

## Performance analysis of various bond-slip models in finite element modelling of reinforced concrete beams strengthened with FRP sheets

Arya SadeghAmal Nikraftar<sup>1</sup>, Mehdi Dehestani<sup>2\*</sup>

1- Ph.D. Candidate, Faculty of Civil Engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran

2- Associate Professor, Faculty of Civil Engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran

### ABSTRACT

The purpose of this study is to analyze the performance of various bond-slip models in modelling of reinforced concrete beams strengthened with FRP sheets. A comprehensive finite element model based on the concrete damage-plasticity behavior has been constructed. The cohesive element is used to model the bond-slip behavior and existing experimental results were used for verification. By comparing the results of the finite element model with the experimental results, the capability of the selected model in predicting beam behavior has been proven. The indent distribution of strains in FRP plates was due to the occurrence of cracks in concrete. With an increase in the loading, both the crack opening and the number of cracked sections in the beam are increased and the indentation state of the strain curves is intensified. On the other hand, the yielding of tensile rebars increases the strain in the FRP sheet. The interfacial shear stress values between FRP sheets and concrete shows high fluctuation at the final stages of loading due to the development of cracks and release of stresses at the crack tip. Maximum slip values between concrete and FRP surface occur near the loading points in which bending moment and shear force are maximum. The obtained load-displacement results showed that Lu-Bilinear and Lu-Simplified models have the best performance in modeling the bond between concrete and FRP sheets and in predicting the failure load of beams, they had On average 3.8% and 6.1% error with respect to experimental results, respectively.

### ARTICLE INFO

**Receive Date:** 11 April 2020

**Revise Date:** 29 September 2021

**Accept Date:** 25 November 2021

### Keywords:

Finite element

FRP Sheet

Bond-Slip Model

Cohesive Element

Concrete Damage-Plasticity

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: <https://doi.org/10.22065/jsce.2021.226508.2119>

\*Corresponding author: Mehdi Dehestani

Email address: dehestani@nit.ac.ir

## تحلیل عملکرد مدل‌های پیوستگی-لغزش بین بتن و FRP در مدل‌سازی اجزاء محدود

### تیر بتن آرمه تقویت‌شده با ورق FRP

آریا صادق عمل نیک‌رفتار<sup>۱</sup>، مهدی دهستانی<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل، ایران

۲- دانشیار و عضو هیات علمی دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل، ایران

#### چکیده

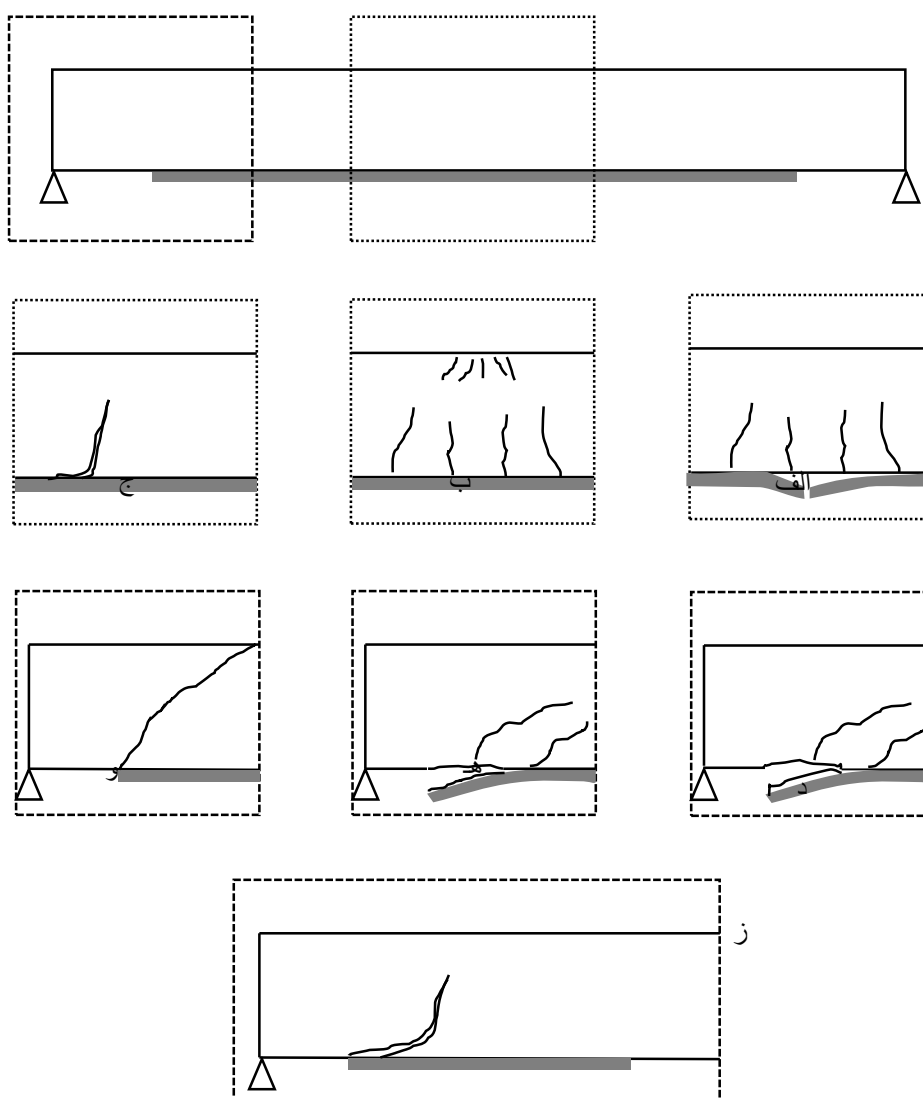
هدف این پژوهش آنالیز عملکرد مدل‌های مختلف پیوستگی-لغزش در پیش‌بینی رفتار تیر بتنی تقویت شده توسط ورق FRP می‌باشد. به منظور درک بهتر مکانیزم جداشدگی در تیرهای بتنی تقویت‌شده با ورق FRP، از مدل اجزاء محدود جامعی بر پایه روش خرابی-پلاستیسیته‌ی بتن استفاده شده است. در این مدل‌سازی از المان چسبنده برای مدل‌سازی رفتار پیوستگی بین بتن و میلگرد و بتن و ورق FRP استفاده شده است. از نتایج چندین نمونه‌ی آزمایشگاهی تیر بتنی تقویت‌شده توسط ورق FRP جهت صحت‌سنجی استفاده شده است. با مقایسه‌ی نتایج به دست آمده از مدل اجزاء محدود با نتایج آزمایشگاهی توانایی بالای مدل انتخاب شده در پیش‌بینی رفتار تیر به اثبات رسیده است. توزیع دندانه‌ای کرنش‌ها در صفحات FRP ناشی از وقوع ترک‌ها در بتن می‌باشد. با ادامه بارگذاری تعداد مقاطع ترک خورده و بازشدگی ترک‌ها افزایش یافته و حالت دندانه‌ای منحنی‌های کرنش تشدید می‌شود. از طرفی تسلیم آرماتورهای کششی، سبب افزایش ناگهانی کرنش در ورق FRP می‌شود. مقادیر تنش سطحی بین ورق FRP و بتن در گام‌های نهایی بارگذاری به دلیل گسترش ترک‌ها و آزاد شدن تنش‌ها در محل ترک، نوسان زیادی نشان می‌دهد. بیش‌ترین مقادیر لغزش بین بتن و FRP در نزدیکی نقاط بارگذاری شده روی تیر که نیروی برشی و ممان خمشی در حالت پیشینه بوده رخ می‌دهد. نتایج نیرو-تغییر مکان به دست آمده نشان دادند که دو مدل لو-دوخطی و لو-ساده شده در مدل‌سازی پیوستگی بین بتن و ورق FRP بهترین عملکرد را داشته و در محاسبه‌ی مقادیر بار گسیختگی به‌طور میانگین به ترتیب ۳٫۸٪ و ۶٫۱٪ خطا نسبت به نتایج آزمایشگاهی داشته‌اند.

کلمات کلیدی: اجزاء محدود، FRP، مدل پیوستگی-لغزش، المان چسبنده، مدل خرابی-پلاستیسیته بتن

شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:				
doi:	<a href="https://doi.org/10.22065/jsce.2021.226508.2119">https://doi.org/10.22065/jsce.2021.226508.2119</a>	چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
	10.22065/jsce.2021.226508.2119	۱۴۰۱/۰۶/۳۱	۱۴۰۰/۰۹/۰۴	۱۴۰۰/۰۹/۰۴	۱۴۰۰/۰۷/۰۷	۱۳۹۹/۰۱/۲۳
				مهدی دهستانی		*نویسنده مسئول:
				dehestani@nit.ac.ir		پست الکترونیکی:

## ۱- مقدمه

در طول دو دهه‌ی گذشته ورق‌های FRP<sup>۱</sup> به منظور افزایش قابل توجه ظرفیت باربری به طور گسترده برای مقاوم‌سازی تیرهای بتنی مسلح مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۱-۳]. FRPها با توجه به خواصی که دارند، کاربردهای مختلفی در ساختمان پیدا کرده‌اند. بیشترین کاربرد FRP در ترمیم و تقویت و مقاوم‌سازی سازه‌های بتنی است. ورق‌های FRP با قرار گرفتن و نصب بر روی سطوح بتنی از قبیل دال‌ها، تیرها، ستون‌ها، دیوارها و فونداسیون بتنی، باعث افزایش مقاومت بتن می‌شوند. هفت مکانیزم شکست برای تیرهای بتنی تقویت‌شده توسط ورق‌های FRP پیشنهاد شده‌است [۴]: گسیختگی FRP، خرد شدن بتن، جدا شدن<sup>۲</sup> کاور بتن، شکست برشی بتن، ترک‌های قطری بحرانی، جداشدگی ایجاد شده توسط ترک در وسط دهانه و جدا شدگی صفحه FRP در انتهای دهانه. در شکل ۱ این مدهای شکستگی نشان داده شده‌اند.



شکل ۱. مدهای شکست تیر بتنی تقویت‌شده با ورق FRP الف: گسیختگی FRP ب: خرد شدن بتن فشاری ج: جداشدگی در اثر ترک‌های قسمت میانی د: جداشدگی کاور بتن ه: جدا شدگی ناحیه انتهایی ورق FRP و: شکست برشی ز: ترک قطری بحرانی

<sup>1</sup> Fiber reinforced polymer

<sup>2</sup> Debonding

مکانیزم‌های شکست بتن و گسیختگی FRP مکانیزم‌های شکست کلاسیک تیرهای بتنی هستند و به صورت گسترده در گذشته تحلیل و بررسی شده‌اند. سایر مکانیزم‌های شکست مخصوص تیرهای بتنی تقویت شده توسط ورق‌های FRP هستند و به عنوان مکانیزم‌های شکست زودرس شناخته می‌شوند زیرا قبل از اینکه پتانسیل کامل طرح مقاوم‌سازی محقق شود، وقوع می‌یابند.

شکست تیر بتنی تقویت‌شده توسط ورق FRP به علت خرد شدن بتن به آسانی قابل پیش‌بینی است. این مد شکست به علت داشتن بیشترین کارایی در استفاده از مقاومت مصالح و همچنین برآورده کردن محدودیت‌های شکل‌پذیری، مورد پذیرش طراحان است. گسیختگی FRP یکی دیگر از مدهای شکست تیرهای بتنی تقویت‌شده است. این مد اگرچه در آئین‌نامه‌ها پذیرفته شده‌است اما به علت ایجاد شکست ترد، ترجیح داده می‌شود که از این مود جلوگیری گردد.

