

Journal of Structural and Construction Engineering

www.jsce.ir



Comparative study on steel beams damage detection based on continuous and discrete wavelet transforms of static and dynamic responses

Mohtasham Khanahmadi¹, Omid Rezayfar^{2*}, Majid Gholhaki²

1- Master of Science, Department of Civil Engineering, Semnan University, Semnan, Iran 2 -Associate Professor, Department of Civil Engineering, Semnan University, Semnan, Iran

ABSTRACT

Engineering structures experience different conditions during their life time that may result in damages in some structural elements under these conditions. Beams are considered as the main components of building structures, bridges, and the most important parts of the industrial machinery therefore, it is important to identify the various situations of occurred local damages. In this paper the steel beam was modeled by the plain-ends of support conditions in the healthy and damaged states in the finite element software of ABAQUS and the static analysis was performed by the influence of constant static load. The frequency analysis of the steel beam was conducted without the influence of loading. Changes of fitting curve coefficients of static displacements resulting from the polynomial regression and also changes in the frequency values of the different modes of healthy and damaged states confirm the damage of beam. In order to detect the various failure situations, the difference of static displacements and also the difference of the interpolated modes of healthy and damaged states analyzed using the continuous and discrete wavelet transformations. The interpolated details resulted from analyzing the continuous and discrete wavelet transformations at the site of damages show the irregularities and perturbations in the wavelet coefficients, such that the relative minimums and maximums of jump in wavelet coefficients happened in all investigated states in the site of damages. Also, results show the wavelet coefficients sensitivity at the site of each damage independent of the wavelet coefficients sensitivity in other damaged sites with different intensities. Also, the occurrence place of minimums and maximums of wavelet coefficients coincide in a damaged situation with different intensities (with approximately zero error).

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: https://dx.doi.org/10.22065/jsce.2020.216647.2058

*Corresponding author: Omid Rezayfar Email address: Orezayfar@semnan.ac.ir

ARTICLE INFO

Receive Date: 25 January 2020 Revise Date: 28 April 2020 Accept Date: 03 May 2020

Keywords:

Polynomial Regression Static Displacement Mode Shape Wavelet Transform Damage Detection



نشریه مهندسی سازه و ساخت (علمي – يژوهشي) www.jsce.ir



مطالعه مقایسهای آشکارسازی خرابی تیرهای فولادی مبتنی بر تبدیلات موجک پیوسته و گسسته پاسخهای استاتیکی و دینامیکی محتشم خان احمدی'، امید رضایی فرآ*، مجید قلهکی ۱ – کارشناسی ارشد مهندسی عمران – سازه، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران ۲- دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

جكيده

سازههای مهندسی در طول عمر خود شرایط مختلفی را تجربه میکنند که ممکن است تحت این شرایط، خرابیهایی در برخی المانهای سازه به وجود آید. تیرها به عنوان اجزا اصلی سازههای ساختمانی، پلها و یکی از مهمترین اجزا ماشینآلات صنعتی محسوب میشوند، بنابراین، شناسایی موقعیتهای مختلف خرابیهای موضعی به وجود آمده در آنها دارای اهمیت میباشد. در این مقاله تیر فولادی با شرایط تکیهگاهی دو سر ساده در حالتهای سالم و معیوب در محیط نرم افزار المان محدود ABAQUS مدلسازی و تحت اثر بار استاتیکی ثابت مورد تحلیل استاتیکی واقع شده است. همچنین، تیر فولادی بدون اثر بارگذاری تحلیل فرکانسی شده است. تغییرات به وجود آمده در ضرایب منحنی برازشی جابجاییهای استاتیکی حاصل از رگرسیون چندجملهای و همچنین، تغییرات در مقادیر فرکانسهای مودهای مختلف حالتهای سالم و معیوب، وجود خرابی در طول تیر را تائید مینماید. جهت شناسایی موقعیتهای مختلف خرابی، تفاضل جابجاییهای استاتیکی و نیز، شکل مودهای درونیابی شده حالتهای سالم و معیوب با استفاده از تبدیلات موجک پیوسته و گسسته مورد تحلیل واقع شدند. جزئیات درونیابی شده حاصل از تحلیل تبدیلات موجک پیوسته و گسسته در محل وقوع خرابیها، نامنظمیها و اغتشاشات در ضرایب موجک را نشان میدهند، به طوری که مینیمهها و ماکزیمههای نسبی پرش در ضرایب موجک، در تمامی حالتهای بررسی شده در محل وقوع خرابیها اتفاق افتاده است. نیز، حساسیت ضرایب موجک هر یک از محلهای خرابی مستقل از سایر محلهای خرابی با شدتهای مختلف است. همچنین، محل وقوع مینیمهها و نیز ماکزیمههای ضرایب موجک در یک موقعیت خرابی با شدتهای مختلف (با خطای تقریباً صفر) بر هم منطبق میباشند.

کلمات کلیدی: رگرسیون چندجملهای، جابجایی استاتیکی، شکل مود، تبدیل موجک، شناسایی خرابی.						
	شناسه دیجیتال:					سابقه مقاله:
doi:	https://dx.doi.org/10.22065/jsce.2020.216647.2058	چاپ	انتشار آنلاين	پذيرش	بازنگری	دريافت
	10.22065/jsce.2020.216647.2058	14/.٩/٣.	1899/+8/14	1899/08/18	१८४२/•८/•९	۱۳۹۸/۱۱/۰۵
	امید رضایی فر Orezayfar@semnan.ac.ir				[®] نویسنده مسئول: پست الکترونیکی:	

۱– مقدمه

حفاظت از سلامت سازهها و تشخیص آسیب در آنها تحت عنوان پایش سلامت سازه^۱ (SHM) مطرح میباشد که در حوزههای مختلف مهندسی از جمله مکانیک، هوافضا و عمران جایگاه ویژهای دارد. با نظر به اینکه آسیبهای به وجود آمده در سازهها میتوانند خسارتهای جانی و مالی فراوانی را بر جای گذارند، امروزه بیش پیش اهمیت موضوع سلامت سازهها و تشخیص خرابی در آنها احساس می گردد. در حوزه پایش سلامت سازه، منظور از خرابی هر گونه تغییر در خواص ماده یا هندسه سیستم سازهای میباشد که عملکرد کلی سازه را تحت تأثیر قرار می دهد. نیروهای جانبی و قائم، بار گذاریهای بیش از ظرفیت طراحی اعضا، اجرای نادرست، فرسودگی مصالح و عوامل دیگر در طول خدمترسانی همواره عملکرد صحیح سازه را مختل می نمایند. در اثر خرابیهای جزئی به وجود آمده، عمر مفید سازهها کاهش یافته و در نتیجه گسترش این نوع خرابیها ممکن است سازه دچار خسارتهای کلی و حتی تخریب گردد؛ بنابراین، شانسایی نقاط تضعیف شده سازهها، قبل از رسیدن به حالت بحرانی بسیار مهم و دارای اهمیت می باشد.

