

ویژه نامه نشریه مهندسی سازه و ساخت (علمی - پژوهشی)

www.jsce.ir

بررسی و مقایسه ضریب الاستیک نانوکامپوزیت های تقویت شده با نانولوله های کربنی در روش های تحلیلی، اجزای محدود و فنرمعادل

سیدمحمد رضا حسنی^۱، مسعود محمودآبادی^{۲*}

۱- گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه قم، قم، ایران
۲- استادیار گروه عمران، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه قم، قم، ایران

چکیده

با توجه به پیشرفت تکنولوژی و دانش بشری استفاده از نانومواد جهت مقاوم سازی رایج شده است. یکی از مشخصه های نانو و بخصوص نانولوله های کربنی ضریب الاستیک آنها می باشد که با روش های گوناگونی قابل محاسبه می باشد. روش های تحلیلی و اجزای محدود موجود، مقدار ضریب الاستیک نانوکامپوزیت ها را بیشتر از مقادیر حاصل از نتایج آزمایشگاهی تعیین می کنند بدین منظور در این پژوهش ابتدا ضریب الاستیک بدست آمده در حالت اتصال کامل دو فاز و به روش تحلیلی و با استفاده از معادلات الاستیسیته حاکم بر رفتار زمینه و تقویت کننده ارائه شده است و در روش دیگر با استفاده از مدل سازی اجزای محدود به کمک نرم افزار Ansys، ضریب الاستیک حالات اتصال کامل و نیمه گسسته بین دو فاز محاسبه گردیده و در ادامه نیز با استفاده از مدل پیشنهادی که استفاده از فنر و معادل سازی آنها با نانولوله کربنی و کامپوزیت در حالات اتصال کامل دو فاز و نیمه گسسته می باشد ضریب الاستیک جدید محاسبه شده است. لازم به ذکر است که در روش پیشنهادی با ارائه ی رابطه ی جدید، تنش برشی موجود میان نانولوله کربنی و ماتریس زمینه نیز در نظر گرفته شده است. در پایان جهت اطمینان از صحت نتایج بدست آمده در تمامی روش ها مقایسه ای بین نتایج بدست آمده و نتایج آزمایشگاهی ارائه شده توسط سایر محققین صورت گرفته است که در تمامی موارد ضریب الاستیک بدست آمده در روش فنرمعادل به نمونه آزمایشگاهی و مدل های اجزای محدود نزدیک تر بوده است.

کلمات کلیدی: نانولوله کربنی، نانوکامپوزیت، روش تحلیلی، ضریب الاستیک، فنرمعادل.

شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:				
doi:	10.22065/jsce.2017.89350.1235	چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
	http://dx.doi.org/10.22065/jsce.2017.89350.1235	۱۳۹۷/۰۸/۳۰	۱۳۹۶/۰۸/۰۲	۱۳۹۶/۰۸/۰۲	۱۳۹۶/۰۷/۲۹	۱۳۹۶/۰۳/۲۳
*نویسنده مسئول:					مسعود محمودآبادی	
پست الکترونیکی:					m.mahmoudabadi@qom.ac.ir	

Compare Elastic Modulus of Nanocomposites Reinforced with CNT in Analytical Methods, Finite Element and Equivalent Spring

Seyed Mohammad Reza Hasani¹, Masoud Mahmoudabadi^{2*}

1-Young Researchers and Elite Club, Department of Civil Engineering, Qom University, Qom, Iran.

2- Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Qom University, Qom, Iran.

ABSTRACT

The available analytical and finite element methods set the values of elastic modulus of nanocomposites more than the values obtained from the test. In this thesis, a new linear and continuous analysis method is used to determine the best and most similar value of elastic modulus for polymer nanocomposites to laboratory value is provided. For this purpose, the governing elasticity equations in polar coordinates have been solved for nanocomposite representative volume element (RVE) with shear-lag model by assuming perfect bond condition between CNT and matrix. Then, using the finite element modeling with Ansys software, elastic modulus of connectivity states of almost complete and half break between the two phases are calculated and finally the proposed new model that is modeling with spring in the states of almost complete connectivity and half break between the two phases are provided and elastic modulus is calculated. In this method, shear stress is also offering a new relationship between CNT and matrix areas that have been. To ensure the validity of the results of presented model to determine the elastic modulus, the obtained results are compared with laboratory method results of other researchers that in all cases the proposed elastic modulus is much closer to laboratory sample and finite element models and good agreement.

ARTICLE INFO

Received: 13/06/2017

Revised: 21/10/2017

Accepted: 24/10/2017

Keywords:

Carbon Nano Tube
nano composite
Analytical method .
Elastic modulus
spring modeling

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: 10.22065/jsce.2017.89350.1235

*Corresponding author: Masoud Mahmoudabadi.

Email address: m.mahmoudabadi@aut.ac.ir

۱- مقدمه

نانولوله‌های کربنی از زمان ابداع در سال‌های اولیه دهه ۱۹۹۰ به دلیل دارا بودن خواص مکانیکی فوق‌العاده‌ای چون اندازه کوچک، چگالی کم، سفتی و استحکام بالا و همچنین خواص حرارتی و الکتریکی بسیار عالی همواره مورد توجه محققان و پژوهشگران بوده است و در کاربردهای مختلفی مورد استفاده قرار گرفته است [۱]. یکی از کاربردهای مهم این مواد، استفاده به عنوان تقویت‌کننده در ساخت کامپوزیت‌های جدید و به ویژه کامپوزیت‌هایی با زمینه پلیمری است که به آنها نانوکامپوزیت‌های پلیمری گفته می‌شود. امروزه نانوکامپوزیت‌ها به صورت فزاینده‌ای در صنایع گوناگون و به ویژه هوافضا کاربرد دارد که از آن جمله می‌توان به استفاده در قطعات سازه‌ای هواپیما، ترمز هواپیما و قطعات کامپوزیتی کابین هواپیما اشاره کرد. همچنین از نانوکامپوزیت‌های زمینه‌سرامیکی به دلیل دارا بودن خواص حرارتی مناسب به عنوان محافظ حرارتی در موشک‌ها و قطعات توربین استفاده می‌شود [۲].

