

## Developing the Application of Strain Energy Spectrum in the Health Monitoring of Steel Resistance Frame Structures

Gholamreza Nouri\*, Mohammad Shahrabi, S.H. Lavasani

Faculty of Engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran

### ABSTRACT

Structures are subjected to different kinds of loads during their lifetime, such as those caused by daily temperature swings, traffic loads, abrasion and severe loads like earthquake. The occurrence of damage in building structures, oil platforms, and generally all structural systems is inevitable. Different kinds of failure in various engineering structures have been observed so far, which have incurred massive financial losses and serious casualties. Most of such damages could be identified with structural condition assessment, and therefore crack propagation in and total collapse of the structure can be prevented by taking rehabilitation measures. The fact that in seismic prone regions where the occurrence of minor and local damages could lead to the total collapse of the structure increases the importance of structural health monitoring substantially. Hence, determining the damages in structures in order to monitor structural health, increase the safety of the structure, and determining the current condition of the structure seems vital. In this research, spectral strain energy is considered as an index for determining the location of the damage. By making a comparison between the spectral strain energy of healthy structure and damaged structure, damaged elements can be identified. In addition, the capability of the aforementioned method in the linear and nonlinear regimes will be assessed. To demonstrate the efficiency of the adopted procedure, numerical examples are provided whose results indicate precision and suitable performance of the proposed method in identifying damages in structures.

### ARTICLE INFO

**Receive Date:** 09 May 2019  
**Revise Date:** 11 July 2019  
**Accept Date:** 27 August 2019

### Keywords:

Damage detection;  
Structural health monitoring;  
Spectral strain energy;  
Moment resistance frame;  
Damaged element

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: 10.22065/JSCE.2019.185026.1857

\*Corresponding author: Gholamreza Nouri  
Email address: r.nouri@khu.ac.ir

## توسعه کاربرد طیف انرژی کرنشی در پایش سلامت سازه‌های با سیستم قاب خمشی غلامرضا نوری<sup>۱\*</sup>، محمد شهبازی<sup>۲</sup>، سید حسین حسینی لواسانی<sup>۱</sup>

۱- استادیار دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

۲- کارشناسی ارشد مهندسی عمران، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

### چکیده

سازه‌ها در طول عمر تحت اثر بارهای معمول مختلفی همانند بار ناشی از تغییر درجه حرارت، ترافیک، خوردگی و بارهای شدید مانند بار لرزه‌ای قرار می‌گیرند. وقوع خرابی در ساختمان‌ها، پل‌ها، سکوه‌های نفتی و به‌طور کلی تمام سیستم‌های سازه‌ای در طول عمر سازه امری اجتناب‌ناپذیر است. تاکنون نمونه‌های بسیاری از انواع خرابی‌ها در سازه‌های مختلف مهندسی به ثبت رسیده که در پی وقوع آن‌ها، خسارات جانی و مالی فراوانی به بار آمده است. بیشتر چنین خرابی‌هایی را می‌توان با بررسی‌های اولیه از وضعیت موجود سازه‌ها، اصلاح و ترمیم نمود و بدین ترتیب از گسترش خرابی در سازه‌ها و فروریختن ساختمان‌ها جلوگیری کرد. این موضوع در مناطق زلزله‌خیز که خرابی‌های موضعی در المان‌های سازه‌ها می‌توانند منشأ خرابی‌های کلی باشند اهمیت موضوع پایش سلامتی سازه‌ها را دوچندان می‌نماید. بنابراین تعیین خرابی در سیستم‌های سازه‌ای و اجزای آن برای پایش سلامتی سازه‌ها و افزایش ایمنی و اطمینان از وضعیت موجود سازه‌ها امری مهم و ضروری است. در روش پیشنهادی، انرژی کرنشی طیفی به‌عنوان یک شاخص برای تشخیص موقعیت آسیب بکار گرفته شد. با محاسبه انرژی کرنشی طیفی برای حالت سازه آسیب‌دیده نسبت به سازه سالم، اعضای آسیب‌دیده نمایان می‌گردند. بدین منظور برای سازه با سیستم قاب خمشی تحت سناریوهای مختلف خرابی تحلیل دینامیکی سازه در دو حالت خطی و غیر خطی انجام و توانایی روش مبتنی بر انرژی کرنشی طیفی در تشخیص محل آسیب مورد بررسی قرار گرفت. نتایج به‌دست آمده بیانگر دقت و عملکرد مناسب روش پیشنهادی برای شناسایی خرابی در سازه‌ها است.

کلمات کلیدی: خرابی، پایش سلامت سازه، انرژی کرنشی طیفی، قاب خمشی، خرابی المان

شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:				
doi:	10.22065/JSCE.2019.185026.1857	چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
	https://dx.doi.org/10.22065/jsce.2019.185026.1857	۱۴۰۰/۰۴/۳۰	۱۳۹۸/۰۶/۰۵	۱۳۹۸/۰۶/۰۵	۱۳۹۸/۰۴/۲۰	۱۳۹۸/۰۲/۱۹
				*نویسنده مسئول:		غلامرضا نوری
				پست الکترونیکی:		r.nouri@khu.ac.ir

## ۱- مقدمه

سازه‌ها صرف‌نظر از نوع کاربری‌شان اعم از دریایی، هوایی، عمرانی، مکانیکی و... برای عملکرد در دوره‌های زمانی طولانی طراحی می‌شود و وقوع خرابی به‌صورت موضعی و یا کلی در عمر سازه اجتناب‌ناپذیر است. این مسئله در مورد سازه‌های عظیمی مانند پل‌ها، کشتی‌ها، سکوه‌های دریایی و... که تحت بارگذاری‌های اتفاقی قرار می‌گیرند، بیشتر حساسیت‌زا است. بنابراین نیاز جدی به پایش وضعیت سازه‌ها احساس می‌شود. پایش وضعیت سازه‌ها فرآیند چندمرحله‌ای است و از جنبه‌های مختلفی حائز اهمیت است. آسیب‌های سازه‌ای سبب تغییرات نامطلوب در کارایی سازه می‌شوند. خرابی‌ها ممکن است همانند گسیختگی یک المان در اثر بارگذاری زلزله به‌طور ناگهانی رخ دهند، یا از نوع رشد آسیب و به‌صورت پیش‌رونده مانند کاهش سختی و مقاومت در اثر رشد ترک باشند.