زمانی که طراحی مقاوم‌سازی با FRP انجام می‌گیرد پیش‌بینی و کنترل مدهای جداشدگی شکست بسیار مشکل است. تحقیقات آزمایشگاهی متعددی گزارش داده‌اند که مدهای شکست مربوط به جداشدگی، پیش از خرد شدن بتن یا گسیختگی FRP اتفاق می‌افتند. به همین منظور تحقیقات گسترده‌ای در زمینه تعیین فاکتورهای موثری که باعث جداشدگی FRP از سطح بتن می‌شوند صورت گرفته و مدل‌هایی برای پیش‌بینی آن پیشنهاد شده‌است. مکانیزم شکست جداشدگی هنوز هم به عنوان یک فرآیند پیچیده که اطلاعات و شناخت کافی نسبت به آن وجود ندارد، شناخته می‌شود. به همین دلیل پیش‌بینی دقیق ظرفیت تیر بتنی تقویت‌شده توسط ورق FRP برای مهندسان مشکل است و این موضوع استفاده گسترده از این روش مقاوم‌سازی را محدود کرده‌است.

همانطور که بیان شد رایج‌ترین مد گسیختگی تیرهای بتنی تقویت شده با ورق FRP، جداشدگی ورق FRP از سطح بتن می‌باشد که این مد گسیختگی نیز به دو نوع جداشدگی انتهایی<sup>۳</sup> و گسیختگی در اثر ترک‌های قسمت میانی تیر<sup>۴</sup> تقسیم می‌شود. مد گسیختگی جداشدگی انتهایی در قسمت انتهایی ورق FRP شروع شده و به سمت قسمت‌های میانی تیر گسترش می‌یابد. این مد گسیختگی اصولاً به دلیل تمرکز تنش‌های نرمال و برشی در قسمت انتهایی ورق‌های FRP اتفاق می‌افتد [۵]. یانگ و همکاران<sup>۵</sup> و یو و همکاران<sup>۶</sup> بیان کردند که به وسیله‌ی گیردار کردن قسمت انتهایی ورق FRP می‌توان از وقوع این مد شکست جلوگیری نمود [۶، ۷].

مد جداشدگی در اثر ترک‌های میانی، به دلیل ایجاد ترک‌های برشی - خمشی در تیر اتفاق می‌افتد و جلوگیری از این مد گسیختگی بسیار پیچیده‌تر از مدهای گسیختگی قبلی می‌باشد [۸]. برای یک سطح مقطع مشخص از ورق FRP، با کاهش ضخامت و افزایش عرض مقطع امکان وقوع این نوع شکست افزایش می‌یابد [۹]. تاکنون آزمایش‌های تجربی زیادی در ارتباط با مد گسیختگی جداشدگی در اثر ترک‌های میانی انجام شده‌است [۱۰-۱۳]. به دلیل امکان‌پذیر نبودن قراردادن استرین‌گیج‌ها در تمام طول تیر، نتایج گزارش شده در این آزمایش‌ها کرنش ورق FRP را تنها در چند نقطه‌ی محدود ارائه می‌دهند و توزیع کرنش در طول ورق FRP و تغییرات این کرنش در نزدیکی ترک‌ها گزارش نشده‌است. هر دوی این موارد برای تعیین ظرفیت باربری تیرهای بتنی تقویت‌شده توسط ورق FRP اهمیت زیادی دارند. برای ارزیابی دقیق‌تر ظرفیت باربری تیر، استفاده از روشی که توانایی در نظر گرفتن این موارد را داشته‌باشد اهمیت دارد. روش اجزاءمحدود این توانایی را دارد که با مدل‌سازی صحیح رفتار مصالح و همچنین پیوستگی بین بتن و FRP این مقادیر را در تمام طول تیر در اختیار قرار دهد. به همین منظور برای دستیابی به اهداف موردنظر استفاده از روش اجزاء محدود مناسب می‌باشد.

روش‌های مختلفی برای مدل‌سازی رفتار بتن در نرم‌افزارهای اجزاء محدود پیشنهاد شده‌است. از جمله‌ی این روش‌ها می‌توان روش خرابی-پلاستیسیته بتن<sup>۷</sup> و روش ترک پخشی<sup>۸</sup> را نام برد. کاکاوند و همکاران<sup>۹</sup> از روش خرابی-پلاستیسیته بتن پیشرفته برای بررسی رفتار بتن تحت بارهای چرخه‌ای چند محور استفاده کردند [۱۴، ۱۵]. تاکنون تحقیقات گسترده‌ای به منظور مدل‌سازی پدیده‌ی جداشدگی تیرهای بتنی تقویت‌شده توسط ورق‌های FRP صورت گرفته‌است [۱۶، ۱۷]. اما این تحقیقات با فرض پیوستگی کامل ورق FRP و سطح بتن انجام گرفته‌اند و به همین علت توانایی توصیف کامل توزیع تنش‌های برشی بین بتن و FRP و گسترده‌ی ترک‌ها در تیرهای بتنی را

<sup>3</sup> End Debonding

<sup>4</sup> Intermediate Crack Debonding

<sup>5</sup> Yang et al.

<sup>6</sup> You et al.

<sup>7</sup> concrete damage-plasticity

<sup>8</sup> Smeared Crack

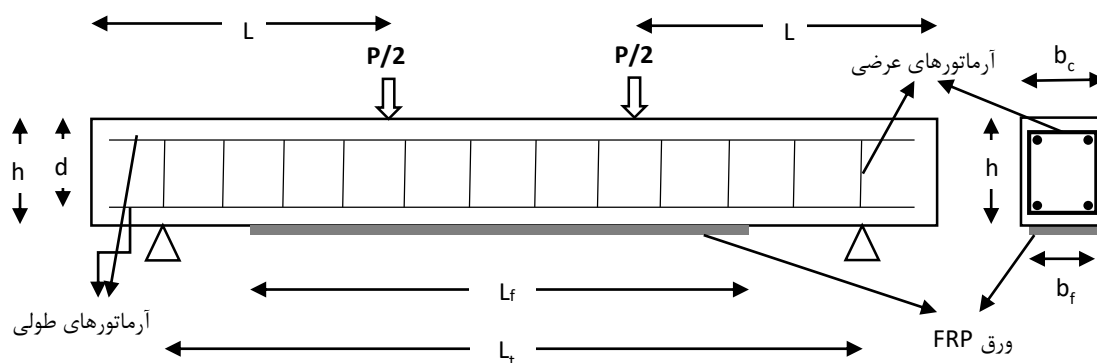
<sup>9</sup> Kakavand et al.

دارا نمی‌باشند. چن و همکاران<sup>۱۰</sup> نشان داده‌اند که در نظر گرفتن اثرات پیوستگی-لغزش بین بتن و میلگردهای فولادی تاثیر قابل توجهی بر نتایج خروجی تیرهای بتنی دارد [۱۸]. به همین منظور در نظر گرفتن اثرات لغزش بین بتن و میلگردها در مدل‌های اجزاء محدود سبب افزایش قابل توجه دقت در مدل‌سازی و نتایج آن می‌گردد. محمدی و همکاران<sup>۱۱</sup> با استفاده از روش اجزاء محدود توسعه یافته<sup>۱۲</sup> نمونه تیر شیاردار را تحلیل کردند. اما این تحلیل توانایی در نظر گرفتن گسترش ترک در طول بارگذاری را نداشت [۱۹].

تاکنون مدل‌های مختلفی به منظور در نظر گرفتن اثرات پیوستگی-لغزش بین بتن و ورق FRP پیشنهاد شده‌است. این مدل‌ها لغزش بین سطح بتن و ورق FRP را به وسیله پارامترهای مختلفی مانند مقاومت فشاری بتن، مقاومت کششی بتن، نسبت عرض بتن به عرض ورق FRP و سایر پارامترهای موثر پیش‌بینی می‌کنند. بررسی دقت این مدل‌ها در تخمین خروجی‌های مختلف مربوط به تیر بتنی تقویت‌شده با ورق FRP، نیازمند مدل‌سازی دقیق تمام پارامترهای موثر می‌باشد. به همین منظور و جهت غلبه بر نواقص مدل‌سازی‌های قبلی که به‌طور خلاصه به آن‌ها اشاره گردید، از مدل اجزاء محدود جامعی با در نظر گرفتن اثرات پیوستگی-لغزش بین بتن و میلگرد و همچنین بتن و ورق FRP استفاده شده‌است. در ادامه جهت ارزیابی مدل‌های مختلف پیوستگی-لغزش، نتایج به دست آمده از مدل‌های مختلف با یکدیگر و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده‌اند. مدل‌سازی عددی انجام شده توانسته است با دقت مناسبی رفتار تیر بتنی تقویت شده با ورق FRP را شبیه‌سازی کرده و مشکل نبود و یا کمبود نتایج آزمایشگاهی مربوط به پارامترهای مختلف تیر مانند توزیع کرنش و تنش در طول ورق FRP را برای انجام تحلیل‌های بیشتر برطرف می‌کند.

## ۲- نتایج آزمایشگاهی

همانگونه که بیان شد جداسازی ورق FRP در اثر ترک‌های قسمت میانی تیر، مد شکست غالب در بسیاری از آزمایش‌های صورت گرفته بر روی تیرهای بتنی تقویت شده توسط ورق FRP می‌باشد. اطلاعات ۴ نمونه تیر که به دلیل جداسازی ورق FRP در اثر ترک‌های قسمت میانی دچار شکست شده‌اند جمع‌آوری گردیده است. اطلاعات کامل نمونه‌ها در جدول پیوست ۱ آورده شده‌است. تیرها به صورت تیر بتنی-آرمه‌ای معمولی تقویت شده با ورق FRP بوده و ورق FRP به وسیله چسب به سطح تحت کشش تیر بتنی چسبانده شده‌اند. مشخصات هندسی و مشخصات مصالح برای تیرهای هر آزمایش به صورت دقیق جمع‌آوری گردیده‌است. در شکل ۲ نمونه‌ای از شرایط تکیه‌گاهی و بارگذاری انجام شده بر روی تیرها نشان داده شده‌است.



شکل ۲. شماتیک شرایط بارگذاری و تکیه‌گاهی و مقاطع نمونه تیرهای آزمایشگاهی

در شکل بالا  $b_c$  عرض تیر بتنی،  $b_f$  عرض ورق FRP،  $d$  و  $h$  به ترتیب ارتفاع و ارتفاع موثر مقطع  $L_f$  و  $L$  و  $L_f$  به ترتیب طول کل دهانه، طول دهانه برشی و طول ورق FRP می‌باشند.

<sup>10</sup> Chen et al.

<sup>11</sup> Mohammadi et al.

<sup>12</sup> Extended finite-element method

## ۳- تحلیل اجزاء محدود

## ۳-۱- مدل اجزاء محدود

مدل سازی عددی با استفاده از نرم افزار آباکوس<sup>۱۳</sup> انجام گرفته است [۲۰]. مشخصات مصالح مطابق با شرایط آزمایشگاهی هر نمونه در نظر گرفته شده است. تکیه گاه ها مانند نمونه های آزمایشگاهی به صورت ساده فرض شده و بارگذاری به صورت کنترل تغییر مکان اعمال شده است. در این پژوهش با توجه به نیاز به همگرایی، دقت محاسباتی و هزینه ای زمانی محاسبات، سازه مش ۱۰ میلی متر انتخاب شده است. جزئیات اطلاعات برای هر نمونه ای آزمایشگاهی در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱. مشخصات نمونه تیرهای بتنی تقویت شده با ورق FRP

مرجع	نام نمونه تیر	b <sub>c</sub> (mm)	b <sub>f</sub> (mm)	E <sub>f</sub> (GPa)	t <sub>f</sub> (mm)	f <sub>c</sub> (MPa)	A' <sub>s</sub> (mm <sup>2</sup> )	f <sub>0y</sub> (MPa)	A <sub>s</sub> (mm <sup>2</sup> )	f <sub>y</sub> (MPa)	L (mm)
رحیمی و هاچینسون <sup>۱۴</sup> [۱۱]	b6	200	150	127	1.2	54-69 (cubic)	100	575	157	575	750
فام و همکاران <sup>۱۵</sup> [۲۱]	S2	140	100	209	0.352	47.7	226	551	339	551	700
وو و همکاران <sup>۱۶</sup> [۲۲]	M0-III	400	50	165	1.4	26.4	142	400	595	400	1200
سیم و همکاران <sup>۱۷</sup> [۲۳]	S1m	480	100	63.8	1.12	33.2	0	0	213	462	1015

