

ضرایب شدت تنش و مسیر انتشار ترک تحت شرایط مد مرکب

رامین فریدوند^{۱*}، محمد تقی کاظمی^۲

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی سازه، دانشکده عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران

۲- استاد، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

چکیده

استفاده از قوانین انتشار ترک بر اساس ضرایب شدت تنش جزء پرکاربردترین روشهای مهندسی مکانیک شکست است. مشخصه ضرایب شدت تنش به عنوان پارامترهای مهم در تجزیه و تحلیل شکست است. در تجزیه و تحلیل شکست الاستیک، ضرایب شدت تنش به میزان تنش نزدیک به نوک ترک و ارائه اطلاعات اساسی در مورد نحوه انتشار ترک را مشخص می کند. زمانی که بارگذاری و یا هندسه یک سازه حول ترک متقارن نباشد، پارگی در حالت مرکب از بارگذاری رخ می دهد، و ترک در یک خط مستقیم منتشر نمی شود. پس برای تعیین جهت جدیدی از انتشار ترک استفاده از معیارهای زاویه پیچ خوردگی لازم است. هدف از این کار ارائه مدل عددی از انتشار ترک تحت شرایط مرکب از حالت بارگذاری است. در هر ترک میزان افزایش طول، زاویه پیچ خوردگی به عنوان یک تابع از عوامل شدت تنش ارزیابی شده است. این پژوهش با هدف تعیین ضرایب شدت تنش برای مسئله انتشار ترک و تعیین مسیر رشد آن تحت آنالیز شکست الاستیک خطی است. محور اصلی این پژوهش بررسی چگونگی رشد و انتشار ترک در یک صفحه تحت بارگذاری کششی و شرایط مد مرکب می باشد. برنامه المان محدود ANSYS و برنامه رشد ترک FRANC3D برای شبیه سازی رشد ترک و برای محاسبه تنش و ضرایب شدت تنش مورد استفاده قرار می گیرد. با بررسی نتایج حاصل مشاهده شد، مسیر رشد ترک از امتداد اولیه ۴۵ درجه و همچنین ضرایب شدت تنش بدست آمده از تحلیل با نتایج حاصل از روش تجربی، توافق خوبی دارند که دقت و صحت روش استفاده شده در این تحقیق را نشان می دهد.

کلمات کلیدی: ضرایب شدت تنش، مد مرکب، انتشار ترک، مکانیک شکست، الاستیک خطی.

*نویسنده مسئول: رامین فریدوند

پست الکترونیکی: r.faridvand@qiau.ac.ir

۱- مقدمه

مسیر انتشار ترک با استفاده از روش مکانیک شکست، بخشی از جنبه های ضروری برای شبیه سازی عمر خستگی است. با این حال، بسیاری از روش های موجود به مد رشد ترک خستگی محدود می شوند [۲و۱].

به طور کلی در این روش وابستگی میان میزان رشد ترک خستگی (da/dN) و مد I از ضریب شدت تنش $(\Delta K)_I$ وجود دارد. برای تحلیل رشد ترک خستگی در فلزات، که معمولاً از قانون پاریس [۳]، که در اصل برای حالت مد I پیشنهاد شده است استفاده می شود. اگر پیشرفت انتشار ترک در جهت ترک موجود رخ دهد، یک قانون اصلاح شده پاریس برای حالت مد مرکب بارگذاری می توان با استفاده از ضریب شدت تنش موثر (SIF) به شرح زیر بیان نمود:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_{eff})^m \quad (1)$$

که در آن C و m ثابت مواد هستند.

بر اساس تحقیقات انجام شده، بسیاری از مسائل مکانیک شکست به صورت مد ترکیبی می باشند. در بسیاری از قطعات مهندسی که ترک به صورت مد I ایجاد می شود، امکان دارد که در طول عمر سازه به یک ترک ترکیبی تبدیل شود. مد ترکیبی به دو صورت ایجاد می گردد:

- بار اعمالی به صورت ترکیبی باشد.
- بین امتداد ترک و جهت بار اعمالی زاویه غیر صفر وجود داشته باشد.