به طور معمول زمانی که سازه دچار آسیب می‌شود سختی سازه کاهش پیدا کرده، درحالی‌که جرم سازه ثابت باقی می‌ماند. به دلیل کاهش سختی در اثر بارهای اعمال‌شده، تغییر مکان‌ها در نقاط مختلف سازه افزایش می‌یابند. از طرف دیگر تغییر در سختی و شکل‌پذیری سازه، باعث تغییر در مشخصات دینامیکی از جمله فرکانس‌های طبیعی و اشکال مودی می‌گردد. به‌طور کلی برای پایش سلامت سازه از تغییرات به وجود آمده در پارامترهای دینامیکی سازه نظیر فرکانس طبیعی [۱،۲]، شکل‌های مودی [۳،۴]، شکل مود انحنای [۵،۶،۷]، انرژی کرنشی مودال [۸،۹،۱۰] که تابعی از ویژگی‌های سازه (جرم، میرایی و سختی) می‌باشند، استفاده می‌گردد. در سال‌های اخیر بر اساس این تغییرات، روش‌هایی جهت شناسایی آسیب در سازه‌ها پیشنهاد گردیده و در تعدادی از این تحقیقات، احتمال شناسایی موقعیت و اندازه آسیب بررسی شده است. به‌طور کلی طبقه‌بندی شناسایی آسیب در سازه‌ها در چهار سطح تعریف می‌شود: (۱) بررسی اینکه آیا در حال حاضر، آسیب در سازه رخ داده است. (۲) در صورت وجود آسیب، موقعیت هندسی آسیب تعیین شود. (۳) شدت آسیب تعیین گردد. (۴) عمر باقیمانده سازه پیش‌بینی شود [۱۱]. استابز و همکاران (۱۹۹۲، ۱۹۹۵) با استفاده از انرژی کرنشی مودال به تشخیص محل آسیب پرداختند و سپس یک الگوریتم معین برای پیش‌بینی شدت خرابی ارائه کردند. آن‌ها در این مقاله‌ها به کارایی و نیرومندی یک الگوریتم تشخیص آسیب برای سکوه‌های دریایی پرداخته‌اند [۱۲، ۱۳]. دوبلینگ و همکاران (۱۹۹۷) اثر انتخاب مود بر روی محل آسیب و میزان شدت آن را با استفاده از یک طرح پالایش اجزای محدود بررسی کردند. آن‌ها یک روش برای انتخاب مود بر اساس محتوای انرژی کرنشی مودال ارائه کردند و نشان دادند که استراتژی انتخاب مود بر اساس حداکثر انرژی کرنشی مودال نتایج دقیق‌تری نسبت به یک استراتژی مبتنی بر حداقل فرکانس دارد [۱۴]. شی و همکاران (۱۹۹۸)، روشی با استفاده از معرفی مفهوم انرژی کرنشی مودال المان (EMSE) ارائه دادند. پس از خرابی، EMSE در المان‌های سالم سازه، به میزان کمی تغییر می‌نماید ولی در المان‌های آسیب‌دیده، میزان تغییر این پارامتر زیاد است [۱۰، ۱۵، ۱۶]. لاو و همکاران (۱۹۹۸)، نسبت به ارائه یک روش تشخیص آسیب با استفاده از انرژی کرنشی مودال به‌عنوان خارج‌قسمت انرژی المانی اقدام نمودند [۱۷]. کرنل و همکاران (۱۹۹۹) از انرژی کرنشی برای تشخیص محل آسیب در ورق و تیر استفاده کردند. آن‌ها مزیت این روش را عدم نیاز به اشکال مودی نرمال شده می‌دانند. این روش توانایی تشخیص محل آسیب کمتر از ۱۰ درصد را نیز دارد [۱۸]. کیم و استابز (۲۰۰۲) در یک روش از انرژی کرنشی مودال بهبودیافته (IMSE) برای تشخیص آسیب در سازه سکوه‌های دریایی بر اساس روش انرژی کرنشی مودال قدیمی استفاده کردند. مهم‌ترین تفاوت با روش قدیمی استفاده از فرکانس‌های مودال بود. برای نشان دادن تأثیر و کارایی روش پیشنهادی، دو مطالعه عددی و آزمایشگاهی برای حالات آسیب‌های مختلف انجام شد. نتایج حاکی از کارایی روش در تشخیص محل آسیب، زمانی که داده‌های مودال محدودی در دسترس است، است. مطالعات تطبیقی نشان داد که شاخص IMSE عملکرد بهتری نسبت به شاخص استابز و به نمایش گذاشته است [۱۹]. یانگ و همکاران (۲۰۰۳) از انرژی کرنشی مودال المان‌ها برای تشخیص محل آسیب سازه استفاده کردند. آن‌ها در این روش انرژی کرنشی مودال را به دو قسمت تجزیه کرده و دو شاخص آسیب برای تشخیص محل آسیب معرفی کردند. این شاخص‌ها نسبت انرژی کرنشی مودال فشاری و نسبت انرژی کرنشی مودال خمشی می‌باشند. آن‌ها حالت‌های مختلف آسیب برای یک سکوی دریایی را شبیه‌سازی کرده و کارایی روش فوق را نشان داده‌اند. با توجه به نتایج، روش برای تشخیص محل آسیب سازه مؤثر و دقیق بوده است [۲۰]. لی و همکاران (۲۰۰۶) روش تجزیه انرژی کرنشی مودال را برای تشخیص محل آسیب ارائه کردند. این روش قادر به تشخیص محل آسیب در قاب‌های سه‌بعدی است. آن‌ها به تجزیه انرژی کرنشی مودال در هر یک از اعضای سازه‌ای به دو قسمت، یکی در ارتباط با مختصات محوری عضو و از سوی دیگر با مختصات عرضی آن پرداختند. دو