در گذشته روشهای سنتی عیبیابی نظیر بازرسیهای چشمی، بازرسی آلتروسنیک و رادیوگرافی، روش مایع نفوذی به صورت محدود استفاده می شد که در برخی موارد ضمن وقت گیر بودن و تحمیل هزینههای بالا غیرممکن می نمود. امروزه موضوع سلامت سنجی سازهها مبتنی بر تحلیل پاسخهای سازه (پاسخهای استاتیکی و دینامیکی) شکل گرفتهاند. در اثر خرابیهای به وجود آمده، مشخصههایی از سازه چون سختی و جرم دچار تغییر شده و در نتیجه، تغییراتی در پاسخهای سازه به وجود میآید. از بررسی تغییرات به وجود آمده در پاسخهای سازه میتوان به مسئله وجود خرابی، محل وقوع خرابی و ارزیابی میزان خسارتهای به وجود آمده پاسخ داد. در این راستا، تبدیل موجک به عنوان یکی از روشهای توانمند پردازشی سیگنالها جهت شناسایی موقعیت خرابیها مورد توجه بسیاری از پژوهشگران میباشد. Wang و Deng [۱] در سال ۱۹۹۹ با استفاده از تبدیل موجک به تحلیل پاسخ سازه با فرض اینکه خرابی در سازهها باعث اختلال در پاسخ سازه در محل خرابی میشود، پرداختند و نشان دادند اگرچه این اختلالات در دادههای پاسخ کلی ظاهر نمیشوند، اما اغلب از مؤلفههای موجک قابل شناسایی میباشند. Douka و همکاران [۲] در سال ۲۰۰۲ به شناسایی ترک در صفحات خمشی مبتنی بر تحلیلهای موجکی پرداختند. آنها با تحلیل تبدیل موجک پیوسته مودهای ارتعاشی صفحه خمشی موفق شدند محل ترک را شناسایی نمایند. Loutridis و همکاران [۳] در سال ۲۰۰۵ با انتقال مود ارتعاشی صفحه خمشی ترکخورده به حوزه موجک موفق شدند محل ترکخوردگی و امتداد ترک را شناسایی نمایند. همچنین، آنها با استفاده از محتوای انرژی ضرایب موجک موفق به تخمین عمق ترک شدند. Gokdag و Kopmaz [۴] در سال ۲۰۰۹ با استفاده از ترکیب تبدیل موجک گسسته و پیوسته به تشخیص آسیب در تیرها پرداختند. در روش پیشنهادی آنها شکل مودی ثانویه به صورت ترکیبی از شکل مودی اولیه و عواملی چون خطای ناشی از اندازهگیری و آسیبهای محلی در نظر گرفته شد. لذا یک تابع تقریب مناسب که بیانگر حالت سالم سازه باشد، میتواند به کمک تبدیل موجک گسسته استخراج گردد. اختلاف بین ضرایب موجک پیوسته حالت آسیبدیده و تابع تقریبی متناظر با سازه سالم میتواند شاخص مناسبی برای تخمین خسارت در نظر گرفته شود. Ghodrati-Amiri و همکاران [۵] در سال ۲۰۱۰ با استفاده از شکل مودی صفحات سالم و معیوب توسط تبدیل موجک گسسته به تشخیص محل اًسیب پرداختند. اَنها از نسبت ضرایب موجک صفحات معیوب به ضرایب موجک صفحات سالم استفاده نمودند. نتایج تحقیق نشاندهنده توانایی روش پیشنهادی در تشخیص محل آسیبدیده میباشد. Ruckha [۶] در سال ۲۰۱۱ با استفاده از هشت مود اول مدلهای عددی و آزمایشگاهی یک تیر طره به میزان قابلیت تشخیص خرابی با استفاده از تحلیل تبدیل موجک پیوسته شکل مودها پرداخت و نشان داد که از تحلیل شکل مودهای بالاتر، جوابهای قابل اطمینانتری حاصل می گردد. Liu و همکاران [۷] در سال ۲۰۱۲ با استفاده از تبدیل موجک موفق به شناسایی محل خرابی در توربینهای بادی را شدند و بر اساس ارتباط ماکزیمم ضرایب موجک و میزان خسارت موجود، شدت خرابی را ارزیابی نمودند. Bagheri و Kourehli [۸] در سال ۲۰۱۳ با هدف به دست آوردن زمان وقوع خرابی توسط تبدیل موجک در سازههایی چون دیوار برشی بتنی تحت تحریک زلزله پرداختند. آنها در این بررسی از تبدیل موجک گسسته روی پاسخهای سرعت و تغییر مکان سازههای مورد نظر استفاده نمودند. مقادیر اوج پاسخها در ضرایب جزئیات موجک، نشاندهنده زمان وقوع خرابی بود. Patel و همکاران [۹] در سال ۲۰۱۶ با استفاده از تبدیل موجک به شناسایی خرابی در یک ساختمان بتنی ۶ طبقه پرداختند.

¹ Structural Health Monitoring (SHM)

