش مقاله: ۹۴/۶/۲۹

Keywords: Truss model, Finite element analysis, Reinforced concrete, Discontinuity

۲- مقدمه

تئوری تیرهای بتن مسلح بر پایه روابط تعادل، سازگاری و مشخصه رفتاری مصالح است. اهمیت ویژه این فرض توزیع خطی کرنش در عمق مقطع است که بر این اساس مقاطع صفحه‌ای همچنان به صورت صفحه باقی می‌مانند. این فرض بر اساس اصل سنت و نانت صحبت‌سنگی می‌شود که بیان می‌کند در فاصله‌ای به اندازه بزرگ‌ترین بعد مقطع از محل اعمال بار متتمرکز، تنش‌ها به توزیع یکنواخت می‌رسند. قبل از رسیدن به فاصله مناسب از محل اعمال بار متتمرکز یا عکس‌العمل تکیه‌گاهی، توزیع تنش‌ها در مقطع به صورت یکنواخت نیست و قسمت‌هایی از اعضای بتن‌آرمه نزدیک محل اعمال بارهای متتمرکز یا عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی یا محل‌هایی نزدیک به تغییرات ناگهانی سطح مقطع، به عنوان نواحی ناپیوسته استاتیکی یا هندسی معرفی شوند. وقتی بتن دچار ترک‌خوردگی شود، یک بازتوزیع متفاوت از تنش‌های داخلی ایجاد می‌شود. این بازتوزیع از تحلیل الاستیک قابل پیش‌بینی نیست. از این‌رو روش‌های دیگری به منظور پیش‌بینی رفتار نواحی ناپیوسته در اعضای بتن‌آرمه پیشنهاد می‌شود. مدل خرپایی یا (STM) Strut-and-Tie Model از روش‌های ساده‌ای است که به منظور پیش‌بینی رفتار نواحی ناپیوسته پیشنهاد می‌شود^[۱]. ایده استفاده از خرپا نخستین بار در سال ۱۸۹۹ توسط ریتر مطرح شد. ریتر یک تیر بتن مسلح ترک‌خورد را توسط خرپا مدل کرد^[۲]. در سال ۱۹۰۲ مورش مدل خرپایی ریتر را اصلاح کرد^[۳]. تلاش ریتر و مورش در مطرح کردن مدل خرپایی انگیزه جدیدی را برای پیگیری این روش طی سال‌های ۱۹۶۰ تا ۱۹۸۰ ایجاد کرد. تا اینکه در سال ۱۹۹۱ رامیز و برین توجه بیشتر روی مدل خرپایی برای برش و پیچش در سازه‌های بتن مسلح و بتن پیش‌تییده را مطرح کردند^[۴]. مولر و تورلیمان این مسئله را مطرح کردند که STM بر پایه قضیه کرانه تحتانی تئوری الاستیسیته است. بر این اساس مدل منحصر به فردی برای یک حالت خاص وجود ندارد و تنش در اعضا از حد تسلیم فراتر نمی‌رود^[۵]. بیشترین مطالعات برای توسعه این روش توسط شلایخ و همکاران انجام شد. در سال ۱۹۸۷ شلایخ، شافر و جنوین، مفهوم STM و استفاده از آن را در اعضای سازه‌ای مختلف ترویج دادند. آنها اعضا مدل، Tie (اعضای فشاری)، Strut (اعضای کششی) و گره‌ها را معرفی کرده و در ادامه این تحقیقات در سال ۱۹۹۱ این مسئله را مطرح کردند که STM می‌تواند برای ردیابی نیروهای داخلی در سازه‌های پیچیده استفاده شود^[۶]. با این مطالعات آئین‌نامه‌ها نیز استفاده از STM را به عنوان روشی مستدل و مناسب برای تحلیل و طراحی اعضا سازه‌ای بتن‌آرمه پذیرفته‌اند. این آئین‌نامه‌ها شامل: CSA، AASHTO LRFD و CEB-FIP هستند^{[۷] و [۸]}. در سال ۲۰۰۲ به ۳۱۸ ACI پیوست^[۹]. در مطالعه‌ای که در سال ۲۰۰۹ STM را به دست آمد^[۱۱]. در تحقیق دیگری که در سال ۲۰۱۱ انجام شد تعدادی از اعضا سازه‌ای طبق مدل‌های STM طراحی شدند و تحت بارهای یکنواخت در آزمایش هم مورد بررسی قرار گرفتند. مقایسه بارهای شکست مناسب بودن مدل خرپایی پیشنهادی را در مقایسه با نتایج تجربی نشان داد^[۱۲]. در مطالعه دیگری در سال ۲۰۱۳، نتایج تحلیل مدل خرپایی هشت تیر عمیق بتن‌آرمه با نتایج تجربی نشان داد که در مورد مقاومت و شکل‌پذیری، مدل خرپایی موردنظر، با نتایج تجربی همبستگی خوبی دارد^[۱۳]. در سال ۲۰۱۴ کیم و همکاران به بررسی ضرایب مدل خرپایی در تیرهای عمیق که با الیاف FRP مسلح شده بودند، پرداختند. آن‌ها با مقایسه مدل خرپایی و نتایج تجربی ضرایب کاهشی اعضا فشاری مدل را تصحیح کردند^[۱۴].

با اینکه تعیین مقاومت برشی اعضا مختلف توسط مدل خرپایی مورد توجه واقع شده است، اما به نظرمی‌رسد که در مورد تغییر مکان منتظر با این بار و همچنین رفتار اعضا سازه‌ای نیاز به مطالعه بیشتری وجود دارد. در این تحقیق علاوه بر بار شکست اعضا بتن‌آرمه، تغییر مکان منتظر با این بار که عامل تعیین‌کننده منحنی‌های رفتار اعضا سازه‌ای می‌باشد، مورد مطالعه قرار می‌گیرد. همچنین علاوه بر تیرهای عمیق که در مطالعات قبلی^{[۱۱] و [۱۲] و [۱۳] و [۱۴]} مورد بحث بوده، از دیوارهای برشی کوتاه و ستون‌های کوتاه نیز که دارای نواحی

نایپوسته هندسی می‌باشد استفاده شده است که افزایش تعداد و نوع نمونه‌های مورد مطالعه نیز نتیجه‌گیری در مورد هدف تحقیق را بهتر بیان می‌کند. اگر مدل خرپایی قادر به پیش‌بینی پارامترهای هدف تحقیق باشد، این مسئله بیان می‌شود که می‌توان از تحلیل ساده خرپایی به جای تحلیل زمانبر و پیچیده اجزاء محدودی استفاده کرد که می‌تواند به عنوان هدف پژوهش‌های آینده مورد استفاده باشد. هدف از تحقیق پیش رو، سنجش توانایی مدل خرپایی در پیش‌بینی بار شکست و تغییر مکان متناظر با این بار و همچنین پیش‌بینی رفتار اعضای بتن‌آرمه تحت اثر بارهای افزاینده یکنواخت است.

۲- روش انجام پژوهش

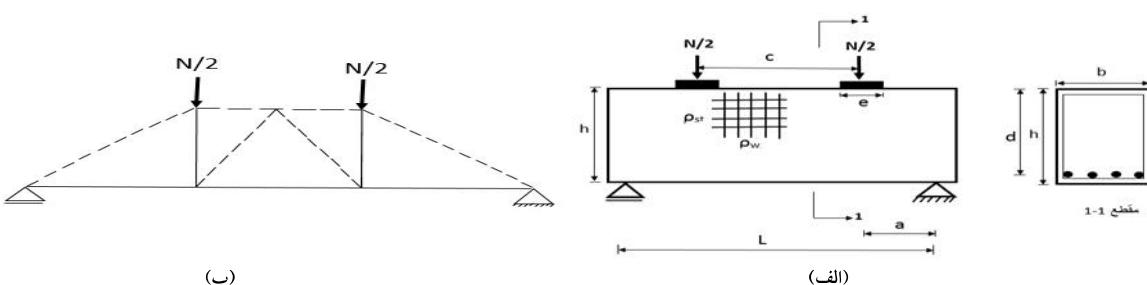
در اعضای سازه‌ای بتن‌آرمه دارای نواحی نایپوسته، مد برشی حاکم بر شکست عضو سازه‌ای می‌باشد و استفاده از تحلیل مدل خرپایی برای پیش‌بینی رفتار اعضای سازه‌ای نایپوسته مناسب است. در این پژوهش از اعضای سازه‌ای بتن‌آرمه دارای نواحی نایپوسته استفاده می‌شود. به دلیل نیاز به صحت‌سنگی نتایج تحلیل، از نتایج معتبر تجربی استفاده می‌شود. مدل سازی خرپایی اعضا با توجه به ضوابط پیوست A از آئین نامه ACI318-11 صورت می‌گیرد [۱۵]. مدل‌های خرپایی متناظر هر کدام از اعضای سازه‌ای در نرم‌افزار اجزاء محدودی ABAQUS [۱۶] تحلیل می‌شوند و باز دیگر اعضای سازه‌ای در نرم‌افزار مدل‌سازی و تحلیل می‌شوند. از طرفی نتایج واقعی تجربی تحلیل اعضای بتن‌آرمه از مراجع استخراج شده و صحت‌سنگی تحلیل‌ها توسط این نتایج انجام می‌شود. در مدل‌های خرپایی پیشنهادی خط‌چین‌ها نشان‌دهنده اعضای فشاری بتنی و خطوط توپر نشان‌دهنده اعضای کششی فولادی است. محل قرارگیری اعضای فشاری و کششی در مدل‌ها با توجه به بارگذاری و انتقال بار به تکیه‌گاه مشخص می‌شود. در نهایت نتایج تجربی، نتایج تحلیل اجزاء محدودی مدل خرپایی و تحلیل اجزاء محدودی خود اعضای سازه‌ای موردنظر، با هم مقایسه می‌شوند.