در جدول بالا b<sub>c</sub> عرض تیر بتنی، b<sub>f</sub> و E<sub>f</sub> و t<sub>f</sub> به ترتیب عرض، مدول الاستیک و ضخامت ورق FRP، f<sub>c</sub> مقاومت فشاری بتن، A'<sub>s</sub> و f<sub>0y</sub> به ترتیب مساحت میلگرد فشاری و مقاومت تسلیم آن و A<sub>s</sub> و f<sub>y</sub> مساحت میلگرد کششی و مقاومت تسلیم آن و L طول دهانه برشی می باشند. بتن با استفاده از المان تنش سطحی<sup>۱۸</sup> (CPS4) مدل سازی شده است. رفتار غیرخطی بتن را می توان به وسیله ی مفاهیم خرابی و پلاستیسیته بتن مدل سازی کرد [۲۰]. در این پژوهش از روش خرابی-پلاستیسیته بتن به دلیل قابلیت بهتر آن در همگرایی در مقایسه با روش ترک پخشی استفاده شده است [۲۴]. این روش ابتدا توسط لابلینر<sup>۱۹</sup> و همکاران [۲۵] پیشنهاد داده شد و سپس توسط لی<sup>۲۰</sup> و فنوس<sup>۲۱</sup> [۲۶] توسعه داده شد. برای تعیین رفتار بتن تحت فشار تک محوره از روابط پیشنهاد شده توسط سانز<sup>۲۲</sup> استفاده شده است [۲۷]:

$$\sigma_c = \frac{E_c \varepsilon_c}{1 + (E_c \varepsilon_p / \sigma_p - 2)(\varepsilon_c / \varepsilon_p) + (\varepsilon_c / \varepsilon_p)} \quad (1)$$

در رابطه ی بالا  $\sigma_c$  تنش بتن و  $\varepsilon_c$  کرنش بتن می باشند. مقدار مدول الاستیک بتن در صورت نبود مقادیر دقیق توسط رابطه ی پیشنهاد شده توسط ACI با توجه به مقاومت فشاری نمونه ای استوانه ای بتن توسط رابطه ی  $E_c = 4730 \sqrt{f_c}$  تخمین زده می شود [۲۸]. در این پژوهش مقادیر  $\sigma_p$  و  $\varepsilon_p$  به ترتیب برابر با  $f_c$  و  $0.0022$  در نظر گرفته شده است.

<sup>13</sup> Abaqus

<sup>14</sup> Rahimi and Hutchinson

<sup>15</sup> Pham et al.

<sup>16</sup> Woo et al.

<sup>17</sup> Seim et al.

<sup>18</sup> Plane Stress

<sup>19</sup> Lubliner

<sup>20</sup> Lee

<sup>21</sup> Fenves

<sup>22</sup> Sanz

رفتار کششی بتن تا رسیدن بتن به مقاومت کششی به صورت خطی در نظر گرفته شده است. بعد از نقطه حداکثر مقاومت کششی، بتن دچار ترک خوردگی و کاهش مقاومت شده و منحنی تنش-کرنش به صورت شاخه‌ی نزولی ادامه می‌یابد. زمانی که مصالح دچار نرم‌شدگی می‌گردند اندازه‌ی المان اجزاء محدود تاثیر زیادی بر روی رفتار کلی مدل خواهد داشت. این امر به این دلیل است که با کوچک‌تر شدن سایز مش انرژی اتلاف شده افزایش می‌یابد. این مشکل با استفاده از روش‌های تنظیم مش قابل حل است. یکی از آسان‌ترین راه‌حل‌ها برای غلبه بر این مشکل، روش نوار ترک<sup>۲۳</sup> است که از مقیاسی براساس انرژی برای قسمت نرم‌شدگی منحنی تنش-کرنش استفاده می‌کند. به منظور تعریف رفتار کششی بتن از مدل نوار ترک در چارچوب مدل خرابی-پلاستیسیته استفاده شده است. برای بتن تحت کشش تک‌محوره از منحنی نرم‌شدگی پیشنهاد شده توسط هوردیک<sup>۲۴</sup> استفاده شده و مطابق روش پیشنهادی جندل<sup>۲۵</sup> و سرونکا<sup>۲۶</sup> اصلاح شده است [۱۸، ۲۹، ۳۰]:

$$\frac{\sigma_t}{f_t} = \left[ 1 + \left( 3 \frac{w_t}{w_{cr}} \right)^3 \right] e^{(6.93 \frac{w_t}{w_{cr}})} - 28 \frac{w_t}{w_{cr}} e^{-6.93} \quad (2)$$

$$w_{cr} = 5.14 \frac{G_F}{f_t} \quad (3)$$

$$w_t = \int_{h_c} \varepsilon_{cr} dh \quad (4)$$

در روابط بالا مقادیر  $w_t$  و  $w_{cr}$  به ترتیب بازشدگی دهانه‌ی ترک و بازشدگی دهانه‌ی ترک در حالت نهایی آزاد شدن تنش‌ها،  $\varepsilon_{cr}$  کرنش ترک در حالت نهایی و  $h_c$  عرض نوار ترک می‌باشد که براساس مقادیر پیشنهاد شده توسط روتس<sup>۲۷</sup> توسط رابطه‌ی  $h_c = \sqrt{2l_{eq}}$  تخمین زده می‌شود. در این رابطه  $l_{eq}$  طول مشخصه‌ی المان می‌باشد [۳۱].  $f_t$  و  $G_F$  به ترتیب مقاومت کششی و انرژی شکست مورد نیاز برای تشکیل ترک زمانی که تنش کاملاً آزاد شده باشد، در واحد سطح می‌باشند که توسط روابط پیشنهاد شده در آیین‌نامه‌ی CEB-fip تخمین زده می‌شوند [۳۲]:

$$f_t = 1.4 \left( \frac{f_c - 8}{10} \right)^{2/3} \quad (5)$$

$$G_F = (0.0469d_a^2 - 0.5d_a + 26) \left( \frac{f_c}{10} \right)^2 \quad (6)$$

در رابطه‌ی ۶  $d_a$  ماکزیمم اندازه دانه‌بندی بتن می‌باشد. در این پژوهش در صورت نبود مقادیر دقیق مقدار  $d_a$  برابر ۲۰ میلیمتر در نظر گرفته شده است. در روابط بالا ضریب پواسن بتن ۰٫۲ و زاویه اتساع<sup>۲۸</sup> در مدل خرابی-پلاستیسیته بتن ۳۵ درجه در نظر گرفته شده است [۱۸]. برای تعیین پارامترهای خرابی فشاری و کششی از روش پیشنهادی الفارح<sup>۲۹</sup> و همکاران [۳۳] استفاده شده است. بر این اساس پارامترهای خرابی فشاری و کششی توسط روابط زیر تخمین زده می‌شوند:

$$d_c = 1 - \frac{1}{2 + a_c} [2(1 + a_c) \exp(-b_c \varepsilon_c^{ch}) - a_c \exp(-2b_c \varepsilon_c^{ch})] \quad (7)$$

<sup>23</sup> Crack Band

<sup>24</sup> Hordijk

<sup>25</sup> Jendele

<sup>26</sup> Cervenka

<sup>27</sup> Rots

<sup>28</sup> Dilation angle

<sup>29</sup> Alfarah

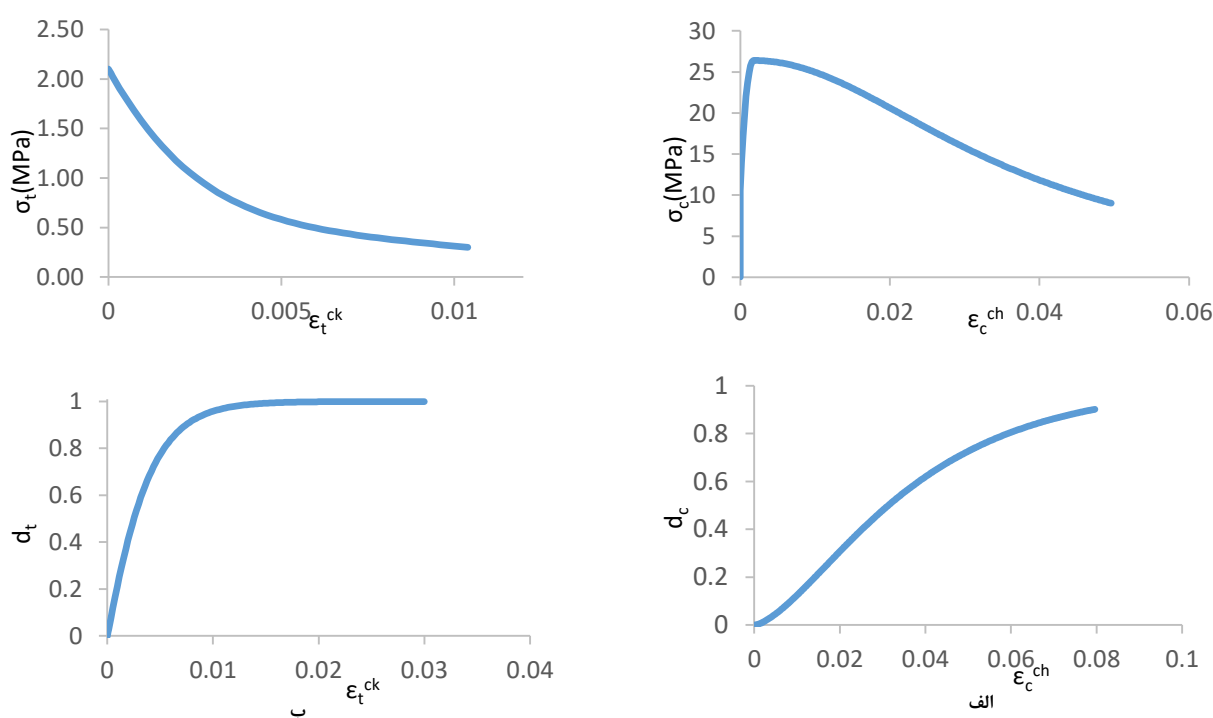
$$d_t = 1 - \frac{1}{2 + a_t} [2(1 + a_t) \exp(-b_t \varepsilon_t^{ck}) - a_t \exp(-2b_t \varepsilon_t^{ck})] \quad (8)$$

در روابط بالا  $d_t$  و  $d_c$  به ترتیب پارامترهای خرابی فشاری و کششی،  $\varepsilon_t^{ck}$  و  $\varepsilon_c^{ch}$  به ترتیب کرنش غیر الاستیک فشاری و کرنش ترک خوردگی می‌باشند.  $a_t$ ،  $b_t$ ،  $a_c$ ،  $b_c$  ضرایب بی‌بعدی هستند که باید مقادیر آن‌ها تعیین گردند. الفارج مقادیر  $a_c = 7.873$  و  $a_t = 1$  و  $b_c = \frac{1.97 f_c l_{eq}}{G_{ch}}$

و  $b_t = \frac{0.453(f_c - 8)^{2/3}}{G_f} l_{eq}$  را برای این ضرایب پیشنهاد داده [۳۳] و در این پژوهش نیز از همین ضرایب استفاده گردیده است. در روابط بالا

$$G_{ch} \text{ انرژی له شدگی فشاری بتن می‌باشد و مقدار آن از رابطه‌ی } G_{ch} = \left(\frac{f_c}{f_t}\right)^2 G_f \text{ به دست می‌آید.}$$

در شکل ۳ منحنی‌های تنش فشاری-کرنش غیرالاستیک، تنش کششی-کرنش ترک خوردگی، پارامتر خرابی فشاری-کرنش غیرالاستیک، پارامتر خرابی کششی-کرنش ترک خوردگی برای تیر M0-III رسم شده است.