آنها با تحلیل موجک پاسخهای ارتعاشی ثبت شده تراز هر طبقه برای جرمهای مختلف نشان دادند که ارتباط مستقیمی بین ضرایب موجک و تغییر در خصوصیات ذاتی سازه از جمله جرم وجود دارد. در همان سال، رحامی و همکاران [۱۰] با استفاده از مفاهیم آنتروپی انرژی در تبدیل بستهای موجک به تشخیص خرابی در سکوهای ثابت دریایی پرداختند و نشان دادند که میزان تغییرات مؤلفههای حساس به خسارت حتى در آسيبهاي با شدت كم به طور محسوسي به شدت خسارتهاي وارده به سكو وابسته است. همچنين، عموزاده و همكاران [۱۱] با استفاده از تبدیل موجک به پردازش پاسخ سازهها جهت تشخیص خسارتهای به وجود آمده در اثر زلزله پرداختند. آنها با پردازش سیگنالهای مربوط به پاسخ تاریخچه زمانی سازه به کمک تبدیل موجک و واکاوی ضرایب جزئیات به دست آمده موفق شدند محل وقوع و زمان رخداد خرابیها را بدون نیاز به اطلاعات اولیه سازه شناسایی نمایند. Ashory و همکاران [۱۲] در سال ۲۰۱۷ با استفاده از ترکیب تبدیل موجک و مدل المان محدود بهروزرسانی شده به تشخیص آسیب در صفحات کامپوزیتی چندلایه پرداختند. آنها در این تحقیق با استفاده از تبدیل موجک، محل خرابی و سپس با بهینه نمودن یک تابع خطای ارائه شده توسط الگوریتم ژنتیک موفق شدند پارامترهای آسیب را شناسایی نمایند. رضایی فر و همکاران [۱۳] در سال ۲۰۱۸ به شناسایی آسیب جداشدگی در ستونهای فولادی پر شده با بتن بر اساس دادههای مودال آزمایشگاهی پرداختند. آنها در این تحقیق آسیب جداشدگی را توسط یک لایه پلی استایرن نازک در یکی از وجوه ستون بین هسته بتنی و جداره فولادی شبیهسازی نمودند و با استفاده از تبدیل موجک پیوسته شکل مود موفق به شناسایی موقعیت جداشدگی هسته بتنی و جداره فولادی شدند. Wang و همکاران [۱۴] در سال ۲۰۱۹ جهت شناسایی خرابی سازه تونلی یک شاخص خرابی جدید مبتنی بر تبدیل موجک بر اساس بردار نیروی باقیمانده پیشنهاد و برای مدل المان محدود تونل با انواع مختلف خرابی در موقعیتهای مختلف استفاده نمودند. نتایج نشان داد که شاخص خرابی پیشنهادی میتواند به عنوان یک شاخص مؤثر و کارآمد شناسایی خرابی مورد استفاده واقع گردد. خان احمدی و همکاران [۱۵] در سال ۲۰۱۹ با استفاده از تحلیل تبدیل موجک گسسته دو بعدی شکل مودها به مقایسه ضرایب موجک حالتهای سالم و معیوب هشت شکل مود اول صفحه فولادی پرداختند و نشان دادند که اغتشاشات در ضرایب موجک تولید شده حالتهای معیوب در مقایسه با ضرایب موجک تولید شده حالت سالم در موقعیتهای مختلف خرابی چشم گیر است و در تمامی مودهای بررسی شده میتوان محل خرابیها را با دقت بالایی شناسایی نمود. همچنین، آنها در این تحقیق نشان دادند که از تحلیل موجک شکلهای مود اول نسبت به تحلیل موجک شکلهای مودهای بالاتر، موقعیت خرابیها با همسطحی مناسبتری از ضرایب موجک شناسایی میگردد. همچنین، آنها در تحقیق دیگری در همان سال به شناسایی خرابی در صفحات پیشساخته پانلی توسط تبدیل موجک گسسته دو بعدی پرداختند و نشان دادند که با روش پیشنهادی میتوان از تحلیل موجک تفاضل یا مجموع شکل مودهای سالم و آسیبدیده (بسته به زاویه بین شکل مودها برای زاویه تقریباً صفر درجه، تفاضل و برای زاویه تقریباً ۱۸۰ درجه، مجموع شکل مودها تحلیل گردید) مکانهای تضعیف شده را برای شدتهای مختلفی خرابی شناسایی نمود [۱۶].

با توجه به مطالعات انجام شده، تاکنون به موضوع عیبیابی مقایسهای توسط الگوریتمهای تبدیل موجک پیوسته و گسسته مبتنی بر تحلیل پاسخهای استاتیکی و دینامیکی در المان سازهای تیر پرداخته نشده است. همچنین، استفاده از روش آماری رگرسیون جهت تشخیص وجود خرابی در تیرها مورد توجه واقع نبوده است؛ بنابراین، عنوان مقاله با موضوع کلی <u>عیبیابی مقایسهای در تیر فولادی</u> توسط الگوریتمهای تبدیل موجک مبتنی بر تحلیل پاسخهای استاتیکی و دینامیکی مورد مطالعه و بررسی واقع گردیده است. به این منظور در ابتدا تحلیلهای استاتیکی و فرکانسی تیر فولادی با شرایط تکیهگاهی دو سر ساده توسط نرم افزار المان محدود ABAQUS انجام شده است. اطلاعات مورد نیاز شامل جابجاییهای استاتیکی، فرکانسهای طبیعی و شکل مودهای سالم و معیوب استخراج شده و با بررسی تغییرات به وجود آمده در پاسخها و ارائه الگوریتمهای بر مبنای تبدیلات موجک پیوسته و گسسته به مسئله عیبیابی پرداخته شده است.

۲- مبانی ریاضی تبدیل موجک (Wavelet Transform)

واژه "Wavelet" از دو جزء "Wave" به معنی موج و "let" به معنی کوچک تشکیل شده و به معنی موج کوچک میباشد که در زبان فارسی معادل "موجک" برای آن در نظر گرفته شده است. تبدیل موجک یا تبدیل ویولت تبدیلی است که مشخصات فرکانسی یک سیگنال را در یک بازه زمانی کوتاه استخراج نموده و بیان میکند که این اجزا با گذشت زمان به چه نحو تغییر میکنند. این تبدیل مجموعی از یک سری توابع اساسی میباشد که برای هر رزولوشن فرکانسی تغییر میکند و اجزا فرکانسی در رزولوشنهای مختلف به دست ميآيد [١٧].

تبدیلات موجک به دو صورت تبدیل موجک پیوسته^۲ (CWT) و تبدیل موجک گسسته^۳ (DWT) تعریف شدهاند که در ادامه به هر یک پرداخته می شود.

۲-۱- تبدیل موجک پیوسته

تبدیل موجک پیوسته سیگنال (x(t) در بازه ∞- تا ∞ با رابطه (۱) به صورت زیر تعریف می گردد [۱۸ و ۱۹]:

$$CWT_{b,a}^{\Psi}\left(x\left(t\right)\right) = \int_{-\infty}^{\infty} x\left(t\right) \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi^{*}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt = \langle x\left(t\right), \psi_{b,a} \rangle$$
(1)

که در آن

$$\Psi_{b,a} = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \tag{7}$$

در رابطه (۱)، a پارامتر مقیاس، b پارامتر انتقال و ψ تابع موجک میباشد؛ بنابراین تبدیل موجک پیوسته سیگنال (x(t) عبارت است از ضرب داخلی سیگنال مزبور در نسخه انتقال یافته و مقیاس شده تابع موجک (* ۲ تابع مزدوج مختلط ۷ میباشد).

با توجه به اینکه پارامتر مقیاس a در مخرج رابطه (۱) ظاهر شده است، به ازای مقادیر a <1 سیگنال دچار انقباض و به ازای مقادیر a>1 دچار انبساط می گردد. مقیاسهای بالا (a>1) متناظر با جزئیات^۴ سیگنال و مقیاسهای پایین (a<1) متناظر با تقریبات^۵ سیگنال میباشند.

۲-۲- تبدیل موجک گسسته

در پردازش سیگنالها با استفاده از فرم گسسته تبدیل موجک، گسسته سازی در پارامترهای مقیاس a و انتقال b در رابطه (۲) صورت می گیرد. این فرایند در صورتی که به شکل (۳) انجام گیرد، بهینه می شود.

