

ارائه رابطه‌ای تجربی برای تخمین فرکانس اصلی ارتعاش برج‌های تاریخی مصالح بنایی

محمدامیر نجفقلی پور حقیقی^{۱*}، حسین درویشی^۲، سیدمهدی دهقان^۱، محمودرضا ماهری^۳

۱- استادیار، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد گرایش زلزله، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران

۳- استاد، بخش مهندسی راه و ساختمان، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

چکیده

بناهای تاریخی در هر کشور از جمله سازه‌های ارزشمند به شمار می‌روند. از این رو، اخیراً بحث ارزیابی عملکرد این گونه بناها تحت انواع بارها خصوصاً زلزله مورد توجه قرار گرفته است. از این میان برج‌های تاریخی که عمدتاً با مصالح بنایی بنا شده‌اند، به عنوان یکی از مرسوم-ترین شکل‌های این نوع بناها محسوب می‌شوند که با کاربردهای مختلف نظیر مناره مسجد یا ناقوس کلیسا در سرتاسر جهان وجود دارند. در بررسی عملکرد برج‌های تاریخی مصالح بنایی در زلزله، مشخصات دینامیکی این نوع سازه یک از مهمترین مشخصات مورد نیاز است. از این میان فرکانس اصلی ارتعاش برج یکی از مهم‌ترین خصوصیات دینامیکی آن به شمار می‌رود. در این راستا تهیه روابطی برای تخمین فرکانس اصلی ارتعاش برج‌ها مفید است. در این مقاله، ابتدا مشخصات دینامیکی ۳۸ برج تاریخی که توسط محققین پیشین با استفاده از آزمایش‌های دینامیکی درجا و یا با روش‌های تحلیلی استخراج شده‌اند، جمع‌آوری شده‌اند. آنگاه ضمن بررسی تاثیر عوامل مختلف بر فرکانس اصلی ارتعاش آنها، با انجام یک تحلیل آماری، روابطی تجربی برای تخمین فرکانس اصلی نوسان برج‌های تاریخی مصالح بنایی پیشنهاد شده است. بررسی متوسط خطای روابط پیشنهادی نشان می‌دهد که این روابط با دقت قابل قبولی برای تخمین فرکانس ارتعاش برج‌های تاریخی قابل استفاده می‌باشند.

کلمات کلیدی: برج‌های تاریخی، فرکانس اصلی ارتعاش، مصالح بنایی، رابطه تجربی

شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:				
doi:	10.22065/JSCE.2018.128191.1538	چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
	10.22065/JSCE.2018.128191.1538	۱۳۹۹/۰۴/۰۱	۱۳۹۹/۰۴/۰۱	۱۳۹۷/۰۹/۲۴	۱۳۹۷/۰۷/۲۹	۱۳۹۷/۰۲/۲۱
محمدامیر نجفقلی پور حقیقی					*نویسنده مسئول:	
najafgholipour@sutech.ac.ir					پست الکترونیکی:	

Empirical Equations for Estimation of the Fundamental Vibration Frequency of Historical Masonry Towers

M. A. Najafgholipour^{*1}, Hossein Darvishi², Seyed Mehdi Dehghan³, Mahmoud Reza Maheri⁴

¹ Assistant Professor, Department of Civil and Environmental Engineering, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran

² M.Sc. Student, Shiraz University of Technology

³ Department of Civil and Environmental Engineering, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran

⁴ Shiraz University

ABSTRACT

Historical buildings are valuable structures. Therefore, performance evaluation of these structures under different loadings such as seismic effects has been considered in several research projects in recent years. Masonry towers are known as one of the common types of historical structures that exist in different countries. To evaluate the seismic performance of masonry towers, their dynamic properties are needed. Among the dynamic characteristics of the towers, fundamental vibration frequency is known as the most important one. In this regard, formulations for estimation of the vibration frequency of these structures are useful. For this purpose, a database consisting of properties of 38 towers which were identified through in-situ dynamic tests or numerical analysis before, are collected. Then, based on a nonlinear regression on the collected database, empirical equations are proposed for estimation of the vibration frequency of historical masonry towers. Evaluation of the database indicates that height of the towers is the most effective parameter on their vibration frequency. In addition, thickness of the perimeter walls, cross-section dimensions of the towers and elastic modulus of masonry can affect the dynamic response of the towers. The average errors of the estimated frequencies by means of the proposed equations indicate that the proposed equations have acceptable accuracy.

ARTICLE INFO

Receive Date: 22 April 2018

Revise Date: 21 October 2018

Accept Date: 15 December 2018

Keywords:

Historical Towers,
Fundamental Frequency,
Masonry, Empirical Equation,
Statistical Study

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: 10.22065/JSCE.2018.128191.1538

*Corresponding author: M. A. Najafgholipour
Email address: najafgholipour@sutech.ac.ir

۱- مقدمه

بناهای تاریخی در سراسر جهان از جمله ایران به عنوان سازه های با ارزش مطرح هستند. این سازه ها که عمدتاً از صدهای قبل به جا مانده اند، به عنوان نمادی برای محل احداث به شمار می آیند، به گونه ای که می توانند به عنوان بخشی از هویت ساکنین آن منطقه محسوب شوند. با توجه به اینکه این بناهای تاریخی از سالهای دور به جا مانده اند، لذا در طول زمان در اثر شرایط مختلف محیطی و یا تجربه حوادث طبیعی از جمله زلزله و طوفان ممکن است دچار آسیب هایی شده باشند که باعث تضعیف آنها می شود. همچنین، ساخت این بناها در زمان خود بر اساس اصول طراحی تجربی برای باربری ثقلی انجام شده است که این امر نیز می تواند به عملکرد ضعیف این گونه بناها منجر شود. از این رو، اخیراً توجه بسیاری از محققین به بحث ارزیابی وضع موجود بناهای تاریخی، ترمیم و تقویت آنها در صورت وجود آسیب و یا ضعف در عملکرد آنها تحت انواع شرایط بارگذاری به خصوص بارهای جانبی ناشی از زلزله جلب شده است.

بناهای تاریخی را می توان بر اساس نوع کاربری، دوره زمانی ساخت و جغرافیای ساختگاه طبقه بندی کرد. بر این اساس، این گونه بناها بر حسب شکل هندسی نیز قابل تفکیک و بررسی هستند. از این میان سازه های برجی شکل به تعداد بسیاری در نقاط مختلف جهان از گذشته به جا مانده اند، شکل ۱. در اروپا برج های ناقوس کلیساها و در کشورهای مسلمان مناره مسجدها در زمره این دسته سازه ها به شمار می روند. بر اساس ارزیابی های موجود، در اکثر موارد این برج ها از مصالح بنایی مختلف از جمله مصالح بنایی سنگی یا مصالح بنایی آجری بنا شده اند. به منظور ارزیابی وضعیت موجود بناهای تاریخی با توجه به ارزش فراوان این گونه سازه ها سعی می شود که استفاده از آزمایش های مخرب به حداقل کاهش یابد. لذا، عمدتاً از آزمایش های دینامیکی نظیر آزمایش ارتعاشات محیطی برای استخراج خصوصیات دینامیکی سازه ها از جمله شکل مدهای نوسان و فرکانس های ارتعاش نظیر آنها استفاده می شود که با مدل سازی اجزا محدود با دقت بالا با هدف تخمین مشخصات مکانیکی مصالح مصرفی نیز به کار می رود.