تاکنون تحقیقات وسیعی در مورد تعیین خواص مکانیکی نانوکامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی به روش‌های مختلف آزمایشگاهی، تحلیلی و عددی صورت گرفته است. با استفاده از روابط تئوری عقب افتادگی برشی برای نانوکامپوزیت‌های پلیمری اثبات شده است که نسبت طول به قطر نانولوله، پارامتری تأثیرگذار در میزان تقویت‌کنندگی نانولوله درون نانوکامپوزیت است [۳]. یکی از نکات کلیدی که مانع استفاده کامل از خواص استثنایی نانولوله‌های کربنی در کامپوزیت‌ها می‌شود، پراکندگی ناهمگن این مواد درون زمینه است و به همین دلیل بیشتر نتایج بدست آمده از روش‌های میکرومکانیکال با نتایج آزمایشگاهی تطبیق ندارند. در مورد زمینه پلیمری این ناهمگنی بیشتر هم می‌شود که با عکس‌های گرفته شده با میکروسکوپ الکترونی قابل تأیید است.

اثر پراکندگی نانولوله درون زمینه بر سفتی نانوکامپوزیت با استفاده از یک مدل میکرومکانیک جدید بررسی شده است که نتایج این روش در مقایسه با روش‌های پیشین به نتیجه آزمایشاتی که انجام شده نزدیک‌تر است [۴]. رفتار کششی نانولوله‌های کربنی در یک زمینه پلیمری با استفاده از مدل اجزای محدود غیرخطی سه بعدی که شامل نانولوله‌ها و زمینه پلیمری است که توسط یک فاز میانی به هم متصل شده‌اند، بررسی شده است و مقدار ضریب الاستیک و مدول برشی آن به صورت دقیق‌تر محاسبه شده است [۵]. همچنین ضریب الاستیک پلیمر تقویت شده با نانولوله کربنی با در نظر گرفتن ابعادی نظیر قطر و طول نانولوله و ناحیه فاز واسط و با استفاده از رابطه هالپین - تسای و کوپان محاسبه شده است که مطابقت مناسبی با نتایج آزمایشگاهی دارد [۶]. تأثیر تغییر ضخامت فاز واسط بر ضریب الاستیک نانوکامپوزیت با استفاده از روش اجزای محدود برای یک المان حجمی از نانوکامپوزیت با نسبت منطری‌های مختلف بررسی شده است و با نتایج تئوری قانون اختلاط در حوزه میکرومکانیک مقایسه شده‌اند که نشان می‌دهد با افزایش نسبت منطری عملکرد اتصالات بهتر شده و نتایج به قانون اختلاط همگرا می‌شوند [۷].

با استفاده از مدل میکرومکانیک المان محدود، مدول یانگ کامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربنی تک جداره محاسبه شده است. در این مدل، تقویت‌کننده براساس ساختار اتمی خود مدل می‌شود در حالی که زمینه به صورت یک ماده نیمه پیوسته مدل می‌شود [۸]. با توجه به مشاهدات صورت گرفته توسط آزمایش مکانیکی و میکروسکوپ الکترونی مشخص شده است که تقویت‌کنندگی نانولوله با افزایش سفتی ماده زمینه به تدریج کاهش می‌یابد، این در حالی است که اگر از یک زمینه نرم در ساخت کامپوزیت استفاده شود اثر تقویت‌کنندگی نانولوله به گونه قابل توجهی افزایش پیدا می‌کند [۹]. نانوکامپوزیت‌های پلیمری تقویت شده با درصد کم نانولوله‌های کربنی تک جداره در آزمایشگاه تهیه شده است و مدول یانگ و ضریب پواسون آنها با استفاده از آزمایش‌های کششی بر روی نمونه‌هایی که بر روی آنها کرنش سنج نصب شده بود، بدست آورده شد. آن‌گاه، مقادیر تجربی با مقادیری که از مدل‌های میکرومکانیکی محاسبه شده بود، مقایسه گردیده است [۱۰]. این مدل‌ها قادر بوده است اثرات جهت‌گیری نانولوله‌ها در ماتریس زمینه، نسبت طول به قطر نانولوله‌ها و نیز موجدار بودن آنها را در میزان تقویت‌کنندگی نانولوله‌ها لحاظ کند. مدل‌های میکرومکانیکال و محاسباتی ضریب الاستیک نانوکامپوزیت‌ها را بیش از مقدار واقعی که از طریق آزمایش‌های آزمایشگاهی به دست می‌آید، محاسبه می‌کنند زیرا بسیاری از فاکتورهایی که در آزمایش مورد توجه قرار می‌گیرد در این مدل‌ها لحاظ نشده است. روش اجزای محدود گاه ضریب الاستیک را به میزان ۸۵٪ بیشتر از روش آزمایشگاهی محاسبه می‌کند.

البته این نتایج با فرض این است که اتصال کامل بین نانولوله و زمینه برقرار است؛ ولی وقتی ضریب الاستیک با فرض عدم اتصال کامل بین زمینه و تقویت‌کننده محاسبه شود، نتایج روش اجزای محدود به نتایج آزمایشگاهی نزدیک‌تر است. بر اساس اصلاحات پیشنهاد شده در روش

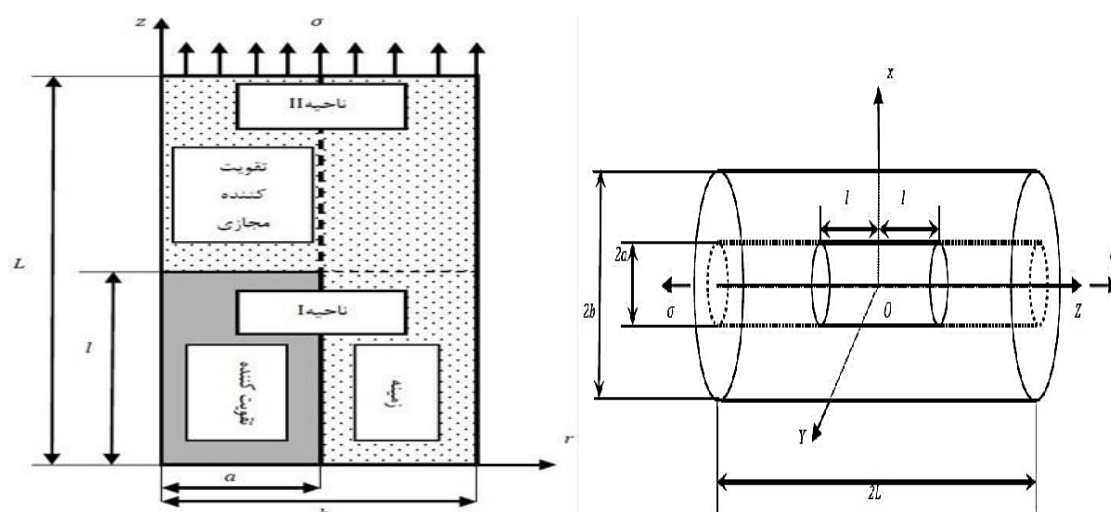
اجزای محدود که بر پایه مشاهدات آزمایشگاهی ارائه شده است، می‌توان ضریب الاستیک نانوکامپوزیت‌ها را با دقت بیشتری بدون انجام آزمایش محاسبه کرد [۱۱].