معیار تنش پیرامونی بیشینه که توسط اردوگان و سیه [۴] ارائه شده است. رشد ترک در جهت عمود بر بیشترین تنش مماسی، در نوک ترک یا نزدیک نوک ترک اتفاق می افتد. این روش به نام بیشترین تنش مماسی (MTS) نامیده شده است. بر اساس این معیار، ترک عمود بر $\sigma_{\theta, max}$ گسترش می یابد. به بیان دیگر در راستای گسترش ترک، تنش برشی صفر می گردد. بنابر این، می توان نوشت:

$$\theta_o = 2 \tan^{-1} \left(\frac{K_I}{4K_{II}} - \frac{1}{4} \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}}\right)^2 + 8} \right) \quad \text{for } K_{II} > 0, \quad (2)$$

$$\theta_o = 2 \tan^{-1} \left(\frac{K_I}{4K_{II}} + \frac{1}{4} \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}}\right)^2 + 8} \right) \quad \text{for } K_{II} < 0,$$

در رابطه ۲ K_I, K_{II} ضرایب شدت تنش مود I, II می باشند.

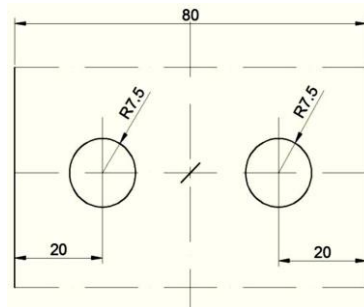
برای شروع انتشار ترک، حداکثر تنش محیطی کششی σ باید به مقدار بحرانی برسد. این سبب بیان رابطه ضریب شدت تنش در شرایط مد ترکیبی به صورت رابطه ۳ می شود:

$$K_{eq} = K_I \cos^3 \frac{\theta_o}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \cos \frac{\theta_o}{2} \sin \theta_o \quad (3)$$

با این حال، زمانی که اندازه ناحیه پلاستیک را نتوان نادیده گرفت، لازم است از حالت تنش در فاصله محدود استفاده کرد.

۲- نتایج آزمایشگاهی

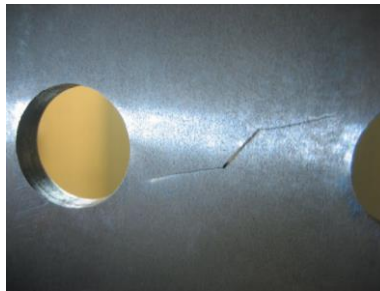
این آزمایش برای تعیین مسیر رشد ترک در حالت مد ترکیبی (مرکب) انجام شده است. برای تعیین مسیر رشد ترک تحت حالت مد ترکیبی I/II، عکس العمل یک صفحه با دو سوراخ و شکاف اولیه تحت بار تنش F_y در نظر گرفته شده است (شکل ۱). آزمون تجربی با استفاده از یک سیستم MTS سرو هیدرولیک، انجام شده است (شکل ۲ و ۳).



شکل ۱: هندسه نمونه برای مدل سازی مسیر رشد ترک [۶].



شکل ۲: نمونه در سیستم MTS سرو هیدرولیک [۶].



شکل ۳: تعیین تجربی مسیر رشد ترک [۶].

رابطه برای تعیین ضرایب شدت تنش در قالب دو بعدی برابر است با [۵]:

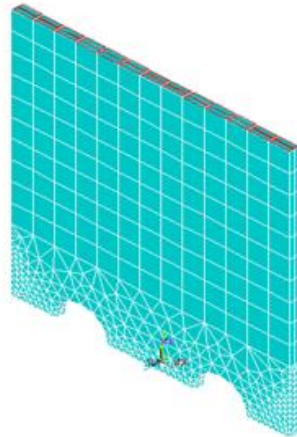
$$K_{eq} = [K_I^4 + 8K_{II}^4]^{1/4} \quad (۴)$$

ما می توانیم از فرمول تحلیلی برای به دست آوردن ضریب شدت تنش در طول مسیر رشد ترک، در قالب دو بعدی استفاده کنیم. که در آن طول ترک در امتداد مسیر ترک است. برای حل تحلیلی از قانون پاریس معادله ۱ استفاده می شود. ثابت پاریس برای فولاد مورد نظر برابر: $C = 5.8 \times 10^{-10}$ ، $n = 2.57$.