۲-۱- نمونه‌های مورد مطالعه

در این مطالعه از سه دسته از اعضای سازه‌ای دارای نواحی نایپوسته شامل تیرهای عمیق، دیوارهای برشی کوتاه و ستون‌های کوتاه تحت اثر بارهای یکنواخت استفاده شده است. در هر کدام از اعضای موردنظر، ابتدا شکل کلی عضو سازه‌ای و مشخصات هندسی، میلگردگذاری و بارگذاری آن‌ها که از مراجع مربوطه استخراج شده، مطابق شکل‌ها و جداول نشان داده می‌شود. در مرحله بعد با توجه به مسیر بارها و نحوه انتقال آن‌ها به تکیه‌گاه، مدل‌های خرپایی هر کدام از اعضای سازه‌ای پیشنهاد می‌شود.

۲-۱-۱- تیرهای عمیق

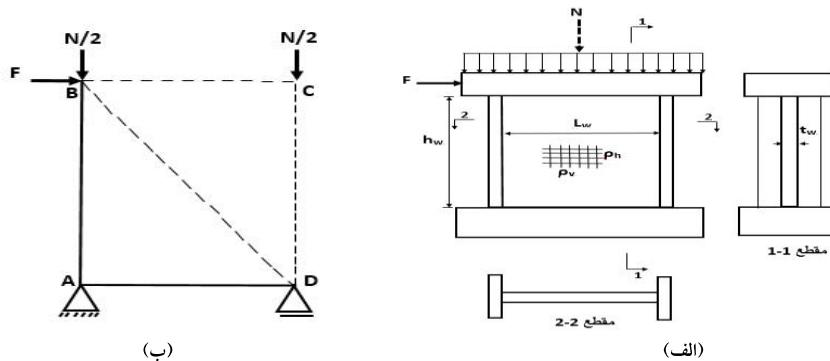
تیر عمیق به تیری اطلاق می‌شود که دارای نسبت طول به ارتفاع مقطع کوچک‌تر یا مساوی ۴ و یا نسبت طول دهانه برشی به ارتفاع مقطع کمتر از ۲ باشد. تیرهای عمیق مورد مطالعه دارای تکیه‌گاه‌های ساده و با بارگذاری در دو نقطه مطابق با شکل ۱ است. از نمونه تیرهای مطالعه شده توسط سلامی (۲۰۰۳) و اچ اس کیم (۲۰۱۱) استفاده شده است [۱۷، ۱۸].



شکل ۱: (الف) مشخصات هندسی تیرهای عمیق ب) مدل پیشنهادی تیرهای عمیق

جدول ۱: مشخصات تیرهای عمیق مورد مطالعه

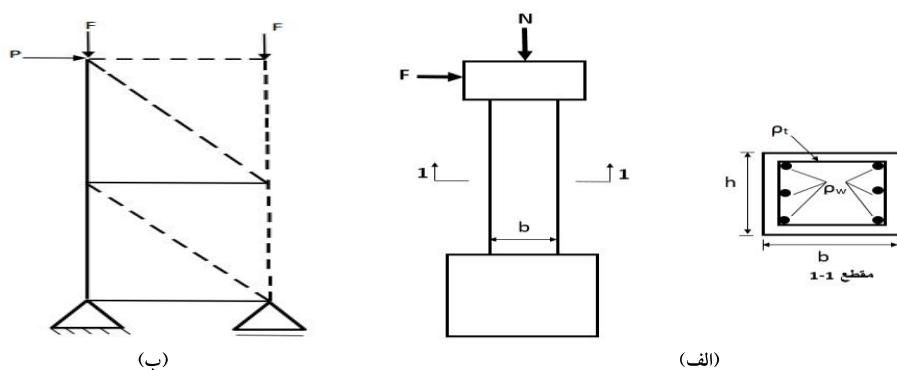
مشخصات هندسی								فولاد			بتن	نمونه	پژوهشگر
h (mm)	e (mm)	d (mm)	c (mm)	b (mm)	a (mm)	L (mm)	a/d	ρ_{st} (%)	ρ_w (%)	f_y (MPa)	f_c (MPa)		
۴۷۵	۱۰۰	۴۰۰	۳۰۰	۲۴۰	۲۰۰	۷۰۰	۰/۵	۲/۰۲	۰/۴	۳۷۶	۳۷/۲	B3	
۴۷۵	۱۰۰	۴۰۰	۳۰۰	۲۴۰	۲۰۰	۷۰۰	۰/۵	۲/۰۲	۰/۸	۳۷۶	۳۱/۳	B4	
۴۷۵	۱۰۰	۴۰۰	۳۰۰	۲۴۰	۴۰۰	۱۱۰۰	۱	۲/۰۲	۰/۴	۳۷۶	۳۱/۳	B7	
۴۷۵	۱۰۰	۴۰۰	۳۰۰	۲۴۰	۴۰۰	۱۱۰۰	۱	۲/۰۲	۰/۸	۳۷۶	۳۷/۸	B8	[۱۷]
۴۷۵	۱۰۰	۴۰۰	۳۰۰	۲۴۰	۴۰۰	۱۰۰۰	۱/۵	۲/۰۲	۰	۳۷۶	۲۹/۲	B10-1	[۱۷]
۴۷۵	۱۰۰	۴۰۰	۳۰۰	۲۴۰	۶۰۰	۱۰۰۰	۱/۵	۲/۰۲	۰/۸	۳۷۶	۳۱/۳	B12	[۱۷]
۷۷۵	۱۵۰	۷۰۰	۴۰۰	۳۶۰	۹۰۰	۲۲۵۰	۱/۵	۲/۱۱	۰	۳۸۸	۳۷/۸	B10.3-1	
۱۱۰۰	۲۵۰	۱۰۰۰	۷۵۰	۷۰۰	۱۰۰۰	۳۷۵۰	۱/۵	۲/۰۴	۰/۴	۳۹۸	۲۸/۷	B17	
۷۰۰	۲۰۰	۶۲۹	۲۳۰۰	۲۰۰	۳۵۰	۳۲۰۰	۰/۵	۱/۸۸	۰/۱۲	۴۰۰	۲۸	SC0	کیم
۷۰۰	۲۰۰	۶۲۹	۱۶۰۰	۲۰۰	۷۰۰	۳۲۰۰	۱	۱/۸۸	۰/۱۲	۴۰۰	۲۸	10C0	[۱۸]



شکل ۲: (الف) مشخصات هندسی دیوارهای برشی کوتاه (ب) مدل خرپایی پیشنهادی دیوارهای برشی کوتاه

جدول ۲: مشخصات دیوارهای برشی کوتاه مورد مطالعه

بار قائم	مشخصات هندسی				فولاد			بتن	نمونه	پژوهشگر
N(KN)	H_w/L_w	t_w (mm)	L_w (mm)	H_w (mm)	$\rho_{ver}(\%)$	$\rho_{hor}(\%)$	F_y (MPa)	f_c (MPa)		
۰	۱	۷۰	۷۰۰	۷۰۰	۲/۴	۱/۱	۴۹۰/۷	۵۲/۳	SW11	
۲۳۰	۱	۷۰	۷۰۰	۷۰۰	۲/۴	۱/۱	۴۹۰/۷	۵۳/۶	SW12	
۳۰۰	۱	۷۰	۷۰۰	۷۰۰	۲/۴	۱/۱	۴۹۰/۷	۴۰/۶	SW13	[۱۹]
۰	۱	۷۰	۷۰۰	۷۰۰	۲/۴	۱/۱	۴۹۰/۷	۴۲/۱	SW14	[۱۹]
۱۸۵	۱	۷۰	۷۰۰	۷۰۰	۲/۴	۱/۱	۴۹۰/۷	۴۳/۳	SW15	
۴۶۰	۱	۷۰	۷۰۰	۷۰۰	۲/۴	۱/۱	۴۹۰/۷	۵۱/۷	SW16	
-۱۶۰۰	۱	۱۰۰	۱۱۸۰	۱۲۰۰	۱/۱۶	۱/۰۳	۴۹۰/۷	۴۱/۶	S2	
-۲۶۲	۱	۱۰۰	۱۱۸۰	۱۲۰۰	۰/۹۹	۰	۴۹۰/۷	۲۹/۲	S9	[۲۰]
-۲۶۲	۱	۱۰۰	۱۱۸۰	۱۲۰۰	۱	۰/۹۸	۴۹۰/۷	۳۱	S10	[۲۰]



شکل ۳: (الف) مشخصات هندسی ستون‌های کوتاه (ب) مدل خربایی پیشنهادی ستون‌های کوتاه

جدول ۳: مشخصات ستون‌های کوتاه مورد مطالعه

درصد بار قائم N (%)	مشخصات میلگردهای طولی				مشخصات خاموتها				f_c (MPa)	نمونه	پژوهشگر
	F _{ly} (MPa)	ρ_w (%)	A _w (mm ²)	F _{ty} (MPa)	A _t (mm ²)	ρ_t (%)	S (mm)				
۰	۳۲۲/۴	۱/۱۳	۱۹۸/۶	۳۳۰	۳۱/۶	۰/۴۲	۶۰	۲۷/۳۷	M-00	[۲]	[۲]
۱۵	۳۲۲/۴	۱/۱۳	۱۹۸/۶	۳۳۰	۳۱/۶	۰/۴۲	۶۰	۲۷/۴۷	M-15	[۲]	[۲]
۳۰	۳۲۲/۴	۱/۱۳	۱۹۸/۶	۳۳۰	۳۱/۶	۰/۴۲	۴۰	۲۸/۰۲	M-30	[۲]	[۲]
۱۰	۳۲۲/۴	۱/۱۳	۱۹۸/۶	۳۳۰	۳۱/۶	۰/۴۲	۶۰	۳۰	C10-1	[۲]	[۲]

۲-۱-۲- دیوارهای برشی کوتاه

دیوارهای برشی کوتاه طبق تعریف آئین نامه ACI318-11 به دیوارهایی اطلاق می‌شود که دارای نسبت ارتفاع به طول ۲ یا کمتر باشد. بار جانبی در ارتفاع دیوارها وارد می‌شود. در مورد دیوارهای برشی مورد مطالعه از مطالعات تجربی لفاس (۱۹۹۰) و ماير (۱۹۸۵) است [۱۹ و ۲۰]. مشخصات دیوارهای مورد مطالعه در شکل ۲ و جدول ۲ آورده شده است.