در این مقاله مدل‌های گوناگون از جمله استفاده از روابط تحلیلی، مدل‌سازی به روش اجزای محدود و ارائه مدلی جدید که استفاده از فنرهای معادل می‌باشد مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین ضریب اصلاحی α که برای لحاظ نمودن اثرات تنش‌های برشی بین نانولوله و ماتریس زمینه استفاده می‌شود نیز تعریف و ارائه شده است. لازم به ذکر است که روش تحلیلی اولیه که در اولین حالت مدل‌سازی ارائه شده است ابتدا در مرجع [۱۲] به کار گرفته شده است که در ادامه نتایج و اصلاحات آن گزارش می‌شود. سپس روش مدل‌سازی اجزای محدود مطرح گردیده است و در پایان نیز روش پیشنهادی که استفاده از فنرهای معادل با توجه به اثرات تنش‌های برشی بین نانولوله و ماتریس زمینه می‌باشد مطرح گشته و مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- مدل‌سازی

۲-۱- روش تحلیلی براساس روابط الاستیسیته و تحلیلی در حالت اتصال کامل دو فاز

در این روش یک مدل تئوری تمام پیوسته، جهت تعیین مدول الاستیسیته برای نانوکامپوزیت‌های پلیمری ارائه شده است. جهت به دست آوردن میدان تنش در نانوکامپوزیت برای محاسبه ضریب الاستیک ابتدا یک المان حجمی از آن مانند شکل ۱ در نظر گرفته شده، سپس با استفاده از تئوری عقب افتادگی برشی و تکنیک تقویت‌کننده مجازی به بررسی و تحلیل معادلات پرداخته شده است. جهت حل مسأله به کمک تکنیک تقویت‌کننده مجازی، تک سلولی از المان حجمی شکل ۱ را به صورت دو بعدی در نظر گرفته و مطابق شکل ۲ به دو ناحیه I و II تقسیم می‌شود. بر این اساس راه حل مسأله برای ناحیه I که شبیه یک کامپوزیت با تقویت‌کننده ممتد و پیوسته است پایه حل کل کامپوزیت قرار می‌گیرد. در واقع حل ناحیه II که کاملاً از جنس زمینه است، با استفاده از روابط حاصل از حل ناحیه I و با فرض این که بخشی از زمینه این ناحیه که در امتداد تقویت‌کننده واقعی است به تقویت‌کننده مجازی با خواص زمینه قلمداد می‌شود، بدست خواهد آمد. سپس با اعمال شرایط مرزی مناسب مانند برابری تنش‌های محوری و برشی انتهای تقویت‌کننده ناحیه I و ابتدای تقویت‌کننده مجازی ناحیه II می‌توان ثابت‌های به وجود آمده از حل هر ناحیه را به دست آورد و توابع تنش برشی، تنش محوری و دیگر پارامترها را در هر دو فاز زمینه و تقویت‌کننده و در کلیه نقاط تک سلول محاسبه کرد. جابجایی محوری در کل مقطع المان حجمی یکسان نیست، بنابراین ضریب الاستیک محوری المان حجمی بوسیله متوسط جابه‌جایی محوری در $Z = L$ و در اثر وارد شدن تنش σ به دست می‌آید.



شکل ۱: المان حجمی نانوکامپوزیت

شکل ۲: تقسیم‌بندی تک سلول نانوکامپوزیت به دو ناحیه I و II [۱۲]

مقدار متوسط جابجایی محوری در $Z = l$ برای ناحیه I از رابطه زیر به دست می‌آید [۱۲]:

$$w = \frac{2}{b^2} \int_0^a r \int_0^l \frac{\sigma_{zz}^f}{E_f} dz dr + \int_0^a r \int_0^l \frac{\sigma_{zz}^m}{E_m} dz dr \quad (1)$$

در رابطه بالا E_f ضریب الاستیک نانولوله، E_m ضریب الاستیک زمینه، a شعاع نانولوله، b شعاع المان حجمی، σ_{zz}^f تنش محوری در نانولوله و σ_{zz}^m تنش محوری در زمینه است. همچنین L نصف طول زمینه و l نصف طول نانولوله می‌باشد. به صورت مشابه مقدار متوسط جابه‌جایی در ناحیه II ($Z = L$) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$w' = \frac{1}{E_m} \int_l^L \sigma dz = \frac{(L-l)}{E_m} \sigma \quad (2)$$

در نتیجه مقدار متوسط جابه‌جایی محوری در کل تک سلول از جمع جابه‌جایی‌های ناحیه I و II به صورت رابطه زیر به دست می‌آید:

$$w_T = w + w' \quad (3)$$

حال با تقسیم جابجایی کل به دست آمده از رابطه (۳) بر کل طول تک سلول، مقدار کرنش نانوکامپوزیت به صورت رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon = \frac{w_T}{L} \quad (4)$$

در نهایت با استفاده از مقدار کرنش به دست آمده و همچنین تنش وارد شده به المان حجمی، ضریب الاستیک نانوکامپوزیت در حالت اتصال کامل دو فاز از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E_{nc} = \frac{L\sigma}{w_T} \quad (5)$$

ضریب الاستیک نانوکامپوزیت با زمینه اپون اپوکسی در حالت $b=5a$ و چهار درصد وزنی نانولوله کربنی در حالت $b=3a$ محاسبه شده است که جزئیات آن در مرجع [۱۲] آمده است.