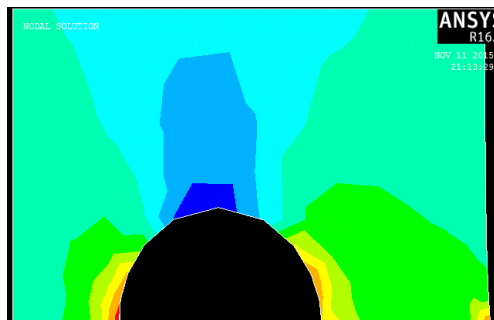
نمونه مورد آزمایش تحت بار متناوب با دامنه ثابت قرار دارد که در آن $\sigma_{min} = 25\text{MPa}$ و $\sigma_{max} = 250\text{MPa}$ می باشد.

۳- مدل‌سازی عددی

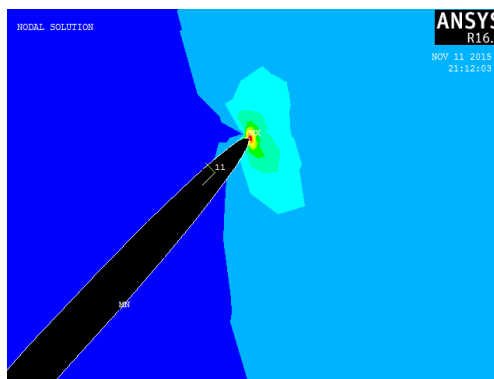
در این بخش به چگونگی مدل‌سازی عددی نمونه مورد بررسی پرداخته می‌شود. المان مورد استفاده برای مدل، *solid186* می‌باشد. صفحه مورد بررسی به ضخامت سه میلیمتر و از جنس فولاد آلیاژی 42CrMo4/1.7225 بوده و تحت تنش کشش ۲۵۰ مگاپاسکال قرار دارد. ابعاد و هندسه نمونه مورد بررسی در شکل ۱ نمایش داده شده است. روش مدل‌سازی و همچنین طریقه مش بندی صفحه قبل از رشد ترک در شکل ۴ دیده می‌شود. طول ترک ابتدایی ۳ میلیمتر می‌باشد و تحت زوایای ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه متغیر می‌باشد. برای مدل‌سازی عددی به دلیل تقارن مسئله فقط نیمی از آن توسط نرم افزار ANSYS مدل شده است. اشکال ۵ و ۶ تنش های نمونه را نمایش می‌دهد.



شکل ۴: مدل‌سازی و مش بندی نمونه قبل از رشد ترک.



شکل ۵: تنش های نمونه بدون ترک.

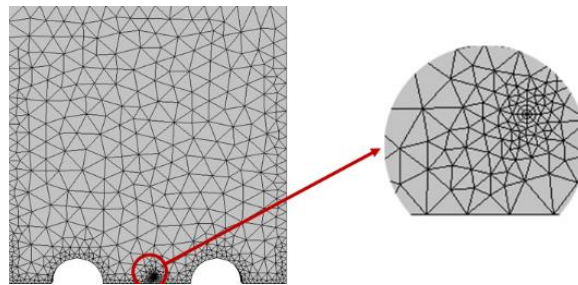


شکل ۶: تنش های نمونه با ترک ۴۵ درجه.

۴- روش کار

پس از ایجاد ترک و تحلیل سازه ترک خورده می توان ترک را گسترش داد و اثر رشد ترک را در تغییر شاخص های مکانیک شکست بررسی کرد. دو روش برای رشد ترک وجود دارد. در روش اول می توان ترک را در یک مسیر مشخص رشد داد. در این روش ترک به تعداد دلخواه توسط کاربر رشد داده می شود. این روش برای حالت هایی که ترک در روی محور تقارن قرار دارد و یا اینکه مسیر رشد ترک از قبل مثلا از اطلاعات بدست آمده از آزمایش مشخص می باشد قابل استفاده است. پس از هر بار رشد ترک المان بندی ناحیه اطراف ترک مجددا بصورت خودکار توسط برنامه اصلاح می شود (شکل ۷). بعد از اصلاح مدل، سازه باید مجددا تحلیل شود. این عمل را می توان در چند مرحله به دفعات مورد نیاز تکرار نمود و در هر مرحله نتایج را بررسی کرد. تاریخچه تغییرات ضرایب شدت تنش توسط برنامه ثبت و ارایه می گردد.