شاخص آسیب برای انجام تجزیه و تحلیل محل آسیب در هر عضو محاسبه می‌شود. پیاده‌سازی این روش تنها نیاز به تعداد کمی از اشکال مودی از هر دو حالت آسیب‌دیده و سالم دارد. مطالعات عددی روی سازه یک قاب پنج طبقه سه‌بعدی و همچنین یک سکو دریایی بر اساس داده‌های مصنوعی تولیدشده از مدل‌های اجزای محدود انجام شده است [۹]. بایسا و هریس (۲۰۰۷) با استفاده از انرژی کرنشی طیفی شاخصی را معرفی کردند که توانست محل آسیب را تشخیص دهد. این روش روی یک ورق و یک تیر مورد آزمایش قرار گرفته شد. نتایج به‌دست‌آمده توانمندی این روش را نشان داده است. حساسیت و عملکرد روش پیشنهادی به تغییر در خواص سازه‌ای تحت مقایسه با نتایج حاصل از روش‌های دیگر ارائه شده، یعنی فرکانس‌های طبیعی و انرژی کرنشی مودال بررسی شده است. نتایج حاصل به‌وضوح عملکرد قابل‌توجه این روش نسبت به روش‌های موجود را نشان می‌دهد [۲۱]. هو و همکاران (۲۰۰۶) و هو و ونگ (۲۰۰۶) روشی را بر مبنای انرژی کرنشی مودال برای تشخیص ترک سطحی در ورقه‌های کامپوزیت ارائه کردند. آن‌ها آسیب را به‌صورت یک ترک سطحی در یک طرف از صفحه با استفاده از یک دستگاه برش لیزر ایجاد کردند. آن‌ها تحلیل مودال را برای هر دو مدل آزمایشگاهی و اجزای محدود انجام دادند. در نتیجه، انرژی کرنشی مودال ورق‌ها را قبل و بعد از آسیب برای تعریف یک شاخص آسیب جهت تشخیص محل ترک سطحی استفاده کردند. آن‌ها این روش را بر داده‌های یک پل آسیب‌دیده اعمال کردند و با چندین روش دیگر مقایسه نمودند [۲۲، ۲۳]. ونگ و همکاران (۲۰۱۰) از انرژی کرنشی مودال به‌عنوان یک پارامتر برای تشخیص آسیب پل‌های خرابی استفاده کردند. آن‌ها روش ارائه شده را شبیه‌سازی و با سایر روش‌ها مقایسه کرده‌اند. نتایج نشان دادند که با استفاده از این روش، انرژی کرنشی مودال می‌تواند نتایج قابل‌قبول برای تشخیص آسیب با محاسبات کمتر، حتی در شرایط اغتشاش (نویز) بیشتر ارائه دهد [۲۴]. سیدپور (۲۰۱۲) یک روش دومرحله‌ای را برای تشخیص محل و شدت آسیب به‌وسیله انرژی کرنشی معرفی کرد. در مرحله اول شناسایی، شاخص انرژی کرنشی مودال برای به دست آوردن محل آسیب سازه به دست می‌آید انرژی کرنشی مودال با استفاده از تجزیه و تحلیل مودال استخراج شده از مدل‌سازی المان محدود محاسبه شده است. در مرحله دوم، میزان آسیب واقعی از طریق بهینه‌سازی با استفاده از نتایج مرحله اول تعیین می‌شود [۲۵]. هو و همکاران (۲۰۱۲)، روش تشخیص خرابی برای عیب‌یابی پوسته استوانه‌ای، را ارائه کردند. مقادیر انرژی کرنشی محاسبه شده برای حالت سالم و آسیب‌دیده همراه با الگوریتم عیب‌یابی استفاده شد [۲۶]. ین و همکاران (۲۰۱۲) با استفاده از حل بسته حساسیت انرژی کرنشی مودال، الگوریتم تشخیص آسیب سازه‌ای ارائه دادند. این روش بر اساس اندازه‌گیری‌های دینامیکی با فرض اینکه تنها شکل مودهای آزمایشگاهی در دست باشد، عمل می‌نماید. معادلات حساسیت سیستم و بردار باقیمانده با در نظرگیری خطای اندازه‌گیری به دست آمده و اثر نویز و سطح خرابی بررسی گردید. نتایج حاصله حاکی از موفقیت تقریبی روش مذکور در تشخیص آسیب است [۲۷]. هوانگ و یان (۲۰۱۱) بر اساس فرم بسته انرژی کرنشی مودال اعضا یک روش برای تشخیص خرابی در سازه معرفی کردند. این روش برای مواردی که برخی از اشکال مودی در دسترس است مناسب است. روش مذکور با اعمال یک آسیب فرضی به یک تیر ساده صحت سنجی شده و نتایج قابل‌قبولی به‌دست‌آمده است [۲۸]. انتظامی و شریعتمدار (۲۰۱۳) با استفاده از انرژی کرنشی مودال محل و شدت آسیب را در قاب و خرپا بررسی کردند. آن‌ها با استفاده از ارتباط بین انرژی کرنشی مودال سازه سالم و آسیب‌دیده به شناسایی مکان‌های آسیب سازه و شدت آن‌ها پرداختند. این روش برخی از نقاط ضعف در تغییرات مستقیم انرژی کرنشی مودال که توسط محققان دیگر مطرح شد را برطرف نمود [۸].

در این مقاله ضمن توسعه روابط محاسبه طیف انرژی کرنشی، با استفاده از طیف انرژی کرنشی سازه محل آسیب شناسایی شده و همچنین تأثیر آسیب بر روی سایر اعضای سازه مشخص می‌گردد.

## ۲- معادلات و توسعه روابط انرژی کرنشی طیفی

در بررسی پدیده‌های تصادفی همچون زلزله با استفاده از تحریک بحرانی می‌توان بیشترین اثر مخرب این پدیده‌ها را بر سازه با استفاده از یکسری محدودیت‌های منطقی زلزله، همچون شدت و شتاب به دست آورد. امواج زلزله با لغزش‌های نامنظم در طول گسل شروع می‌شود و به دنبال آن انعکاس، انکسارهای متعدد، تضعیف و تقویت‌های زیادی در سیستم پیچیده زمین بر روی آن صورت می‌گیرد. از این رو به نظر می‌رسد مدل کردن تصادفی حرکت‌های شدید زمین عمل مناسبی باشد. فرآیندهای تصادفی به‌وسیله تابع چگالی احتمال و میانگین‌های آماری و محتوای فرکانسی مشخص می‌شوند. از عمومی‌ترین اصطلاحات عددی بکار رفته در حوزه زمان می‌توان به میانگین، میانگین مجذور و جذر میانگین مجذورات و تابع خودهمبستگی اشاره نمود. هر کدام از این عملیات، برای یک نمونه از تاریخچه‌های زمانی و یا

برای چندین تاریخچه زمانی کاربرد دارند. علاوه بر این، فرآیندهای تصادفی به وسیله محتوای فرکانسی شان که در تابع چگالی طیفی توان تجلی پیدا می کند قابل شناسایی می باشند. امروزه تئوری های ارتعاشات تصادفی برای شناسایی آسیب سازه و نیز امکان تحریک سازه تا فرکانس های ارتعاشی بالاتر انجام می شود. یکی از پارامترهای مورد استفاده در این تئوری، چگالی طیفی توان پاسخ سازه است، که به اختصار به توضیح آن پرداخته شده است. سپس یک فرمولاسیون برای به دست آوردن انرژی کرنشی طیفی ارائه و در آخر پارامتری را به عنوان شاخص آسیب معرفی شده است.

تابع خودهمبستگی فرآیندهای ایستا تنها به اختلاف زمانی QUOTE بستگی دارد و به صورت زیر تعریف می گردد.

$$R_{xx}(t_1, t_2) = R_{xx}(t_2 - t_1) = R_{xx}(\tau) = E[X(t)X(t + \tau)] = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-t}^{+t} x(t) x(t + \tau) dt \quad (1)$$

در رابطه فوق  $x(t)$  یک فرایند تصادفی در زمان  $-\infty < t < \infty$  و  $E[X(t)X(t + \tau)]$  امید ریاضی است. چگالی طیفی  $S_{xx}(\omega)$ ، به طور ساده به عنوان تبدیل فوریه تابع همبستگی  $R(\tau)$  تعریف می شود:

$$S_{xx}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \quad (2)$$

که در آن  $\omega$  فرکانس با واحد رادیان بر ثانیه است. با توجه به بازگشت پذیر بودن تبدیل فوریه تابع همبستگی قابل باز یابی از چگالی طیفی است.

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (3)$$

با توجه به روابط (1) و (3)، اگر اختلاف زمانی برابر صفر در نظر گرفته شود معادله زیر حاصل می شود:

$$R_{xx}(0) = E[X^2(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega) d\omega \quad (4)$$

این رابطه بدان معناست که سطح زیر منحنی چگالی طیفی با میانگین مربعات یک فرایند تصادفی برابر است.