شکل ۱: نمونه هایی از برج های تاریخی مصالح بنایی در جهان [۱، ۱۸-۳]

تحقیقات متنوعی در زمینه ارزیابی رفتار برج های تاریخی مصالح بنایی در زلزله توسط محققین مختلف صورت گرفته است. عمده این تحقیقات، در قالب مدل سازی اجزا محدود در نرم افزارهای رایج انجام گرفته است. به عنوان نمونه Valente و Milani [۴] به بررسی پاسخ دینامیکی غیرخطی مدل های اجزا محدودی ساخته شده از ۸ برج تاریخی تحت رکوردهای مختلف زمین لرزه در نرم افزار ABAQUS

پرداخته‌اند. هدف این محققین بررسی تاثیر پارامترهایی نظیر لاغری، سطح مقطع، بازشوها و ضخامت دیواره برج‌ها بر پاسخ دینامیکی آنها بود. همچنین مقایسه‌ای بین پاسخ‌های بدست آمده از تحلیل دینامیکی غیرخطی با تحلیل استاتیکی غیرخطی صورت گرفت که مشخص شد تحلیل دینامیکی غیرخطی گسیختگی‌های موضعی را در این مدل‌ها به خوبی نشان می‌دهد. برخی دیگر از محققین نیز به تاثیر عوامل ثانویه نظیر انعطاف خاک زیر سازه بر پاسخ دینامیکی غیرخطی برج‌ها تمرکز کرده‌اند. به عنوان مثال Casolo و همکاران [۵] با استفاده از مدل‌سازی و تحلیل تاریخچه زمانی برج در نرم‌افزار ABAQUS، تاثیر انعطاف خاک زیر سازه را مورد بررسی قرار داده‌اند و به این نتیجه رسیدند که در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری خاک و مدل کردن آن، می‌تواند منجر به تغییر الگوهای پیدایش خرابی در برج شود. در کنار مدل‌های دقیق اجزا محدود، تعدادی از محققین به پیشنهاد مدل‌های ساده‌تر نظیر تیر معادل برای انجام تحلیل‌های تاریخچه زمانی در تعداد قابل توجه پرداخته‌اند. به عنوان مثال Pena و همکاران [۶] به ارزیابی عملکرد برج تاریخی قطب منار در کشور هند با استفاده از مطالعات آزمایشگاهی و عددی پرداختند. آنها در کنار مدل‌سازی دقیق از سازه خاص این برج در نرم‌افزار Diana، مدل ساده تیر معادلی با حجم محاسبات بسیار کمتر را پیشنهاد کردند. این محققین از این مدل برای انجام تحلیل تاریخچه زمانی استفاده نمودند و جایجایی بخش‌های مختلف برج را از این طریق مورد بررسی قرار دادند. با استفاده از مدل‌های پیشنهادی ساده شده، تعدادی از محققین به انجام تحلیل‌های دینامیکی فزاینده بر روی برج‌های تاریخی تحت تعدادی رکورد زلزله پرداخته‌اند. به عنوان نمونه Maria Marra و همکاران [۱] به کمک یک مدل اجزا گسسته از برج‌های تاریخی در منطقه‌ای در ایتالیا، تحلیل تاریخچه زمانی فزاینده (IDA) و همچنین تحلیل استاتیکی غیرخطی را بر مدل مدل مربوطه اعمال نمودند. نتایج نشان داد که تحلیل IDA رفتار واقعی سازه را به شکلی مناسب‌تر نسبت به تحلیل استاتیکی غیر-خطی نشان می‌دهد. همچنین به کمک این نتایج رفتار غیرخطی مدل تحت سطوح مختلفی از شدت زلزله مورد بررسی قرار گرفت.

هندسه خاص برج‌های تاریخی و نوع مصالح مصرفی در ساخت آنها موجب شده است که رفتار دینامیکی آنها تحت بارهای دینامیکی از جمله باد و زلزله اهمیتی دو چندان داشته باشد. بنابراین، خصوصیات دینامیکی سازه برج‌ها شامل فرکانس ارتعاش و شکل مدهای نوسان از اهمیت ویژه‌ای در بررسی آسیب‌پذیری آنها برخوردار است. در این میان، با توجه به هندسه این گونه سازه‌ها فرکانس اصلی ارتعاش آنها اهمیت ویژه‌ای دارد. لذا تخمین این مشخصه دینامیکی برای سازه خاص برج‌ها از اهمیت بسیاری برخوردار است. یکی از بهترین روش‌ها برای تخمین مشخصات دینامیکی بناهای تاریخی موجود، استفاده از آزمایش‌های دینامیکی نظیر آزمایش سازه تحت ارتعاشات محیطی است که در سراسر جهان به طور گسترده‌ای برای استخراج مشخصات دینامیکی سازه‌های موجود و به خصوص بناهای تاریخی استفاده شده است. [۹-۷] اما به دلیل دشواریهای انجام آزمایش مانند هزینه بالا و محدودیت نقاط دسترسی، انجام آزمایش‌های دینامیکی بر روی سازه واقعی در بسیاری از موارد عملی نیست. لذا محققین متعددی روابطی تجربی و یا نیمه تجربی را برای تخمین فرکانس اصلی نوسان برج‌های تاریخی در سراسر جهان پیشنهاد داده‌اند. این روابط عمدتاً بر اساس نتایج آزمایش‌های انجام شده روی برج-های واقعی در مناطق مختلف و یا مدل‌سازی دقیق این سازه‌ها در نرم‌افزارهای اجزا محدود نظیر ABAQUS، DIANA یا SAP2000 بدست آمده‌اند. بدین ترتیب که با جمع‌آوری اطلاعات برج‌ها مانند مشخصات هندسی و مصالح مصرفی و فرکانس ارتعاش گزارش شده برای آنها، روابطی تقریبی بر داده‌ها منطبق شده است. با توجه به اینکه هندسه و مصالح سازه برج‌ها در نقاط مختلف جهان متفاوت بوده است، لذا روابط پیشنهادی معمولاً برای هر منطقه مشخص پیشنهاد شده است که استفاده از آن برای تخمین فرکانس برج‌ها بدون توجه به جغرافیای ساخت به نتایج با پراکندگی قابل توجهی منجر می‌شود. دسته‌ای از این روابط به شکل ساده شده در آیین‌نامه‌های طراحی سازه‌ها در برخی کشورها نظیر ایتالیا [۱۰] و اسپانیا [۱۱] پیشنهاد شده‌اند.

هر چند تحقیقات انجام شده نشان می‌دهد که عوامل متعددی نظیر مشخصات هندسی برج‌ها شامل ارتفاع، ابعاد و شکل مقطع برج، ضخامت جداره برج و وجود بازشو در بدنه و مشخصات مصالح مصرفی مانند مدول ارتجاعی و چگالی مصالح بر فرکانس اصلی نوسان برج‌ها موثر می‌باشند، اما روابط ارائه شده در مراجع عمدتاً فرکانس ارتعاش برج را به صورت تابعی از یک یا دو مشخصه برج محدود کرده‌اند. این امر هم به دلیل ساده‌سازی روابط و هم به دلیل عدم دسترسی به اطلاعات جامع تمامی برج‌های آزمایش شده انجام شده است. این نکته نیز یکی از عوامل پراکندگی در مقادیر فرکانس‌های تخمینی توسط روابط پیشنهادی به شمار می‌رود. بر این اساس، در این مقاله تعداد ۳۸ برج تاریخی که با استفاده از آزمایش‌های دینامیکی درجا و یا تحلیل‌های دقیق اجزا محدود مشخصات دینامیکی آنها استخراج شده‌اند و

مشخصات هندسی آنها به طور کامل در اختیار بوده‌اند جمع‌آوری شده‌اند. آنگاه با استفاده از یک تحلیل آماری و انجام رگرسیون غیرخطی رابطه‌ای تجربی که برخلاف عمده روابط موجود در مراجع با لحاظ نمودن اثر مشخصات مهم هندسی و مصالح شامل ارتفاع برج، بعد مقطع برج و مدول ارتجاعی مصالح پیشنهاد شده است.