(٣)

(6)

$$a=2^j, b=2^jk \quad j,k\in Z$$

با جایگذاری رابطه بالا در (۲)، تابع موجک ψ_{h.a} را می توان به صورت (۴) بیان نمود.

$$\Psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \Psi(2^{-j}t - k)$$
(f)

در این صورت، جزئیات و تقریبات مرحله j به ترتیب با روابط (۵) و (۶) قابل محاسبه میباشد [۲۰].

$$D_{j}(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} cD_{j}(k) \psi_{j,k}(t)$$
(Δ)

$$A_{j}(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} cA_{j}(k)\phi_{j,k}(t)$$

نشریه علمی - پژوهشی مهندسی سازه و ساخت، دوره ۸، شماره ۹، سال ۱۴۰۰، صفحه ۱۶۶ تا ۱۸۳

² Continuous Wavelet Transform (CWT)

³ Discrete Wavelet Transform (DWT) Details

Approximations

که در آن Z مجموعه اعداد صحیح مثبت و cD_j و cA_j به ترتیب ضرایب جزئیات و تقریبات مرحله j میباشند که با روابط (Y) و (۸) تعیین میگردند.

$$cD_{j}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t)\psi_{j,k}(t)dt$$
(V)

$$cA_{j}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t)\phi_{j,k}(t)dt$$
(A)

در روابط (۶) و (۸)، تابع مقیاس می باشد. در نهایت سیگنال S را می توان با رابطه (۹) به صورت زیر بیان نمود.

$$S(t) = A_j + \sum_{j \le n} D_j$$
(9)

معادلات (۲) و (۸) تبدیل موجک گسسته را به ترتیب در ارتباط با جزئیات و تقریبات سیگنال S نشان میدهند.

۳- مدل اجزاء محدود تیر فولادی

تیر فولادی با مقطع IPE220 به طول دهانه ۴ متر و مشخصات مکانیکی مدول الاستیسیته ۲۱۰۰۰۰ مگاپاسکال، ضریب پوآسن ۲/۳ و چگالی جرمی ۷۸۵۰ کیلوگرم بر متر مکعب تحت اثر بار استاتیکی ثابت ۲۰ کیلو نیوتن (وسط دهانه تیر) با شرایط تکیهگاهی دو سر ساده مطابق شکل ۱ در نرم افزار المان محدود ABAQUS با المان Wire-Beam مدلسازی شده است.



شکل ۱: نمایش تیر فولادی با شرایط تکیهگاهی و نحوه بارگذاری

كاهش مدول الاستيسيته (٪)	مرکز خرابی (m)	محدوده خرابی (m)	شماره خرابی	تعداد خرابي	حالت خرابي
٪.۳۰	١	۰/۹۵ — ۱/۰۵	١	١	D1
۲.۳۰	١	$\cdot / 9 \Delta - 1 / \cdot \Delta$	١	v	D2
	٢	۱/۹۵ - ۲/۰۵	۲	۱ ۱	
۲.۳۰	١	$\cdot / 9 \Delta - 1 / \cdot \Delta$	١		D3
	٢	۱/۹۵ - ۲/۰۵	٢	٣	
.۳۰	٣	۲/۹۵ — ۳/۰۵	٣		

جدول ۱: آسیبهای محلی ایجاد شده در طول تیر

جهت مدلسازی آسیبهای محلی، خسارت به صورت کاهش درصدی مدول الاستیسیته فولاد در نظر گرفته شده است. در جدول ۱ مشخصات هندسی آسیبهای محلی ایجاد شده آورده شده است.

به منظور انتظار یک رفتار صحیح از مدل نرم افزاری، مقادیر حداکثری نیروی برشی، لنگر خمشی و جابجایی استاتیکی نمونه سالم با مقادیر تئوری نظیر در جدول ۲ مقایسه شدهاند. نتایج نشان میدهد که مش بندی با ابعاد ۵ سانتیمتر برای ادامه تحقیق مناسب میباشد.

جدول ۲: مقایسه نتایج تئوری و نرم افزاری					
نتايج نرم افزار ABAQUS	نتايج تئورى	مقادير حداكثرى			
1	1	نیروی برشی (N)			
۲۰۰۰۰	7	لنگر خمشی (N.m)			
۴/۹	۴/۸	جابجایی استاتیکی (mm)			

لازم به ذکر است که مقادیر حداکثری تئوری برای نیروی برشی، لنگر خمشی و جابجایی استاتیکی تیر به طول L و مدول الاستیسیته E با شرایط تکیهگاهی دو سر ساده که تحت بارگذاری متمرکز P در وسط دهانه واقع است، به ترتیب با استفاده از روابط (۱۰) تا (۱۲) ذیلاً تعیین گردیده است:

 $V_{\text{max}} = \frac{P}{2} = \frac{20000}{2} = 10000 \text{ N}$ (1.)

$$M_{\text{max}} = \frac{PL}{4} = \frac{20000 \times 4}{4} = 20000 \text{ N.m}$$
(11)

$$\Delta_{\max} = \frac{PL^3}{48EI} = \frac{20000 \times 4^3}{48 \times \left(210000 \times 10^6\right) \times \left(2.646 \times 10^{-5}\right)} = 0.004799 \text{ m} = 4.8 \text{ mm}$$
(17)

در ادامه به مسئله وجود خرابی پرداخته میشود.

۳-۱- تغییرات در جابجاییهای استاتیکی

در شکل ۲ جابجاییهای استاتیکی تیر فولادی سالم در اثر بارگذاری (نیروی ۲۰ کیلو نیوتن) نشان داده شده است.

شکل ۲: جابجاییهای استاتیکی تیر فولادی سالم

برای بررسی مسئله وجود خرابی در تیر فولادی، جابجاییهای استاتیکی نمونههای معیوب با جابجاییهای استاتیکی نمونه سالم مقایسه میشوند. به این منظور، برازش منحنیهای چندجملهای از جابجاییهای استاتیکی صورت گرفته است. در ادامه مبانی تئوری برازش منحنیهای چندجملهای مبتنی بر مفهوم رگرسیون ارائه گردیده است.

در مدلهای آماری با تحلیلهای مبتنی بر رگرسیون میتوان ارتباط تغییر در متغیر وابسته با تغییر هرکدام از متغیرهای مستقل را (با فرض ثابت بودن دیگر متغیرهای مستقل) تعیین نمود. از جمله روشهای تحلیلی مبتنی بر رگرسیون، رگرسیون چندجملهای میباشد که معمولاً با استفاده از روش حداقل مربعات مناسب هستند. این روش در سال ۱۸۰۵ توسط Legendre و در سال ۱۸۰۹ توسط Gaus منتشر شد و اولین طرح آزمایشی برای رگرسیون چندجملهای در سال ۱۸۱۵ توسط Gergonne ظاهر شد [۲۱ و

مقدار مورد انتظار یک متغیر وابسته y به مقدار متغیر مستقل x را میتوان به صورت یک چندجملهای درجه n با رابطه (۱۳) بیان کرد و مدل رگرسیون چندجملهای کلی را ارائه نمود.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3 + \dots + \beta_n x^n + \varepsilon$$

که در آن ٤ خطای تصادفی با میانگین صفر شرط شده برای متغیر اسکالر x است.