حال اگر  $\vec{X}(t)$  پاسخ درجات آزادی مختلف سیستم سازه ای چند درجه آزادی به ازای تحریک دلخواه در نظر گرفته شود، می توان آن را به شکل زیر تعریف نمود:

$$\vec{X}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\theta) \vec{F}(t - \theta) d\theta \quad (5)$$

در معادله فوق، بردار پاسخ سیستم سازه ای،  $F(t)$  بردار نیروهای وارد بر درجات آزادی،  $h(\theta)$  تابع پاسخ ضربه سیستم سازه ای و  $\theta$  اختلاف زمانی لحظه ورود تحریک و پاسخ مورد نظر است. با انجام عملیات ریاضی رابطه (6) حاصل می شود:

$$R_{xx}(\tau) = \left[ \int \int_{-\infty}^{\infty} h(\theta_2) F(t - \theta_2) F^T(t + \tau - \theta_1) h^T(\theta_1) d\theta_1 d\theta_2 \right] \quad (6)$$

همان طور که بیان گردید، چگالی طیفی تبدیل فوریه تابع همبستگی است. با توجه به این موضوع را رابطه (6) به شکل زیر قابل باز نویسی است:

$$S_{xx}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int \int \int_{-\infty}^{\infty} h(\theta_2) R_{ff}(\tau - \theta_1 + \theta_2) d\theta h^T(\theta_1) e^{-i\omega\tau} d\theta_1 d\theta_2 d\tau \quad (7)$$

اگر  $H(\omega)$  تابع انتقال یا تابع پاسخ فرکانسی سازه نامیده شود، به شکل زیر تعریف می شود:

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\theta_1) e^{-i\omega\theta_1} d\theta_1 \quad (8)$$

با انجام عملیات ریاضی می توان رابطه (7) را به شکل زیر نوشت:

$$S_{xx}(\omega) = H(\omega) S_{ff}(\omega) H^T(\omega) \quad (9)$$

همان چگالی طیفی توان است که از آن در روابط روش ارائه شده استفاده می شود

نحوه به دست آوردن انرژی کرنشی طیفی بدون نیاز به مشتقات مودی به صورت زیر است. به طور کلی انرژی کرنشی برای یک المان به شکل زیر تعریف می شود [29]:

$$E_{\varepsilon} = \frac{1}{2} \int_V \varepsilon_{\varepsilon} \sigma_{\varepsilon}^T dv \quad (10)$$

برای یک سازه که دارای رفتار خمشی است  $\varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}$  و  $\sigma_x = -Ez \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}$  است. با در نظر گرفتن مقادیر مذکور برای یک سازه دوبعدی رابطه (10) به شکل زیر نوشته می شود:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) \left( E \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) dx \quad (11)$$

برابر با انحنا و  $E \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}$  برابر با ممان المان است و انرژی کرنشی طیفی به شکل زیر تعریف می شود:

$$SSE_{\varepsilon} = \frac{1}{2} \int_0^L \sigma_C^2 \sigma_M^2 dx \quad (12)$$

برای میانگین مربعات انحنا  $\sigma_M^2$  برابر میانگین مربعات ممان است. میانگین مربعات ممان و انحنا را می توان به ترتیب برحسب روابط (13) و (14) ارائه نمود:

$$\sigma_M^2 = EI^2 \int_{-\infty}^{\infty} B_{\varepsilon} H^*(\omega) S_{ff} H^T(\omega) B_{\varepsilon}^T d\omega \quad (13)$$

$$\sigma_C^2 = \int_{-\infty}^{\infty} B_{\varepsilon} H^*(\omega) S_{ff} H^T(\omega) B_{\varepsilon}^T d\omega \quad (14)$$

$B_{\varepsilon}$  ماتریس تبدیل جابجایی به کرنش است، که این ماتریس برای یک قاب دوبعدی به شکل زیر تعریف می شود:

$$B_{\varepsilon} = \left[ \frac{-1}{L}, \frac{6yk}{L^2}, \frac{y}{L}(3k+1), \frac{1}{L}, \frac{-6yk}{L^2}, \frac{y}{L}(3k-1) \right] \quad (15)$$

$y$  فاصله از محور خنثی و  $L$  طول عضو است و پارامتر  $k$  به شکل زیر تعریف می شود:

$$k = 1 - \frac{2x}{L} \quad (16)$$

پس از به دست آوردن ماتریس  $B_{\varepsilon}$  و با جایگذاری معادله (15) و (9) در معادلات (13) و (14)، مقادیر میانگین مربعات انحنا و میانگین مربعات ممان را یافته و در معادله (12) قرار داده و انرژی کرنشی طیفی را به دست می آید. انرژی کرنشی طیفی نرمال شده برای حالت آسیب دیده و سالم بر اساس روابط 17 و 18 به شکل زیر تعریف می گردد:

$$SSE_n^D = \frac{SSE_{\varepsilon}^D}{SSE_{mean}} \quad (17)$$

$$SSE_n^U = \frac{SSE_{\varepsilon}^U}{SSE_{mean}} \quad (18)$$

همچنین شاخص آسیب را به صورت زیر تعریف می شود:

$$DI = \frac{SSE_n^D}{SSE_n^U} \quad (19)$$

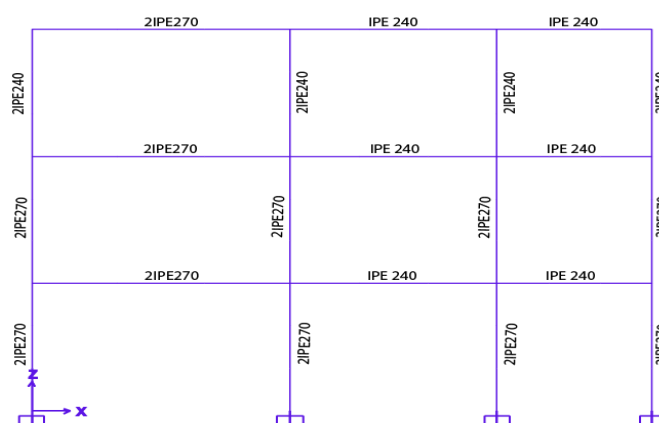
$SSE_{mean}$  انرژی کرنشی طیفی میانگین کل اعضا است. مقدار شاخص آسیب بیانگر وضعیت المان مورد نظر است. هر جا مقدار این شاخص بزرگ تر از یک باشد، المان مورد نظر آسیب دیده است و هرکجا مقدار این شاخص کوچک تر از یک باشد، المان مورد نظر سالم است.

### ۳- مدل سازی و تحلیل

مراحل انجام جهت نشان دادن عملکرد روش پیشنهادی برای شناسایی محل خرابی در سازه‌ها، یک قاب خمشی فولادی انتخاب شده و سپس تحت اثر شتاب‌نگاشت زلزله نورث ریچ (۱۹۹۴) تحت تحریک قرار داده شده و تحلیل تاریخچه زمانی می‌شود. پس از آن با برنامه‌ای که در محیط نرم‌افزار MATLAB نوشته شده است، برای هر حالت، محل آسیب مشخص می‌گردد. در این تحلیل‌ها فرض شده که آسیب بر روی مدول الاستیسیته اعضا تأثیر می‌گذارد. قاب خمشی با هندسه‌ای به صورت شکل (۱) برای مدل سازی و بررسی روش ارائه شده در نظر گرفته شده، که از ۵۸ گره و ۶۳ المان تشکیل شده است. شش درجه آزادی برای هر گره در نظر گرفته شده است. المان‌های این قاب از جنس فولاد با وزن مخصوص ۷۸۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب، مدول الاستیسیته ۱۰۱۰ QUOTE ۲,۱ کیلوگرم بر مترمربع و با سطح مقطعی مطابق با آنچه در شکل (۱) ارائه شده، در نظر گرفته شده است.