۲- مروری بر روابط موجود برای تخمین فرکانس اصلی ارتعاش برج‌های تاریخی

به منظور ارائه روابطی برای تخمین فرکانس اصلی نوسان برج‌های تاریخی مصالح بنایی رویکردهای متعددی استفاده شده است. یکی از پرکاربردترین روش‌ها، استفاده از نتایج آزمایش‌های درمحل روی برج‌های تاریخی یک منطقه خاص است که با انجام یک تحلیل آماری روابطی تجربی استخراج شده‌اند. این گونه روابط به شکل‌های گوناگون و با در نظر گرفتن اثرات عوامل مختلف بر رفتار دینامیکی سازه پیشنهاد شده‌اند. روابط پیشنهادی در آیین‌نامه‌های ساختمانی در این دسته از روابط قرار می‌گیرند. با توجه به این که در روابط پیشنهادی در آیین‌نامه‌های ساختمانی به سادگی روابط و قابلیت استفاده از آنها در سازه‌های متنوع توجه می‌شود، نتایج حاصل از این روابط پراکندگی قابل توجهی را از خود نشان می‌دهند. به عنوان مثال، روابط پیشنهادی در آیین‌نامه‌های ایتالیا و اسپانیا به ترتیب در روابط ۱ و ۲ ارائه شده‌اند:

$$T_1 = 0.05H^{0.75} \quad (1)$$

$$f_1 = \frac{\sqrt{L}}{0.06H \sqrt{\frac{H}{2L+H}}} \quad (2)$$

همانگونه که ملاحظه می‌شود رابطه ۱ به صورت ساده دوره تناوب اصلی سازه را به ارتفاع برج مرتبط می‌سازد. درحالی که در رابطه ۲ فرکانس اصلی ارتعاش نه تنها وابسته به ارتفاع برج (H) است، بلکه بعد مقطع برج (L) نیز به عنوان یک عامل تاثیرگذار به شمار می‌رود.

چنین روابط تجربی توسط Rainieri و Fabbrocino [۱۲]، Shakya و همکاران [۱۳]، Kouris [۱۴] و Diaferio و همکاران [۱۵] نیز ارائه شده‌اند. به عنوان مثال Diaferio و همکاران [۱۵] روابط زیر را برای تخمین فرکانس ارتعاش برج‌های تاریخی در دو حالت متصل به سازه اصلی و منفرد پیشنهاد داده‌اند:

$$f_1 = 14.6L_{\min}^{-0.254} H_{\text{eff}}^{-0.341} H^{-0.216} \quad (3)$$

$$f_1 = 208.54L_{\min}^{0.55} H^{-1.73} \quad (4)$$

که در روابط فوق L_{\min} بعد کوچکتر مقطع برج، H ارتفاع کل سازه و H_{eff} ارتفاع موثر سازه برج است.

برخی دیگر از محققین نیز با اصلاح روابط تحلیلی موجود برای محاسبه فرکانس اصلی ستون‌های طره (رابطه ۵) که تابعی از مدول ارتجاعی ستون (E)، سطح مقطع ستون (A)، ممان اینرسی مقطع ستون (I)، ارتفاع ستون (L) و چگالی مصالح ستون (ρ) است، به ارائه روابطی نیمه‌تحلیلی برای تخمین فرکانس اصلی ارتعاش برج‌های تاریخی پرداخته‌اند. به عنوان نمونه Bartoli و همکاران [۱۶] رابطه ۶ را برای تخمین فرکانس نوسان برج‌های تاریخی پیشنهاد داده است:

$$f_1 = \frac{1.875^2}{2\pi \cdot L^2} \sqrt{\frac{E \cdot I}{\rho \cdot A}} \quad (5)$$

$$f_1 = \frac{0.2 \times a}{H_{eff}^2} \times (1-n) \times \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (6)$$

در رابطه فوق H_{eff} ارتفاع موثر ستون، a بعد مقطع برج و n برابر با نسبت ضخامت دیواره برج به بعد مقطع برج می‌باشند.

۳- مجموعه داده‌های مشخصات دینامیکی برج‌های موجود

به منظور ارائه رابطه‌ای تجربی برای تخمین فرکانس اصلی ارتعاش برج‌های مصالح بنایی تاریخی، ۳۸ برج تاریخی که قبلاً مشخصات دینامیکی آنها با استفاده از آزمایش‌های دینامیکی درجا و یا مدل‌سازی اجزا محدود بدست آمده است، انتخاب شده‌اند. در جدول ۱ فرکانس طبیعی ارتعاش برج‌ها به همراه مشخصات هندسی آنها (ارتفاع، بعد کوچکتر مقطع برج، ضخامت جداره) و مدول ارتجاعی مصالح برج ارائه شده‌اند.

جدول ۱: مشخصات برج‌های تاریخی مصالح بنایی مورد استفاده در تحلیل آماری

ردیف	نام برج و ساختمانه	مرجع	ارتفاع موثر H_{eff} (m)	کمترین بعد مقطع L (m)	ضخامت جداره t (m)	مدول ارتجاعی مصالح E (GPa)	فرکانس اصلی ارتعاش f (Hz)
۱	برج Mogadouro پرتغال	Ramos و همکاران [۱۷]	۲۰	۴/۵	۱/۰	۳/۰	۲/۵۶
۲	برج Torre Grossa ایتالیا	Bartoli و همکاران [۱۸]	۳۵	۹/۵	۲/۱	۷/۰	۱/۳۱
۳	برج Saint Andrea ایتالیا	Russo و همکاران [۱۹]	۵۸	۷/۶	۰/۹۳	۱/۸	۰/۶۱
۴	برج Matilde ایتالیا	Bennati و همکاران [۲۰]	۱۹	۷/۰	۱/۰۸	۱/۸	۱/۲
۵	برج دانشگاه Coimbra پرتغال	Julio و همکاران [۲۱]	۲۰	۵/۶	۱/۳	۳/۰	۲/۱۳
۶	برج St. Spyridon یونان	Kouris [۱۴]	۲۷/۵	۳/۶	۰/۷	۱/۳۱۸	۱/۲۴
۷	برج Iskenderpas ترکیه	Altunisik [۲۲]	۲۰/۵	۲/۲	۰/۱۸	۲/۰	۱/۰۹
۸	برج با مصالح سنگی ترکیه	Dogangun و همکاران [۲۳]	۲۵	۲/۱۲	۰/۲۱	۳/۰	۱/۱۱

۱/۹۶	۳/۰	۰/۲۱	۲/۱۲	۲۰	Dogangun و همکاران [۲۳]	برج با مصالح سنگی ترکیه	۹
۱/۴۲	۲/۵	۱/۲	۶/۲۵	۳۲	Colapietro و همکاران [۲۴]	برج Santa Maria di San Luca ایتالیا	۱۰
۱/۷۵	۱/۸۹۵	۱/۰۵	۶/۴	۴۴	Milani و Valente [۲۵]	برج Trecenta ایتالیا	۱۱
۱/۱۲	۱/۸۹۵	۰/۵۴	۴/۶	۲۵/۵	Milani و Valente [۲۵]	برج San Giacomo ایتالیا	۱۲
۱/۶۷	۱/۸۹۵	۰/۷۵	۷/۲	۲۵/۷	Milani و Valente [۲۵]	برج Lendinara ایتالیا	۱۳