شکل ۳. منحنی‌های الف. تنش فشاری-کرنش غیرالاستیک ب. تنش کششی-کرنش ترک خوردگی ج. پارامتر خرابی فشاری-کرنش غیرالاستیک د. پارامتر خرابی کششی-کرنش ترک خوردگی برای تیر M0-III

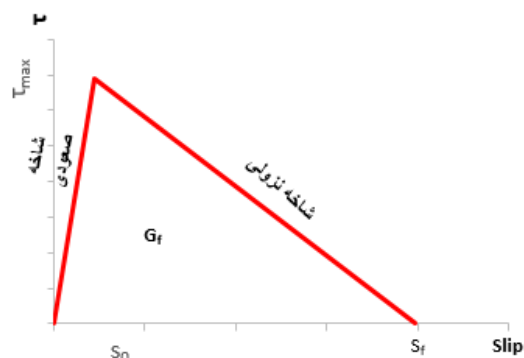
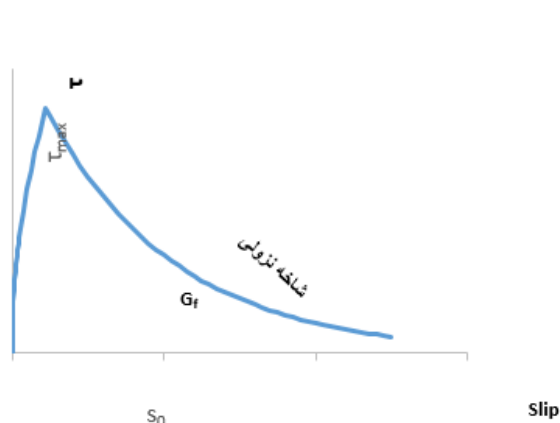
برای مدل کردن میلگردها و ورق FRP از المان T2D2 استفاده شده است. رفتار فولاد به صورت الاستوپلاستیک ایده‌آل فرض شده است. رفتار FRP به صورت الاستیک خطی تا نقطه‌ی شکست در نظر گرفته شده و نقطه‌ی گسیختگی برابر مقاومت کششی FRP فرض گردیده است.

رابطه‌ی پیوستگی-لغزش بین بتن و میلگردهای کششی به وسیله‌ی روابطی که توسط CEB-fip پیشنهاد گردیده است مدل‌سازی شده است. روابط استفاده شده در این آیین‌نامه در جدول ۲ و پارامترهای استفاده شده در این روابط در شکل ۴ آورده شده است [۳۲].



جدول ۲. روابط پیوستگی-لغزش پیشنهاد شده توسط CEB-fip

	بیرون کشیدگی <sup>۳۱</sup>		شکاف خوردگی <sup>۳۰</sup>			
	$\varepsilon_s < \varepsilon_{sy}$		$\varepsilon_s < \varepsilon_{sy}$			
	شرایط پیوستگی خوب	سایر شرایط	شرایط پیوستگی خوب		سایر شرایط	
			محصور نشده	محصور شده	محصور نشده	محصور شده
$\tau_{bmax}$	$2.5\sqrt{f_c}$	$1.25\sqrt{f_c}$	$2.5\sqrt{f_c}$	$2.5\sqrt{f_c}$	$1.25\sqrt{f_c}$	$1.25\sqrt{f_c}$
$\tau_{bu,split}$	-	-	$7\left(\frac{f_c}{25}\right)^{0.25}$	$8\left(\frac{f_c}{25}\right)^{0.25}$	$5\left(\frac{f_c}{25}\right)^{0.25}$	$5.5\left(\frac{f_c}{25}\right)^{0.25}$
$s_1$	1.0mm	1.8mm	$s(\tau_{bu,split})$	$s(\tau_{bu,split})$	$s(\tau_{bu,split})$	$s(\tau_{bu,split})$
$s_2$	2.0mm	3.6mm	$s_1$	$s_1$	$s_1$	$s_1$
$s_3$	$c_{clear}$	$c_{clear}$	$1.2s_1$	$0.5 c_{clear}$	$1.2s_1$	$0.5 c_{clear}$
$\alpha$	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
$\tau_{bf}$	$0.4\tau_{bmax}$	$0.4\tau_{bmax}$	0	$0.4\tau_{bu,split}$	0	$0.4\tau_{bu,split}$



شکل ۵. پارامترهای معرفی شده در مدل‌های مختلف پیوستگی-لغزش بین بتن و FRP

در جدول ۳ پارامتر  $S$  لغزش بین ورق FRP و بتن و  $\tau$  تنش پیوستگی بین سطح بتن و ورق FRP می‌باشد.  $G_f$  سطح زیر منحنی پیوستگی-لغزش می‌باشد که در واقع بیانگر انرژی شکست پیوستگی بین بتن و ورق FRP می‌باشد. پارامتر  $\beta_0$  یک پارامتر بی‌بعد بوده که برای در نظر گرفتن اثر نسبت عرض سطح زیرین بتن به سطح ورق FRP در روابط آورده شده است. روابط مدل لو محدودیت لایه چسب با سختی برشی در محدوده  $K_a = G_a / t_a \geq 2.5 \text{ GPa/mm}$  را دارند و برای لایه‌ی چسب نرم قابل استفاده نیستند. در این رابطه  $G_a$  مدول برشی چسب و  $t_a$  ضخامت لایه‌ی چسب می‌باشد.

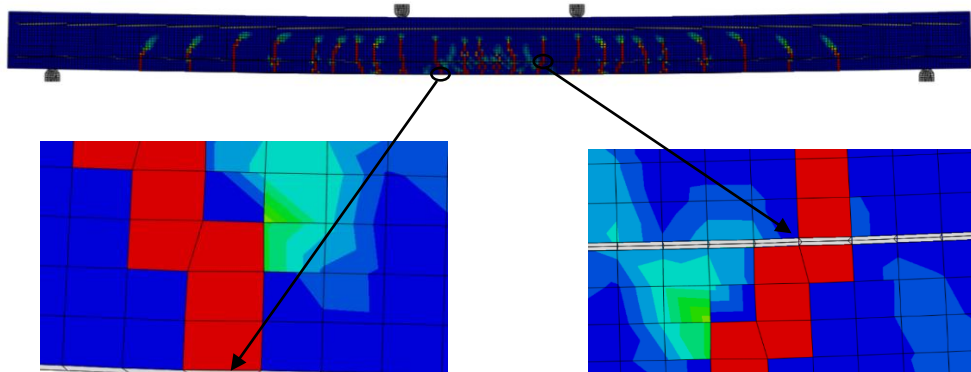
#### ۴- نتایج تحلیل اجزاء محدود

شرایط تیر و بارگذاری با توجه به شرایط آزمایشگاهی در نرم‌افزار مدل‌سازی گردیده است. برای هر تیر ۴ مدل مختلف پیوستگی-لغزش در نظر گرفته شده و نتایج آن‌ها با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. همانگونه که بیان شد گسیختگی جداشدگی در اثر ترک‌های میانی تیر به دلیل گسترش ترک‌های خمشی و برشی در قسمت‌های میانی تیر اتفاق می‌افتد. بارگذاری با کنترل تغییر مکان انجام گرفته و با

<sup>30</sup> Splitting

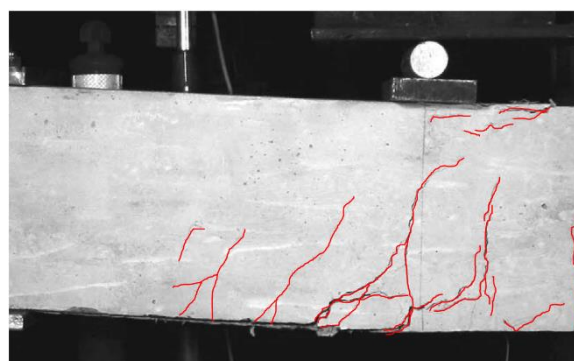
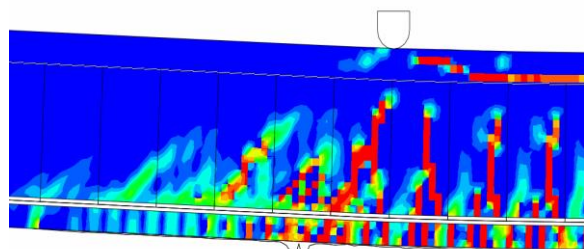
<sup>31</sup> Pull-out

افزایش بارگذاری ترک‌های خمشی در قسمت میانی تیر گسترش می‌یابد. در شکل ۶ تشکیل ترک‌ها در تیر و همچنین رفتار المان چسبنده در تیر M0-III به نمایش در آمده‌است. تغییر مکان‌های نسبی دو لبه‌ی المان چسبنده بیانگر وقوع لغزش بین میلگرد و FRP و بتن خواهد بود. با توجه به شکل اطراف نواحی ترک خورده میزان لغزش میلگرد و FRP افزایش چشمگیری پیدا کرده‌است.



شکل ۶. لغزش بین بتن و FRP و بتن و میلگرد در نواحی اطراف ترک در تیر M0-III

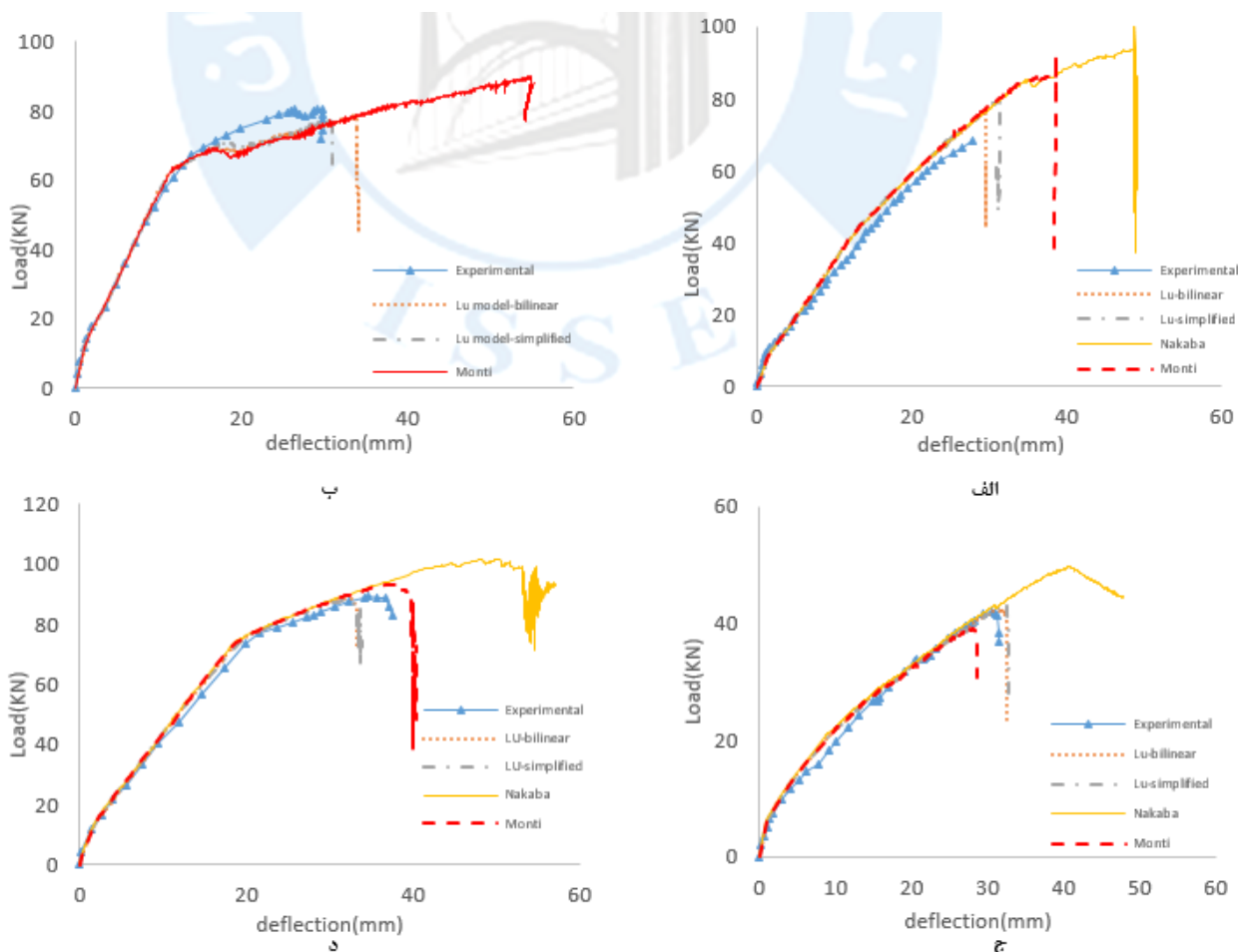
با ادامه بارگذاری و گسترش بیشتر ترک‌ها در نهایت ورق FRP از سطح بتن جدا شده و تیر دچار گسیختگی می‌گردد. در شکل ۷ لحظه‌ی شروع گسیختگی برای تیر S2 به نمایش در آمده‌است. همانگونه که انتظار می‌رود به دلیل گسترش ترک‌ها در قسمت میانی تیر، جداسازی ورق از سطح بتن در این مناطق اتفاق می‌افتد. با بررسی شکل ۷ دقت مدل‌سازی انجام شده در پیش بینی رفتار تیر از لحاظ نحوه‌ی گسترش ترک‌ها و محل وقوع جداسازی ورق به اثبات می‌رسد.