در روش دوم رشد ترک در مسیری انجام می شود که توسط برنامه تعیین می گردد. این مسیر امتداد عمود بر حداکثر تنش کششی نوک ترک است. امتداد رشد ترک در هر گام توسط برنامه نشان داده می شود. در این روش رشد ترک بصورت گام به گام به مقداری که کاربر تعیین می نماید و یا به صورت خودکار در چند گام متوالی توسط برنامه انجام می شود. در هر گام المان بندی اطراف ترک تغییر کرده و سازه تحلیل می شود. در هر مرحله و یا در انتها می توان تاریخچه تغییرات ضرایب شدت تنش را مشاهده کرد.

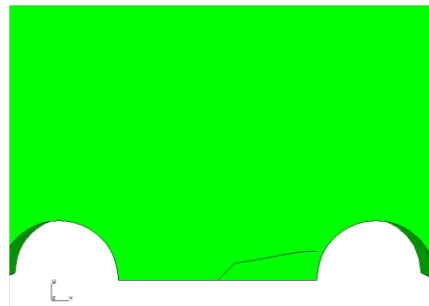


شکل ۷: اصلاح المان بندی ناحیه اطراف ترک.

۵- صحت سنجی

در این بخش، قابلیت اطمینان نرم افزار مورد استفاده شده، با ادبیات و داده های بدست آمده از آزمون تجربی مقایسه شده است. برای بررسی اثر طول ترک بر روی ضرایب شدت تنش ترک اولیه در چند مرحله و در هر مرحله به میزان ۰,۶ میلیمتر رشد داده شده است. بر اساس شکل ۸ و مقایسه آن با شکل ۳ مشاهده می شود که برنامه جهت رشد ترک را درست پیش بینی می کند و ترک به سمت بار نقطه ای پیش می رود. جدول ۱ تغییرات ضرایب شدت تنش را بر حسب طول ترک نشان می دهد.

جدول ۱ قابلیت اطمینان روش بکار برده برای مدلسازی به روش عددی را نشان می دهد. با مقایسه ضرایب شدت تنش بدست آمده از روش تجربی با ضرایب شدت تنش بدست آمده از تحلیل می توان به درستی دقت روش بکار رفته پی برد.

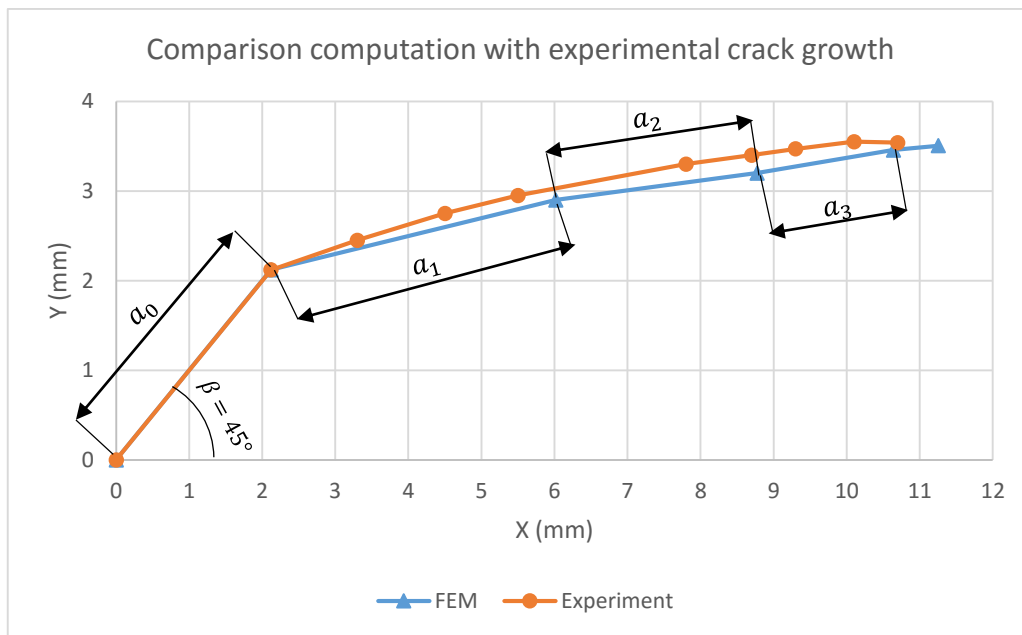


شکل ۸: رشد ترک در نمونه مورد بررسی.