از این روش در مرجع [۱۲] استفاده شده است که به دلیل چشم پوشی از پارامتر L در انتگرال گیری رابطه (۱) نتایج ارائه شده دارای خطا بوده که در این مقاله اصلاح شده است و در بخش‌های آتی به نتایج آن اشاره می‌شود. نتایج این روش نسبت به نتایج آزمایشگاهی بسیار اختلاف دارد.

۲-۲- روش اجزای محدود در حالات اتصال کامل و گسستگی دو فاز

ضریب الاستیک نانوکامپوزیت با اعمال پارامتر گسستگی ζ ($0 < \zeta < 1$) در نرم افزار Ansys قابل مدلسازی و محاسبه است. در این روش از جزء محدود PLANE183 که دارای خاصیت تقارن محوری است برای هر دو قسمت زمینه و تقویت کننده در نرم افزار Ansys استفاده شده است. با توجه به شکل ۳ و خاصیت تقارن محوری صفحه، کفایت برشی از یک چهارم صفحه، مورد ارزیابی قرار گیرد. شرایط مرزی لازم در شکل ۳ نشان داده شده است.

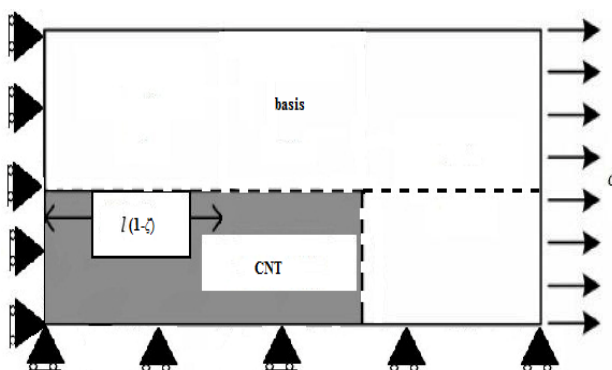
در تحلیل اجزای محدود صورت گرفته در نرم افزار فقط دو حالت مورد بررسی قرار گرفته است که حالت $\zeta=0/5$ برای زمانی است که گسستگی صورت گرفته است و حالت $\zeta=0/1$ برای اتصال کامل بین نانولوله و نانوکامپوزیت فرض شده است که نتایج آنها برای دو حالت با

قطرهای متفاوت ارائه خواهد شد. لازم به ذکر است که طول نانوکامپوزیت همان ۱۰/۱۹۲۵ نانومتر است، اما طول نانولوله با توجه به پارامتر گسستگی تعیین می‌شود که عبارتند از: ۵/۰۹۶۲ و ۹/۱۷۳۲ نانومتر.

همچنین بعد از تحلیل انجام شده در نرم افزار، جهت محاسبه ضریب الاستیک نانوکامپوزیت باید خروجی‌های بدست آمده شامل جابجایی و نیروی تکیه‌گاهی را درون روابط زیر قرار داد:

$$E_{nc} = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F_x l}{A \delta} \quad (6)$$

که E_{nc} ضریب الاستیک نهایی نانوکامپوزیت، F_x نیروی تکیه‌گاهی، δ تغییر طول و A سطح مقطع نانولوله کربنی است.



شکل ۳: اعمال شرایط مرزی و پارامتر گسستگی دو فاز

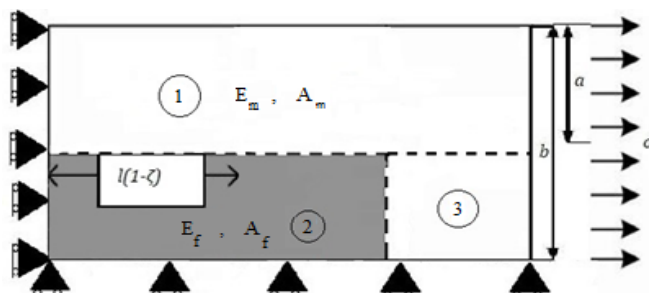
۲-۳- روش استفاده از فنر معادل در حالت اتصال کامل و گسستگی دو فاز

در این روش از مدلسازی فنر در حالت خطی و برای دو حالت گسستگی و اتصال کامل دو فاز استفاده می‌شود. شرایط مرزی در این مدل مطابق شکل ۴ می‌باشد که در آن A_f سطح مقطع نانولوله کربنی و A_m سطح مقطع زمینه می‌باشد که در این روش با توجه به المان حجمی معرف در شکل ۱ هر دو به صورت دایره‌ای فرض می‌شوند.

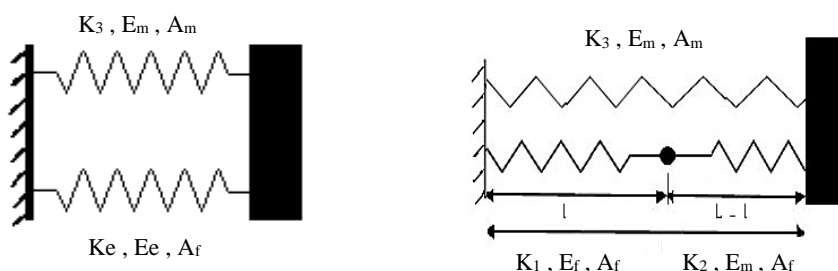
با توجه به شکل ۴ می‌توان برای مناطق مختلف از فنر جهت معادل‌سازی استفاده نمود. به دلیل آن که طول نانولوله به پارامتر ζ وابسته است لذا در مدلسازی به سه فنر طولی نیاز خواهیم داشت که با توجه به شکل ۴، منطقه‌ی ۱ متعلق به زمینه، منطقه‌ی ۲ متعلق به نانولوله و منطقه‌ی ۳ که با تغییرات طولی همراه است دارای سطح مقطعی همانند سطح مقطع نانولوله و ضریب الاستیک زمینه است زیرا این منطقه جزئی از نانولوله نیست مگر زمانی که اتصال کامل بین نانولوله و زمینه برقرار باشد. به دلیل آنکه در طول l که متعلق به نانولوله است سطح مقطع‌های دو قسمت نانولوله و زمینه یکی است لذا از دو فنر متوالی استفاده می‌شود و همچنین در قسمت مرتبط با زمینه نیز تنها از یک فنر استفاده شده است که این نوع مدلسازی در شکل ۵ نشان داده شده است. با توجه به شکل ۵ می‌توان ضریب سختی دو فنر متوالی K_1 و K_2 را یکی نمود و K_e نامید و در نهایت مطابق شکل ۶ دو فنر K_e و K_3 به صورت موازی خواهیم داشت که K_e ضریب سختی حاصل از مجموع دو فنر متوالی و E_e ضریب الاستیک حاصل شده از مجموع دو فنر متوالی می‌باشد.