(17)

 (1Δ)

این مدل از نظر تخمین پارامترهای تعیین کننده β_i همگی خطی میباشند؛ بنابراین برای تجزیه و تحلیل حداقل مربعات مسائل محاسباتی و استنباطی رگرسیون چندجملهای میتوان با استفاده از روشهای رگرسیون چندگانه به طور کامل پرداخت. این کار با استفاده از x² ·x و … به عنوان متغیرهای مستقل مجزا در یک مدل رگرسیون چندگانه انجام میشود. فرم ماتریسی مدل رگرسیون چندجملهای جهت محاسبه پارامترهای تخمینی β_i با رابطه (۱۴) به صورت زیر قابل بیان است:

رابطه (۱۴) را میتوان به صورت (۱۵) نیز بیان نمود:

 $\vec{y} = X\vec{\beta} + \vec{\epsilon}$

در این صورت بردار ضرایب تعیین کننده رگرسیونی با استفاده از برآورد حداقل مربعات با رابطه (۱۶) به صورت زیر تعیین میگردد:

 $\widehat{\vec{\beta}} = \left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}} \mathbf{X} \right)^{-1} \mathbf{X}^{\mathrm{T}} \vec{\mathbf{y}}$ (17)

با توجه به شکل ۲ منحنی درجه دوم $y = β_0 + β_1 x + β_2 x^2$ برای برازش جابجاییهای استاتیکی مناسب میباشد. برنامه کد نویسی شده در محیط نرم افزار MATLAB جهت برازش منحنی درجه دوم از جابجاییهای استاتیکی برای حالتهای سالم و معیوب نوشته شده و ضرایب تخمینی β_i در جدول ۳ محاسبه شده است. تفاوت در ضرایب تخمینی منحنیهای برازشی درجه دوم حالت سالم و هر یک از حالتهای معیوب، وجود خرابی در طول تیر را تائید مینماید.

جدول ۳: ضرایب تخمینی β _i منحنی برازشی درجه دوم					
حالت خرابى				1	
D4	D3	D1	حالت سالم	صرايب	
۰/۳۱۰۰۵	•/۲۹۷۲۸	•/۲۸۳۵۴	•/٣٩٨١٢	β_0	
$-\Delta/\Upsilon V \Delta \Delta \Upsilon$	$-\Delta/TT\Delta Tq$	-0/11080	-۵/• ۲ ۹۱•	β_1	
١/٣١٨٨٨	١/٣٠٨٠٣	1/78•87	١/٢۶٩٧٨	β_2	



نشریه علمی - پژوهشی مهندسی سازه و ساخت، دوره ۸، شماره ۹، سال ۱۴۰۰، صفحه ۱۶۶ تا ۱۸۳

(17)

 (1λ)

در شکل ۳ منحنیهای جابجاییهای استاتیکی واقعی و درجه دوم برازشی حاصل از رگرسیون برای حالت سالم تیر فولادی نشان داده شده است که نشاندهنده دقت بالای برازش جابجاییهای استاتیکی توسط منحنی درجه دوم مبتنی بر رگرسیون میباشد.

۲-۲- تغییرات فرکانسهای طبیعی

معادله ارتعاش آزاد یک سیستم سازهای یک درجه آزادی بدون میرایی را میتوان با استفاده از تعادل نیروها با رابطه (۱۷) به صورت زیر بیان نمود:

$$m\ddot{u}(t)+ku(t)=0$$

که در آن k سختی و m جرم میباشد. معادله مشخصه رابطه (۱۷) همواره دو ریشه مزدوج مختلط دارد (زیرا سختی و جرم هر دو مثبت هستند)؛ بنابراین، پاسخ عمومی آن را میتوان به صورت ترکیبی از توابع سینوسی و کسینوسی با رابطه (۱۸) به صورت زیر نوشت:

$$\mathbf{u}(\mathbf{t}) = \mathbf{c}_1 \cos \omega \mathbf{t} + \mathbf{c}_2 \sin \omega \mathbf{t}$$

که در آن، $\sqrt{k/m} = 0$ فرکانس طبیعی نامیده میشود. به وضوح در اثر خرابیهای چون ترک و کاهش مدول الاستیسیته مصالح، سختی کاهش مییابد (جرم آنچنان تغییری نمیکند)؛ بنابراین، انتظار میرود در اثر خرابیهای به وجود آمده، تفاوت در مقادیر فرکانسهای اولیه (حالت سالم) با فرکانسهای ثانویه (حالتهای معیوب) مودهای مختلف نا صفر باشد. همین موضوع برای سیستمهای سازهای چند درجه آزادی نیز برقرار است. معادله مشخصه یک سیستم چند درجه آزادی بدون میرایی در رابطه (۱۹) آورده شده است که از حل آن میتوان فرکانسهای مودهای مختلف را محاسبه نمود.

$$\det\left(\mathbf{K}-\omega^{2}\mathbf{M}\right)=0$$
(19)

در رابطه بالا، M و K به ترتیب ماتریسهای جرم و سختی میباشند.

به منظور پاسخ به مسئله وجود خرابی در تیر فولادی با استفاده از تغییرات به وجود آمده در مقادیر فرکانسها، تیر فولادی بدون در نظر گرفتن اثرات بارگذاری مورد تحلیل فرکانسی واقع شده است. در شکل ۴ چهار شکل مود اول حالت سالم و در جدول ۴ مقادیر فرکانسهای طبیعی چهار مود اول حالت سالم و هر یک از حالتهای خرابی آورده شده است.



جدول ۴: مقادیر فرکانسهای طبیعی چهار مود اول حالتهای سالم و معیوب					
حالت خرابي			- 11 - 11-	. . 1 *	
D3	D2	D1	حالت سالم	سماره مود	
44/440	44/118	40/•12	۴۵/۳۱۴	١	
189/40	141/•€	171/19	1 Y Y / A 1	٢	
308/89	۳۵۸/۶۰	36./18	۳۶۲/۸۵	٣	
۵۸۹/۳۰	۵۹۱/۲۱	597/V1	594/8V	۴	

تفاوت در مقادیر فرکانسهای حالت سالم و هر یک از حالتهای خرابی، وجود خرابی در طول تیر را تائید مینماید. در شکل ۵ نمودار درصد اختلاف فرکانسهای طبیعی حالت سالم و هر یک از حالتهای خرابی نشان داده شده است. مشاهده میگردد که با افزایش تعداد خرابیها درصد اختلاف فرکانسها افزایش یافته است.