جدول ۱: مقایسه ی نتایج تجربی و نتایج عددی

a [mm]	$K_I = [daN/mm^{3/2}]$			$K_{II} = [daN/mm^{3/2}]$		
	Experiment	FEM	Error %	Experiment	FEM	Error %
3	37.6	37.416	0.48	21	20.964	0.17
7	90.8	97.893	7.8	9.5	9.135	3.8
9.5	123.5	129.63	4.9	2.2	2.21	0.45
11.5	162.5	157.257	3.2	-1	-1.044	4.4

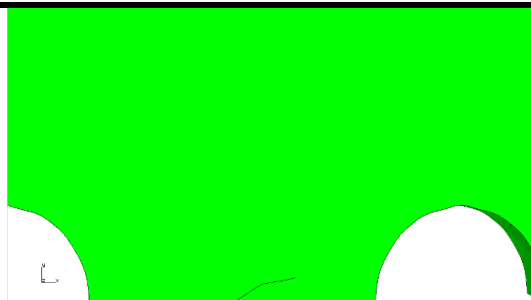
در شکل ۹ مسیر رشد ترک به روش عددی و مسیر رشد ترک به روش آزمایشگاهی مقایسه شده است. با مقایسه این دو روش مشاهده می شود روش بکار رفته جهت مدلسازی صحیح بوده و دقت خوبی دارد.



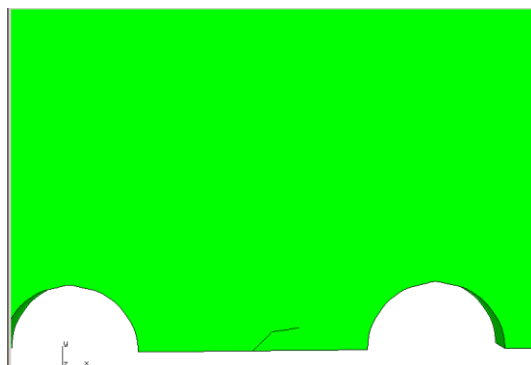
شکل ۹: نمودار مقایسه ی مسیر رشد ترک به روش FE با روش تجربی ماریجا بلازیک و همکاران [۶].

۶- نتایج حاصل از مدلسازی

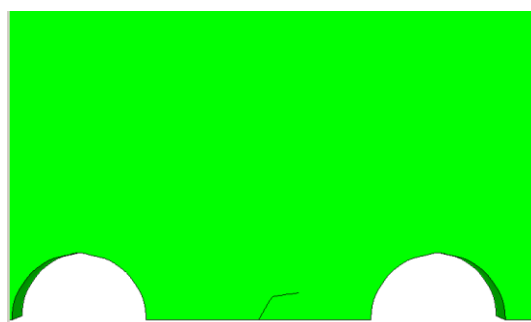
شکل های ۱۰ تا ۱۲ مسیرهای رشد ترک با زوایای اولیه ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه را برای سه میلیمتر رشد نشان می دهد. این رشد ترک در پنج گام و هرگام به طول ۰٫۶ میلیمتر انجام شد.



شکل ۱۰: مسیر انتشار ترک با زاویه اولیه ۳۰ درجه برای رشد ۳ میلیمتر.



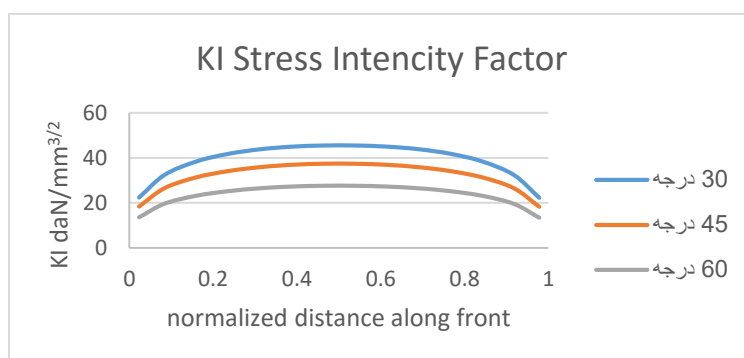
شکل ۱۱: مسیر انتشار ترک با زاویه اولیه ۴۵ درجه برای رشد ۳ میلیمتر.