#### ۳-۱- تحریک ورودی

تحریک ورودی به سازه در این پژوهش، شتاب‌نگاشت زلزله نورث ریچ (۱۹۹۴) ایستگاه التا (Aleta Station) است. شتاب‌نگاشت این زلزله در هر سه جهت محور مختصات به سازه اعمال شده است. می‌توان هرگونه ورودی دیگری همچون طیف زلزله و یا هرگونه طیف دیگری بدین منظور در نظر گرفت.



شکل ۱: مشخصات مقاطع مدل قاب خمشی

#### ۳-۲- تحلیل و ارزیابی خسارت

ابتدا با استفاده از نرم‌افزار Sap2000 نمودار جابجایی را برای هر گره در هر درجه آزادی به دست آورده و هر یک از این نمودارها به‌عنوان یک سیگنال ورودی محاسبات در نظر گرفته می‌شود. سپس از طریق نرم‌افزار متلب چگالی طیف توان سیگنال‌های به دست آمده را به صورت یک ماتریس تشکیل داده می‌شود. درایه‌های قطر اصلی این ماتریس چگالی طیف توان هر سیگنال و سایر درایه‌ها چگالی طیف توان متقابل بین سیگنال‌ها می‌باشند. این ماتریس،  $S_{xx}(\omega)$  (رابطه ۹) است که در نرم‌افزار متلب برای محاسبه انرژی کرنشی طیفی و در نهایت تشخیص عضو آسیب‌دیده مورد استفاده قرار می‌گیرد. ماتریس چگالی طیف توان از طریق نمودارهای به دست آمده از نرم‌افزار Sap2000 تشکیل شده و به عنوان ورودی روابط (۱۳) و (۱۴) استفاده می‌گردد. با جایگزین کردن روابط (۱۳) و (۱۴)، مقدار انرژی کرنشی طیفی (رابطه ۱۲) به دست می‌آید. شاخص آسیب به صورت نسبت مقدار انرژی کرنشی طیفی حالت آسیب‌دیده به حالت سالم در نظر گرفته شده است (رابطه ۱۹). در صورتی که مقدار شاخص مورد نظر بیشتر از یک باشد، عضو آسیب‌دیده و در غیر این صورت المان سالم است. این روند برای حالت‌های مختلف آسیب صورت پذیرفته و نتایج در ادامه نمایش داده شده است. خطای روش به صورت نسبت تعداد اعضای که به اشتباه تشخیص داده شده‌اند به تعداد کل المان‌ها معرفی شده است.

در این مقاله شش حالت آسیب مطابق جدول (۱) در نظر گرفته شده است. شناسایی محل آسیب با محاسبه تغییرات مقدار انرژی کرنشی طیفی در هر عضو، به دست آمده و نتایج در شکل‌های (۳) تا (۱۰) نشان داده شده است.

جدول ۱: حالات مختلف آسیب در سازه

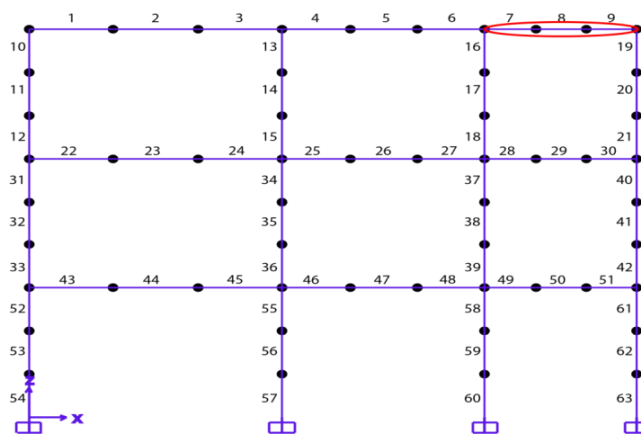
خرابی حالت	در شکل (۱) آسیب دیده شماره اعضای	نوع تحلیل	آسیب دیده عضو در درصد کاهش مدول الاستیسیته
۱	۹، ۸، ۷	خطی	۱۵
۲	۹، ۸، ۷	خطی	۳۰
۳	۱۲، ۱۱، ۱۰	خطی	۱۵
۴	۱۲، ۱۱، ۱۰	خطی	۳۰
۵	۱۲، ۱۱، ۱۰، ۳، ۲، ۱	خطی	۱۵
۶	۱۲، ۱۱، ۱۰، ۳، ۲، ۱	خطی	۳۰
۷	۹، ۸، ۷	غیرخطی	۱۵
۸	۲۱، ۲۰، ۱۹	غیرخطی	۱۵

در حالت خرابی شماره ۱، تیرهای قاب خمشی نشان داده شده در شکل (۲) تحت آسیب ۱۵ درصدی قرار گرفته‌اند و در حالت خرابی شماره ۲ توانمندی روش با اعمال آسیب بیشتر نسبت به حالت خرابی شماره ۱ مورد بررسی قرار گرفته است. در این حالت اعضای مورد نظر ۳۰ درصد دچار آسیب گردیده‌اند.

در شکل‌های (۳) و (۴) شاخص آسیب به دست آمده برای حالت خرابی شماره ۱ و ۲ نمایش داده شده است. ملاحظه می‌گردد که شاخص آسیب تغییر نسبی قابل توجهی در اعضای شماره ۷، ۸ و ۹ داشته است. این شاخص در اعضای مورد نظر به طور ناگهانی افزایش یافته و مقدار آن بیشتر از یک می‌شود. موقعیت اعضای آسیب دیده دقیقاً پیش‌بینی شده و هیچ عضو سالمی، آسیب دیده نمایش داده نشده است. نتایج به دست آمده برای مقادیر آسیب قابل اعتماد است.

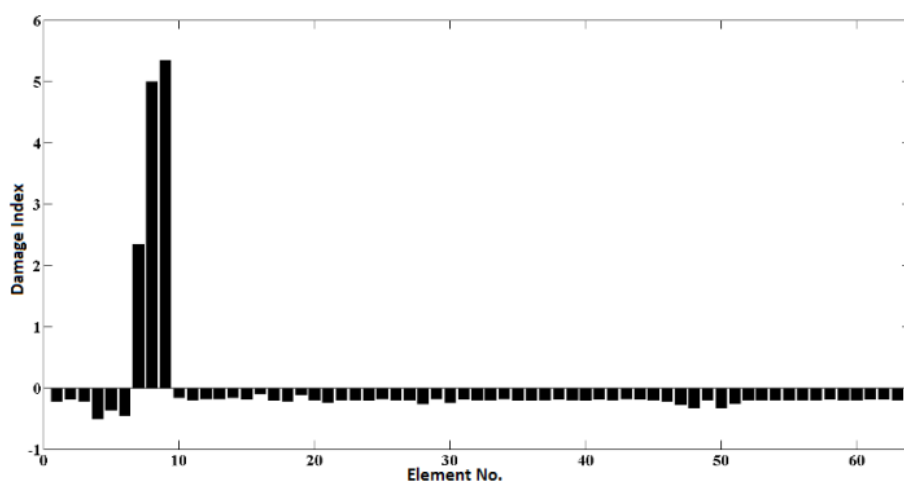
در شکل‌های (۵) و (۶) شاخص خرابی (نسبت مقدار انرژی کرنشی طیفی حالت آسیب دیده به حالت سالم) برای ۲ حالت خرابی ۳ و ۴ جدول شماره ۱ نشان داده شده است. المان‌های آسیب دیده در این حالت ستون‌های قاب خمشی است. همان‌طور که در شکل (۵) نشان داده شده است اندیس خسارت در پنج عضو بیشتر از یک است که سه عضو آسیب دیده جزو آن‌ها می‌باشند. لذا در این حالت روش بکار گرفته شده علاوه بر این سه المان، دو عضو سالم را نیز آسیب دیده معرفی می‌کند. هرچند خطای روش در این حالت بر اساس تعداد المان‌ها حدود ۳ درصد است که می‌تواند بیانگر دقت روش در تشخیص درست اعضای آسیب دیده باشد.