شکل ۷. جداسازی ورق FRP از سطح بتن در تیر S2

#### ۴-۱- منحنی نیرو تغییر مکان

در شکل ۸ منحنی‌های نیرو-تغییر مکان برای ۴ نمونه تیر آورده شده‌است. برای هر یک از نمونه‌ها ۴ مدل مختلف پیوستگی-لغزش در نظر گرفته شده و نتایج مدل‌سازی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده‌است. همانطور که مشاهده می‌شود مدل‌سازی‌های انجام شده توانسته‌است رفتار کلی تیر تقویت شده توسط ورق FRP را به خوبی پیش‌بینی کند و مطابقت مناسبی با نتایج آزمایشگاهی داشته باشد. در مورد تیر S2 که با مدل ناکابا مدل‌سازی شده بود، تیر دچار شکست خردشدگی فشاری بتن شد و مد شکست جداسازی اتفاق نیفتاد. به همین دلیل نتایج آن در شکل آورده نشده‌است. به طور کلی قبل از رسیدن به بار نهایی تیر، مدل‌های مختلف پیوستگی-لغزش تأثیری ناچیزی بر رفتار منحنی‌های نیرو-تغییر مکان دارند و تأثیر اصلی این مدل‌ها بر بار نهایی وارد بر تیر و تغییر مکان متناظر با آن می‌باشد.



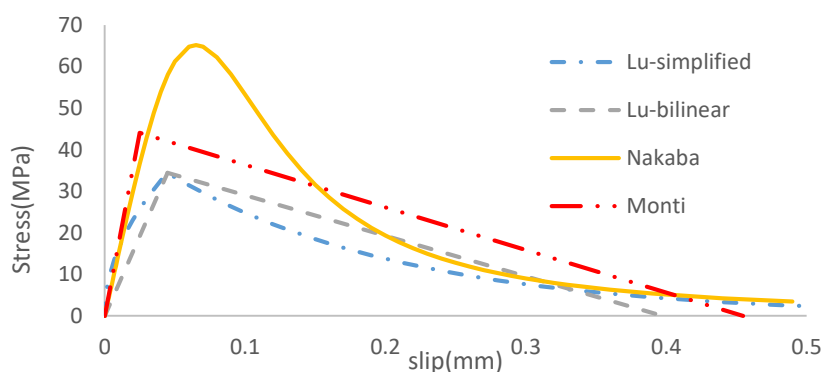
شکل ۸. منحنی‌های نیرو-تغییر مکان برای تیرهای: الف. b6. ب. S2. ج. S1m. د. M0-III

در جدول ۴ مقادیر نیرو و تغییر مکان در لحظه‌ی جداشدگی ورق FRP و همچنین میانگین اختلاف این مقادیر با نتایج آزمایشگاهی برای مدل‌های مختلف پیوستگی-لغزش آورده شده است. با بررسی جدول ۴ مشاهده می‌شود که در مجموع مدل‌های لو-دوخطی و لو-ساده شده مطابقت بیشتری با نتایج آزمایشگاهی داشته و مقادیر نیروی نهایی و تغییر شکل نهایی در این مدل‌ها دقیق‌تر هستند. مدل مونتی برای دو تیر S1m و M0-III توانسته مقادیر نیروی نهایی را به خوبی تخمین بزند اما در مورد دو تیر دیگر عملکرد مناسبی نداشته است. مدل ناکابا در تمام موارد بارشکست را بیش‌تر از مقادیر واقعی تخمین زده و نتوانسته در پیش‌بینی بار نهایی و تغییر مکان متناظر با آن عملکرد مناسبی داشته باشد.

جدول ۴. مقادیر نیرو و تغییر مکان در لحظه جداسازی ورق FRP

مدل	S2		b6		S1m		M0-III		درصد خطا	
	نیرو (N)	تغییر مکان (mm)	نیرو (N)	تغییر مکان (mm)	نیرو (N)	تغییر مکان (mm)	نیرو (N)	تغییر مکان (mm)	نیرو	تغییر مکان
آزمایشگاهی	80389.0	29.8	68477.4	28.0	41811.8	31.4	89500.2	36.7		
لو-ساده شده	76418.2	31.0	78502.4	31.3	42903.8	32.6	87668.3	33.1	6.1	7.4
لو-دوخطی	77656.5	33.9	75340.5	29.5	42108.3	32.3	88608.8	32.8	3.8	8.3
مونتی	88075.4	54.8	85028.8	38.6	38393.8	28.4	92513.4	39.5	11.3	34.8
ناکابا			92542.5	48.6	48906.2	41.2	101691.2	53.0	21.9	49.9

برای درک بهتر دلایل این نتایج منحنی‌های پیوستگی- لغزش برای تیر S2 در شکل ۹ آورده شده است.

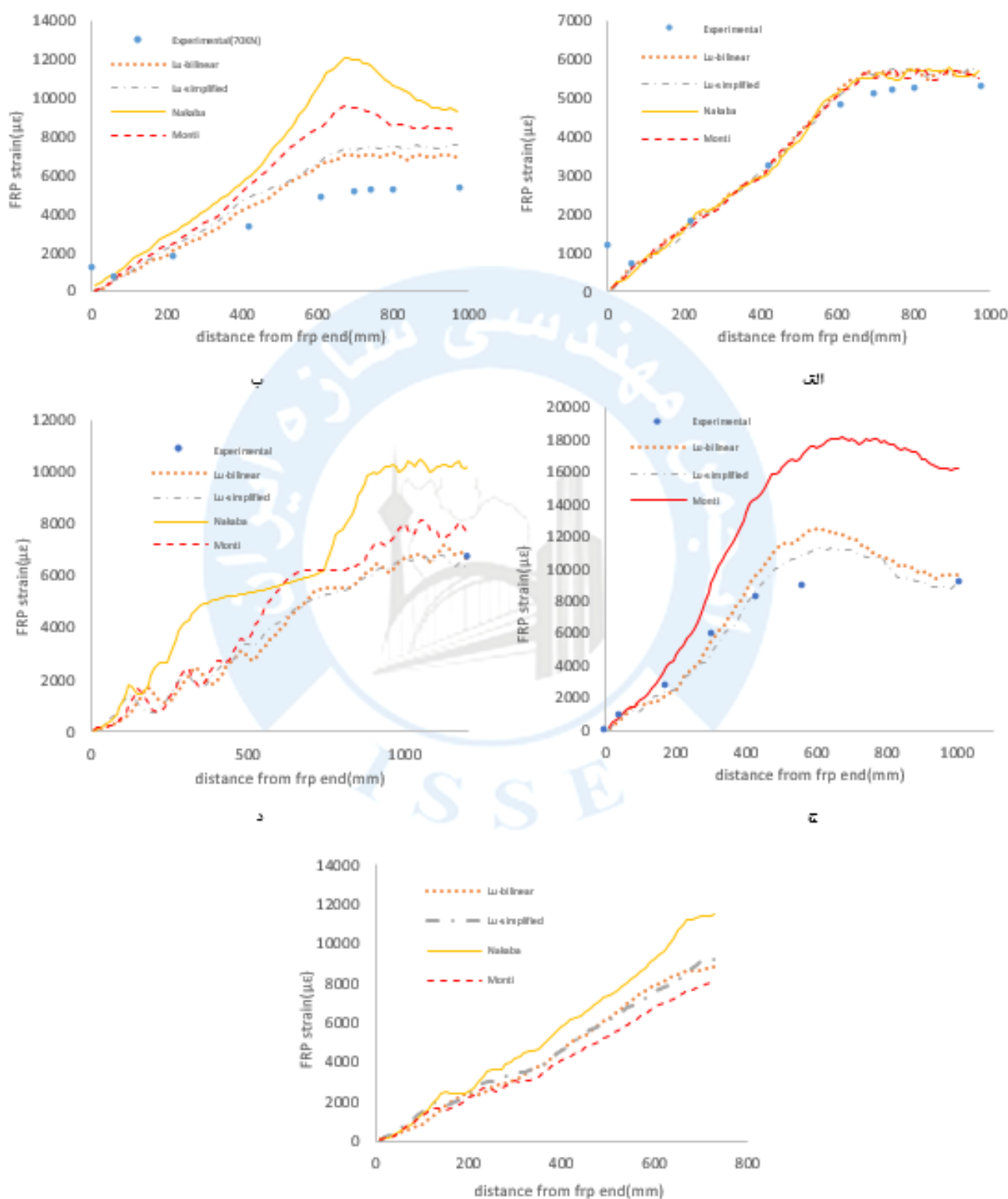


شکل ۹. منحنی پیوستگی- لغزش برای تیر S2

با بررسی شکل ۹ و همچنین با توجه به روابط ارائه شده در جدول ۳ می‌توان دلایل تفاوت در دقت مدل‌های پیوستگی- لغزش برای پیش-بینی رفتار نیرو-تغییر مکان تیر را بهتر تفسیر کرد. در مدل ناکابا تنش ماکزیمم و انرژی شکست نسبت به بقیه مدل‌ها مقادیر به مراتب بزرگتری را دارا می‌باشند. در نتیجه طبیعی است که جداسازی در این مدل نسبت به سه مدل دیگر دیرتر اتفاق می‌افتد. نتایج شکل ۸ نشان می‌دهد که این مدل نتوانسته به خوبی نقطه جداسازی ورق FRP را مدل‌سازی کند و در واقع این مدل مقاومت پیوستگی را بیش‌تر از مقادیر واقعی در نظر گرفته و جداسازی ورق در این مدل دیرتر اتفاق می‌افتد. از سوی دیگر در روابط مربوط به این مدل، تنش ماکزیمم تنها به مقاومت فشاری بتن مرتبط گردیده و ضریبی برای در نظر گرفتن نسبت عرض تیر بتنی به ورق FRP در نظر گرفته نشده است. در مدل مونتی هم انرژی شکست نسبت به مدل لو بیشتر است اما در مقایسه با مدل ناکابا این اختلاف بسیار کمتر می‌باشد. ضمن اینکه در مدل مونتی تاثیر نسبت عرض تیر بتنی به ورق FRP در نظر گرفته شده است. دو مدل لو-دوخطی و لو-ساده شده دقیق‌ترین نتایج را داشته و تاثیر پارامترهای مختلف در روابط آن‌ها دیده شده است. در مقایسه‌ی بین نتایج منحنی نیرو-تغییر مکان این دو مدل، همانگونه که در شکل ۸ مشاهده می‌گردد، اختلاف بسیار اندک می‌باشد.