شکل ۱۲: مسیر انتشار ترک با زاویه اولیه ۶۰ درجه برای رشد ۳ میلیمتر.

۱-۶ ضرایب شدت تنش بدست آمده از تحلیل استاتیکی

شکل های ۱۳ تا ۱۵ تغییرات ضرایب شدت تنش قبل از رشد ترک برای ترک با زوایای اولیه ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه را نشان می دهند.



شکل ۱۳: تغییرات ضریب شدت تنش K_I قبل از رشد ترک در عرض ورق.



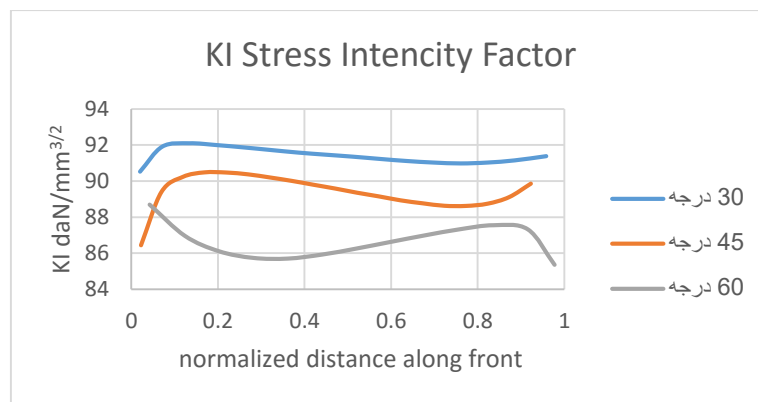
شکل ۱۴: تغییرات ضریب شدت تنش K_{II} قبل از رشد ترک در عرض ورق.



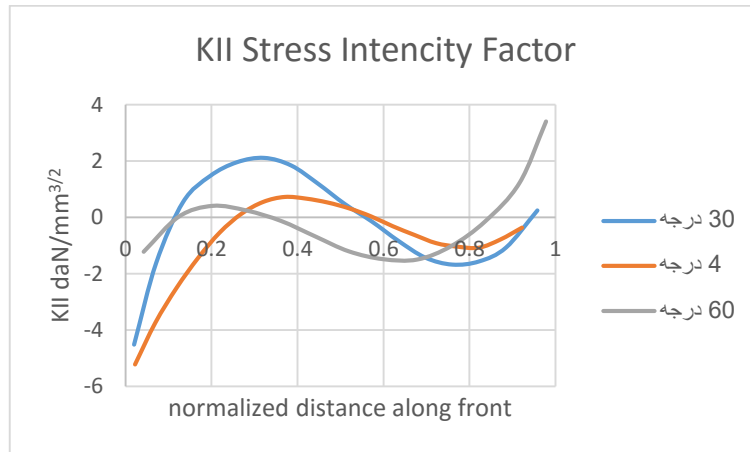
شکل ۱۵: تغییرات ضریب شدت تنش K_{III} قبل از رشد ترک در عرض ورق.

۲-۶- ضرایب شدت تنش بدست آمده پس از رشد ترک

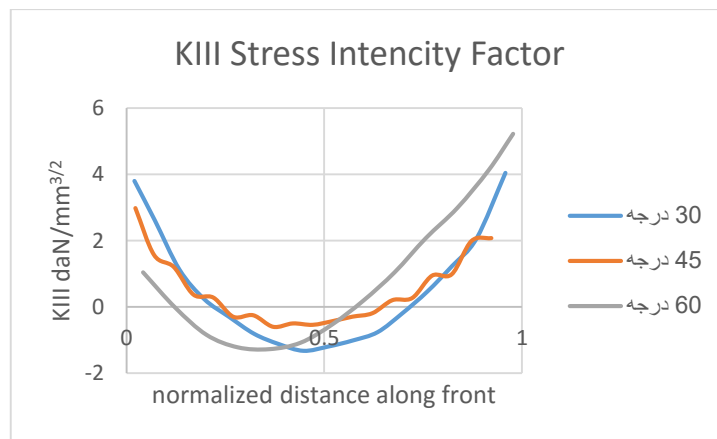
شکل های ۱۶ تا ۱۸ تغییرات ضرایب شدت تنش را پس از ۳ میلیمتر رشد ترک را نشان می دهد. این رشد در پنج مرحله و هر مرحله به طول ۰,۶ میلیمتر انجام شده است.