شکل ۵: نمودار درصد اختلاف فرکانسهای طبیعی سالم و معیوب

۴- شناسایی خرابی

جهت شناسایی نواحی خرابی در طول تیر، تفاضل جابجاییهای استاتیکی و همچنین، شکل مودهای نمونههای سالم و معیوب درونیابی شده توسط تبدیلات موجک پیوسته و گسسته مورد تحلیل واقع شدهاند. در زیر گامهای الگوریتم شناسایی خرابی تشریح شده است.

گام ۱: فراخوانی جابجاییهای استاتیکی و شکل مودهای حالتهای سالم و معیوب به محیط نرم افزار MATLAB؛

U = xlsread ('undamaged signal.xlsx'); D = xlsread ('damaged signal.xlsx');

گام ۲: درون یابی اسپلاین مکعبی⁶ (CSI) جابجاییها و شکل مودها؛

 $\begin{aligned} x &= \text{linspace } (0, \text{ L}, \text{ numel } (\text{U} (:)); & \% \text{ L} = \text{Length of beam} \\ \text{Interpolation = 'spline';} \\ n1 &= 2*\text{numel } (x (:)); \\ xi &= \text{linspace } (0, \text{ L}, n1); \\ \text{Ui} &= \text{interp1}(x, \text{ U}, xi, \text{Interpolation}); \\ \text{Di} &= \text{interp1}(x, \text{ D}, xi, \text{Interpolation}); \end{aligned}$

⁶ Cubic Spline Interpolation (CSI)

گام ۳: محاسبه تفاضل جابجاییهای استاتیکی و همچنین، تفاضل شکل مودهای i ام حالت سالم و هر یک از حالتهای معیوب؛ Signal = Ui-Di; گام ۴: اعمال تبدیلات موجک پیوسته و گسسته به گام ۳ و استخراج ضرایب حاصل از جزئیات تحلیلهای موجک؛ c = cwt (Signal, Scale, 'wname'); % wname = wavelet name cD] = dwt (Signal, 'wname'); % cD = Details [cA **گام ۵**: درونیابی اسپلاین مکعبی ضرایب موجک و توزیع ضرایب در طول تیر (شناسایی ناحیه خرابی). xx = linspace (0, L, numel (cD (:)));n2 = 2*numel (xi (:)); n3 = 2*numel (xx (:));xii = linspace (0, L, n2); xxi = linspace (0, L, n3);ci = interp1 (xi, c, xii, Interpolation); cDi = interp1 (xx, cD, xxi, Interpolation); figure; plot (xii, ci) figure; plot (xxi, cDi) لازم به ذکر می باشد که در بررسی های انجام شده با نوع پیوسته تبدیل موجک، ضریب مقیاس a برابر ۲ در نظر گرفته شده است.

همچنین، بررسیها با توابع موجک ارتوگونال (توابع موجک خانوادههای Symlets ،Daubechies و Symlets و Coiflets و Coiflets و rbio3. (Coiflets و sym(3-20) و بیورتوگونال rbio را در شناسایی است. نتایج موفقیت توابع موجک (db(3-10)، db(3-10)، coif(3-5, 7, 9)، coif(3-5, 7, 9) در تحلیلهای موجک پیوسته و گسسته تفاضل جابجاییهای نواحی خرابی نشان میدهند که در ادامه تنها نتایج مربوط به تابع coif5 در تحلیلهای موجک پیوسته و گسسته تفاضل جابجاییهای استاتیکی و تحلیل موجک پیوسته و گسسته تفاضل مودها حاصل استاتیکی و تحلیل موجک پیوسته و گسسته تفاضل جابجاییهای استاتیکی و تحلیل موجک پیوسته و گسسته تفاضل مودها حاصل استاتیکی و تحلیل موجک پیوسته تفاضل شکل مودها آورده شده است. همچنین، نتایج تبدیل موجک گسسته تفاضل شکل مودها حاصل از تابع تحلیلی dbb ارائه شده است. (توابع موجک تحلیلی coif و db عملکرد شناسایی مناسبتری دارند.)

۴-۱- شناسایی خرابی مبتنی بر تحلیل موجک تفاضل جابجاییهای استاتیکی

در شکلهای ۶ و ۷ به ترتیب نتایج تحلیل موجک پیوسته و گسسته مربوط به تابع coif5 آورده شده است. مشاهده میگردد که در موقعیتهای خرابی حالتهای D2، D1 و D3 اغتشاشات و پرش در ضرایب موجک چشمگیر میباشد؛ به طوری که با چشمپوشی از اغتشاشات ابتدا و انتهای طول تیر، محل خرابیها به خوبی شناسایی شده است.



شكل ۶: نتايج تحليل موجك پيوسته تفاضل جابجايىهاى استاتيكى؛ (آ) D1، (ب) D2 (ج) D3



شكل Y: نتايج تحليل موجك گسسته تفاضل جابجايىهاى استاتيكى؛ (آ) D1 (ب) D2 (ج) D3 (ج)

با توجه به شکلهای ۶ و ۷ مشاهده میگردد که حساسیت ضرایب موجک در محل هر یک از خرابیها مستقل از حساسیت ضرایب موجک، محل خرابیها نسبت به استفاده از فرم گسسته ضرایب موجک، محل خرابیها نسبت به استفاده از فرم گسسته تبدیل موجک، محل خرابیها نسبت به استفاده از فرم گسسته تبدیل موجک با حساسیت بیشتری (با حساسیت تقریباً ۲۰ برابر) شناسایی شده است.

۲-۴- شناسایی خرابی مبتنی بر تحلیل موجک پیوسته تفاضل شکل مودها

در شکلهای ۸ تا ۱۱ به ترتیب نتایج تحلیلی تبدیل موجک پیوسته مودهای اول تا چهارم حالتهای خرابی D1 و D2 و D3 با تابع موجک coif5 آورده شده است. مشاهده می گردد در هر چهار مود بررسی شده اغتشاشات و پرش در ضرایب موجک در محل وقوع خرابیها (به علت تغییر ناگهانی مدول الاستیسیته فولاد در مرز نواحی سالم و آسیب دیده) و دو انتهای طول تیر (به دلیل قطع ناگهانی سیگنال تفاضل شکل مودها) چشم گیر می باشد، به طوری که با چشم پوشی از اغتشاشات ابتدا و انتهای طول تیر، محل خرابیها با دقت بالایی شناسایی شده است. همچنین، مشاهده می گردد که حساسیت ضرایب موجک در محل یک خرابی مستقل از حساسیت ضرایب موجک در محلهای دیگر خرابی است.