۲-۱-۳- ستون‌های کوتاه

در این مطالعه از ۵ نمونه ستون تحت اثر بارهای یکنواخت استفاده می‌شود. تعدادی از ستون‌ها دارای نیروهای محوری و مابقی فاقد این نوع بارها می‌باشند. سطح مقطع ستون‌ها مقدار 250×250 میلی‌متر مربع است. و ارتفاع آن‌ها 430 میلی‌متر است. از نتایج تجربی یونگ لی (۲۰۰۸) استفاده شده است [۲۱]. مشخصات ستون‌های کوتاه مورد مطالعه مطابق شکل ۳ و جدول ۳ است.

۲-۲- تحلیل اجزاء محدود نمونه‌های مورد مطالعه

در این مرحله اعضای بتن آرمه مورد مطالعه در نرمافزار اجزاء محدودی ABAQUS تحلیل می‌شوند و نتایج آن‌ها با نتایج به دست آمده از تحلیل مدل خربایی اعضای سازه‌ای مورد مطالعه مقایسه می‌شوند. شبیه‌سازی اعضای سازه‌ای شامل مراحل زیر است:

هندسه مدل: در این مرحله هندسه مدل با توجه به مشخصات نمونه‌های تجربی موردنظر در نرمافزار شکل می‌گیرد. در اعضای بتن آرمه بتن، میلگردهای خمی و میلگردهای برشی به صورت جداگانه در نرمافزار مدل می‌شوند و سپس در مرحله بعد در عضو بتن آرمه قرار می‌گیرند.

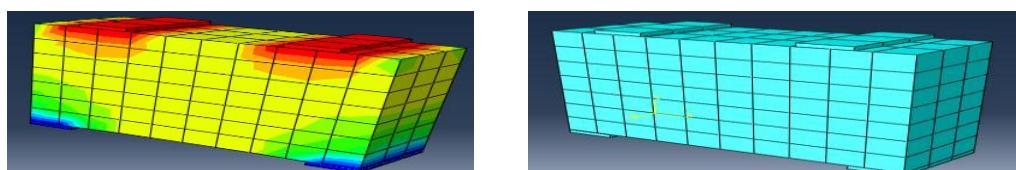
مشخصات مصالح: مشخصات مصالح با توجه به رفتار غیرخطی برای فولاد و بتن در این مرحله تعریف می‌شود. به منظور بررسی رفتار بتن از رابطه پیشنهادی پوپوویچ و برای بررسی رفتار فولاد از منحنی دوخطی ساده شده آن استفاده می‌شود.

تعریف مراحل تحلیل: تحلیل مدل در دو مرحله در نرم‌افزار تعریف می‌شود. یک مرحله برای تعریف قیود تکیه‌گاهی و بارهای ثابت مثل وزن عضو سازه‌ای و مرحله بعد برای تعریف بار افزون موردنظر.

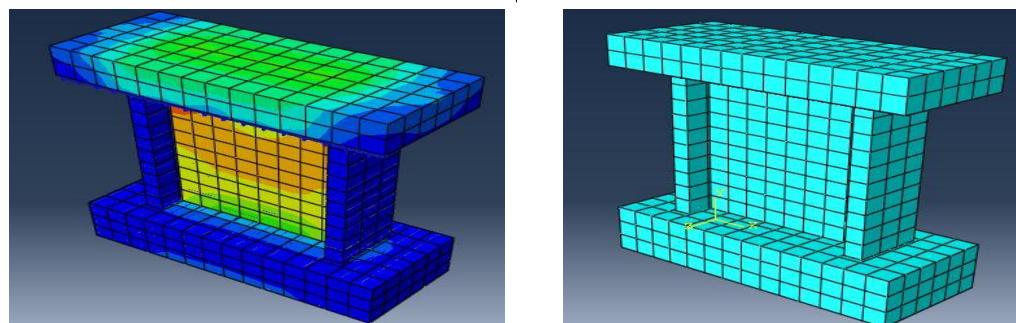
بارگذاری: بارگذاری شامل تعریف قیود تکیه‌گاهی و بارهای وارد بر عضو سازه‌ای است.

مشبندی: یکی از مهم‌ترین مراحل مدل‌سازی در نرم‌افزارهای اجزاء محدودی، مشبندی عضو سازه‌ای است. برای مشبندی اعضای بتن‌آرمه و تحلیل اجزاء محدودی از المان‌های سه‌بعدی ۸ گرهی استفاده شده است. در مورد بتن، چون از المان‌های Solid برای تعریف استفاده شده است این نوع المان‌ها از نوع C3D8R به معنی المان‌های از نوع Solid، سه‌بعدی و ۸ گرهی هستند که با روش انگرال‌گیری کاوش‌یافته حل می‌شوند. در مورد میلگردهای فولادی از المان‌های Beam با نام B31 به معنی المان‌های Beam سه‌بعدی مرتبه اول استفاده می‌شود.

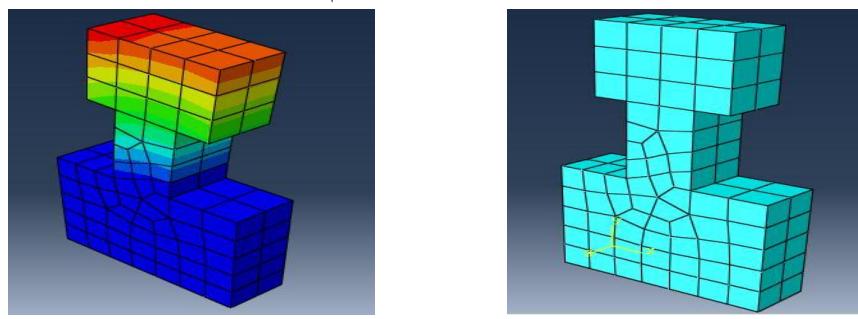
تحلیل مدل: در این مرحله مدل توسط نرم‌افزار تحلیل شده و خروجی‌های موردنظر که در این پژوهش نمودار نیرو- تغییر مکان اعضا است، از نتایج استخراج می‌شود. نمونه‌ای از مشبندی اعضای سازه‌ای در شکل‌های زیر نمایش داده شده‌اند.



الف) نمونه تیر عمیق مشبندی شده در نرم‌افزار و موقعیت تنش‌ها در عضو سازه‌ای



ب) نمونه دیوار برشی مشبندی شده در نرم‌افزار و موقعیت تنش‌ها در عضو سازه‌ای



ج) نمونه ستون کوتاه مشبندی شده در نرم‌افزار و موقعیت تنش‌ها در عضو سازه‌ای

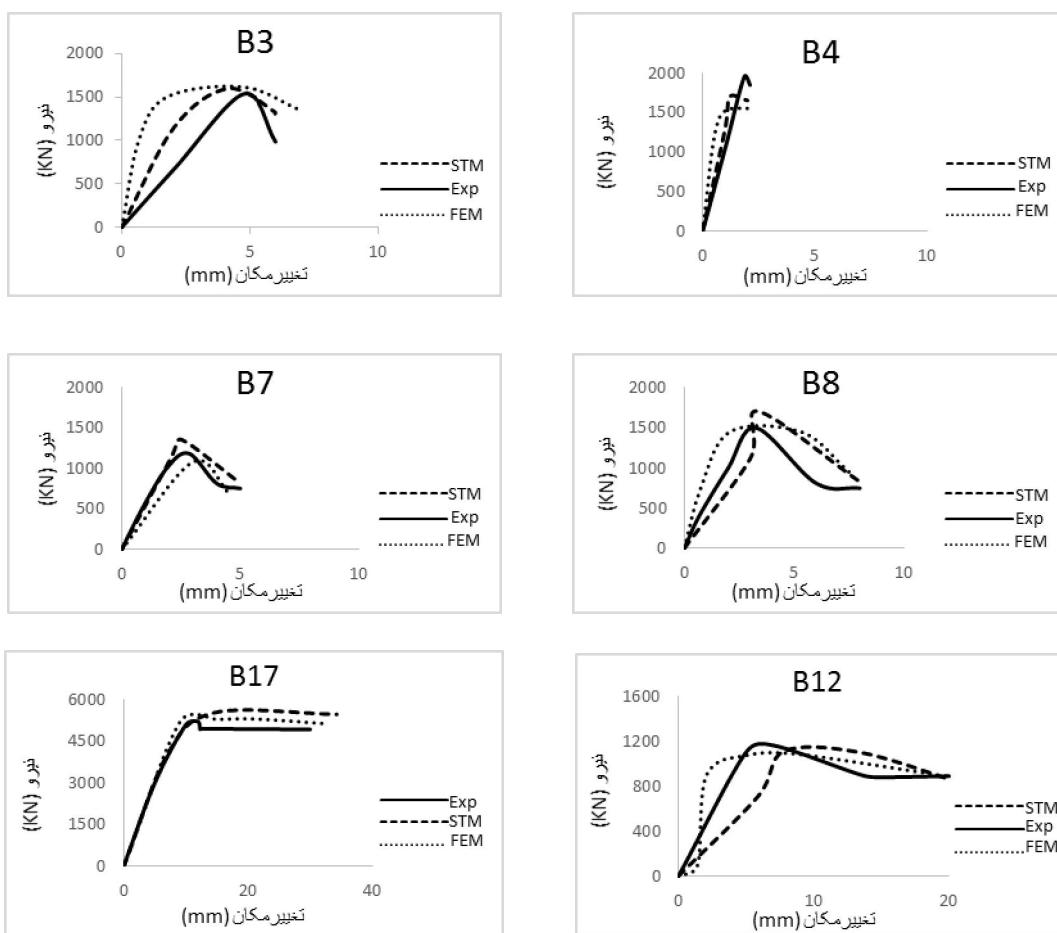
شکل ۴: نمایش مشبندی و تحلیل نمونه‌های مورد مطالعه در نرم‌افزار اجزاء محدودی ABAQUS