تعداد اعضای آسیب دیده در حالت خرابی شماره ۴ که درصد آسیب بیشتری نسبت به حالت قبل دارد، همانند حالت خرابی شماره ۳ است. شدت آسیب در این حالت خرابی ۳۰ درصد و نتایج به دست آمده نیز (شکل ۶) مشابه حالت خرابی شماره ۳ است. در این حالت تیز علاوه بر اعضای آسیب دیده دو عضو سالم را نیز آسیب دیده معرفی شده است.

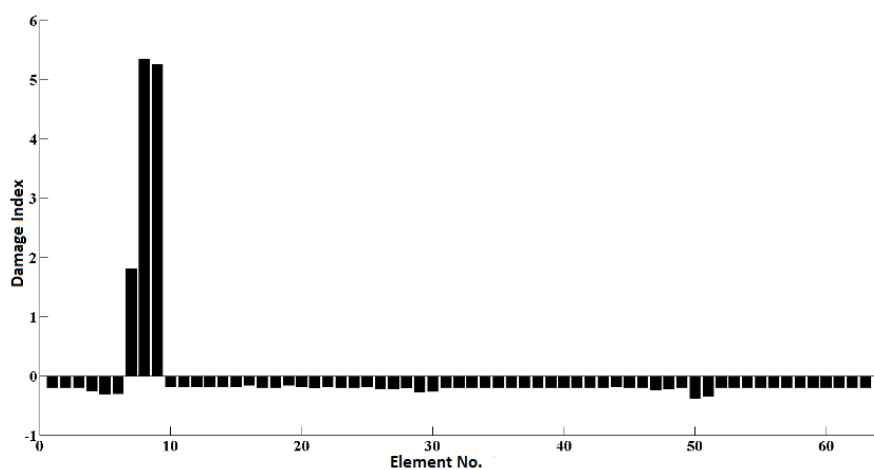


شکل ۲: حالت خرابی شماره ۱- المان‌های ۷، ۸ و ۹ با ۱۵ درصد آسیب

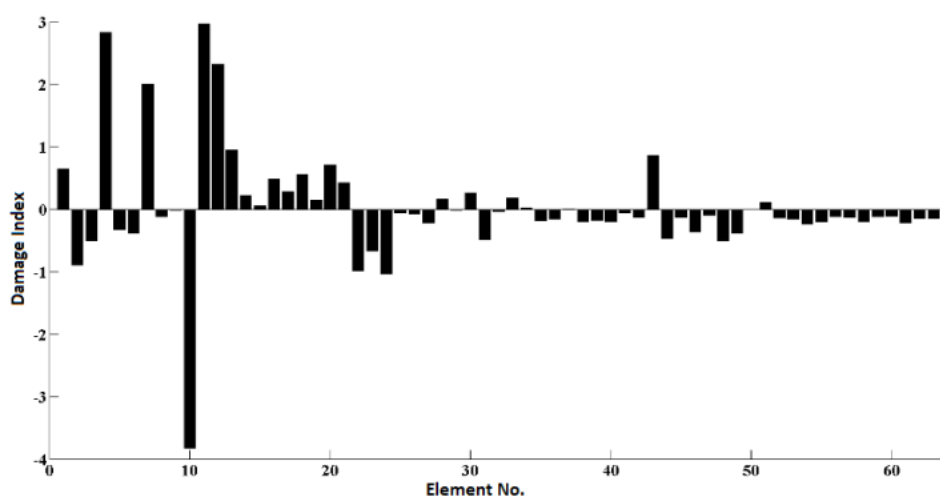




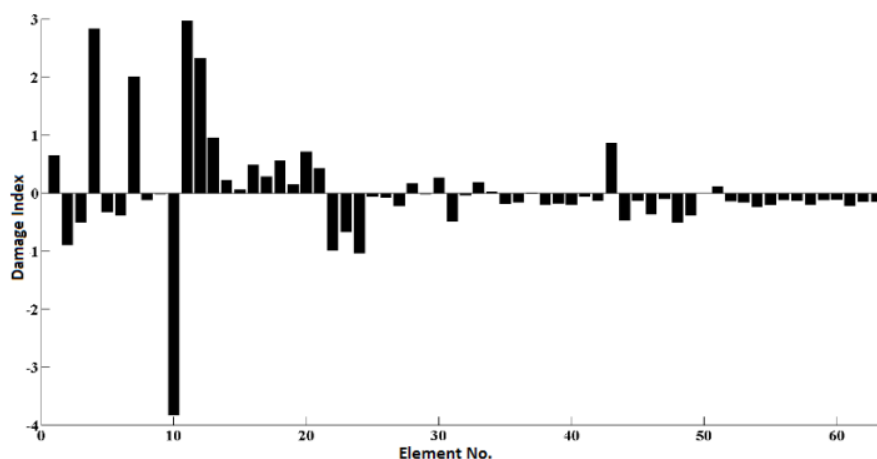
شکل ۳: تشخیص آسیب المان‌ها برای حالت خرابی شماره ۱ با اعمال ۱۵ درصد آسیب در المان‌های ۷ تا ۹



شکل ۴: تشخیص آسیب المان‌ها در حالت خرابی شماره ۲ با اعمال ۳۰ درصد آسیب در المان‌های ۷ تا ۹