#### ۴-۲- توزیع کرنش‌ها در ورق FRP

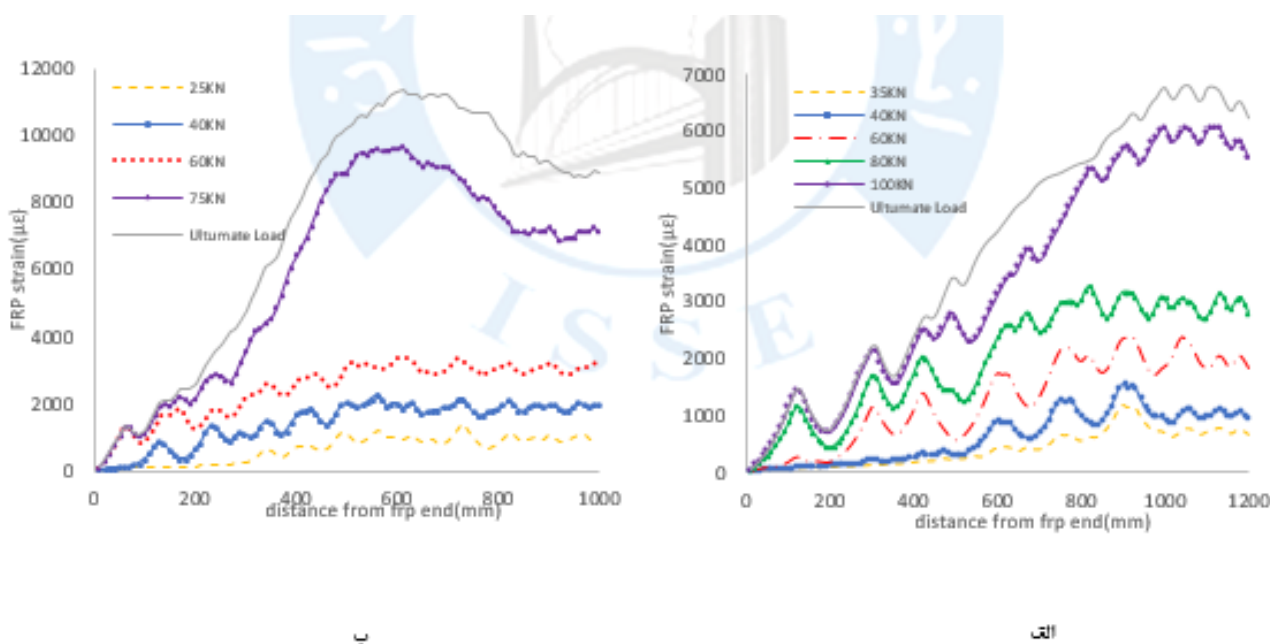
در شکل ۱۰ نتایج کرنش در ورق FRP که از مدل‌سازی اجزاء محدود به دست آمده، نمایش داده شده است.



شکل ۱۰. منحنی‌های کرنش ورق FRP در تیرهای: الف. b6(70kN). ب. b6(Ultimate Load). ج. S2. د. M0-III. هـ. S1m

همانگونه که بیان شد یکی از کمبودهای روش آزمایشگاهی این است که به دلیل عدم امکان قرار دادن استرین‌گیج‌ها در تمام طول تیر، نتایج گزارش شده در این آزمایش‌ها، کرنش FRP را تنها در چند نقطه‌ی محدود ارائه می‌دهند و توزیع کرنش در طول FRP و تغییرات

این کرنش در نزدیکی ترک‌ها گزارش نمی‌شود. مدل‌سازی به روش عددی امکان دسترسی به توزیع کرنش‌ها در تمام طول ورق FRP را فراهم می‌کند. برای چهار نمونه تیر مورد بررسی نتایج آزمایشگاهی استخراج شده است. عدم ارائه نتایج آزمایشگاهی برای تیر S1m به دلیل گزارش نشدن نتایج مربوط به آن در پژوهش مربوطه می‌باشد. برای سایر تیرها هم برای نقاطی که نتایج آزمایشگاهی آن‌ها موجود باشد، مقادیر کرنش در نمودارها آورده شده است. نتایج تیر b6 برای حالت بار ۷۰ کیلو نیوتون و حالت بار نهایی به همین منظور برای تیر b6 نتایج در دو حالت بار ۷۰ کیلو نیوتون و حالت بار نهایی گزارش شده‌اند. با مقایسه نتایج به دست آمده، بار دیگر توانایی مدل‌های لو-دوخطی و لو-ساده شده در مدل‌سازی دقیق رفتار پیوستگی بین بتن و FRP به اثبات می‌رسد. در شکل ۱۱ توزیع کرنش در ورق FRP برای مقادیر مختلف بارگذاری با استفاده از مدل‌سازی توسط مدل لو-ساده شده آورده شده است. حالت دندانه‌ای که در نمودارها نمایان است به علت وقوع ترک در بتن می‌باشد. این ترک‌ها سبب افزایش ناگهانی کرنش در ورق FRP می‌شوند. همانگونه که مشاهده می‌شود با افزایش بارگذاری تعداد و شدت این دندانه‌ها در منحنی توزیع کرنش افزایش می‌یابد. این موضوع به این دلیل است که با افزایش بارگذاری هم بازشدگی ترک‌ها و هم تعداد مقاطع ترک‌خورده در تیر بیشتر شده و این موضوع حالت دندانه‌ای منحنی‌های کرنش را تشدید می‌کند. در واقع محل برآمدگی‌ها در منحنی کرنش ورق‌های FRP بیانگر محل وقوع ترک در تیر بتنی می‌باشد. مورد دیگری که با بررسی منحنی‌های شکل ۱۱ جلب توجه می‌کند این است که زمانی که بار وارد بر تیر از حد مشخصی فراتر رود مقادیر کرنش‌ها به طور ناگهانی افزایش پیدا می‌کنند. با بررسی شکل ۸ و مشاهده مقادیری از نیرو که در آن شیب منحنی نیرو-تغییر مکان کاهش می‌یابد، می‌توان دریافت که در این مقادیر از نیروی وارد بر تیر فولاد کششی دچار تسلیم گردیده و وارد ناحیه پلاستیک می‌شود. با بررسی اشکال ۸ و ۱۱ می‌توان این نتیجه را گرفت که برای مقادیری از نیرو که بیشتر از حد تسلیم‌شدگی میلگردهای کششی در تیر بتنی هستند، مقادیر کرنش در ورق‌های FRP به طور ناگهانی افزایش می‌یابد. این پدیده را می‌توان به این صورت تفسیر کرد که در اثر تسلیم آرماتورهای کششی و ورود فولاد به ناحیه رفتار پلاستیک، بازشدگی ترک‌های تیر بتنی افزایش یافته و این مورد سبب افزایش زیاد و ناگهانی کرنش در ورق FRP می‌شود.



شکل ۱۱. منحنی‌های توزیع کرنش در ورق FRP با استفاده از مدل لو-ساده شده در تیرهای: الف. M0-III. ب. S2

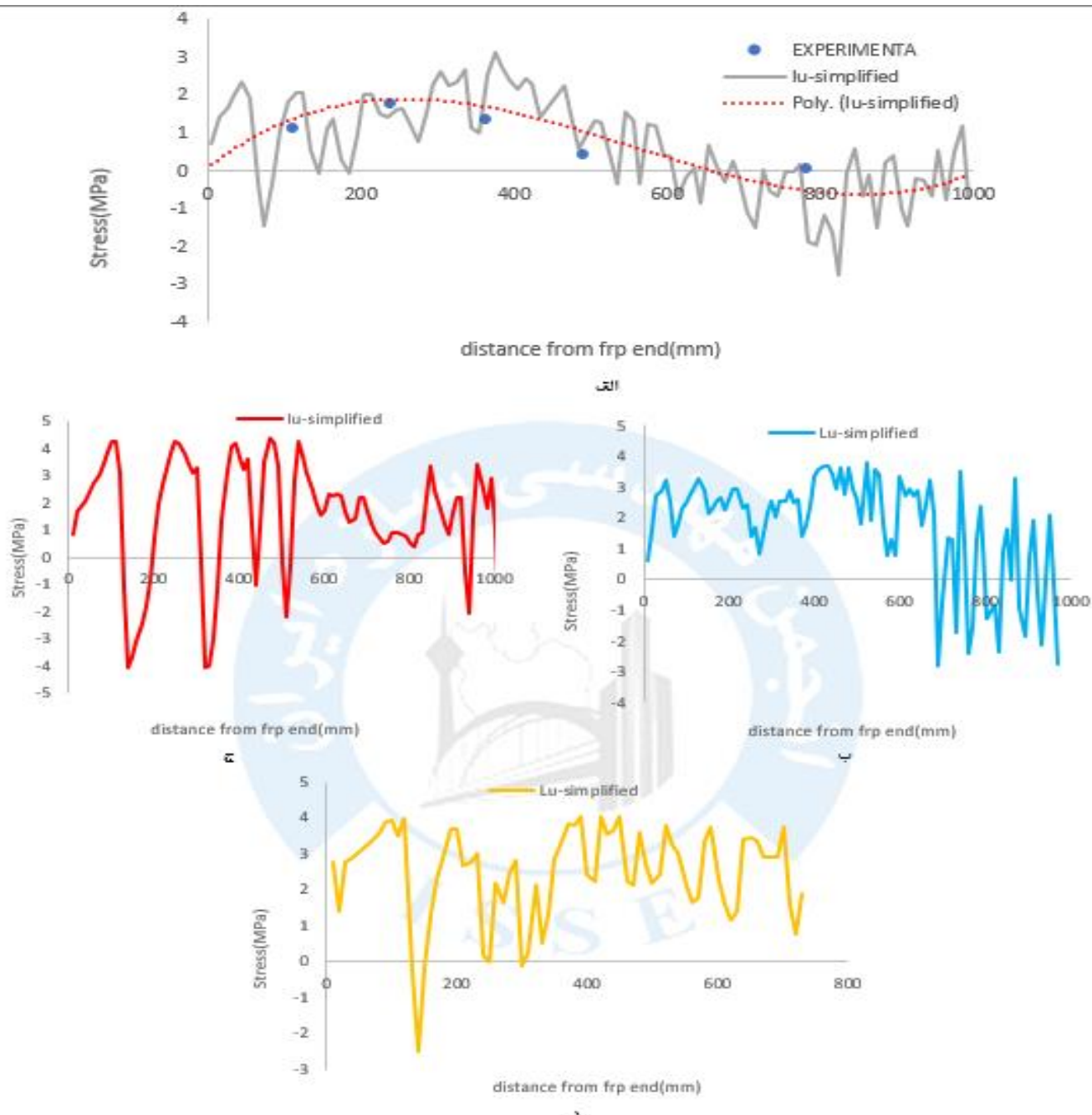
### ۳-۴- توزیع تنش‌های سطحی بین بتن و FRP

با استفاده از رابطه‌ی زیر می‌توان مقادیر کرنش FRP را به تنش سطحی بین بتن و ورق FRP تبدیل کرد [۲۱].

$$\tau = \frac{E_f(\varepsilon_{f,i+1} - \varepsilon_{f,i})t_f}{\Delta L} \quad (9)$$

در این رابطه  $\tau$  تنش سطحی بین بتن و ورق FRP،  $\varepsilon_{f,i}$  مقدار کرنش ورق FRP در محل استرین گیج  $i$  ام و  $\Delta L$  فاصله‌ی بین دو استرین گیج متوالی می‌باشد.

مقادیر آزمایشگاهی این تنش‌ها در حالت بار نهایی برای تیر S2 موجود می‌باشد. صحت‌سنجی با این نمونه‌ی آزمایشگاهی انجام گرفته و نتیجه مدل‌سازی عددی برای این تیر و سایر تیرها در شکل ۱۲ نمایش داده شده‌است. به منظور جلوگیری از پیچیدگی نمودارها نتایج تنها برای مدل لو-ساده شده که دقیق‌ترین نتایج را داشت، آورده شده‌است.