شکل ۱۶: تغییرات ضریب شدت تنش K_I بعد از رشد ترک به میزان ۳ میلیمتر در عرض ورق.



شکل ۱۷: تغییرات ضریب شدت تنش K_{II} بعد از رشد ترک به میزان ۳ میلیمتر در عرض ورق.



شکل ۱۸: تغییرات ضریب شدت تنش K_{III} بعد از رشد ترک به میزان ۳ میلیمتر در عرض ورق.

ترک اولیه به طول ۳ میلیمتر در پنج مرحله، با افزایش طول ۰٫۶ میلی متر در هر مرحله توسط نرم افزار FRANC3D، گسترش یافت. الگوریتم گسترش ترک در نرم افزار مذکور به این شکل است که ترک اولیه موجود پس از انجام تحلیل اجزاء محدود و یافتن تنش ها و کرنش ها در محدوده اطراف نوک ترک، در امتداد عمود بر تنش های اصلی در نوک ترک و به طولی که کاربر وارد می کند، گسترش می یابد (این گسترش ترک فرضی است و در صورتی تایید می شود که ضریب شدت تنش محاسباتی به مقدار بحرانی آن برسد). سپس المان بندی جدیدی در اطراف ترک رشد یافته به صورت خودکار انجام شده و سازه مجدداً تحلیل می گردد. در این مرحله ضریب شدت تنش برای ترک جدید محاسبه شده و به همین ترتیب مراحل گسترش ترک ادامه می یابد. لازم به ذکر است که تعداد مراحل گسترش ترک که توسط کاربر تعیین شده و نرم افزار دقیقاً به همان تعداد و با طول مشخص شده ترک را گسترش می دهد، بدون آنکه معیارهای گسترش ترک را در هر گام کنترل نماید. بنابراین، از روی شکل ترک گسترش یافته با روش فوق نمی توان به طول واقعی گسترش ترک پی برد. برای تعیین طول واقعی ترک باید به نمودار ضریب شدت تنش در مقابل طول ترک مراجعه نمود. مطابق این نمودار و با در نظر گرفتن فرضیات مکانیک شکست الاستیک خطی، ترک اولیه موجود تا جایی گسترش می یابد که مقدار ضریب شدت تنش محاسبه شده دیگر از مقدار بحرانی آن بیشتر نباشد.

۷- نتیجه گیری

در طی سرویس سازه های مختلف، از جمله هواپیما، جهت ترک در حالت عادی در جهت بارگذاری نیست. در چنین مواردی عملی، جهت رشد ترک مشخص نیست. آزمون برای پیش بینی مسیر رشد خستگی ترک برای حالت ترک ترکیبی نه تنها پرهزینه است، بلکه آنها نیز نمی توانند هر جزء ساختاری را در یک ساختار پیچیده را توضیح دهند. در این کار، یک روش محاسبه برای پیش بینی جهت رشد ترک در مد ترکیبی با استفاده از نرم افزار مکانیک شکست FRANC3D، بررسی شده است. روند انتشار ترک و همچنین توزیع تنش در نمونه مورد بررسی با استفاده از نرم افزارهای ANSYS و FRANC3D شبیه سازی شده است. رفتار ترک مرکزی تحت زوایای ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه مورد مطالعه قرار گرفت. اولین مرحله از تجزیه و تحلیل با استفاده از نرم افزار ANSYS برای انجام تجزیه و تحلیل تنش الاستیک در یک صفحه سوراخ دار برای شناسایی نواحی تنش بالا بود.