۳- نتایج تحقیق و تفسیر نتایج

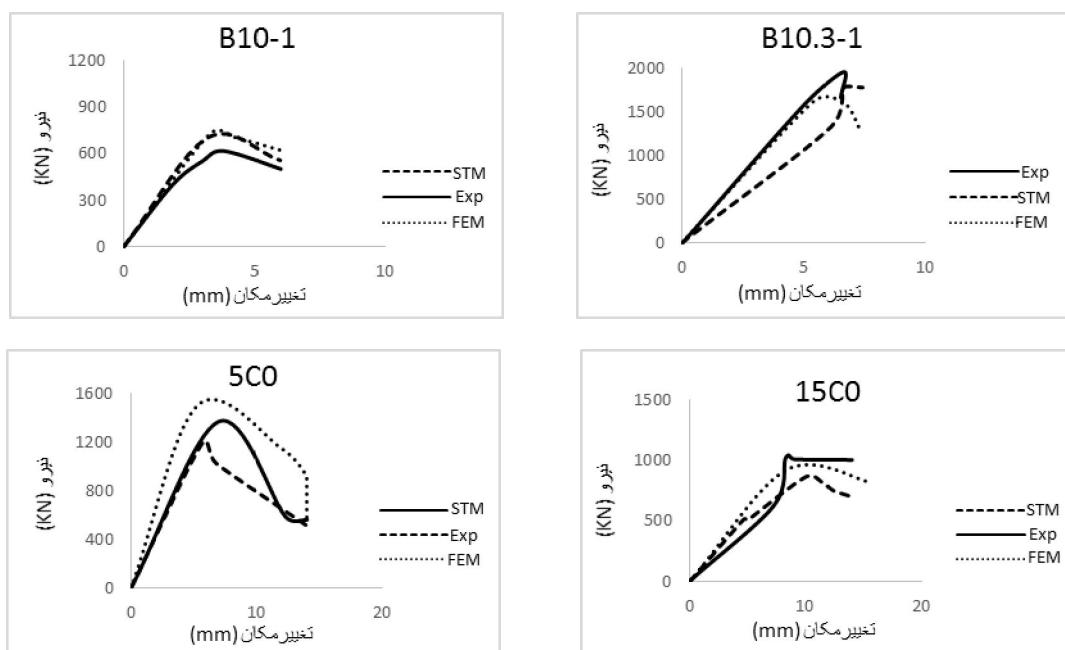
با توجه به هدف پژوهش، بارهای شکست و تغییرمکان متناظر با این بار و همچنین رفتار نمونه‌ها از لحاظ تغییرات سختی و شکل‌پذیری با استفاده از نمودارهای بار تغییرمکان مورد بررسی قرار می‌گیرد. از میانگین و انحراف معیار داده‌ها بهمنظور ارزیابی بهتر نتایج موردنظر استفاده می‌شود. در جداول ۴، ۵، ۶ و ۷، F نشان‌دهنده بار شکست و D نشان‌دهنده تغییرمکان متناظر با این بار است [۲۲].

۱-۳- تیرهای عمیق

در تیرهای عمیق مورد مطالعه که مشخصات آنها در جدول ۱ و شکل ۱ آورده شده است، درصد میلگردی عرضی ۰، ۰/۴، ۰/۸ و ۰/۱۲ می‌باشد. همچنین درصد آرماتورهای طولی در محدوده ۱/۸۸، ۱/۱۱، ۲/۰۴، ۲/۰۲، ۲/۱۱ قرار دارد. نسبت طول دهانه برشی به عمق مقطع ۰/۵ و ۱/۵ است. در مورد مقاومت نهایی بتن و مقاومت تسلیم آرماتورها، تفاوت این اعداد در نمونه‌های مختلف کم بوده و نمی‌تواند به عنوان عامل تأثیرگذاری در مقایسه نتایج باشد. نمودار بار - تغییرمکان تیرهای عمیق مورد مطالعه از شکل ۵ و نتایج مقایسه‌ای اعداد بار و تغییرمکان از جدول ۴ قابل ملاحظه است.



شکل ۵: نمودار مقایسه رفتار تیرهای عمیق مورد مطالعه از تحلیل مدل خرپایی، تحلیل اجزاء محدودی و نتایج تجربی



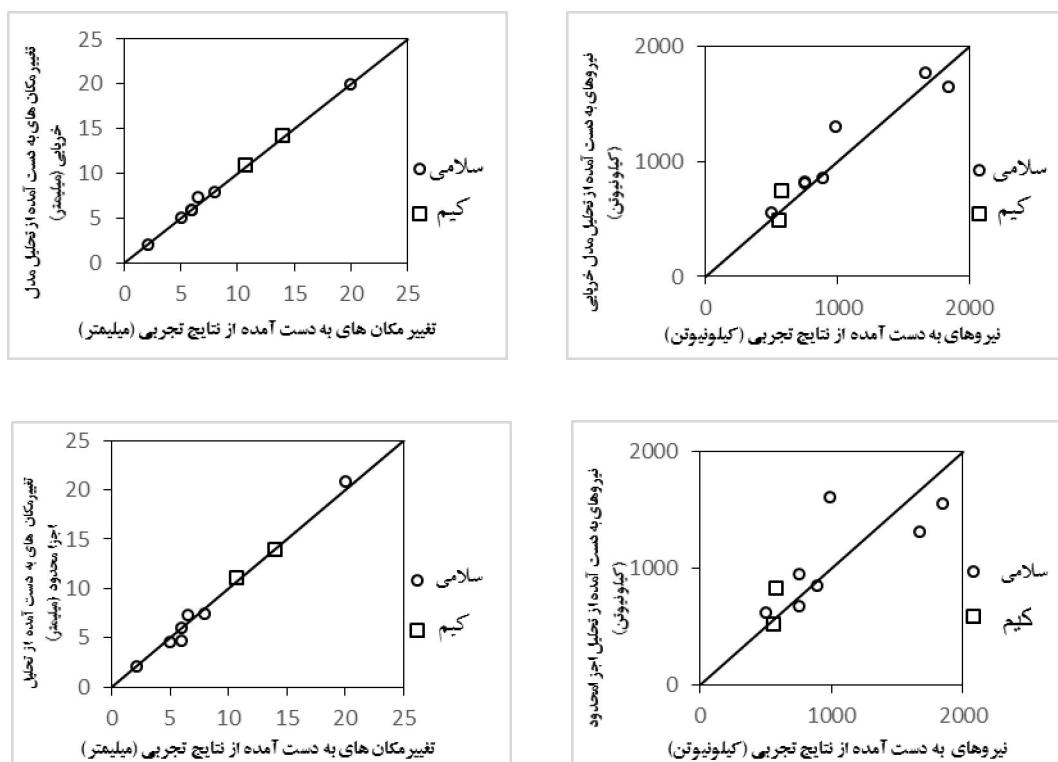
(ادامه) شکل ۵: نمودار مقایسه رفتار تیرهای عمیق مورد مطالعه از تحلیل مدل خرپایی، تحلیل اجزاء محدودی و نتایج تجربی

همان‌طور که از نمودارهای شکل ۵ ملاحظه می‌شود، مدل خرپایی پیشنهادی تیرهای عمیق مورد مطالعه، علاوه بر اینکه در مورد بار شکست و تغییر مکان متناظر با این بار، نتایج نزدیک به نتایج تجربی و تحلیل اجزاء محدود را نشان می‌دهد، در مورد رفتار این اعضا تحت اثر بارهای یکنواخت مطابق با نمونه‌های آزمایشگاهی نیز نتایج مشابهی را ارائه می‌کند. نمودارها نشان می‌دهند که در مورد سختی و شکل‌پذیری هم می‌توان مدل خرپایی پیشنهادی را مدلی مناسب در نظر گرفت. رفتار اعضا مورد مطالعه تا لحظه شکست بسیار نزدیک به رفتار واقعی اعضا می‌باشد و نمودارهای مدل خرپایی و تحلیل اجزاء محدود نسبتاً منطبق بر نمودار رفتاری نتایج تجربی دارد. این نتیجه مناسب بودن مدل خرپایی پیشنهادی را در انتقال بارها به تکیه‌گاه عنوان می‌کند.