شکل ۸: نتایج تحلیل موجک پیوسته تفاضل شکلهای مود اول؛ (آ) D1، (ب) D2 (ج) D3 (ج)







شكل 11: نتايج تحليل موجك پيوسته تفاضل شكلهاى مود چهارم؛ (آ) D1 (ب) D2 (ج) D3

۴–۳- شناسایی خرابی مبتنی بر تحلیل موجک گسسته تفاضل شکل مودها

در شکلهای ۱۲ تا ۱۵ به ترتیب نتایج حاصل از جزئیات تحلیل موجک گسسته تفاضل شکلهای مودهای اول تا چهارم توسط تابع db8 آورده شده است. مشاهده می گردد که الگوریتم شناسایی خرابی در هر چهار مود بررسی شده اغتشاشات و پرش در ضرایب موجک را در دو انتهای تیر و محل هر یک از خرابیها (با حساسیت ضرایب موجک مستقل از سایر محلهای خرابی) قابل توجه نموده است. چشم گیر بودن اغتشاشات ضرایب موجک دو انتهای طول تیر به دلیل قطع ناگهانی سیگنال تفاضل شکل مودها و در محل هر یک از خرابیها به دلیل تغییر ناگهانی خصوصیات مصالح (مدول الاستیسیته) اتفاق افتاده است.



۵- بررسی عیبیابی با شدتهای مختلف خرابی

تحلیل موجک سناریوهای خرابی بررسی شده نشان داد که حساسیت ضرایب موجک در محل هر یک از خرابیها مستقل از دیگر محلهای خرابی میباشد. به منظور بررسیهای بیشتر، به شناسایی محل خرابی سناریوی D1 با شدتهای خرابی ۲۰، ۳۰ و ۴۰ درصد توسط تحلیل تبدیل موجک پیوسته تفاضل شکل مودهای سالم و معیوب در مود اول پرداخته شد. در شکل ۱۶ نتایج تحلیل نشان میدهد که با افزایش شدت خرابی، حساسیت ضرایب موجک در محل وقوع خرابی افزایش مییابد. نیز، محل وقوع مینیمهها و ماکزیمههای ضرایب موجک در محل خرابی با شدتهای مزبور با خطای بسیار ناچیزی (خطای تقریباً صفر) بر هم منطبق میباشد.



شکل ۱۶: نتایج تحلیل موجک پیوسته تفاضل شکلهای سالم و معیوب مود اول سناریوی خرابی D1 با شدتهای خرابی (آ) ۲۰٪؛ (ب) ۳۰٪؛ (ج) ۴۰٪

نیز، بررسیها با شدتهای خرابی ۲۰، ۳۰ و ۴۰ درصد در موقعیت خرابی اول با فرض شدت خرابی ثابت ۲۵ درصد در موقعیت خرابی دوم برای سناریوی خرابی D2 انجام شده و نتایج در شکل ۱۷ گزارش شده است. مشاهده میگردد که حساسیت ضرایب موجک در محل خرابی دوم مستقل از محل خرابی اول با شدتهای مختلف خرابی میباشد.



شکل ۱۷: نتایج تحلیل موجک پیوسته مود اول سناریوی خرابی D2 با شدتهای خرابی ثابت در موقعیت ۲ و (آ) ۲۰٪؛ (ب) ۳۰٪؛ (ج) ۴۰٪ در موقعیت ۱

۶- ارزیابی تغییر مقطع تیر بر قابلیت عیبیابی الگوریتمهای تبدیل موجک

به منظور بررسی اثر مقطع بر قابلیت عیبیابی الگوریتمهای تبدیل موجک، تیر فولادی شکل ۲ با مقاطع مربعی و دایرهای به ترتیب به طول ضلع ۲۵ و طول قطر ۲۰ سانتیمتر با سناریوی خرابی D1 (مطابق با جدول ۱) در محیط نرم افزار ABAQUS مورد تحلیل فرکانسی واقع گردید. نتایج بررسیهای انجام شده مود اول توسط الگوریتمهای تبدیل موجک در شکلهای ۱۸ و ۱۹ نشان میدهد که با تغییر مقطع تیر از IPE220 به مقاطع مربعی و دایرهای، همچنان محل خرابی مورد نظر با موفقیت شناسایی میگردد؛ به عبارتی، عیبیابی در تیرهای فولادی توسط الگوریتمهای تبدیل موجک ارائه شده با هر مقطعی نتایج موفقی ارائه میدهد.



شکل ۱۸: نتایج تحلیل موجک پیوسته تفاضل شکلهای سالم و معیوب مود اول تیر با سناریوی خرابی D1 و مقطع (آ) مربعی؛ (ب) دایرهای



شکل ۱۹: نتایج تحلیل موجک گسسته تفاضل شکلهای سالم و معیوب مود اول تیر با سناریوی خرابی D1 و مقطع (آ) مربعی؛ (ب) دایرهای

۷- ارزیابی محل اثر بار استاتیکی بر قابلیت عیبیابی الگوریتمهای تبدیل موجک

به منظور بررسی اثر محل بارگذاری بر قابلیت عیبیابی الگوریتمهای تبدیل موجک، تیر فولادی شکل ۲ با مقطع IPE220 تحت بارگذاری متمرکز ۲۰ کیلو نیوتن در فاصله ۲/۹۵ متری از تکیهگاه سمت چپ (شکل ۲۰) مورد تحلیل استاتیکی واقع شده و جابجاییهای استاتیکی سالم و معیوب D1 استخراج گردیده است.



شکل ۲۰: نمایش تیر فولادی با شرایط تکیهگاهی و نحوه بارگذاری

تفاضل جابجاییهای استاتیکی سالم و معیوب D1 با استفاده از الگوریتمهای تبدیل موجک تحلیل شدهاند. نتایج نشان میدهد که عیبیابی توسط الگوریتمهای مزبور متأثر از محل اثر بار استاتیکی نمیباشد و همچنان، محل خرابی با موفقیت شناسایی میگردد (شکل ۲۱).



شکل ۲۱: نتایج تحلیل موجک (آ) پیوسته، (ب) گسسته تفاضل جابجاییهای استاتیکی سالم و معیوب تیر با سناریوی خرابی D1

۸- جمع بندی و نتیجه گیری

آسیبهای به وجود آمده در سازهها میتوانند خسارتهای جانی و مالی فراوانی را بر جای گذارند، از اینرو تحقیقات در حوزه سلامت سازهها و تشخیص خرابی در آنها ضروری و دارای اهمیت است. با توجه به محدودیتهای روشهای سنتی عیبیابی نظیر بازرسیهای چشمی، بازرسی آلتروسنیک و رادیوگرافی، روشهای عیبیابی بر مبنای تحلیل پاسخهای استاتیکی و دینامیکی شکل گرفتهاند. در این مقاله موضوع شناسایی خرابی در عضو سازهای تیر فولادی به عنوان یکی از مهمترین اعضای سازههای ساختمانی، پلها و ماشینآلات صنعتی مورد بررسی واقع گردید. بررسی تغییرات ضرایب منحنی برازشی جابجاییهای استاتیکی و تغییرات در مقادیر فرکانسهای طبیعی حالتهای سالم و معیوب، وجود خرابی در طول تیر را تائید مینماید. به منظور شناسایی موقعیتهای مختلف خرابی، تفاضل جابجاییهای استاتیکی و همچنین، شکلهای مود i ام حالتهای سالم و معیوب با استفاده از تبدیلات موجک پیوسته و گسسته مورد تحلیل واقع شده و نتایج به صورت زیر حاصل گردیده است:

۱- اغتشاشات ضرایب موجک در دو انتهای طول تیر (به دلیل قطع ناگهانی سیگنال) و همچنین، در محلهای مختلف خرابی (به دلیل تغییر ناگهانی خصوصیات مصالح) چشم گیر میباشند، به طوری که موقعیت خرابیها با چشم پوشی از اغتشاشات ابتدا و انتهای طول تیر با دقت بالایی شناسایی می گردد.