جدول ۱: مشخصات برج‌های تاریخی مصالح بنایی مورد استفاده در تحلیل آماری (ادامه)

ردیف	نام برج و ساختگاه	مرجع	ارتفاع موثر (m) H_{eff}	کمترین بعد مقطع (m) L	ضخامت جداره f (m)	مدول ارتجاعی مصالح E (GPa)	فرکانس اصلی ارتعاش f (Hz)
۱۴	برج Maistra ایتالیا	Milani و Valente [۲۵]	۲۶/۳	۹/۰	۱/۵۳	۱/۸۹۵	۱/۳۷
۱۵	برج Treves castle ایتالیا	Milani و Valente [۲۵]	۲۳/۸	۷/۲	۱/۱۷	۱/۸۹۵	۱/۴۷
۱۶	برج Pighin ایتالیا	Milani و Valente [۲۵]	۲۱/۸	۷/۵	۱/۲۳	۱/۸۹۵	۱/۷۵
۱۷	برج کلیسای San Sisto II ایتالیا	Milani و Valente [۲۵]	۲۲/۶	۴/۷	۰/۹	۱/۸۹۵	۱/۱۹
۱۸	برج Morosini ایتالیا	Milani و Valente [۲۵]	۱۹/۸	۷/۰	۰/۵	۱/۸۹۵	۱/۶۷
۱۹	برج Ghirlandina ایتالیا	Sabia و Lancellotta [۲۶]	۵۰	۱۱	۲/۰	۱/۷	۰/۷۴
۲۰	برج Collegiata of san Vitorre ایتالیا	Saisi و Gentile [۲۷]	۳۲	۷/۱	۱/۳	۱/۷	۰/۹۷
۲۱	برج Ficarolo	Bassoli و همکاران	۴۵	۸/۰	۲/۳	۱/۵	۰/۵۵

					[۲۸]	ایتالیا	
۱/۹۵	۱/۸	۱/۳۵	۵/۴۲	۱۶/۵	Iervolino و Cosenza [۲۹]	برج Santa Lucia ایتالیا	۲۲
۱/۶۶	۰/۹۷	۳/۸۲	۱۴/۵	۱۴/۵	Bonato و همکاران [۳۰]	برج Roccaverano ایتالیا	۲۳
۰/۶۹	۰/۸۶	۲/۷	۱۱/۰	۴۰/۵	Ceroni و همکاران [۳۱]	برج Santa Maria ایتالیا	۲۴
۲/۵۵	۱/۹	۱/۵	۵/۰	۲۰/۶	Bayraktar و همکاران [۳۲]	برج کلیسای Hagia Sophia ترکیه	۲۵
۲/۵۵	۱/۹	۱/۰	۳/۵	۱۳	Carone و همکاران [۳۳]	برج Annunziata ایتالیا	۲۶

جدول ۱: مشخصات برج‌های تاریخی مصالح بنایی مورد استفاده در تحلیل آماری (ادامه)

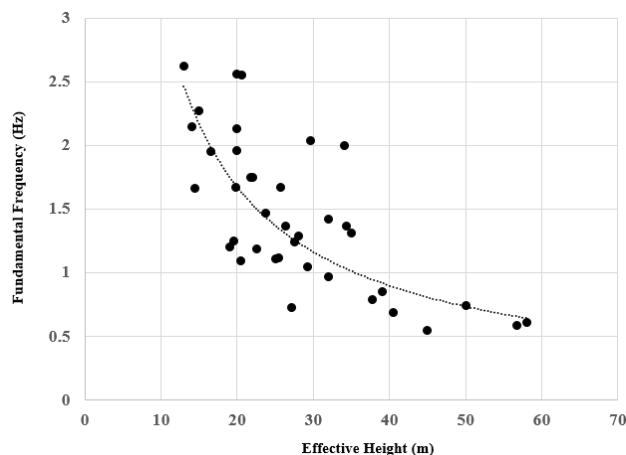
ردیف	نام برج و ساختمانی	مرجع	ارتفاع موثر (m) H_{eff}	کمترین بعد مقطع (m) L	ضخامت جداره t (m)	مدول ارتجاعی مصالح E (GPa)	فرکانس اصلی ارتعاش f (Hz)
۲۷	برج Torre Aquila ایتالیا	Ceriotti و همکاران [۳۴]	۱۹/۶	۴/۵	۰/۸	۱/۱	۱/۲۵
۲۸	برج Nuestra Sra del Pilar اسپانیا	Cervera و Ivorra [۳۵]	۲۷/۲	۴/۶۸	۱/۴۵	۱/۱	۰/۷۳
۲۹	برج Soncino ایتالیا	Al-saleh و Casciati [۳۶]	۲۹/۲	۵/۹۶	۱/۵۵	۱/۶	۱/۰۵
۳۰	برج Nuestra Sra. de la Misericordia اسپانیا	Pallarés و Ivorra [۳۷]	۲۸/۰	۵/۶	۱/۲	۲/۵	۱/۲۹
۳۱	برج کلیسای Kohnan و همکاران		۳۴/۴	۷/۶	۱/۱	۱/۹۶	۱/۳۷

					[۳۸]	Nuestra Señora Candelaria de la Viña آرژانتین	
۲/۰۴	۲/۲	۱/۴	۷/۵	۲۹/۶	Diaferio و همکاران [۳۹]	برج تاریخی ایتالیا	۳۲
۰/۵۹	۱/۶	۱/۴	۱۰	۵۶/۷	Saisi و Gentile [۴۰]	برج Collegiata of San Vittore ایتالیا	۳۳
۰/۸۵	۱/۷	۱/۳	۷/۳	۳۹	Zonta و همکاران [۴۱]	برج Saint Andrea ایتالیا	۳۴
۲/۲۷	۱/۱	۱/۳	۴/۹۵	۱۵	Fabbricino و Rainieri [۴۲]	برج تاریخی ایتالیا	۳۵
۲/۰	۴/۰	۲/۰	۸/۶	۳۴/۱	Vari و Abruzzese [۴۳]	برج Capocci ایتالیا	۳۶
۲/۱۵	۱/۴	۰/۹۸	۳/۵۸	۱۴	Castellacci و همکاران [۴۴]	برج تاریخی ایتالیا	۳۷
۰/۷۹	۲/۳	۰/۸	۶/۱۵	۳۷/۸	Casarin و همکاران [۴۵]	برج تاریخی ایتالیا	۳۸

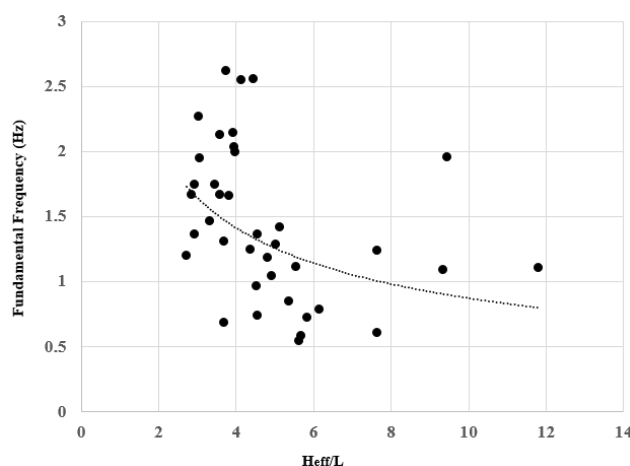
۴- بررسی تاثیر عوامل مختلف بر فرکانس اصلی ارتعاش برج ها