روابط ریاضی به کار گرفته شده در مدلسازی فنر با توجه به خواص فنرهای متوالی و موازی و شکل‌های ۴، ۵ و ۶ به صورت رابطه ۷ می‌باشد.

$$l = (1 - \zeta)L \quad (7)$$



شکل ۴: شرایط مرزی در روش فنر معادل



شکل ۵: مدلسازی نانوکامپوزیت با استفاده از سه فنر / شکل ۶: مدلسازی نانوکامپوزیت با استفاده از دو فنر موازی

در صورتی که $\zeta=1$ باشد آنگاه گسستگی کامل خواهد بود و به عبارتی هیچ اثری از تقویت کننده وجود نخواهد داشت. همچنین اگر $\zeta=0$ باشد آن گاه سرتاسر طول نانوله، برابر با طول نانوکامپوزیت خواهد بود که این امر همان اتصال کامل می باشد. دو حالت $\zeta=0$ و $\zeta=1$ بررسی نخواهند شد، زیرا در حالت $\zeta=1$ تقویت کننده موجود نیست و در حالت $\zeta=0$ نیز باید تقویت کننده به مرز نانوکامپوزیت چسبیده باشد که این امر واقع بینانه نیست. در نتیجه نانوکامپوزیت تقویت شده فقط در حالت $0.9 < \zeta < 0.1$ بررسی خواهد شد. چون دو فنر K_1 و K_2 به صورت متوالی به یکدیگر متصل شده اند، در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{1}{K_e} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \quad (8)$$

$$\frac{L}{E_e A_f} = \frac{l}{E_f A_f} + \frac{L-l}{E_m A_f} \quad (9)$$

که E_e ضریب الاستیک معادل دو فنر متوالی است. با جای گذاری رابطه های (۸) و (۹) خواهیم داشت:

$$\frac{L}{E_e A_f} = \frac{(1-\zeta)L}{E_f A_f} + \frac{L\zeta}{E_m A_f} \quad (10)$$

پس از ساده سازی خواهیم داشت:

$$E_e = \frac{E_f E_m}{(1-\zeta)E_m + E_f \zeta} \quad (11)$$

رابطه (۱۱) حالتی کلی برای دو فنر متوالی است که اگر $\zeta=0.5$ باشد آن گاه خواهیم داشت:

$$E_e = \frac{2E_f E_m}{E_m + E_f} \quad (12)$$

دو فنر K_e و K_3 با یکدیگر موازی هستند در نتیجه، با توجه به خواص فنرهای موازی خواهیم داشت:

$$K_{nc} = K_e + K_3 \quad (13)$$

که ضریب ثابت نانوکامپوزیت است.

با توجه به رابطه (۱۳) و شکل ۶ خواهیم داشت:

$$\frac{E_{nc}(A_m + A_f)}{L} = \frac{E_m A_m}{L} + \frac{E_e A_f}{L} \quad (14)$$

پس از ساده‌سازی روابط در آخر خواهیم داشت:

$$E_{nc} = \frac{E_m A_m + E_e A_f}{A_m + A_f} \quad (15)$$

لازم به ذکر است که سطح مقطع زمینه در حالت $b=3a$ و $b=5a$ به ترتیب ۲۴ و ۸ برابر سطح مقطع نانولوله میباشد که شعاع المان حجمی و a شعاع نانولوله کربنی می باشد.

نتایج بدست آمده از روش فنر معادل برای حالت‌های $b=3a$ و $b=5a$ در بازه $0/9 < \zeta < 0/1$ به صورت جدول ۱ خواهد بود. مقادیر ضریب الاستیک نانولوله 779 GPa و زمینه $2/84 \text{ GPa}$ در نظر گرفته شده است [۳ و ۱۳].

جدول ۱: نتایج مربوط به روش فنر معادل در حالت $b=3a$ و $b=5a$

E_{nc} (GPa)	E_e (GPa)	ضریب الاستیک در حالت $b=3a$	E_{nc} (GPa)	E_e (GPa)	ضریب الاستیک در حالت $b=5a$
۵/۵۸	۲۷/۵	گسستگی بین دو فاز $\zeta=0/1$	۳/۸۳	۲۷/۵	گسستگی بین دو فاز $\zeta=0/1$
۴/۰۷	۱۴	گسستگی بین دو فاز $\zeta=0/2$	۳/۲۹	۱۴	گسستگی بین دو فاز $\zeta=0/2$
۳/۵۷	۹/۳۹	گسستگی بین دو فاز $\zeta=0/3$	۳/۱۰	۹/۳۹	گسستگی بین دو فاز $\zeta=0/3$
۳/۳۱	۷/۰۶	گسستگی بین دو فاز $\zeta=0/4$	۳/۰۱	۷/۰۶	گسستگی بین دو فاز $\zeta=0/4$
۳/۱۵	۵/۶۶	گسستگی بین دو فاز $\zeta=0/5$	۲/۹۵	۵/۶۶	گسستگی بین دو فاز $\zeta=0/5$
۳/۰۵	۴/۷۲	گسستگی بین دو فاز $\zeta=0/6$	۲/۹۲	۴/۷۲	گسستگی بین دو فاز $\zeta=0/6$
۲/۹۷	۴/۰۵	گسستگی بین دو فاز $\zeta=0/7$	۲/۸۹	۴/۰۵	گسستگی بین دو فاز $\zeta=0/7$
۲/۹۲	۳/۵۵	گسستگی بین دو فاز $\zeta=0/8$	۲/۸۷	۳/۵۵	گسستگی بین دو فاز $\zeta=0/8$
۲/۸۷	۳/۱۵	اتصال کامل ($\zeta=0/9$)	۲/۸۵	۳/۱۵	اتصال کامل ($\zeta=0/9$)