۲- با افزایش شدت خرابی یک محل، حساسیت ضرایب موجک آن محل در یک موقعیت ثابت افزایش مییابد.

۳- حساسیت ضرایب موجک هر یک از محلهای خرابی مستقل از حساسیت ضرایب موجک سایر محلهای خرابی با شدتهای مختلف است.

۴- الگوریتمهای تبدیل موجک در هر دو نوع پیوسته و گسسته مبتنی بر تحلیل پاسخهای استاتیکی و دینامیکی، نتایج عیبیابی موفقی را ارائه مینمایند.

۵- با تغییر مقطع تیر فولادی از IPE220 به مقاطع مربعی و دایرهای، الگوریتمهای تبدیل موجک همچنان نتایج عیبیابی موفقی را ارائه مینمایند؛ به عبارتی، عیبیابی توسط الگوریتمهای تبدیل موجک متأثر از مقطع تیر فولادی نمیباشند.

۶- عیبیابی توسط الگوریتمهای تبدیل موجک مبتنی بر تحلیل پاسخهای استاتیکی متأثر از محل اثر بار استاتیکی نمیباشد و با تغییر محل اثر بار، همچنان نتایج آشکارسازی موفقی حاصل میگردد.

مراجع

- [1] Wang, Q., Deng, X. (1999). Damage detection with spatial wavelets. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 36, pp. 3443-3468.
- [2] Douka, E., Loutridis, S., Trochidis, A. (2002). Crack identification in plates using wavelet analysis. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 270, pp. 279-295.
- [3] Loutridis, S., Douka, E., Hadjileontiadis, L. J., Trochidis, A. (2005). A two-dimensional wavelet transform for detection of cracks in plates. *Engineering Structures*, Vol. 27, pp. 1327-1338.
- [4] Gokdag, H., Kopmaz, O. (2009). A new damage detection approach for beam-type structures based on the combination of continuous and discrete wavelet transforms. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 324, pp. 1158–1180.
- [5] Ghodrati-Amiri, G., Bagheri, A., Seyed Razzaghi, S.A., Asadi, A. (2010). Structural damage detection in plate using wavelet transform. *Challeges, Opportunities and Solution in Structural Engineering and Construction*-Ghafoori (Ed).
- [6] Ruckha, M. (2011). Damage detection in beam using wavelet transform on higher vibration modes. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 49, pp. 399–417.
- [7] Liu, X., Leimbach, K. R., Hartmann, D., and Hoffer, R. (2012). Signal analysis using wavelets for structural damage detection applied to wind energy converters. 14th International Conference on Computing in Civil and Building Engineering.
- [8] Bagheri, A., Kourehli, S. (2013). Damage Detection of structures under earthquake excitation using discrete wavelet analysis. *Asian Journal of Civil Engineering (BHRC)*, Vol. 14, pp. 289-304.
- [9] Patel, S., Chourasia, A., Panigrahi, S., Parashar, J., Parvez, N., and Kumar, M. (2016). Damage identification of RC structures using wavelet transformation. *Proceedia Engineering*, Vol. 144, pp. 336-342.
- [10] Rahami, H., Amini Tehrani, H., Akhavat, M., and Ghodrati Amiri, G. (2016). Damage detection in offshore fixed platforms using concepts of energy entropy in wavelet packet transform. *Amirkabir Journal of Civil and Environmental Engineering*, 48(3), pp. 241-248.
- [11] Amoozadeh, A., Fadavi Amiri, M., Zare Hosseinzadeh, A., and Ghodrati Amiri, G. (2016). Processing of structural responses via wavelet transform for detecting damage under earthquake excitation. *Modares Civil Engineering Journal*, 16(20), pp. 103-117.
- [12] Ashory, M.R., Ghasemi-Ghalebahman, A., and Kokabi, M.J. (2017). Damage identification in composite laminates using a hybrid method with wavelet transform and finite element model updating. *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 232. pp. 815-827.
- [13] Rezayfar, O., Younesi, A., Gholhaki, M., and Esfandiari, A. (2018). Debbonding damage detection in concrete filled tube columns by experimental modal data. *Journal of Structural and Construction Engineering*, [online], DOI: 10.22065/JSCE.2018.117020.1444.
- [14] Wang, S., Li, J., Luo, H., Zhu, H. (2019). Damage identification in underground tunnel structures with wavelet based residual force vector. *Journal of Engineering Structures*, Vol. 178, pp. 506-520.
- [15] Khanahmadi, M., Rezayfar, O., Gholhaki, M. (2019). Damage detection in steel plates based on comparing analytical results of the discrete 2-D wavelet transform of primary and secondary modes shape, *Journal of Structural and Construction Engineering*, [online], DOI: 10.22065/JSCE.2019.174347.1799.
- [16] Khanahmadi, M., Rezayfar, O., Gholhaki, M. (2019). Damage detection of prefabricated walls (panel 3D plates) based on wavelet transform detection algorithm. *Journal of Structural and Construction Engineering*, [online], DOI: 10.22065/JSCE.2019.197470.1923.
- [17] Benedetto, J. J., Frazier, M. N. (1994). Wavelets: Mathematics and applications. CRC Press, Boca Raton.
- [18] Mertins, A. (1992). Signal Analysis: Wavelets, Filter Banks, Time-Frequency Transforms and Applications. Publisher: Wiley; Revised Edition (February 24, 1999).
- [19] MATLAB Reference Guide, the Math Works, Ince., 2010b.
- [20] Bagheri, A., Kourehli, S. (2013). Damage detection of structures under earthquake excitation using discrete wavelet analysis. *Asian Journal of civil engineering (BHRC)*, 14(2), pp. 289-304.
- [21] Gergonne, J. D. (1815). The application of the method of least squares to the interpolatin of sequences. *Historia Mathematica*, 1(4), pp. 439-447, DOI: 10.1016/0315-0860(74)90034-2.
- [22] Stigler, S. M. (1974). Gergonne's 1815 paper on the design and analysis of polynomial regression experimens. *Historia Mathematica*, 1(4), pp. 431-439, DOI: 10.1016/0315-0860(74)90033-0.