جدول ۴: مقایسه نتایج تحلیل مدل خرپایی، تحلیل اجزاء محدودی و نتایج تجربی در تیرهای عمیق

مقایسه تحلیل اجزا محدودی با نتایج تجربی		مقایسه تحلیل مدل خرپایی با نتایج تجربی		تحلیل اجزا محدودی		تحلیل مدل خرپایی		نتایج تجربی		نمونه	نحوه تیز
$\frac{D(FEM)}{D(Exp)}$	$\frac{F(FEM)}{F(Exp)}$	$\frac{D(STM)}{D(Exp)}$	$\frac{F(STM)}{F(Exp)}$	D (mm)	F (kN)	D (mm)	F (kN)	D (mm)	F (kN)		
0.79	1/64	1	1/32	4/76	1617/86	6	1302/0	6	985/36	B3	/60
1/02	0/84	0/90	0/89	2/16	1057/92	2	1650	2/11	1844	B4	[1]
0/91	0/90	1	1/09	4/56	776/7	5	818	5	750	B7	[1]
0/94	1/27	1	1/11	7/50	949/54	8	829	8	750	B8	[1]
1/04	0/96	1	0/97	20/88	850/12	20	860	20	890	B12	[1]
1/10	1/04	1/14	1/11	33/02	5142	34/31	5490/84	30	4930/3	B17	[1]
1/00	1/23	0/99	1/11	6/01	617/28	5/96	555	6	500	B10-1	[1]

۱/۱۶	۰/۷۹	۱/۱۴	۱/۰۷	۷/۲۵	۱۳۱۹/۱۴	۷/۳۸	۱۷۷۶/۲۷	۷/۵	۱۶۶۸	B10.3-1	
۱/۰۰	۰/۹۳	۱/۰۲	۰/۸۸	۱۴/۰۱	۵۲۱/۴۴	۱۴/۲۴	۴۹۰	۱۴	۵۶۰	5C0	کم
۱/۰۴	۱/۴۳	۱/۰۳	۱/۲۹	۱۱/۱۲	۸۲۶/۷۵	۱۱	۷۴۵/۳۹	۱۰/۶۷	۵۸۰	10C0	[۱۸]
۰/۹۲	۰/۹۸	۰/۹۳	۱/۰۱								مقایسه میانگین نتایج تحلیل مدل خرپایی و تحلیل اجزا محدودی با نتایج تجربی در تیرهای عمیق
۰/۰۴	۰/۰۸	۰/۰۳	۰/۰۷								مقایسه انحراف معیار نتایج تحلیل مدل خرپایی و تحلیل اجزا محدودی با نتایج تجربی در تیرهای عمیق



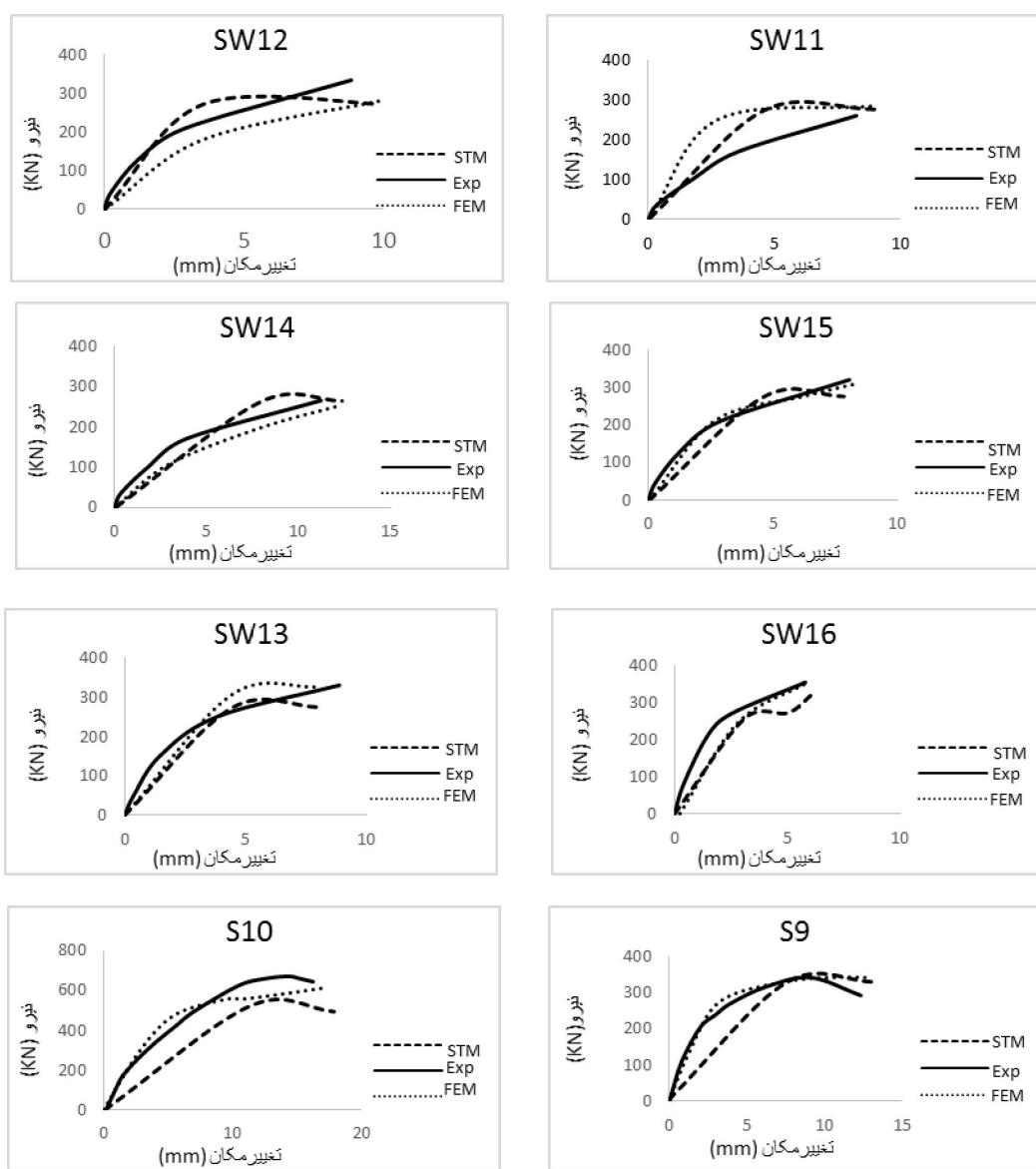
شکل ۶: مقایسه نتایج بار شکست و تغییر مکان متناظر با آن در تحلیل مدل خرپایی و اجزاء محدودی تیرهای عمیق با نتایج تجربی

نمودارهای رفتار تیرهای عمیق در تحلیل مدل خرپایی در تمامی نمونه‌ها رفتاری نزدیک به نتایج تجربی را نشان می‌دهد. در مورد مقایسه نتایج موردنظر، با استفاده از داده‌های جدول ۴، مشاهده می‌شود که مدل خرپایی پیشنهادی هم در مورد بار شکست و هم تغییر مکان متناظر با این بار نتایج نزدیک به نتایج تحلیل اجزاء محدود و نتایج واقعی تجربی را نشان می‌دهد. مدل با در نظر گرفتن اعضای بتنی و فولادی با توجه به مسیر انتقال بار و همچنین لحاظ کردن اثر میلگردهای برشی با استفاده از اعضای کششی قائم، قادر است بارها را به طور مناسب به تکیه‌گاه‌ها انتقال دهد. همچنین در نظر گرفتن گرههایی در عضو افقی فوقانی به منظور قرار دادن بارهای قائم در محل واقعی اعمال آن‌ها، موجب نزدیکی نتایج بار شکست و تغییر مکان متناظر با آن به نتایج تجربی می‌شود. همان‌گونه که از شکل ۵ مشاهده می‌شود، هر چه درصد میلگردهای عرضی بیشتر شود، اختلاف سختی مدل خرپایی عضو با نتایج تجربی بیشتر می‌شود که به دلیل صفر بودن نیروی اعضای کششی قائم مدل که نقش میلگردهای عرضی را ایفا می‌کنند می‌باشد. در واقع با وجود صفر بودن نیروی عضو کششی قائم در مدل، با افزایش درصد میلگردهای برشی، سختی مدل پیشنهادی افزایش می‌یابد. در مورد نسبت طول دهانه برشی به عمق مقطع، هرچه نسبت از ۱/۵ به ۱/۰۵ تغییر می‌کند، بار و تغییر مکان نهایی به نتایج تجربی نزدیک‌تر می‌شود. با افزایش نسبت طول به ارتفاع مقطع و افزایش طول اعضای کششی افقی مقدار شکل پذیری مدل پیشنهادی بیشتر شده و رفتار به رفتار واقعی نزدیک‌تر می‌شود. به نظر می‌رسد با افزایش طول اعضای کششی

افقی، تمایل به رفتار خمی بیشتر و درنتیجه شکل پذیری افزایش می‌یابد. مقایسه میانگین و انحراف معیار داده‌ها نیز بیان‌گر نزدیکی نتایج تحلیل با نتایج تجربی می‌باشد. مقایسه نتایج تحلیل مدل خرپایی و تحلیل اجزاء محدود تیرهای عمیق از شکل ۶ به سادگی قابل درک است.

۲-۳- دیوارهای برشی کوتاه

دیوارهای برشی شامل دیوارهای لفاس و مایر [۱۹ و ۲۰] هستند که دیوارهای لفاس فاقد المان‌های مرزی و دیوارهای مطالعه شده توسط مایر دارای المان‌های مرزی انتهایی می‌باشند. همه دیوارها مطابق مشخصات بیان شده در جدول ۲ و شکل ۲، دارای نسبت ارتفاع به طول ۱ هستند. تفاوت عمدی دیوارها در بارهای قائم وارد شده به آن‌هاست. دیوارهای SW11 و SW14 بدون بار قائم، دیوارهای SW12، SW13 و SW16 دارای بار فشاری قائم و S9 و S2 دارای نیروی کششی قائم هستند.