۳- بررسی و مقایسه نتایج روش‌ها

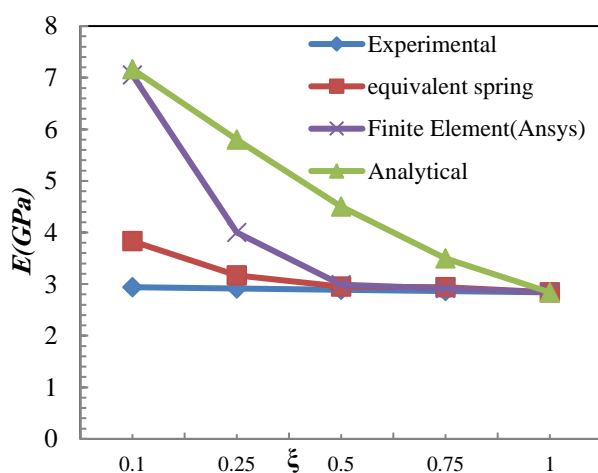
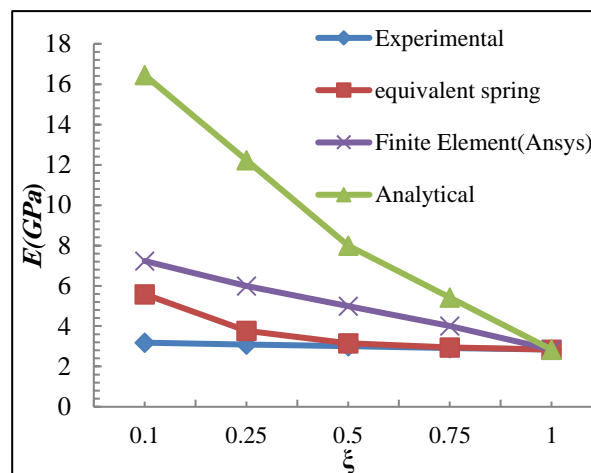
در این بخش، ابتدا نتایج بدست آمده در آزمایشگاه توسط محققین ارائه می‌شود. نتایج آزمایشگاهی اساس صحت سنجی برای بررسی نتایج سایر روش‌ها خواهد بود. مشخصات اصلی زمینه سازنده و تقویت کننده در جدول ۲ ارائه گردیده است. در جدول ۳ مقایسه‌ی نتایج بدست آمده در دو حالت یک درصد وزنی و چهار درصد وزنی که براساس تغییرات قطر نانولوله کربنی بوده است آورده شده است. همچنین در شکل‌های ۷ و ۸، نمودارهای مربوط به مقایسه نتایج روش‌های مختلف در حالت‌های $b=3a$ و $b=5a$ در شکل‌های ۷ و ۸ ارائه شده است.

جدول ۲: مشخصات نانولوله و زمینه سازنده نانوکامپوزیت

نوع ماده	$2a$ (nm)	E (GPa)	ν	چگالی (g/cm^3)
نانولوله کربنی تک جداره	[۳]۱/۳۵۹	[۳]۷۷۹	[۴]۰/۳	[۴]۱/۲۰
اپون اپوکسی و جفمین D-230 [۱۵]	-	[۱۳]۲/۸۴	[۱۴]۰/۳۵	[۱۴]۱/۱۶

جدول ۳: مقایسه ضریب الاستیک نانوکامپوزیت‌های محاسبه شده با یک و چهار درصد وزنی

نانولوله با یک و چهار درصد وزنی				
ضریب الاستیک نانوکامپوزیت	آزمایشگاهی (GPa)	تحلیلی (GPa)	اجزای محدود (GPa)	فترمعادل (GPa)
اتصال کامل دو فاز در یک درصد وزنی	[۱۳]۳/۱۸	۱۶/۴۵	۷/۲۳	۵/۵۸
گسستگی دو فاز $\xi=0/5$ در یک درصد وزنی	-	-	۵/۶۶	۳/۱۵
اتصال کامل دو فاز در چهار درصد وزنی	[۱۳]۲/۹۴	۷/۱۶	۴/۱۶	۳/۸۳
گسستگی دو فاز $\xi=0/5$ در چهار درصد وزنی	-	-	۲/۹۹	۲/۹۵

شکل ۸: مقایسه ضریب الاستیک روش‌های مختلف در حالت $b=3a$ شکل ۷: مقایسه ضریب الاستیک روش‌های مختلف در حالت $b=5a$

۴- بررسی اثرات تنش‌های برشی بین نانولوله کربنی و ماتریس زمینه

با توجه به اینکه در مدل فدر معادل، بین ماتریس زمینه و تقویت کننده و نیز تقویت کننده مجازی و ماتریس زمینه هیچگونه اتصالی در نظر گرفته نمی‌شود، لذا ضریب الاستیک محاسبه شده با استفاده از این مدل، نسبت به مدل اجزای محدود همواره دست پایین خواهد بود. برای لحاظ کردن اثرات تنش‌های برشی که بین نانولوله کربنی و ماتریس زمینه وجود دارد، ضریب الاستیک طولی نانوکامپوزیت که برای مقادیر مختلف ضریب الاستیک ماتریس زمینه محاسبه شده بود [۱۶]، مبنای کار قرار گرفته است. در آنجا درصد حجمی نانولوله ۱/۴۰ درصد حجم نانوکامپوزیت در نظر گرفته شده است. همچنین، نتایج مورد نظر برای حالت نانولوله منفرد مستقیم مبنای محاسبات قرار گرفته است. ایده بکار گرفته شده در این قسمت از تحقیق این است که با افزایش E_e بر حسب نسبت ضریب الاستیک نانولوله کربنی به ضریب الاستیک ماتریس زمینه $(\frac{E_f}{E_m})$ ، می‌توان اثر

نادیده گرفتن تنش‌های برشی بین نانولوله کربنی و ماتریس زمینه را جبران کرد. بدین ترتیب با انجام کار عددی، رابطه زیر برای ضریب افزایش E_e پیشنهاد می‌گردد:

$$\alpha = 2.526 \ln\left(\frac{E_f}{E_m}\right) - 4.597 \quad (16)$$

در رابطه (۱۶)، α ضریب افزایش E_e می‌باشد که هر گاه این ضریب به جای E_e موجود در صورت کسر، αE_e قرار داده شود، $\frac{(E_{nc})_z}{E_m}$ محاسبه شده تطابق خوبی با $\frac{E_z}{E_m}$ گزارش شده خواهد داشت که این نتایج در جدول ۴ منعکس شده است. لازم بذکر است که بر اساس داده‌های در نظر گرفته شده، ضریب الاستیک نانولوله کربنی برابر با یک تراپاسکال فرض شده است. همچنین خطای محاسبه شده در جدول ۴ بر اساس مقادیر گزارش شده برای $\frac{E_z}{E_m}$ می‌باشد [۱۳].