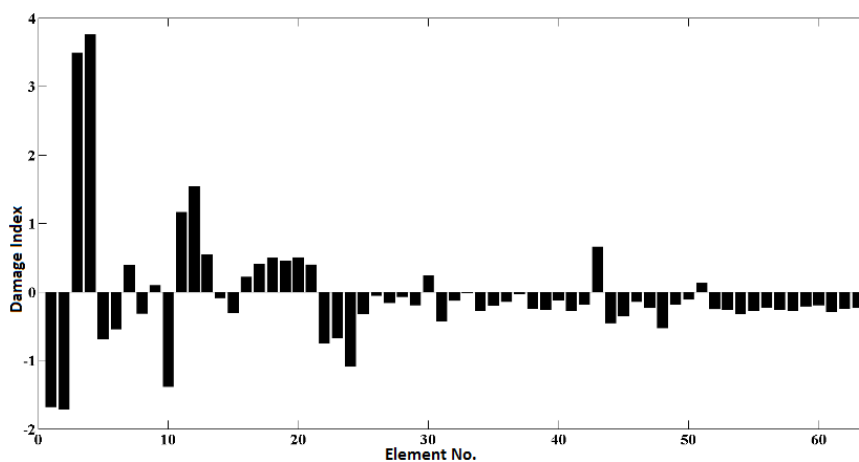


شکل ۵: اندیس آسیب المان‌ها در حالت خرابی شماره ۳ با اعمال ۱۵ درصد آسیب

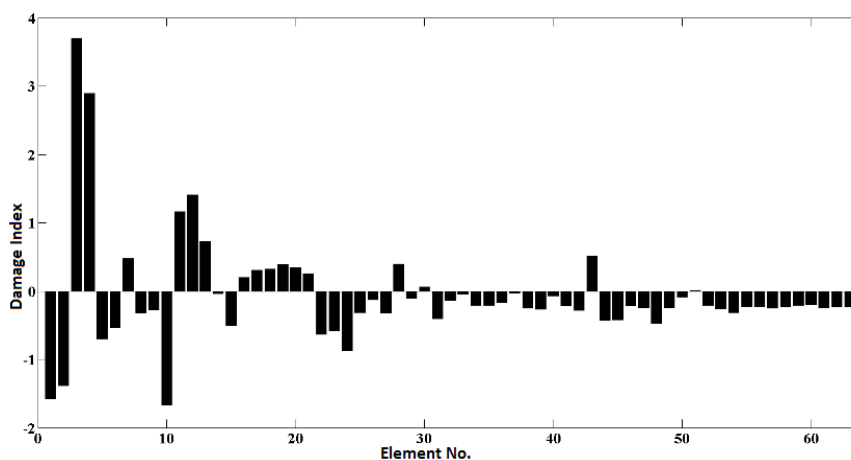


شکل ۶: تشخیص آسیب المان‌ها در حالت خرابی شماره ۴ با اعمال ۳۰ درصد آسیب

در حالت خرابی شماره ۵ و ۶ که ترکیبی از المان‌های تیر و ستون آسیب‌دیده هم‌زمان به کار گرفته شده است، علاوه بر پیش‌بینی هر شش عضو آسیب‌دیده یک عضو سالم را نیز آسیب‌دیده معرفی می‌کند (شکل‌های ۷ و ۸). خطای روش در این مدل ۱٫۵ درصد است لذا کارایی این روش بسیار خوب بوده و با توجه به اینکه تعداد اعضای آسیب‌دیده افزایش یافته است، اما هنوز محل آسیب قابل تشخیص است. نتایج بیانگر آن است که با تغییر تعداد و شدت آسیب همچنان روش ارائه‌شده کارا و قابل استفاده است.

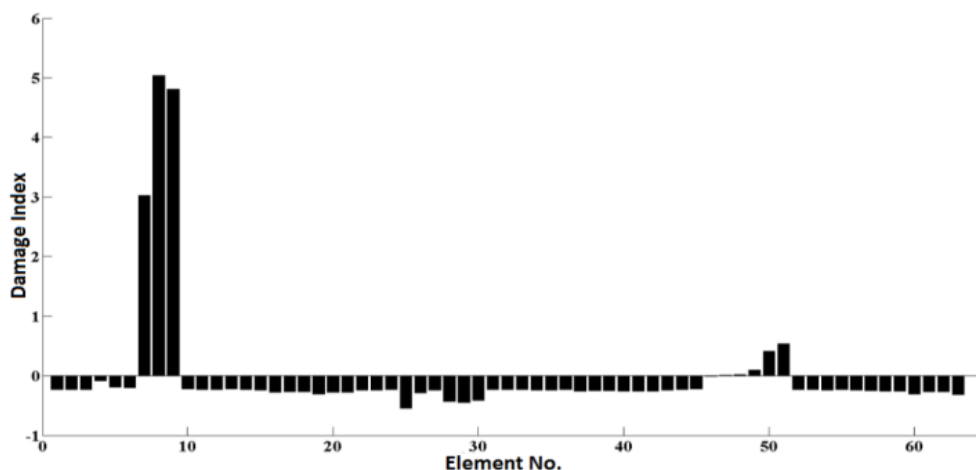


شکل ۷: اندیس آسیب المان‌ها در حالت خرابی شماره ۵ با اعمال ۱۵ درصد آسیب



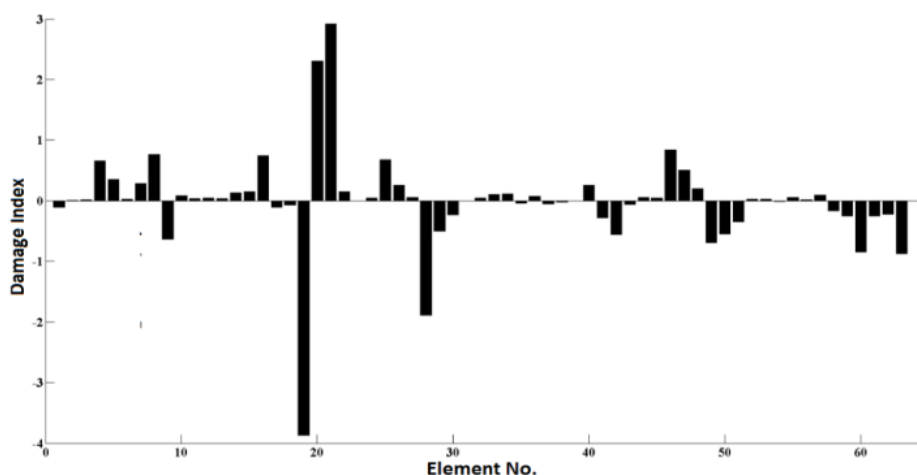
شکل ۸: اندیس آسیب المان‌ها در حالت خرابی شماره ۶ با اعمال ۳۰ درصد آسیب

جهت کنترل کارایی روش طیف انرژی کرنشی در تحلیل غیرخطی دو حالت آسیب ۷ و ۸ جدول شماره ۱ تحت رفتار غیرخطی سازه بررسی شده است. در حالت خرابی شماره ۷ یکی از تیرهای قاب خمشی دچار آسیب گردیده است و سه المان سازه تحت آسیب ۱۵ درصدی قرار گرفته است. بر اساس نتایج نشان داده شده در شکل (۹) ملاحظه می‌گردد که شاخص آسیب تغییر نسبی قابل توجهی در اعضای شماره ۷، ۸ و ۹ داشته است.



شکل ۹: اندیس خسارت برای حالت خرابی شماره ۷ با تحلیل غیر خطی برای المانهای تیر

در مدل بعدی المانهای شماره ۱۹ و ۲۰ و ۲۱ تحت آسیب ۱۵ درصدی قرار گرفتند. نتایج شکل (۱۰) نشان می‌دهند که روش فوق برای پایش سلامت سازه مناسب در این حالت نیز دقت قابل قبولی دارد.