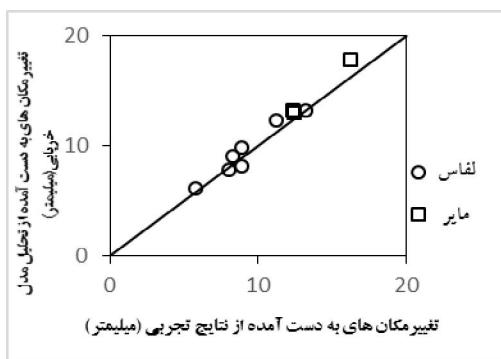


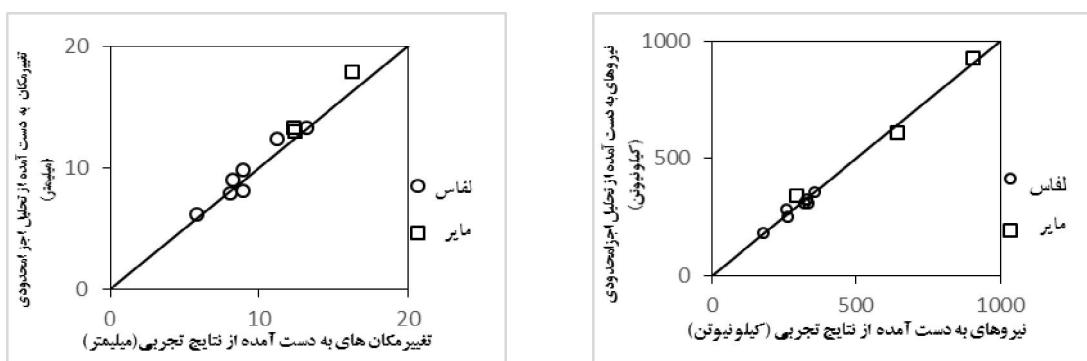
شکل ۷: نمودار مقایسه رفتار دیوارهای برشی کوتاه مورد مطالعه از تحلیل مدل خرپایی، تحلیل اجزاء محدودی و نتایج تجربی

همان‌طور که از نمودارها مشاهده می‌شود، در مورد دیوارهای برشی کوتاه مورد مطالعه نیز، علاوه بر نزدیکی بارهای شکست و تغییر مکان متناظر با آن به نتایج تجربی و تحلیل اجزاء محدودی، در مورد رفتار اعضا تحت اثر بارهای مدنظر، مدل خرپایی پیشنهادی، سختی و شکل‌پذیری، مشابه نتایج واقعی تجربی را نشان می‌دهد. مطابقت نمودارهای نیرو-تغییر مکان مدل‌های خرپایی با نتایج تجربی نشان می‌دهد که مدل خرپایی پیشنهادی قادر است با پیش‌بینی بار شکست و تغییر مکان متناظر با آن، رفتار تا لحظه‌ی شکست را نیز به خوبی پیش‌بینی کند.

جدول ۵: مقایسه نتایج تحلیل مدل خرپایی، تحلیل اجزاء محدودی و نتایج تجربی در دیوارهای برشی کوتاه

مقایسه تحلیل اجزا محدودی با نتایج تجربی		مقایسه تحلیل مدل خرپایی با نتایج تجربی		تحلیل اجزا محدودی		تحلیل مدل خرپایی		نتایج تجربی		نمونه	نمودار	
D(FEM) D(Exp)	F(FEM) F(Exp)	D(STM) D(Exp)	F(STM) F(Exp)	D (mm)	F (KN)	D (mm)	F (KN)	D (mm)	F (KN)			
1/09	1/09	1/01	1/06	9	284/81	9	275/91	8/25	260	SW11	نمودار ۱۷	
1/09	1/11	0/93	0/82	9/65	311/27	9/85	273/87	8/86	235	SW12		
0/93	0/91	0/99	0/83	8/25	327/23	8/12	273/41	8/88	230	SW13		
1/08	1/10	0/95	0/99	12/09	251	12/35	264/68	11/21	265	SW14		
1/05	0/98	0/97	0/86	8/42	311/51	7/85	274/45	8/05	220	SW15		
1/04	1/06	1/01	0/92	5/98	357/03	6/12	326	5/78	355	SW16		
0/84	1/00	1/01	0/57	11/14	181/86	13/25	101/98	13/19	180	SW23		
1/06	1/05	1/02	0/96	13/20	928/45	13/01	842/57	12/41	907	S2	نمودار ۱۸	
1/06	1/08	1/17	1/13	13/02	341/13	13/26	329/24	12/32	292	S9		
1/05	1/10	0/95	0/77	17/01	609/03	17/84	495/23	16/24	643	S10		
1/03	1/04	0/98	0/93	مقایسه میانگین نتایج تحلیل مدل خرپایی و تحلیل اجزاء محدودی با نتایج تجربی در دیوارهای برشی کوتاه								
0/02	0/03	0/03	0/07	مقایسه انحراف معیار نتایج تحلیل مدل خرپایی و تحلیل اجزاء محدودی با نتایج تجربی در دیوارهای برشی کوتاه								



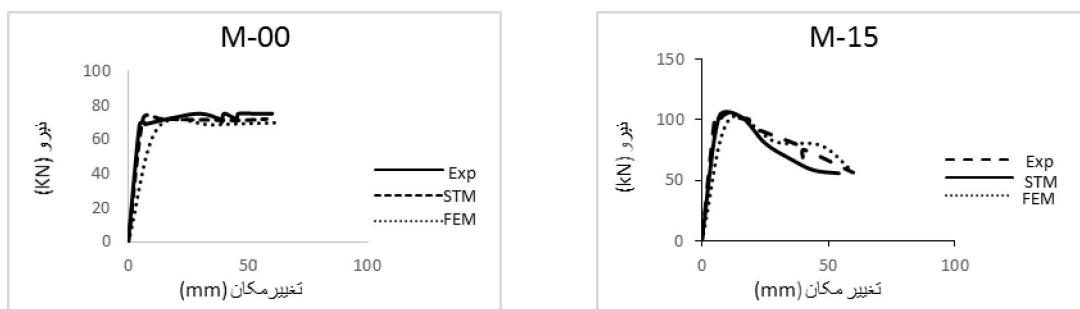


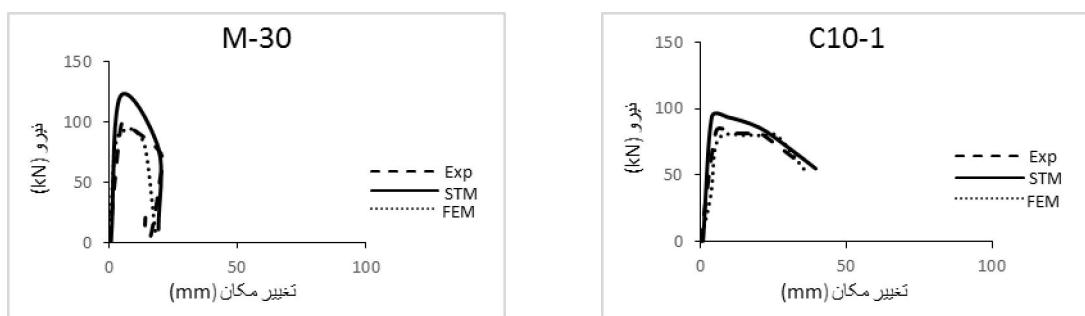
شکل ۸: مقایسه نیروها و تغییر مکان های به دست آمده از تحلیل مدل خرپایی و تحلیل اجزاء محدودی دیوارهای دیوارهای برشی کوتاه با نتایج تجربی

در دیوارهای برشی مورد مطالعه با توجه به نتایج جدول ۵ و اشکال ۷ و ۸ می‌توان یک مقایسه کلی از نتایج با شکست و تغییر مکان متناظر با این بار و همچنین رفتار عضو سازه ای در نظر گرفت. در مدل خرپایی، بار جانبی در محل واقعی اعمال بار در گره فوقانی سمت چپ خرپا وارد می‌شود. بار قائم که در حالت واقعی به صورت گسترده به دیوار وارد می‌شود، به صورت بارهای گرهی در دو گره فوقانی خرپا اعمال شده است. همچنین با شبیه‌سازی میلگرد های افقی و قائم دیوار، توسط اعضای کششی افقی و قائم، مدل خرپایی قادر به ارائه نتایج نزدیک به نتایج تجربی می‌باشد. همان‌گونه که از نمودارهای شکل ۷ مشاهده می‌شود، در دیوارهای بدون بار قائم، با اینکه نیروی وارد به عضو فشاری قائم CD صفر است، اما به دلیل در نظر گرفتن این عضو در محاسبات، مدل خرپایی سختی بیشتری را نشان می‌دهد. این مسئله از شکل ۸ مربوط به SW14 و SW11 قابل ملاحظه است. به این دلیل که با افزایش میلگرد های فولادی رفتار به سمت رفتار سخت‌تر متمایل می‌شود. با این حال همه دیوارهای دارای نتایج نزدیک به نتایج تجربی، هم در مورد بار شکست و هم در مورد تغییر مکان متناظر با این بار می‌باشند.

۳-۳- ستون های کوتاه

در ستون های کوتاه مورد مطالعه، فواصل میلگرد های برشی در نمونه های M-00، M-15، M-30 و M-40 میلی متر و در C10-1، M-1 و M-0 میلی متر است. همچنین مطابق جدول ۳، M-00 بدون بار قائم و سه نمونه دیگر دارای بار قائم می‌باشند. نمودار بار تغییر مکان به دست آمده از تحلیل در مقایسه با نتایج تجربی در شکل ۹ و مقایسه عددی آنها از جدول ۶ قابل ملاحظه است.