بر اساس بررسی‌های انجام شده توسط دیگر محققین و همچنین داده های جمع آوری شده در این تحقیق، مهمترین عامل موثر بر فرکانس اصلی ارتعاش برج‌ها، ارتفاع برج است. به گونه‌ای که صرف نظر از دیگر مشخصات هندسی و مصالح برج‌ها نظیر ابعاد مقطع برج و مدول ارتجاعی مصالح برج، فرکانس اصلی ارتعاش برج‌ها به طور معناداری با تغییر ارتفاع برج تغییر می‌کند، شکل ۲. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، فرکانس اصلی ارتعاش برج‌ها با افزایش ارتفاع برج با رابطه‌ای نمایی و پراکندگی اندکی کاهش می‌یابد. از سوی دیگر در شکل‌های ۳ و ۴ مقدار فرکانس ارتعاش برج‌ها به ترتیب بر حسب نسبت ارتفاع به بعد مقطع برج (H/L) یا همان لاغری برج و مدول ارتجاعی مصالح برج به تنهایی و صرف نظر از سایر عوامل ترسیم شده‌اند. روند تغییرات فرکانس اصلی ارتعاش بر حسب لاغری برج و مدول ارتجاعی نشان می‌دهد که این پارامترها را نمی‌توان به تنهایی به عنوان عامل موثر بر رفتار دینامیکی سازه‌ها در نظر گرفت. چراکه پراکندگی قابل توجهی

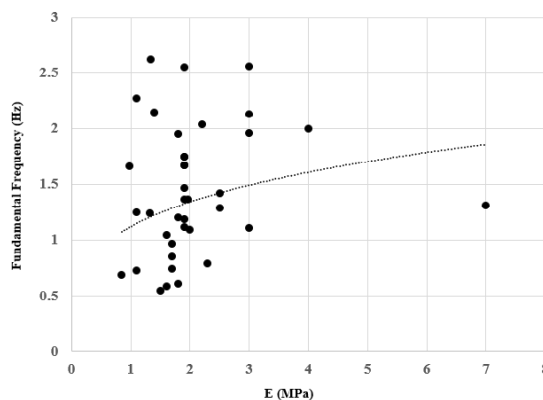
در داده ها ملاحظه می شود. از این رو، در روابط پیشنهادی فرکانس ارتعاش برج های تاریخی در اکثر آیین نامه ها تابع ارتفاع برج تعریف می شود. به عبارت دیگر، عوامل دیگر غیر از ارتفاع برج، در درجه دوم اهمیت قرار دارند و برای افزایش دقت روابط پیشنهادی مد نظر قرار می گیرند.



شکل ۲: تاثیر ارتفاع برج بر فرکانس اصلی ارتعاش برج های تاریخی



شکل ۳: تاثیر نسبت ارتفاع به بعد مقطع برج بر فرکانس اصلی ارتعاش برج های تاریخی



شکل ۴: تاثیر مدول ارتجاعی مصالح برج بر فرکانس اصلی ارتعاش برج های تاریخی

۵- روابط پیشنهادی برای تخمین فرکانس ارتعاش برج‌های تاریخی

در این مقاله با استفاده از داده‌های جمع‌آوری شده از برج‌ها طبق جدول ۱، سه رابطه تجربی برای تخمین فرکانس اصلی ارتعاش برج‌های تاریخی پیشنهاد شده است. روابط پیشنهادی با استفاده از تحلیل‌های آماری در نرم‌افزار SPSS به صورت رگرسیون غیرخطی استخراج شده است. به طور کلی، در تحلیل‌های آماری دو شیوه برای ایجاد رابطه‌ای بین متغیر وابسته و تعدادی متغیر مستقل استفاده می‌شود. یکی رگرسیون خطی و دیگری رگرسیون غیرخطی. شکل عمومی رابطه مورد نظر مطابق زیر است:

$$Y = h(x_1, x_2, \dots, x_m; \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_p) + E \quad (5)$$

که در این رابطه Y همان متغیر وابسته، x_1 تا x_m متغیرهای مستقل، γ_1 تا γ_p ضرایب رابطه و E خطای رابطه است. بدین ترتیب با انتخاب شکل رابطه‌ای مشخص (h) که متغیر وابسته را بر حسب متغیرهای مستقل بیان می‌کند، پارامترهای رابطه به گونه‌ای بدست می‌آیند که خطای رابطه حداقل شوند. در روش رگرسیون خطی رابطه انتخابی به صورت یک رابطه خطی مطابق شکل کلی زیر انتخاب می‌شود:

$$Y = \gamma_1 x_1 + \gamma_2 x_2 + \dots + \gamma_m x_m + E \quad (6)$$

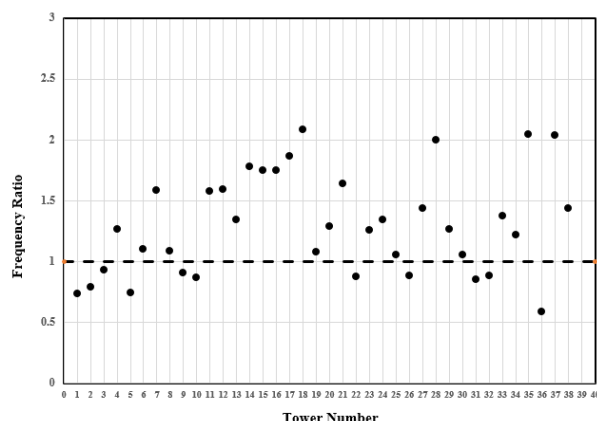
در مقابل در رگرسیون غیرخطی محدودیتی در شکل رابطه انتخابی وجود ندارد.

۵-۱- رابطه تجربی پیشنهادی بر حسب ارتفاع برج

بدین ترتیب رابطه اول پیشنهادی مشابه با روابط پیشنهادی آیین‌نامه‌های ساختمانی تنها بر حسب ارتفاع برج ارائه شده است:

$$f_1 = 24.759 \times H_{eff}^{-0.899} \quad (7)$$

در رابطه فوق، فرکانس اصلی ارتعاش به صورت تابعی از مهمترین عامل تاثیرگذار ارائه شده است. در شکل منحنی مربوط به رابطه بر روی داده‌های موجود از برج‌های مورد استفاده ترسیم شده است. لازم به ذکر است که مقدار پارامتر R^2 که برای ارزیابی دقت روابط تجربی حاصل از تحلیل‌های آماری مورد استفاده قرار می‌گیرد، برای رابطه $0/61$ بدست آمده است. بدیهی است که هر چه مقدار R^2 به عدد ۱ نزدیک‌تر باشد، دقت رابطه بیشتر است. مقدار متوسط خطای مطلق رابطه پیشنهادی برای تخمین فرکانس اصلی برج‌ها نیز محاسبه شده است که برای این رابطه برابر با $21/1$ درصد بدست آمده است. برای درک بهتر دقت رابطه پیشنهادی نسبت فرکانس تخمین-زده شده به فرکانس واقعی (نسبت فرکانسی) برای مجموعه برج‌ها در شکل ۵ نمایش داده شده است.