شکل ۱۰: اندیس خسارت برای حالت خرابی شماره ۸ با تحلیل غیر خطی برای المانهای ستون

#### ۴- بحث و نتیجه‌گیری

با توجه اجتناب‌ناپذیر بودن اعمال بارهای تصادفی بر سازه‌ها مانند زلزله، باد و...، در این پژوهش، روشی برای آشکارسازی خرابی سازه‌ای و محل آن مبتنی بر طیف انرژی کرنشی ارائه شده است. استفاده از این تابع که تابعی حساس به تغییرات مشخصات سازه و آسیب است، روش مناسبی برای پایش سلامت سازه است. برای کنترل دقت روش، یک قاب خمشی سه دهانه سه طبقه مدل‌سازی و در حالت‌های مختلف آسیب شاخص متناسب با طیف انرژی کرنشی برای المانهای آن محاسبه گردید. در این پژوهش به منظور در نظرگیری خرابی، مدول الاستیسیته برخی المان‌ها تحت سناریوهای مختلف ۱۵ و ۳۰ درصد کاهش و تعداد المان‌های آسیب‌دیده در هر سناریو نیز بین ۳ تا ۶

المان‌ها متغیر در نظر گرفته شد و توانایی روش معرفی شده در تشخیص محل آسیب در حالت رفتار خطی و غیرخطی سازه مورد بررسی قرار گرفت.

نتایج نشان داد که در اثر خرابی در سازه، انرژی کرنشی طیفی در المانهای سازه تغییر یافته و این شاخص در اعضای آسیب دیده افزایش می‌یابد. براساس نتایج خطای روش منتج از طیف انرژی کرنشی جهت شناسایی المانهای آسیب دیده در مدل‌های تحلیل شده در دو حالت رفتار خطی و غیر خطی بیشتر از سه درصد نیست. لذا براساس نتایج بدست آمده می‌توان گفت روش پیشنهادی برای شناسایی خرابی در سازه‌ها دقت و عملکرد مناسبی دارد.

## ۵- مراجع

- [1] Esfandiari A., F Bakhtiari-Nejad, & Rahai A. (2013). Theoretical and Experimental Structural Damage Diagnosis Method Using Natural Frequencies Through an Improved Sensitivity Equation. *International Journal of Mechanical Sciences*, **70**, 79-89..
- [2] Khiem N., Toan L. (2014). A Novel Method for Crack Detection in Beam-like Structures by Measurements of Natural Frequencies, *Journal of Sound and Vibration*, **333**(18), 4084-4103.
- [3] Li H., Wang J. 2008 Using Incomplete Modal Data for Damage Detection in Offshore Jacket Structures.. *Ocean Engineering*, **35** (17). 1793-1799..
- [4] Zhang Y., Wang L. & Xiang Z. (2012). Damage Detection by Mode Shape Squares Extracted From a Passing Vehicle. *Journal of Sound and Vibration*, **331**(2), 291-307.
- [5] Cao M., Radziński M., Xu W. & Ostachowicz W. (2014). Identification of Multiple Damage in Beams Based on Robust Curvature Mode Shapes. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **46**(2), 468-480.
- [6] Wahab WMA. (2001) Effect of Modal Curvatures on Damage Detection Using Model Updating. *Mechanical Systems and Signal Processing*. **15**(2), 439-445.
- [7] Qiao P., Lu K., Lestari W., & Wang J. (2007). Curvature Mode Shape-based Damage Detection in Composite Laminated Plates. *Composite Structures*, **80**(3), 409-428.
- [8] Entezami A. and Shariatmadar H. (2014). Damage Detection in Structural Systems by Improved Sensitivity of Modal Strain Energy and Tikhonov Regularization Method. *International Journal of Dynamics and Control*, **2** (4), 509-520.
- [9] Li H., Yang H., & James Hu S.L. (2006). Modal Strain Energy Decomposition Method for Damage Localization in 3D Frame Structures. *Journal of Engineering Mechanics*, **132**(9), 941-951.
- [10] Shi Z.Y. , Law S.S. & Zhang L.M. (2002). Improved Damage Quantification from Elemental Modal Strain Energy Change. *journal of mechanical engineering*, **128**(5).
- [11] Wang L. and Chan T. (2009). Review of Vibration-Based Damage Detection and Condition Assessment of Bridge Structures using Structural Health Monitoring. *The Second Infrastructure Theme Postgraduate Conference*.
- [12] Stubbs N., Kim JT., & Topole K. (1992). An Efficient and Robust Algorithm for Damage Localization in Offshore Platform. *Proceedings of the ASCE 10th Structures Congress 1*, 543-546.
- [13] Stubbs N., Kim JT. & Farrar CR. (2010). Field Verification of a Non-destructive Damage Localization and Severity Estimation Algorithm. in *Proceedings of 13th international modal analysis conference*, 1995, 208-210.
- [14] Doebling S.W., Hemez F.M., Peterson L.D. & Farhat C. (1997). Improved damage location accuracy using strain energy-based mode selection criteria. *AIAA journal*, **35**(4), 693-699.
- [15] Shi Z., Law S.S. & Zhang L. (2000). Structural damage detection from modal strain energy change. *Journal of engineering mechanics*, **126**(12), 1216-1223.
- [16] Shi Z., Law S.S. & Zhang L.M. (1998). Structural damage localization from modal strain energy change. *Journal of Sound and Vibration*, **218**(5), 825-844.
- [17] Law S.S., Shi Z.Y. & Zhang L.M., (1998). Structural damage detection from incomplete and noisy modal test data. *Journal of Engineering Mechanics*, **124**(11), 1280-1288.

- [18] Cornwell P., Doebling, S.W. & Farrar C.R., (1999). Application of the strain energy damage detection method to plate-like structures. *Journal of sound and vibration*, **224**(2), 359-374.
- [19] Kim J.T. and Stubbs, N. (2002) Improved damage identification method based on modal information. *Journal of Sound and Vibration*, **252**(2), 223-238.
- [20] Yang H.Z, Li H.J. & Wang S.Q. (2003). Damage Localization of Offshore Platforms Under Ambient Excitation. *China Ocean Engineering*, **17**(4), 495-504.
- [21] Bayissa W.L. and Haritos N. (2007). Structural damage identification in plates using spectral strain energy analysis. *Journal of Sound and Vibration*, **307**(1), 226-249.
- [22] Hu H., Wang B.T., Lee, C.H. & Su J.S. (2006) Damage detection of surface cracks in composite laminates using modal analysis and strain energy method. *Composite structures*, **74**(4), 399-405.
- [23] Hu H. and Wang, J. (2009). Damage detection of a woven fabric composite laminate using a modal strain energy method. *Engineering Structures*, **31**(5), 1042-1055.
- [24] Wang L., Thambiratnam D., & Tan A. (2010). Damage Detection for Truss Bridge Structures Using Correlation-based Structural Modal Strain Energy, in presented at the Proceedings of the 8th International Conference on Short and Medium Span Bridges,.
- [25] Seyedpoor S.M., (2012). A two stage method for structural damage detection using a modal strain energy based index and particle swarm optimization. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, **47**(1), 1-8.
- [26] Hu M.H., Tu S.T., Xuan F.Z., Xia C.M. & Shao H.H. (2012). Strain energy numerical technique for structural damage detection. *Applied Mathematics and Computation*, **219**(5), 2424-2431.
- [27] Yan W.J., Ren W.X. & Huang T.L. (2012). Statistic structural damage detection based on the closed-form of element modal strain energy sensitivity. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **28**, 183-194.
- [28] Yang Q.W. and Sun, B.X., (2011). Structural damage identification based on best achievable flexibility change. *Applied Mathematical Modelling*, **35**(10), pp.5217-5224.
- [29] Pedram M., Esfandiari A. & Khedmati M.R. (2016). Finite element model updating using strain-based power spectral density for damage detection. *Structural Control and Health Monitoring*, **23**(11), 1314-1333.