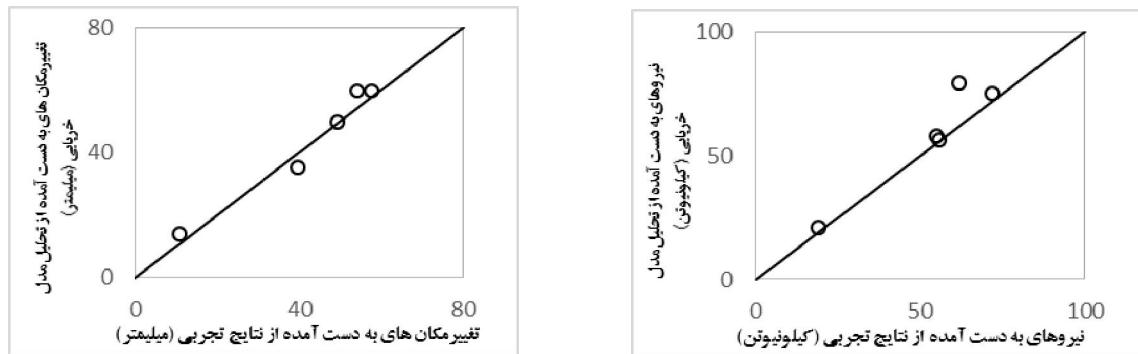


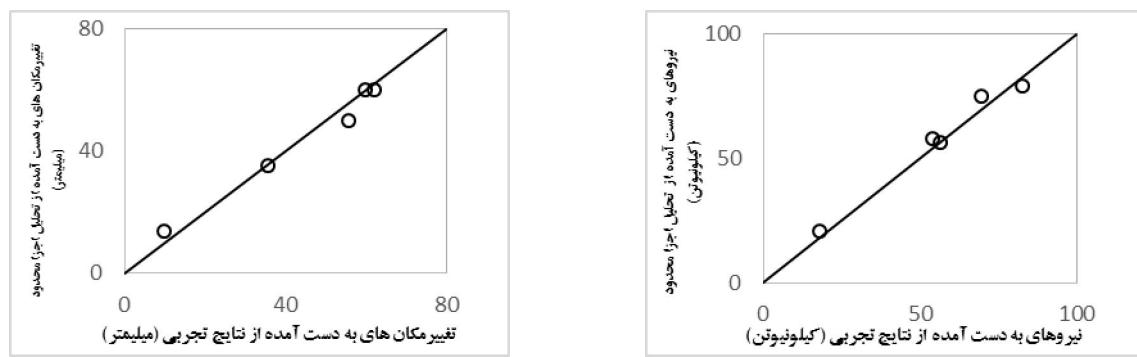


شکل ۹: نمودار مقایسه رفتار ستون‌های کوتاه مورد مطالعه از تحلیل مدل خرپایی، تحلیل اجزاء محدودی و نتایج تجربی

جدول ۶: مقایسه نتایج تحلیل مدل خرپایی، تحلیل اجزاء محدودی و نتایج تجربی در ستون‌های کوتاه

مقایسه تحلیل اجزا محدودی با نتایج تجربی		مقایسه تحلیل مدل خرپایی با نتایج تجربی		تحلیل اجزا محدودی		تحلیل مدل خرپایی		نتایج تجربی		نمره
$D(FEM)$	$F(FEM)$	$D(STM)$	$F(STM)$	D (mm)	F (kN)	D (mm)	F (kN)	D (mm)	F (kN)	
$D(Exp)$	$F(Exp)$	$D(Exp)$	$F(Exp)$							
۱/۰۴	۰/۹۶	۰/۹۳	۰/۹۷	۶۲/۱۵	۶۹/۷۷	۵۷/۷۴	۷۱/۹۶	۶۰	۷۵	M-00
۰/۹۹	۰/۹۰	۱/۰۰	۰/۹۹	۵۹/۹۳	۵۷/۴	۵۴/۱۹	۵۵/۸	۶۰	۵۷/۲۵	M-15
۰/۷۹	۰/۷۷	۰/۸۶	۰/۹۱	۹/۷۳	۱۸	۱۰/۷۵	۱۹/۰۴	۱۴	۲۰/۸۳	M-30
۱/۰۱	۱/۱۲	۰/۹۳	۰/۹۵	۳۵/۴۹	۵۴/۰۷	۳۹/۴۹	۵۵/۰۱	۳۵/۳	۵۷/۸۹	C10-1
۰/۹۵	۰/۹۵	۰/۹۶	۰/۹۱	مقایسه میانگین نتایج تحلیل مدل خرپایی و تحلیل اجزا محدودی با نتایج تجربی در ستون‌های کوتاه						
۰/۱۰	۰/۰۹	۰/۰۵	۰/۰۵	مقایسه انحراف معیار نتایج تحلیل مدل خرپایی و تحلیل اجزا محدودی با نتایج تجربی در ستون‌های کوتاه						





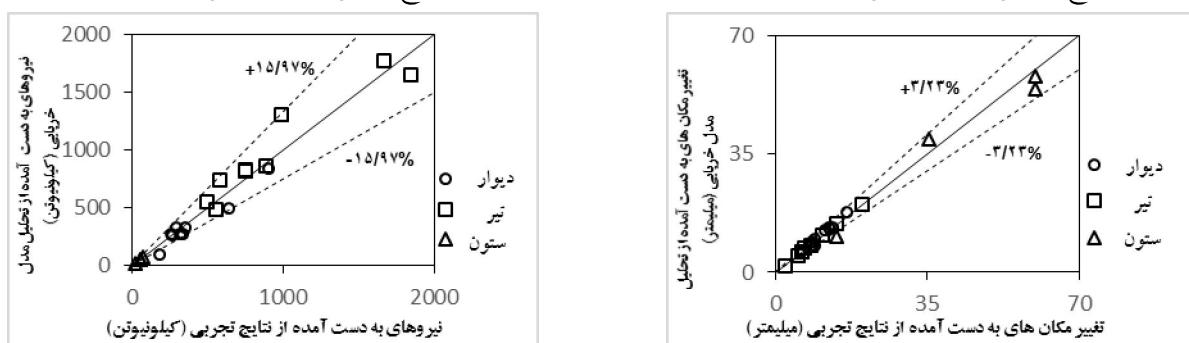
شکل ۱۰: مقایسه نیروها و تغییر مکان‌های به دست آمده از تحلیل مدل خرپایی و تحلیل اجزاء محدودی ستون‌های کوتاه با نتایج تجربی

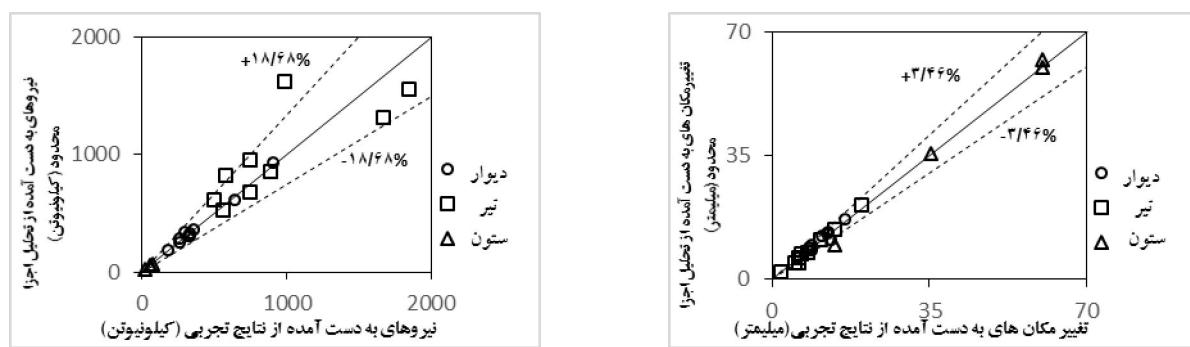
جدول ۷: مقایسه میانگین و انحراف معیار نتایج به دست آمده از تحلیل مدل خرپایی، تحلیل اجزاء محدودی و نتایج تجربی در اعضای سازه‌ای

مقایسه میانگین و انحراف معیار نتایج تحلیل مدل خرپایی و تحلیل اجزا محدودی با نتایج آزمایشگاهی در اعضای سازه‌ای تحت اثر بارهای یکنواخت

اعضای سازه‌ای	Xn (STM / Exp)	Xn (FEM / Exp)	Sn (STM / Exp)	Sn (FEM / Exp)	
دیوارهای برشی	۱/۴۱	۰/۸۳	۰/۳۲	۰/۲۲	F
تیرهای عمیق	۱/۲۴	۱/۲۵	۰/۰۹	۰/۰۶	D
ستون‌های کوتاه	۰/۹	۱/۰۵	۰/۱۱	۰/۶۹	F
همه اعضای سازه‌ای	۱/۳۶	۱/۰۶	۰/۴۷	۰/۴۵	D
	۰/۹۶	۰/۹۷	۰/۱۱	۰/۱۳	
	۱/۰۲	۱/۰۳	۰/۱۰	۰/۰۹	

نتایج تحلیل اجزاء محدودی مدل خرپایی و تحلیل اجزاء محدودی ستون‌های کوتاه بیانگر همبستگی زیاد نتایج نیروها و تغییر مکان‌ها با نتایج تجربی می‌باشد. علاوه بر نزدیکی بار شکست و تغییر مکان‌های متناظر با آن، رفتار ستون‌ها در تحلیل‌های اجزاء محدود مدل خرپایی و تحلیل اجزاء محدودی ستون‌ها مطابق با رفتار آن‌ها در تحلیل‌های تجربی می‌باشد. رفتار ستون‌ها تا نقطه شکست بسیار مشابه با نتایج واقعی تجربی می‌باشد که نشان‌دهنده مناسب بودن مدل خرپایی پیشنهادی با توجه به هندسه و مسیر بار در عضو سازه‌ای موردنظر می‌باشد. مسئله قابل توجه در مورد رفتار اعضاء، نزدیک بودن سختی و شکل‌پذیری نتایج تحلیل مدل‌ها در مقایسه با نمونه واقعی می‌باشد. در مورد مدل خرپایی، استفاده از اعضای کششی میانی موجب توزیع متقاضی میلگردی‌های برشی در مدل می‌شود که به حالت واقعی نزدیک‌تر است، به همین دلیل نه تنها بار و تغییر مکان‌ها به نتایج تجربی نزدیک‌تر می‌باشند بلکه رفتار عضو سازه‌ای مدل شده به نتایج واقعی نزدیک‌تر می‌شود.