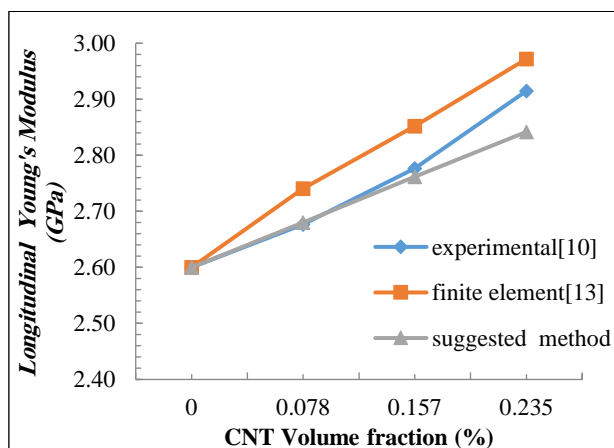
جدول ۴: مقادیر $\frac{(E_{nc})_z}{E_m}$ به ازای مقادیر مختلف E_m باروش فنرهای معادل و با اعمال ضریب افزایش E_e

خطا (%)	$\frac{(E_{nc})_z}{E_m}$	α	E_e (GPa)	E_m (GPa)
+۱/۷	۱/۵۱۲	۱۰/۴۳۸	۵/۱۸۷	۲/۶
+۰/۸	۱/۴۸۴	۹/۹۱۴	۶/۳۸۰	۳/۲
-۰/۵	۱/۴۲۵	۸/۷۸۷	۹/۹۵۰	۵
-۱/۶	۱/۳۳۴	۷/۰۳۶	۱۹/۸۰۲	۱۰
-۱/۸	۱/۲۸۰	۶/۰۱۲	۲۹/۵۵۷	۱۵
-۱/۶	۱/۲۴۲	۵/۲۸۵	۳۹/۲۱۶	۲۰
+۱/۵	۱/۱۲۰	۲/۹۷۰	۹۵/۲۳۸	۵۰
+۱/۱	۱/۰۷۷	۲/۱۲۰	۱۳۰/۸۴	۷۰
+۰/۵	۱/۰۳۱	۱/۲۱۹	۱۸۱/۸۲	۱۰۰

برای ارزیابی و صحت سنجی روش پیشنهادی، در شکل ۹، مدول ارتجاعی طولی بدست آمده از این روش با مقادیر آزمایشگاهی [۱۰] و نیز مقادیری که از روش اجزای محدود [۱۶] بدست آمده است مقایسه شده است. ملاحظه می‌شود تطابق خوبی بین نتایج روش پیشنهادی مطرح شده در این مقاله با نتایج آزمایشگاهی وجود دارد.

به منظور صحت سنجی دوباره این روش، داده‌های حالت اتصال کامل بین نانولوله کربنی و ماتریس زمینه که در مرجع [۱۷] ارائه شده است ملاک ارزیابی قرار گرفته است. این داده‌ها مربوط به حالتی است که حجم نانولوله کربنی ۱/۶۲ درصد المان حجمی معرف باشد. در جدول ۵ نتایج ارزیابی ارائه شده است. ملاحظه می‌شود که انطباق خیلی خوبی بین مقادیر بدست آمده از روش فنر معادل و روش اجزای محدود وجود دارد و حداکثر خطا ۴/۳ درصد می‌باشد.

لازم به ذکر است که خطای محاسبه شده در جدول ۵ نسبت به مقادیر بدست آمده از روش اجزای محدود محاسبه شده است.



شکل ۹: مقایسه مدول یانگ طولی روش پیشنهادی و مقادیر متناظر آزمایشگاهی و نیز مقادیر حاصل از روش اجزای محدود

جدول ۵: مقادیر $\frac{(E_{nc})_z}{E_m}$ به ازای مقادیر مختلف E_m باروش اجزای محدود و با اعمال ضریب افزایش E_e

خطا (%)	$\left(\frac{E_z}{E_m}\right)_{FEA}$	$\frac{(E_{nc})_z}{E_m}$	α	E_e (GPa)	E_m (GPa)
+۴/۳	۱/۵۰۱	۱/۴۸۴	۹/۹۱۴	۶/۳۸۰	۳/۲
+۰/۳	۱/۳۸۵	۱/۳۳۴	۷/۰۳۶	۱۹/۸۰۲	۱۰
+۰/۴	۱/۲۷۷	۱/۲۴۲	۵/۲۸۵	۳۹/۲۱۶	۲۰
+۱/۵	۱/۱۲۳	۱/۱۲۰	۲/۹۷۰	۹۵/۲۳۸	۵۰
+۱/۵	۱/۰۷۳	۱/۰۷۷	۲/۱۲۰	۱۳۰/۸۴	۷۰
+۰/۹	۱/۰۲۷	۱/۰۳۱	۱/۲۱۹	۱۸۱/۸۲	۱۰۰

۵- نتیجه گیری

در این پژوهش به بررسی روش‌های مختلف در محاسبه ضریب الاستیک نانوکامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی پرداخته شده است. نتایج حاصل از این تحقیق به شرح زیر می باشد:

۱. ضریب الاستیک بدست آمده در روش فنر معادل در دو حالت یک و چهار درصد وزنی به نتایج آزمایشگاهی نزدیک تر بوده است که این امر نشان دهنده‌ی کارایی بهتر و خطای کمتر مدل‌سازی بوسیله این روش نسبت به سایر روش‌های مدل‌سازی مورد بحث است.
۲. مدل‌سازی به روش اجزای محدود و نتایج آن دارای دقت بیشتری نسبت به روش تحلیلی با استفاده از روابط الاستیسیته است.
۳. یکی از ضعف‌های مدل‌سازی به روش تحلیلی با استفاده از روابط الاستیسیته، عدم پاسخگویی و جوابدهی این روش با تغییرات طولی مقادیر نانولوله‌ها یا همان اعمال پارامتر گسستگی است در حالیکه در دو روش مدل‌سازی با کمک فنرهای معادل و اجزای محدود، چنین محدودیتی وجود نداشته و به ازای مقادیر مختلف گسستگی، می‌توان ضریب الاستیک را محاسبه نمود.
۴. از دیگر نقاط ضعف مدل‌سازی به روش تحلیلی با استفاده از روابط الاستیسیته، طولانی بودن روابط آن و همچنین تغییر در روابط آن با توجه به تغییر شرایط مرزی و نوع اتصال است. به گونه‌ای که متناسب با هر شرایطی باید روابط جدیدی را بررسی نمود که این امر بسیار وقت‌گیر و زمان‌بر است.
۵. به دلیل وجود تنش برشی میان نانوکامپوزیت و نانولوله کربنی در واقعیت، باید این تنش یا اثر آن را در روش‌های مدل‌سازی لحاظ نمود که در این تحقیق ضریب جدیدی بنام α معرفی شده است.
۶. حداکثر خطای بدست آمده برای مقادیر $\frac{(E_{nc})_z}{E_m}$ ، به ازای مقادیر مختلف E_m با روش فنر معادل و با اعمال ضریب افزایش E_e ، برابر با ۱/۷ بوده است در حالیکه حداکثر خطای بدست آمده برای مقادیر $\frac{(E_{nc})_z}{E_m}$ ، به ازای مقادیر مختلف E_m با روش اجزای محدود و با

اعمال ضریب افزایش E_e ، برابر با $4/3$ بوده است که این نتایج نشان‌دهنده‌ی خطای کمتر در روش فنر معادل نسبت به روش اجزای است.

مراجع

- [1] Saito, R. Dresselhaus, M.S. (1998). "Physical Properties of carbon nanotubes", *Imperial College Press*, pp. 35-40.
- [2] Dinca, I. Stefan, A. (2012). "Nanocomposites and Nanotechnologies in Aerospace Research", *National Institute for Aerospace Research & Development "Elie Carafoli"*– INCAS, Vol. 4, pp. 2-5.
- [3] Gao, X.-L. Li, K. (2005). "A shear-lag model for carbon nanotube-reinforced polymer composites", *International Journal of Solids and Structures* Vol. 42, pp. 1649-1667.
- [4] Guzmán de Villoria, R. Miravete, A. (2007). "Mechanical model to evaluate the effect of the dispersion in nanocomposites", *Acta Materialia*, Vol. 55, pp. 3025-3031.
- [5] Shokrieh, M. M. Rafiee, R. (2010). "On the tensile behavior of an embedded carbon nanotube in polymer matrix with non-bonded interphase region", *Composite Structures*, Vol. 92, pp. 647-652.
- [6] Shokrieh, M.M. Mahdavi, S.M. (2011). "Micromechanical model to evaluate the effects of dimensions and interphase region on the elastic modulus of CNT/polymer composites", *Modares mechanics journal*, 11 Vol. 3, pp. 13-25.
- [7] Zakeri, M. Shayanmehr, M. Shokrieh, M.M. (2012). "Interface modeling of nanotube reinforced nanocomposites by using multi-scale modeling method", *Modares mechanics journal*, 12 Vol. 5, pp. 1-11.
- [8] Giannopoulos, G.I. Georgantzinou, S.K. Anifantis, N.K. (2010). "A semi-continuum finite element approach to evaluate the Young's modulus of single-walled carbon nanotube reinforced composites", *Composites: Part B* 41, pp. 594- 601.
- [9] Ci, L. Bai, J. (2006). "The reinforcement role of carbon nanotubes in epoxy composites with different matrix stiffness", *Composites Science and Technology*, Vol. 66, pp. 599–603.
- [10] Gómez-del Río, T. Poza, P. Rodríguez, J. García-Gutiérrez, M.C. Hernández, J.J.. Ezquerro. T.A. (2010). "Influence of single-walled carbon nano tubes on the effective elastic constants of poly (ethylene terephthalate)", *Composites Science and Technology*, Vol. 70, pp. 284–290.
- [11] Bhuiyan, Md. Pucha. V. Raghuram, A. Karevan, M. Kalaitzidou, K. (2011). "Tensile modulus of carbon nanotube/polypropylene composites – A computational study based on experimental characterization", Vol. 50, pp. 2347 2353.
- [12] Mondali, M. Yoysefi, M. (2014). "Prediction a range for elastic modulus of CNT reinforced polymer composites using analytical method", *Modares mechanics journal*, 14 Vol. 7, pp. 52-60.
- [13] Yang, Z. McElrath, K. Bahr, J. Anne. N. Souza, D. (2012). "Effect of matrix glass transition on reinforcement efficiency of epoxy-matrix composites with single walled carbon nanotubes, multi-walled carbon nanotubes, carbon nanofibers and graphite", *Composites: Part B*, Vol. 43, pp. 2079-2086.
- [14] Epon Resin 828. (2012). product description, Accessed on 3 March 2012. <http://www.Momentiv.com-EPON resin828.mht>.
- [15] Epon © Resin Structural Reference Manual, (2001). *Appendix 1 Epon Resin Curing Agent Systems*, pp. 12-17.
- [16] Hashemi Gahruei, M. Golestanian, H. (2014). "Effective Mechanical Properties of Nanocomposites Reinforced With Carbon Nanotubes Bundle", *Journal of Sciences, Islamic Republic of Iran*, Vol. 25(2), pp. 175–183.
- [17] Golestanian, H. Shojaie. M. (2010). "Numerical characterization of CNT-based polymer composites considering interface effects", *Computational Materials Science*, Vol. 50, pp. 731–736.