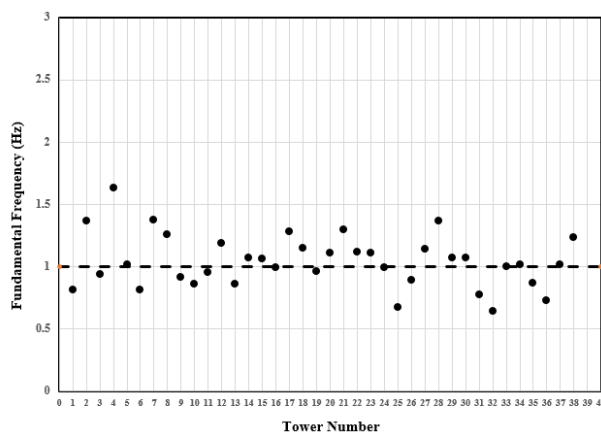
شکل ۵: مقایسه مقدار محاسباتی فرکانس اصلی ارتعاش طبق رابطه ۷ با مقادیر واقعی

۲-۵- رابطه تجربی پیشنهادی بر حسب ارتفاع و ضخامت جداره مقطع برج و مدول ارتجاعی مصالح

با توجه به اینکه عوامل متعددی دیگری بر مشخصات دینامیکی برج‌های تاریخی مصالح بنایی تاثیرگذار هستند، لذا در رابطه دوم پیشنهادی با هدف افزایش دقت نسبت به رابطه اول، اثر عوامل مختلف از جمله مدول ارتجاعی مصالح برج و ابعاد هندسی سازه شامل ارتفاع و بعد کوچکتر مقطع برج در نظر گرفته شده است. بر اساس تحلیل‌های آماری و رگرسیون غیرخطی رابطه پیشنهادی برای تخمین فرکانس اصلی ارتعاش برج طبق رابطه ۸ است:

$$f_1 = 28.584E^{0.394} L^{0.197} H_{eff}^{-1.119} \quad (8)$$

که در رابطه فوق E مدول ارتجاعی مصالح برج بر حسب گیگاپاسکال، H_{eff} ارتفاع موثر برج بر حسب متر و L بعد کوچکتر مقطع برج بر حسب متر است. مقدار ضریب R^2 برای رابطه فوق ۰/۷ بوده که نسبت به رابطه قبل از دقت بیشتری برخوردار است. همچنین میانگین خطای رابطه پیشنهادی ۱۶/۵ درصد است که مجدداً نشان از بهبود دقت رابطه پیشنهادی دارد. در شکل ۶ نیز مقادیر نسبت فرکانسی مجموعه برج‌ها مربوط به رابطه ۸ ملاحظه می‌شود.



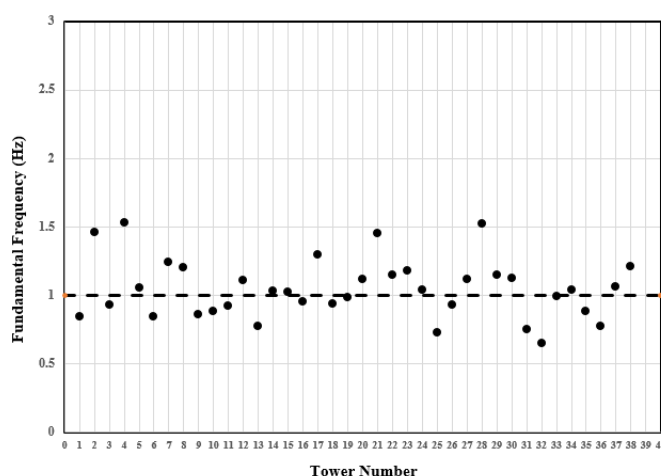
شکل ۶: مقایسه مقادیر محاسباتی فرکانس اصلی ارتعاش طبق رابطه ۸ با مقادیر واقعی

۳-۵- رابطه تجربی پیشنهادی بر حسب ارتفاع، ضخامت جداره و بعد مقطع برج و مدول ارتجاعی مصالح

در نهایت با در نظر گرفتن ضخامت جداره برج‌ها به عنوان یک عامل هندسی موثر بر پاسخ دینامیکی سازه، رابطه‌ای به شکل زیر برای تخمین فرکانس ارتعاش برج‌های تاریخی استخراج شده است:

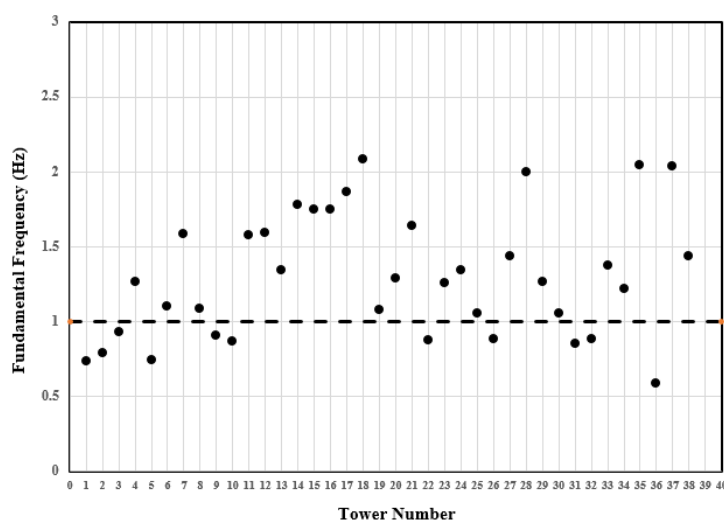
$$f_1 = 31.827 E^{0.413} L^{-0.041} H_{eff}^{-1.029} t^{0.179} \quad (9)$$

که در این رابطه t ضخامت جداره برج است. مقدار ضریب R^2 برای رابطه فوق 0.725 بوده که نسبت به رابطه قبل اندکی از دقت بیشتری برخوردار است. هر چند که میانگین خطای رابطه پیشنهادی 17% درصد است که نسبت به رابطه 8 بیشتر است، اما مقدار ضریب R^2 که معیار بهتری برای همبستگی داده‌ها است، نشان از بهبود رابطه پیشنهادی دارد. در شکل 7 نیز مقادیر نسبت فرکانسی مجموعه برج‌ها متناظر با رابطه 9 نمایش داده شده است.



شکل ۷: مقایسه مقادیر محاسباتی فرکانس اصلی ارتعاش طبق رابطه ۹ با مقادیر واقعی

با هدف مقایسه دقت روابط پیشنهادی با روش‌های ارائه شده توسط دیگر محققین، فرکانس اصلی ارتعاش برج‌ها با استفاده روابط ارائه شده توسط Diaferio و همکاران [۱۵] (روابط ۳ و ۴) به عنوان یکی از جدیدترین تحقیقات در این زمینه محاسبه شده‌اند و در شکل ۸ با مقادیر دقیق فرکانس ارتعاش مقایسه شده‌اند. بر اساس محاسبات انجام شده، متوسط خطای حاصل از روابط اخیر برابر 40% درصد است که نسبت به روابط پیشنهادی در این مقاله مقدار بیشتری است.