شکل ۱۱: مقایسه نیروها و تغییرمکان‌های تحلیل مدل خرپایی و تحلیل اجزاء محدودی همه اعضای سازه‌ای مورد مطالعه با نتایج تجربی

با توجه به تحلیل مدل خرپایی و تحلیل اجزاء محدودی اعضای بتن‌آرم و بررسی جداگانه هر کدام از آن‌ها در بخش‌های مربوطه می‌توان به این نتیجه رسید که با استفاده از مدل‌سازی اعضای مورد مطالعه توسط خرپاهای پیشنهادی و تحلیل آنها، مدل خرپایی قادر به پیش‌بینی بار شکست و تغییرمکان متناظر با این بار در تمامی اعضای بتن‌آرم موردنظر می‌باشد. مقایسه میانگین و انحراف معیار محاسبه شده در هر سه نوع از اعضای بتن‌آرم نتایج قابل قبولی را در مورد پیش‌بینی بار شکست و تغییرمکان متناظر با این بار نشان می‌دهد. لذا از نتایج بدست‌آمده و صحبت‌سنجی آن با نتایج تجربی می‌توان این نکته را استنباط کرد که تحلیل مدل خرپایی اعضای سازه‌ای مختلف، با محاسبات ساده‌تر و همچنین مدت‌زمان تحلیل بسیار کوتاه‌تر نسبت به تحلیل اجزاء محدود اعضای سازه‌ای روش مناسبی برای پیش‌بینی رفتار اعضای سازه‌ای مختلف تحت اثر بارهای یکنواخت باشد. با توجه به مقایسه کلی نتایج از شکل ۱۱ می‌توان به این نتیجه رسید که تغییرمکان‌های متناظر با بار شکست نسبت به بارها، نتایج نزدیک‌تری را هم در تحلیل مدل خرپایی و هم در تحلیل اجزاء محدود به نتایج تجربی نشان می‌دهد. در اعضای بتن‌آرم موردنظر مطابق با نتایج تجربی، بارگذاری به صورت کنترل تغییرمکان‌ها صورت گرفته که در مدل‌سازی اجزاء محدود و مدل خرپایی هم همین مسئله در نظر گرفته شده است. به نظر می‌رسد تطابق بیشتر تغییرمکان‌ها نسبت به بارهای شکست در مجموع اعضای سازه‌ای مورد بحث به همین دلیل باشد. در هر حال با توجه به شکل ۱۱ می‌توان به این نتیجه رسید که در همه اعضای سازه‌ای مورد مطالعه مدل‌های خرپایی پیشنهادی و تحلیل اجزاء محدود اعضای بتن‌آرم نتایج نزدیک به نتایج تجربی را نشان می‌دهند و همچنین مدل‌های خرپایی موردنظر تا حد زیادی قادر به پیش‌بینی رفتار واقعی اعضای بتن‌آرم موردنظر می‌باشند.

۴- نتیجه‌گیری

هدف از این پژوهش سنجش توانایی مدل خرپایی به منظور پیش‌بینی بار شکست و تغییرمکان متناظر با آن در اعضای سازه‌ای بتن‌آرم تحت اثر بارهای یکنواخت است. همان‌طور که از نمودارهای رفتاری اعضای بتن‌آرم دارای ناوی ناپیوسته مورد مطالعه قابل ملاحظه است، مدل خرپایی نتایج نزدیک به نتایج تجربی و نتایج تحلیل اجزاء محدود را از لحاظ مقایسه پارامترهای هدف تحقیق ارائه می‌کند. به عنوان یک نتیجه کلی می‌توان استنباط کرد که در نمونه‌های مورد مطالعه، تحلیل ساده‌ی خرپایی می‌تواند به جای تحلیل پیچیده و زمان‌بر اجزاء محدود به منظور تخمین بار شکست و تغییرمکان متناظر با این بار در اعضای سازه‌ای مورد مطالعه، استفاده شود. در مورد شکل‌پذیری و سختی نمونه‌های مورد مطالعه نیز می‌توان از نمودارهای نیرو-تغییرمکان، مدل‌های خرپایی پیشنهادی را در پیش‌بینی رفتار اعضای مورد مطالعه تحت اثر بارهای یکنواخت مناسب در نظر گرفت. نتایج تحقیق پیش رو را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

- بارهای شکست و تغییرمکان متناظر با آن که از تحلیل مدل‌های خرپایی در اعضای سازه‌ای به دست می‌آیند، در مقایسه با نتایج تجربی تطابق خوبی را نشان می‌دهند.

۲- منحنی رفتار سازه تا لحظه شکست، از لحاظ تغییرات سختی و شکل پذیری نزدیک به نمونه‌های واقعی تجربی می‌باشد که نشان‌دهنده مناسب بودن مدل‌های در نظر گرفته برای پیش‌بینی رفتار اعضای سازه‌ای موردنظر است.

۳- مقایسه‌ی نتایج به دست آمده این مسئله را بیان می‌کند که می‌توان در اعضای سازه‌ای مورد مطالعه از تحلیل ساده خرپایی به جای تحلیل زمان‌بر و طولانی اجزاء محدود به‌منظور پیش‌بینی بار شکست و تغییر مکان متناظر با این بار استفاده کرد که تعمیم این نتیجه به اعضای سازه‌ای مختلف تحت اثر بارگذاری‌های متفاوت نیاز به مطالعه بیشتری دارد.

۵- مراجع

- [1] A. H. Nilson, D. Darwin, and W. D. Charles. "Design of Concrete Structures". Fourteenth Edition, 2010.
- [2] W. Ritter, "Die Bauweise Hennwbiqe" (The Hennebique System), Schweizerische Bauzeitung, Bd, XXXIII, No. 7, January 1899.
- [3] E. Morsch, "Der Eisenbetonbiqe, Seine TheorieUndAnwendung", (ReinforcedConcrete, Theory and Application), Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart, 1912.
- [4] J. A. Ramirez, and J. E. Breen., "Evaluation of a Modified Truss-Model Approach for Beams in Shear", ACI Structural Journal, pp. 562-571, 1991.
- [5] P. Mueller, "Plastische Berechnung Von Stahlbetonscheiben Und Balken" (Plastic Analysis Of Reinforced Concrete Deep Beams and Beams), Bericht No. 83, Institute Fur Baustatik Und Konstrukton, Eth Zurich, 1978.
- [6] J. Schlaich, K. Schaefer and M. Jennewein, "Towards a Consistent Design of Structural Concrete" journal of the Prestressed Concrete Institute, No 3, pp. 77-150, 1987.
- [7] CSA Technical Committee on Reinforced Concrete Design, A23.3-04 Design of Concrete Structures, Canadian Standards Association, 1984.
- [8] CEB-FIP Model Code, Design Code, Committee Euro-International DU Beton, 1990.
- [9] AASHTO, LRFD Bridge Specifications, American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, 1994.
- [10] ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI318-02) and Commentary (ACI318 R-02), American Concrete Institute, 2002.
- [11] A. Arabzadeh, R. Aghayari, and A. Rahai. "Investigation of experimental and analytical shear strength of reinforced concrete deep beams", International Journal of Civil Engineering, Vol.9, No. 3, 2009.
- [12] A. Shah, E. Haq, and S. Khan, "Analysis and Design of Disturbed Region in Concrete Structures", Procedia Engineering. 14. Pp. 3317-3324, 2011 .
- [13] A. B. Shuraim, "Behavior and Shear Design Provisions of Reinforced Concrete D-region Beams", College of Engineering (Civil Eng. Dept.), King Saud University, Riyadh, Saudi Arabia, pp. 65-74, 2013.
- [14] D. J. Kim, J. Lee, Y. H. Lee. "Effectiveness Factor of Strut-and-Tie Model for Concrete Deep Beams Reinforced with FRP Rebars", Department of Architectural Engineering, Kyung Hee University, pp.117-125, 2014.
- [15] ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-11) and Commentary," American Concrete Institute, 2011.
- [16] ABAQUS, Superior Finite Element Analysis (FEM) Solutions, Providence. RI, USA, 2011.
- [17] M. R. Salamy, H. Kobayashi and Sh. Unjoh, "Experimental and Analytical Study on RC Deep Beam Behavior under Monotonic Load", 2003-2004.
- [18] H. S. KIM, M. S. LEE and Y. S. SHIN, " Structural Behaviors of Deep beams under Combined Axial and Bending Force" College of Engineering, Ewha Womans University, pp. 2212-2218, 2011.
- [19] L. D. Lefas, M. D. Kotsovos, and N. N. Ambraseys, "Behavior of Reinforced Concrete Structural Walls: Strength, Deformation Characteristics, and Failure Mechanism", ACI Structural Journal, pp. 23-31, 1990.
- [20] J. Maier, B. Thurlimann, " Bruchversuche an Stahlbetonscheiben" Birkhauser Verlag Basel, 1985.

[21] J. Y. Lee, S. Kono, and et al, "Softening behavior of RC Columns under Cyclic loading", The 14th World Conference on Earthquake, 2008.

[۲۲] چوبداریان، ریزان، "تحلیل مدل STM اعضای بتن‌آرمه تحت بارهای دوره‌ای" پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه کردستان، ۱۳۹۳.