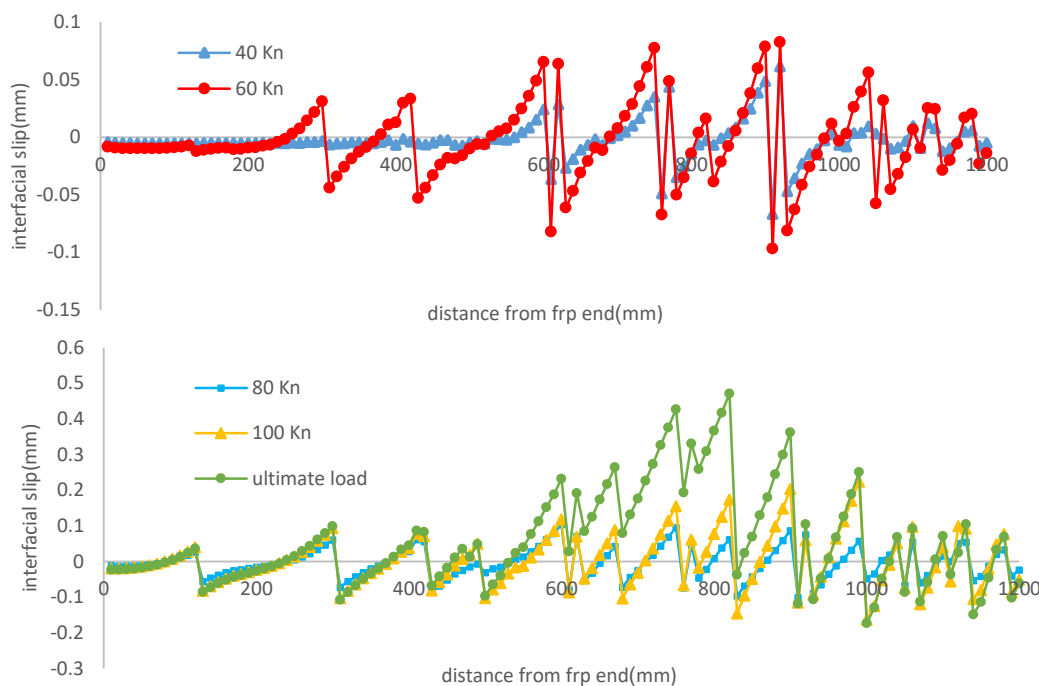
شکل ۱۲. منحنی‌های تنش سطحی بین ورق FRP و بتن برای تیرهای: الف. S2، ب. b6، ج. M0-III، د. S1m



همانگونه که مشاهده می‌شود و در قسمت‌های قبلی نیز به آن اشاره گردید به دلیل عدم امکان قرار دادن استرین‌گیج‌ها به طور پیوسته در تمام طول تیر، نتایج آزمایشگاهی مربوط به اندازه‌گیری کرنش ورق‌های FRP تنها در نقاط محدودی در طول تیر گزارش شده‌است. با توجه به رابطه‌ی ۹ می‌توان دریافت که دقت محاسبه‌ی تنش سطحی وابسته به فاصله‌ی بین استرین‌گیج‌ها می‌باشد. با توجه به فاصله‌ی زیاد استرین‌گیج‌ها می‌توان بیان کرد که نتایج گزارش شده در شرایط آزمایشگاهی هم از نظر تعداد نقاط گزارش نتایج و هم از نظر دقت نتایج دچار نقص و کاستی می‌باشد. به وسیله‌ی مدل‌سازی عددی انجام گرفته می‌توان این نقص را برطرف کرده و مقادیر تنش سطحی بین ورق FRP و بتن را به‌طور پیوسته در تمام طول تیر و با دقت مناسب تخمین زد. با دقت در شکل ۱۲ مشاهده می‌گردد که در حالت نهایی بارگذاری مقادیر تنش‌ها بسیار نوسان دارد و این موضوع به دلیل گسترش ترک‌ها در حالت نهایی بارگذاری است که سبب آزاد شدن تنش‌ها در محل ترک می‌گردد. در حالت نهایی بارگذاری مشاهده می‌گردد که مقادیر تنش به مقدار ماکزیمم تعیین شده برای رفتار پیوستگی- لغزش بین بتن و FRP رسیده‌است.

#### ۴-۴- توزیع لغزش‌های بین سطح بتن و FRP

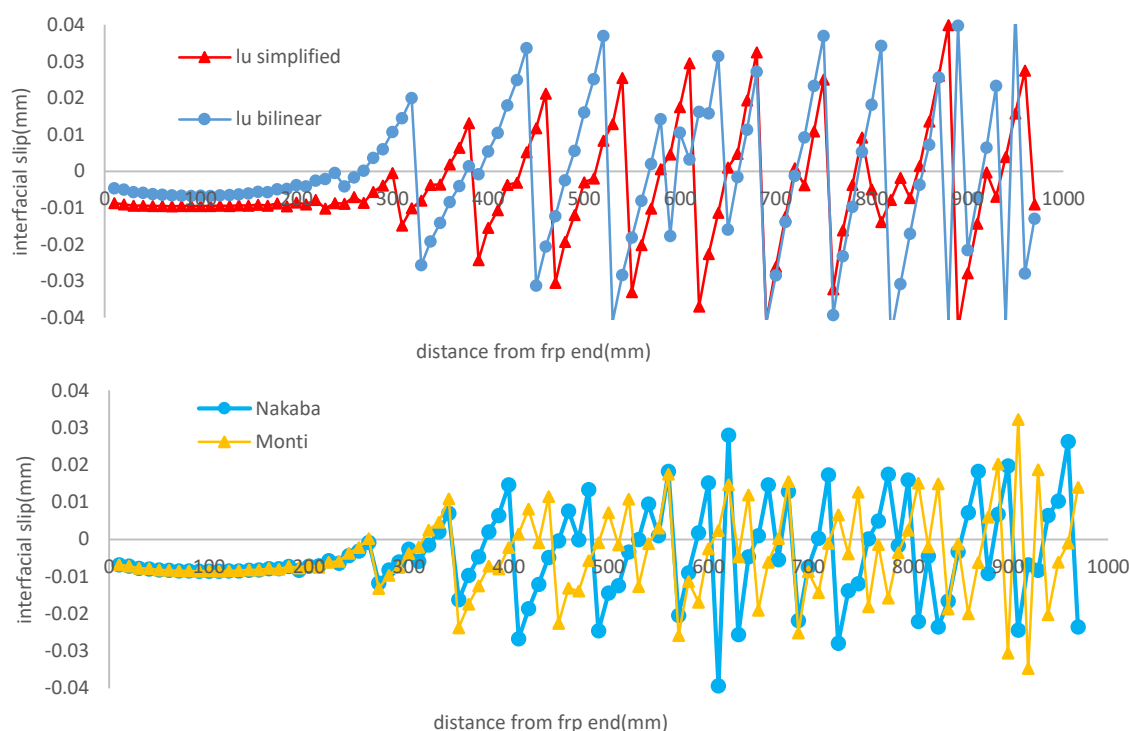
در شکل ۱۳ مقادیر لغزش بین سطح بتن و FRP برای تیر MO-III و برای مقادیر مختلف بار اعمال شده به تیر نشان داده شده‌است. برای استخراج این نتایج از مدل لو-ساده شده استفاده شده‌است.



شکل ۱۳. منحنی لغزش بین سطح بتن و FRP برای مقادیر مختلف بار اعمالی در تیر MO-III

مقادیر لغزش در ابتدا کم است اما با افزایش بارگذاری و به محض تشکیل ترک مقدار لغزش افزایش می‌یابد. همانطور که در شکل مشخص است در دو سمت ترک جهت لغزش تغییر می‌کند. با افزایش بارگذاری و باز شدن بیشتر ترک‌ها مقادیر لغزش بین سطوح افزایش می‌یابد. بیش‌ترین مقادیر لغزش در نزدیکی نقاط بارگذاری شده روی تیر اتفاق می‌افتد. علت این موضوع این است که در این نقاط نیروی برشی و ممان خمشی در حالت ماکزیمم بوده و این نیروها سبب ایجاد ترک‌های برشی و خمشی در تیر می‌گردند. ترک‌های اصلی در این نواحی از تیر وقوع یافته و ترک‌ها در این ناحیه بازشدگی زیادی دارند. این ترک‌ها در نهایت سبب وقوع لغزش‌های بزرگ بین سطح بتن و ورق FRP می‌گردند. در شکل ۱۴ مقادیر لغزش بین سطح بتن و FRP به ازای بار ۳۰ کیلو نیوتون برای تیر b6 نشان داده شده و مدل‌سازی انجام شده با مدل‌های مختلف با یکدیگر مقایسه شده‌است.





شکل ۱۴. مقایسه‌ی لغزش بین سطح بتن و FRP در تیر b6 برای مدل‌های مختلف پیوستگی-لغزش با اعمال بار ۳۰ کیلونیوتن

با مقایسه منحنی‌های شکل ۱۴ مشخص می‌گردد که مقادیر لغزش در دو مدل لو-دوخطی و لو-ساده شده بسیار بزرگتر از دو مدل مونتی و ناکابا می‌باشد. با توجه به شکل ۹ می‌توان دلیل این موضوع را به این صورت تفسیر کرد که در بارگذاری ۳۰ کیلونیوتن منحنی-های پیوستگی-لغزش هنوز به مقدار ماکزیمم شاخه صعودی خود نرسیده‌اند و در این نواحی سختی منحنی‌ها تاثیرگذار خواهد بود. سختی شاخه صعودی کمتر منحنی مدل‌های لو-دوخطی و لو-ساده شده دلیل بیشتر بودن مقادیر لغزش در این مدل‌ها می‌باشد. مورد دیگری که در این نمودارها مشخص است این است که مقادیر منفی لغزش در دندانه‌ها، مقداری از مقادیر مثبت بیشتر می‌باشند. دلیل این امر این است که به طور کلی لغزش صفحات FRP به سمت قسمت مرکزی تیر می‌باشد و به همین دلیل مجموع میزان لغزش مثبت و منفی در نواحی مختلف به سمت قسمت منفی که در واقع بیانگر سمت مرکز تیر می‌باشد، خواهد بود.

##### ۵- نتیجه گیری

از مهمترین عوامل انهدام رفتار مرکب تیر بتن‌آرمه تقویت شده با ورق FRP، از بین رفتن تدریجی پیوستگی میان FRP و بتن است. در این مطالعه برای درک بهتر مکانیزم جداشدگی دوائر ترک‌های قسمت میانی تیر مدل اجزاءمحدود جامعی که در آن از المان چسبیده برای مدل‌سازی رفتار پیوستگی-لغزش بین بتن و میلگرد و بین بتن و ورق FRP استفاده شده، به کار برده شده و به این ترتیب اثرات لغزش میلگرد و ورق FRP در نتایج دیده شده است. عملکرد مدل‌های مختلف پیوستگی-لغزش در پیش‌بینی رفتار خمشی تیر بتن‌آرمه تقویت شده، مورد نظر قرار گرفت. در مدل اجزاءمحدود ارائه شده ایجاد و گسترش ترک‌ها در بتن با استفاده از مدل خرابی-پلاستیسیته بتن ملاحظه شده است و پدیده‌ی لغزش بین بتن و میلگرد با استفاده از مدل پیوستگی-لغزش پیشنهاد شده توسط آیین‌نامه CEB-fip مورد نظر قرار گرفت. همچنین، لغزش بین بتن و ورق FRP به وسیله‌ی المان چسبیده مدل شده است. در این راستا مدل‌های معتبر مختلف پیوستگی-لغزش بین بتن و ورق FRP در نظر گرفته شده و در قالب مدل‌سازی به کاررفته و مقایسه شده‌اند. مدل‌سازی انجام گرفته به وسیله‌ی مقایسه با نتایج آزمایشگاهی صحت‌سنجی شده و دقت مناسب آن به اثبات رسیده است. نتایج نهایی به صورت زیر قابل بیان می‌باشند:

- مدل اجزاء محدود انتخاب شده می‌تواند با دقت خوبی منحنی‌های نیرو-تغییر مکان، کرنش FRP، تنش بین سطح بتن و ورق FRP و لغزش بین سطح بتن و ورق FRP را در تیر بتنی تقویت شده پیش‌بینی کند.
- الگوی تشکیل ترک‌ها و محل و زمان شروع پدیده‌ی جدایش ورق FRP با دقت خوبی نزدیک به مشاهدات آزمایشگاهی می‌باشد که این موضوع تاییدی است بر توانایی‌های مدل انتخاب شده برای مدل‌سازی این پدیده.
- با مقایسه‌ی نتایج منحنی‌های نیرو-تغییر مکان، کرنش FRP، تنش و لغزش بین سطح بتن و ورق FRP در تیر بتنی، می‌توان بیان کرد که نتایج مدل‌های لو-دوخطی و لو-ساده شده مطابقت بیشتری با نتایج به‌دست‌آمده از مطالعات آزمایشگاهی داشته و برای مدل‌سازی در نرم‌افزار آباکوس مناسب هستند. از بین این دو مدل در مجموع عملکرد مدل لو-ساده شده به مقدار جزئی دقیق‌تر ارزیابی می‌گردد اما به دلیل غیرخطی بودن روابط مربوط به این مدل، تحلیل زمان بیشتری نیاز دارد و از این نظر هزینه‌ی تحلیل افزایش می‌یابد.
- مدل ناکابا در قالب مدل‌سازی انجام‌گرفته عملکرد مناسبی نداشت. مقادیر نیروی جدایش در این مدل بسیار دست‌بالا بوده و با مقایسه با نتایج آزمایشگاهی مشاهده می‌شود که نتوانسته مقاومت پیوستگی تیر تقویت‌شده را به درستی پیش‌بینی نماید. سایر خروجی‌های به دست آمده از این مدل هم بیانگر عدم دقت مناسب این مدل در مدل‌سازی پدیده جدایش نسبت به ۳ مدل دیگر می‌باشد.
- مدل‌سازی حاضر امکان رصد اثر گسترش و افزایش بازشدگی ترک‌ها بر لغزش بین بتن و ورق FRP را فراهم نموده و تاثیر آن‌ها در نمودارهای مربوط به لغزش بین سطح بتن و ورق FRP را نمایان کرده است. همچنین، مقادیر تنش سطحی بین ورق FRP و بتن به‌طور پیوسته در تمام طول تیر و با دقت مناسب بدست آمده است.
- توزیع دندانه‌ای کرنش‌ها در صفحات FRP ناشی از وقوع ترک‌ها در بتن بوده و با افزایش بارگذاری هم بازشدگی ترک‌ها و هم تعداد مقاطع ترک‌خورده در تیر بیشتر شده و حالت دندانه‌ای منحنی‌های کرنش تشدید می‌شود. از سویی دیگر، در اثر تسلیم آرماتورهای کششی و ورود فولاد به ناحیه رفتار پلاستیک، بازشدگی ترک‌های تیر بتنی افزایش یافته و این مورد سبب افزایش زیاد و ناگهانی کرنش در ورق FRP می‌شود.
- مقادیر تنش در گام‌های نهایی بارگذاری به دلیل گسترش ترک‌ها و آزاد شدن تنش‌ها در محل ترک، نوسان زیادی نشان می‌دهد. در حالت نهایی بارگذاری مشاهده می‌گردد که مقادیر تنش به مقدار ماکزیمم تعیین شده برای رفتار پیوستگی-لغزش بین بتن و FRP رسیده‌است.
- مقادیر لغزش بین بتن و FRP با افزایش بارگذاری و باز شدن بیشتر ترک‌ها افزایش می‌یابد. بیش‌ترین مقادیر لغزش در نزدیکی نقاط بارگذاری شده روی تیر که در این نقاط نیروی برشی و ممان خمشی در حالت بیشینه بوده، رخ می‌دهد. ترک‌های اصلی در این نواحی از تیر وقوع یافته و بازشدگی زیادی دارند. این ترک‌ها در نهایت سبب وقوع لغزش‌های بزرگ بین سطح بتن و ورق FRP می‌گردند.

## پیوست ۱: مشخصات نمونه تیرهای بتنی تقویت شده با ورق FRP

Data Source	beam name	dimension											FRP					Steel				
		$F_c$ (Mpa)	$E_c$ (Gpa)	$b_f$ (mm)	$b_c$ (mm)	H (mm)	d (mm)	L (shear span) (mm)	$L_2$ (mm)	$L_f$ (mm)	$t_f$ (mm)	$E_f$ (Gpa)	$f_{fr}$ (Mpa)	$F_y$ (Mpa)	$E_s$ (Gpa)	$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	$A'_s$ (mm <sup>2</sup> )					
Woo et al. (2008)	mo-III	26.4	25.3	50	400	220	172	1200	600	2400	1.4	165	2850	476.2	200	595.4	142.6					
Pham and Al-Mahaidi (2006)	S2	47.7	32.5	100	140	260	220	700	900	2000	0.352	209	3900	551	205	339.1	226.1					
Rahimi and Hutchinson (2001)	b6	49.2	25	150	200	150	120	750	600	1930	1.2	127	1532	570	210	157	100.5					
SEIM et al. (2001)	S1m	33.2	30	100	480	102	83	1015	0	1460	1.12	63.8	2270	462	205	213.4	0					

## منابع و مراجع

- [1] A. Balsamo, F. Nardone, I. Iovinella, F. Ceroni, M. Pecce, Flexural strengthening of concrete beams with EB-FRP, SRP and SRCM: Experimental investigation, *Composites Part B: Engineering*, 46 (2013) 91-101.
- [2] G.G. Triantafyllou, T.C. Rousakis, A.I. Karabinis, Corroded RC beams patch repaired and strengthened in flexure with fiber-reinforced polymer laminates, *Composites Part B: Engineering*, 112 (2017) 125-136.
- [3] R. Qin, A. Zhou, D. Lau, Effect of reinforcement ratio on the flexural performance of hybrid FRP reinforced concrete beams, *Composites Part B: Engineering*, 108 (2017) 200-209.
- [4] A.M. Ceci, J.R. Casas, M. Ghosn, Statistical analysis of existing models for flexural strengthening of concrete bridge beams using FRP sheets, *Construction and Building Materials*, 27(1) (2012) 490-520.
- [5] J. Teng, S.T. Smith, J. Yao, J.-F. Chen, Intermediate crack-induced debonding in RC beams and slabs, *Construction and building materials*, 17(6-7) (2003) 447-462.
- [6] D.-S. Yang, S.-K. Park, K.W. Neale, Flexural behaviour of reinforced concrete beams strengthened with prestressed carbon composites, *Composite Structures*, 88(4) (2009) 497-508.
- [7] Y.-C. You, K.-S. Choi, J. Kim, An experimental investigation on flexural behavior of RC beams strengthened with prestressed CFRP strips using a durable anchorage system, *Composites Part B: Engineering*, 43(8) (2012) 3026-3036.
- [8] B. Fu, G. Chen, J. Teng, Mitigation of intermediate crack debonding in FRP-plated RC beams using FRP U-jackets, *Composite Structures*, 176 (2017) 883-897.
- [9] X. Huang, L. Sui, F. Xing, Y. Zhou, Y. Wu, Reliability assessment for flexural FRP-Strengthened reinforced concrete beams based on Importance Sampling, *Composites Part B: Engineering*, 156 (2019) 378-398.
- [10] P.J. Fanning, O. Kelly, Ultimate response of RC beams strengthened with CFRP plates, *Journal of Composites for Construction*, 5(2) (2001) 122-127.
- [11] H. Rahimi, A. Hutchinson, Concrete beams strengthened with externally bonded FRP plates, *Journal of composites for construction*, 5(1) (2001) 44-56.
- [12] G. Spadea, R. Swamy, F. Bencardino, Strength and ductility of RC beams repaired with bonded CFRP laminates, *Journal of Bridge Engineering*, 6(5) (2001) 349-355.
- [13] T.W. White, K.A. Soudki, M.-A. Erki, Response of RC beams strengthened with CFRP laminates and subjected to a high rate of loading, *Journal of Composites for Construction*, 5(3) (2001) 153-162.
- [14] M.R.A. Kakavand, E. Taciroglu, An enhanced damage plasticity model for predicting the cyclic behavior of plain concrete under multiaxial loading conditions, *Frontiers of Structural and Civil Engineering*, 14(6) (2020) 1531-1544.
- [15] M.R.A.A. Kakavand, E.B. Taciroglu, G.C. Hofstetter, Evaluation of the Performance of an Enhanced Damage Plasticity Model for Predicting the Cyclic Response of Plain Concrete under Multiaxial Loading Conditions, (2020).
- [16] C.A. Coronado, M.M. Lopez, Sensitivity analysis of reinforced concrete beams strengthened with FRP laminates, *Cement and Concrete Composites*, 28(1) (2006) 102-114.
- [17] M. Barbato, Efficient finite element modelling of reinforced concrete beams retrofitted with fibre reinforced polymers, *Computers & Structures*, 87(3-4) (2009) 167-176.
- [18] G. Chen, J. Teng, J. Chen, Finite-element modeling of intermediate crack debonding in FRP-plated RC beams, *Journal of composites for construction*, 15(3) (2010) 339-353.
- [19] T. Mohammadi, B. Wan, K.A. Harries, M.E. Sweriduk, Bond behavior of FRP-concrete in presence of intermediate crack debonding failure, *Journal of Composites for Construction*, 21(5) (2017) 04017018.
- [20] V. Abaqus, 6.14 Documentation, Dassault Systemes Simulia Corporation, 651 (2014).
- [21] H.B. Pham, R. Al-Mahaidi, Prediction models for debonding failure loads of carbon fiber reinforced polymer retrofitted reinforced concrete beams, *Journal of composites for construction*, 10(1) (2006) 48-59.
- [22] S.-K. Woo, J.-W. Nam, J.-H.J. Kim, S.-H. Han, K.J. Byun, Suggestion of flexural capacity evaluation and prediction of prestressed CFRP strengthened design, *Engineering Structures*, 30(12) (2008) 3751-3763.
- [23] W. Seim, M. Hörman, V. Karbhari, F. Seible, External FRP poststrengthening of scaled concrete slabs, *Journal of composites for construction*, 5(2) (2001) 67-75.
- [24] O. Ali, D. Bigaud, H. Riahi, Seismic performance of reinforced concrete frame structures strengthened with FRP laminates using a reliability-based advanced approach, *Composites Part B: Engineering*, 139 (2018) 238-248.

- [25] J. Lubliner, J. Oliver, S. Oller, E. Onate, A plastic-damage model for concrete, *International Journal of solids and structures*, 25(3) (1989) 299-326.
- [26] J. Lee, G.L. Fenves, Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures, *Journal of engineering mechanics*, 124(8) (1998) 892-900.
- [27] L. Sanez, DISCUSSION OF EQUATION FOR THE STRESS-STRAIN CURVE OF CONCRETE BY DESAYI AND KRISHNAN, (1964).
- [28] A. Committee, I.O.f. Standardization, Building code requirements for structural concrete (ACI 318-08) and commentary, in, American Concrete Institute, 2008.
- [29] D.A. Hordijk, Local approach to fatigue of concrete, (1993).
- [30] L. Jendele, J. Cervenka, Finite element modelling of reinforcement with bond, *Computers & structures*, 84(28) (2006) 1780-1791.
- [31] J.G. Rots, Computational modeling of concrete fracture, (1988).
- [32] C. CEB-FIP, Model code 2010, Comite Euro-International du beton, (2010).
- [33] B. Alfarah, F. López-Almansa, S. Oller, New methodology for calculating damage variables evolution in Plastic Damage Model for RC structures, *Engineering Structures*, 132 (2017) 70-86.
- [34] K. Nakaba, T. Kanakubo, T. Furuta, H. Yoshizawa, Bond behavior between fiber-reinforced polymer laminates and concrete, *Structural Journal*, 98(3) (2001) 359-367.
- [35] G. Monti, M. Renzelli, P. Luciani, FRP adhesion in uncracked and cracked concrete zones, in: *Fibre-Reinforced Polymer Reinforcement for Concrete Structures: (In 2 Volumes)*, World Scientific, 2003, pp. 183-192.
- [36] X. Lu, J. Teng, L. Ye, J. Jiang, Bond-slip models for FRP sheets/plates bonded to concrete, *Engineering structures*, 27(6) (2005) 920-937.