شکل ۸: مقایسه مقادیر محاسباتی فرکانس اصلی ارتعاش با استفاده از روابط ۳ و ۴ با مقادیر واقعی

۶- جمع بندی و نتیجه گیری:

در این مقاله با توجه به اهمیت تخمین فرکانس اصلی ارتعاش برج‌های تاریخی، مشخصات هندسی و مصالح تعدادی برج تاریخی مصالح بنایی که قبلاً با استفاده از آزمایش‌های دینامیکی درجا و یا تحلیل‌های اجزا محدود دقیق فرکانس اصلی ارتعاش آنها استخراج شده بود جمع‌آوری شد. آنگاه تاثیر عوامل هندسی موثر بر مشخصات دینامیکی این گونه سازه‌ها ارزیابی شد و ارتفاع برج به عنوان مهمترین عامل موثر در فرکانس اصلی ارتعاش آن سازه‌ها و عوامل دیگر از جمله لاغری و مدول ارتجاعی مصالح برج نیز به عنوان عوامل ثانویه موثر بر فرکانس اصلی ارتعاش برج‌ها معرفی شد. در ادامه با استفاده از تحلیل آماری و رگرسیون غیرخطی سه رابطه تجربی برای تخمین فرکانس ارتعاش برج‌های تاریخی پیشنهاد گردید. یک رابطه ساده فقط تابع ارتفاع موثر برج و روابط دیگر با دقت بیشتر و در نظر گرفتن ارتفاع و ابعاد مقطع و مدول ارتجاعی مصالح برج ارائه شد. بررسی دقت روابط نشان می‌دهد که با در نظر گرفتن عوامل موثر بیشتر در روابط پیشنهادی، دقت روابط نیز بهبود می‌یابد.

۷- مراجع

- [1] Marra, A.M., Salvatori, L., Spinelli, P. and Bartoli, G., 2017. Incremental dynamic and nonlinear static analyses for seismic assessment of medieval masonry towers. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 31(4), p.04017032. Available at: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CF.1943-5509.0001022](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0001022)
- [2] Kouris, S.S. and Weber, M.K.K., 2011. Numerical Analysis of Masonry Bell-Towers under Dynamic Loading. *Journal of Civil Engineering and Architecture*, 5(8).
- [3] Ivorra, S., Pallarés, F.J., Adam, J.M. and Tomás, R., 2010. An evaluation of the incidence of soil subsidence on the dynamic behaviour of a Gothic bell tower. *Engineering Structures*, 32(8), pp.2318-2325. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2010.04.007>
- [4] Valente, M. and Milani, G., 2016. Non-linear dynamic and static analyses on eight historical masonry towers in the North-East of Italy. *Engineering Structures*, 114, pp.241-270. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.02.004>
- [5] Casolo, S., Diana, V. and Uva, G., 2017. Influence of soil deformability on the seismic response of a masonry tower. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 15(5), pp.1991-2014. Available at: <https://doi.org/10.1007/s10518-016-0061-y>
- [6] Peña, F., Lourenço, P.B., Mendes, N. and Oliveira, D.V., 2010. Numerical models for the seismic assessment of an old masonry tower. *Engineering Structures*, 32(5), pp.1466-1478. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2010.01.027>
- [7] Gentile, C. and Saisi, A., 2007. Ambient vibration testing of historic masonry towers for structural identification and damage assessment. *Construction and Building Materials*, 21(6), pp.1311-1321. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2006.01.007>
- [8] Cimellaro, G.P., Piantà, S. and De Stefano, A., 2011. Output-only modal identification of ancient L'Aquila city hall and civic tower. *Journal of structural engineering*, 138(4), pp.481-491. Available at: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0000494](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000494)
- [9] Pieraccini, M., Dei, D., Mecatti, D. and Parrini, F., 2013. Dynamic testing of historic towers using an interferometric radar from an unstable measurement position. *Journal of Nondestructive Evaluation*, 32(4), pp.398-404. Available at: <https://doi.org/10.1007/s10921-013-0193-9>
- [10] NTC2008, 2008. Norme tecniche per le costruzioni, D.M. 14/01/2008, Gazzetta Ufficiale n. 29 de 04.02.2008, Suppl. Ord. n.30; 2008.
- [11] Española ND. Real Decreto 997/2002, de 27 de septiembre, por el que se aprueba la norma de construcción sismorresistente: parte general y edificación (NCSR-02). Boletín Oficial del Estado. 2002;244:35-898.
- [12] Rainieri, C. and Fabbrocino, G., 2012. Estimating the elastic period of Masonry towers. In *Topics in Modal Analysis I, Volume 5* (pp. 243-248). Springer, New York, NY. Available at: https://doi.org/10.1007/978-1-4614-2425-3_22
- [13] Shakya, M., Varum, H., Vicente, R. and Costa, A., 2016. Empirical formulation for Estimating the fundamental frequency of slender masonry structures. *International Journal of Architectural Heritage*, 10(1), pp.55-66. Available at: <https://doi.org/10.1080/15583058.2014.951796>
- [14] Kouris, S.S., 2012. Applied Earthquake Engineering in the Research of Vulnerable Masonry Structures. *Journal of Civil Engineering and Science*; Vol 1, No. 4, 39-46. Available at: <http://www.academicpub.org/jces/paperInfo.aspx?paperid=1300>
- [15] Diaferio, M., Foti, D. and Potenza, F., 2018. Prediction of the fundamental frequencies and modal shapes of historic masonry towers by empirical equations based on experimental data. *Engineering Structures*, 156, pp.433-442. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.11.061>
- [16] Bartoli, G., Betti, M., Marra, A.M. and Monchetti, S., 2017. Semiempirical Formulations for Estimating the Main Frequency of Slender Masonry Towers. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 31(4), p.04017025. Available at: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CF.1943-5509.0001017](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0001017)