در مرحله دوم، مدل بدون ترک به نرم افزار FRANC3D وارد شده، و ترک اولیه معرفی شد و المان بندی مدل به طور اتوماتیک توسط خود برنامه اصلاح گردید. مرحله سوم محاسبات شامل انجام تجزیه و تحلیل تنش الاستیک از نمونه دارای ترک تولید شده توسط FRANC3D، با استفاده از ANSYS است. در مرحله چهارم، FRANC3D دوباره برای محاسبه ضرایب شدت تنش و همچنین گسترش ترک مورد استفاده قرار گرفت. مراحل سه و چهار پس از آن برای به دست آوردن نتایج گزارش شده در این مقاله دوباره تکرار شده است:

- مسیر رشد ترک از امتداد اولیه ۴۵ درجه و همچنین ضرایب شدت تنش بدست آمده از تحلیل با نتایج حاصل از روش تجربی مقایسه شد، ملاحظه شد که توافق خوبی بین محاسبات نرم افزاری و نتایج تجربی برای تعیین مسیرهای رشد ترک به دست آمده است.
- مقدار K_I در نقطه وسط جبهه ترک بیشترین مقدار را دارد و به تدریج در جهت لبه انتهایی ترک کاهش می یابد. همچنین مشاهده می شود که با افزایش زاویه اولیه ضریب شدت در مد I کاهش می یابد.
- در مد دوم ضریب شدت تنش برای زاویه اولیه ترک ماکزیمم مقدار را خواهد داشت و با افزایش و یا کاهش زاویه اولیه ضریب شدت تنش کاهش می یابد.
- در مد سوم برای زوایای مختلف ترک، ضریب شدت تنش در یک لبهی ترک مینیمم می شود و در لبه دیگر ترک ماکزیمم خواهد بود.
- پس از رشد ترک و اثرات امتداد ترک تحت اثر مد اول، ضریب شدت تنش مد I به میزان قابل ملاحظه ای افزایش می یابد و ضریب شدت تنش مد II به میزان قابل توجهی کاهش می یابد.

مراجع

- [1] Journet, B., Ohrloff, N., Pavlou, D., Pantelakis, S., Scra, L., Poole, D., Smart, J. (1993). Investigation on Al-Li Alloys for Damage Tolerant Applications. B/E3250 project, task 4 (Flight Simulation), Final Report DCR/M-60365/F-93, AEROSPATIALE, Suresnes.
- [2] Pavlou, D.G. (2000). Prediction of fatigue crack growth under real stress histories, *Engineering Structures*, vol. 22, no. 12, p. 1707-1713, DOI:10.1016/S0141-0296(99)00069-3.
- [3] Paris, P.C., Erdogan, F. (1963). A critical analysis of crack propagation Laws. Transaction ASME, *Journal of Basic Engineering*, vol. 85, no. 4, p. 528-533, DOI:10.1115/1.3656900.
- [4] Erdogan, F., Sih, G.C. (1963). On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear. *Transaction ASME, Journal of Basic Engineering*, vol.85, p. 519-525, DOI:10.1115/1.3656897.
- [5] Petrašinović, D., Boško, R., Petrašinovic, N. (2012). Extended finite element method (XFEM) applied to aircraft duralumin spar fatigue life estimation. *Tehnički vjesnik – Technical Gazzete*, vol. 19, no. 3, p. 557-562.

[6] Marija Blažič – Stevan Maksimovič – Zlatko Petrovič – Ivana Vasovič – Dragana Turnič-Determination of Fatigue Crack Growth Trajectory and Residual Life under Mixed Modes-Strojniški vestnik - *Journal of Mechanical Engineering* 60(2014)4, 250-254.

- [7] محمد رضا اصفهانی، ۱۳۸۶، مکانیک شکست بتن، ناشر: دانشگاه صنعتی امیرکبیرنویسنده، ویرایش اول، چاپ اول.
- [8] رحمتا... قاجار، مکانیک شکست و خستگی، ۱۳۸۸، انتشارات: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی.
- [9] اس امگید، ۱۳۸۷، مکانیک شکست، مترجم دکتر غلامحسین فرهی، ناشر: دانشگاه بو علی سینا، ویرایش اول، چاپ سوم.
- [10] احسان سوایی، ۱۳۹۰، *تالیز مکانیک جامدات با انسیس ۱۲*، انتشارات نشر سیمرغ.