- [17] Ramos, L.F., Marques, L., Lourenço, P.B., De Roeck, G., Campos-Costa, A. and Roque, J., 2010. Monitoring historical masonry structures with operational modal analysis: two case studies. *Mechanical systems and signal processing*, 24(5), pp.1291-1305. Available at: [\[https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2010.01.011\]](https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2010.01.011)
- [18] Bartoli, G., Betti, M. and Giordano, S., 2013. In situ static and dynamic investigations on the “Torre Grossa” masonry tower. *Engineering Structures*, 52, pp.718-733. Available at: [\[https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.01.030\]](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.01.030)
- [19] Russo, G., Bergamo, O., Damiani, L. and Lugato, D., 2010. Experimental analysis of the “Saint Andrea” Masonry Bell Tower in Venice. A new method for the determination of “Tower Global Young’s Modulus E”. *Engineering structures*, 32(2), pp.353-360. Available at: [\[https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.08.002\]](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.08.002)
- [20] Bennati, S., Nardini, L. and Salvatore, W., 2005. Dynamic behavior of a medieval masonry bell tower. Part I: Experimental measurements and modeling of bell’s dynamic actions. *Journal of structural engineering*, 131(11), pp.1647-1655. Available at: [\[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2005\)131:11\(1647\)\]](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2005)131:11(1647))
- [21] Júlio, E.N.B.S., da Silva Rebelo, C.A. and Dias-da, D.A.S.G., 2008. Structural assessment of the tower of the University of Coimbra by modal identification. *Engineering Structures*, 30(12), pp.3468-3477. Available at: [\[https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2008.06.001\]](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2008.06.001)
- [22] Altunişik, A.C., 2011. Dynamic response of masonry minarets strengthened with Fiber Reinforced Polymer (FRP) composites. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 11(7), 2011-2019. Available at: [\[https://doi.org/10.5194/nhess-11-2011-2011\]](https://doi.org/10.5194/nhess-11-2011-2011)
- [23] Dogangun, A., Acar, R., Sezen, H. and Livaoglu, R., 2008. Investigation of dynamic response of masonry minaret structures. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 6(3), pp.505-517. Available at: [\[https://doi.org/10.1007/s10518-008-9066-5\]](https://doi.org/10.1007/s10518-008-9066-5)
- [24] Colapietro, D., Fiore, A., Netti, A., Fatiguso, F., Marano, G.C., De Fino, M., Cascella, D. and Ancona, A., 2013. Dynamic identification and evaluation of the seismic safety of a masonry bell tower in the south of Italy. In *Proc., 4th ECCOMAS Thematic Conf. on Computational Methods in Structural Dynamic and Earthquake Engineering (COMPADYN 2013), Kos Island, Greece*. Available at: [\[https://www.researchgate.net/publication/309200820_Dynamic_identification_and_evaluation_of_the_seismic_safety_of_a_masonry_bell_tower_in_the_south_of_Italy\]](https://www.researchgate.net/publication/309200820_Dynamic_identification_and_evaluation_of_the_seismic_safety_of_a_masonry_bell_tower_in_the_south_of_Italy)
- [25] Valente, M. and Milani, G., 2016. Seismic assessment of historical masonry towers by means of simplified approaches and standard FEM. *Construction and Building Materials*, 108, pp.74-104. Available at: [\[https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.01.025\]](https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.01.025)
- [26] Lancellotta, R. and Sabia, D., 2015. Identification technique for soil-structure analysis of the Ghirlandina tower. *International Journal of Architectural Heritage*, 9(4), pp.391-407. Available at: [\[https://doi.org/10.1080/15583058.2013.793438\]](https://doi.org/10.1080/15583058.2013.793438)
- [27] Gentile, C. and Saisi, A., 2013. Operational modal testing of historic structures at different levels of excitation. *Construction and Building Materials*, 48, pp.1273-1285. Available at: [\[https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.01.013\]](https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.01.013)
- [28] Bassoli, E., Vincenzi, L., Bovo, M. and Mazzotti, C., 2015, July. Dynamic identification of an ancient masonry bell tower using a MEMS-based acquisition system. In *Environmental, Energy and Structural Monitoring Systems (EESMS), 2015 IEEE Workshop on* (pp. 226-231). IEEE. Available at: [\[10.1109/EESMS.2015.7175882\]](https://doi.org/10.1109/EESMS.2015.7175882)
- [29] Cosenza, E. and Iervolino, I., 2007. Case study: seismic retrofitting of a medieval bell tower with FRP. *Journal of Composites for Construction*, 11(3), pp.319-327. Available at: [\[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0268\(2007\)11:3\(319\)\]](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0268(2007)11:3(319))
- [30] Bonato, P., Ceravolo, R., De Stefano, A. and Molinari, F., 2000. Cross-time frequency techniques for the identification of masonry buildings. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 14(1), pp.91-109. Available at: [\[https://doi.org/10.1006/mssp.1999.1273\]](https://doi.org/10.1006/mssp.1999.1273)
- [31] Ceroni, F., Pecce, M. and Manfredi, G., 2009. Seismic Assessment of the Bell Tower of Santa Maria del Carmine: problems and solutions. *Journal of Earthquake Engineering*, 14(1), pp.30-56. Available at: [\[https://doi.org/10.1080/13632460902988968\]](https://doi.org/10.1080/13632460902988968)

- [32] Bayraktar, A., Türker, T., Sevim, B., Altunişik, A.C. and Yildirim, F., 2009. Modal parameter identification of Hagia Sophia bell-tower via ambient vibration test. *Journal of Nondestructive Evaluation*, 28(1), pp.37-47. Available at: [<https://doi.org/10.1007/s10921-009-0045-9>]
- [33] Carone, A.S., Foti, D., Giannoccaro, N.I. and Nobile, R., 2013, June. Non-destructive characterization and dynamic identification of an historical bell tower. In *Proceedings of the International Conference on Integrity, Reliability and Failure Mechanical Systems*. Available at: [<http://campaners.com/pdf/pdf74.pdf>]
- [34] Ceriotti, M., Mottola, L., Picco, G.P., Murphy, A.L., Guna, S., Corra, M., Pozzi, M., Zonta, D. and Zanon, P., 2009, April. Monitoring heritage buildings with wireless sensor networks: The Torre Aquila deployment. In *Proceedings of the 2009 International Conference on Information Processing in Sensor Networks* (pp. 277-288). IEEE Computer Society. Available at: [<https://dl.acm.org/citation.cfm?id=1602191>]
- [35] Ivorra, S. and Cervera, J.R., 2001. Analysis of the dynamic actions when bells are swinging on the bell tower of Bonreposi Mirambell Church (Valencia, Spain). In *IProc. of the 3rd international seminar of historical constructions* (Vol. 413, p. 19). University of Minho Guimarães. Available at: [http://www.hms.civil.uminho.pt/sahc/2001/page%20413-420%20_33_.pdf]
- [36] Casciati, S. and Al-Saleh, R., 2010. Dynamic behavior of a masonry civic belfry under operational conditions. *Acta mechanica*, 215(1-4), pp.211-224. Available at: [<https://doi.org/10.1007/s00707-010-0343-4>]
- [37] Ivorra, S. and Pallarés, F.J., 2006. Dynamic investigations on a masonry bell tower. *Engineering structures*, 28(5), pp.660-667. Available at: [<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2005.09.019>]
- [38] Kohan, P.H., Nallim, L.G. and Gea, S.B., 2011. Dynamic characterization of beam type structures: Analytical, numerical and experimental applications. *Applied Acoustics*, 72(12), pp.975-981. Available at: [<https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2011.06.007>]
- [39] Diaferio M, Foti D, Giannoccaro NI, Vitti M., 2013. On the use of modal analysis and ground penetrating radar test for the physical parameter identification of an historical bell tower. In *Proceedings of the Vienna Congress on Recent Advances in Earthquake Engineering and structural Dynamics* (pp. 28-30).
- [40] Gentile, C. and Saisi, A., 2007. Ambient vibration testing of historic masonry towers for structural identification and damage assessment. *Construction and Building Materials*, 21(6), pp.1311-1321. Available at: [<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2006.01.007>]
- [41] Zonta, D., Zanon, P., Molinari, M., Toffaletti, S., Anese, G.A. and Busetto, A., 2004, January. Aggiornamento della vulnerabilità sismica della Torre Civica di Portogruaro basato su misure vibrazionali. In *XI Congresso Nazionale "L'ingegneria Sismica in Italia, Genova* (pp. 25-29). Available at: [https://www.researchgate.net/profile/Daniele_Zonta/publication/267681283_Aggiornamento_della_vulnerabilita_sismica_della_Torre_Civica_di_Portogruaro_basato_su_misure_vibrazionali/links/555e15d508ae9963a11410ee/Aggiornamento-della-vulnerabilita-sismica-della-Torre-Civica-di-Portogruaro-basato-su-misure-vibrazionali.pdf]
- [42] Rainieri, C., and Fabbrocino, G., 2012. "Estimating the elastic period of masonry towers." Proc., SEM IMAC 30th Conf., Society for Experimental Mechanics, Jacksonville, FL.
- [43] Abruzzese, D. and Vari, A., 2004, November. Seismic resistance of masonry towers. In *Proceedings of the 4th International Seminar on Structural Analysis of Historical Constructions, Padova* (pp. 451-460).
- [44] Castellacci, I., Spinelli, P., Vignoli, A., and Galano, L., 2007. "Caratterizzazione dinamica del campanile della pieve di San Cresci a Macioli nei pressi di Pratolino, comune di Vaglia, e progetto di miglioramento sismico." *Bollettino degli Ingegneri*, 10, 21-23 (in Italian).
- [45] Casarin, F., Modena, C. and Simonato, E., 2009. Dynamic identification of the St. Martin bell-tower of Burano, Venice. In *Proc., 3rd Int. Operational Modal Analysis Conf. (IOMAC'09), Curran Associate, Red Hook, NY*. Available at: [<http://iomac.eu/iomac/2009/pdf/475-482.pdf>]