

Improving the damage identification indicator for plate-like structures given the twisting moment using mode shape data

Ramazanali Izadifard^{1*}, Fahimeh Rahmani²

1- Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Technical & Engineering, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran

2- Master of structural Engineering, Department of Civil Engineering, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran

ABSTRACT

Plates are one of the most important structural elements in which failure can be progressively transferred to other elements and cause overall damage. Therefore, identification of damage in these components plays an important role in the control of structural health. Damage detection and locating systems have a critical role in retrofitting and improving of structures and preventing the financial and human damages caused by the collapse of structures and would increase their service life. The main purpose of this thesis is to study how to identify and evaluate damage in plate-like structures using nondestructive methods, and improving this operation process. In this study, the effect of torsion in addition to bending on the plate element is considered in the damage identification process by analyzing the shape data and their derivatives and by developing finite element numerical codes, calculating the slope and curvature of the plate based on the central finite difference method. Efficiency and performance of this method has been studied by different scenarios of damage in plate with different characteristics and an improved index has been introduced. Comparison of the results in both healthy and damaged structures showed increased robustness and accuracy of identifying the location of individual and multi-step injuries, especially at the edges of the plate and also Improved indicator performance validation with experimental data indicates appropriate accuracy of this index.

ARTICLE INFO

Receive Date: 10 January 2020

Revise Date: 28 November 2021

Accept Date: 05 February 2021

Keywords:

Damage detection
Damage indicator
Torsion effect
Mode shape data
Plate structures

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: <https://dx.doi.org/10.22065/jsce.2021.215021.2045>

*Corresponding author: Ramazanali Izadifard

Email address: izadifard@eng.ikiu.ac.ir

بهبود شاخص شناسایی آسیب در صفحات برپایه اطلاعات شکل مودی با در نظر گرفتن

ممان پیچشی

رضانعلی ایزدی فرد^{۱*}، فهیمه رحمانی^۲

۱- استادیار، دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران

چکیده

صفحات از مهم‌ترین المان‌های سازه‌ای هستند که خرابی در آن‌ها می‌تواند بصورت پیش‌رونده به سایر المان‌ها منتقل شده و سبب خرابی کلی شود. لذا شناسایی آسیب در این اجزا، در کنترل سلامت سازه نقش موثری دارد. سیستم‌های شناسایی و مکانیابی خرابی می‌توانند نقش بسیار مهمی را در ایمن‌سازی و بهسازی سازه‌ها و جلوگیری از بوجود آمدن خسارات مالی و جانی ناشی از فروریختن سازه‌ها ایفا نمایند و باعث افزایش طول عمر سازه شود. در این پژوهش با کمک تجزیه و تحلیل داده‌های شکل مدی و مشتقات آن‌ها و با توسعه‌ی کدهای عددی المان محدود و محاسبه‌ی شیب و انحنای صفحه بر اساس روش تفاضل محدود مرکزی، تاثیر پیچش علاوه بر خمش بر روی المان صفحه‌ای در فرآیند شناسایی آسیب در نظر گرفته شده است. همچنین با هدف ارزیابی اصلاح فرمولبندی در عملکرد شاخص‌های موجود، مقایسه‌ای در زمینه‌ی شناسایی آسیب در صفحات با استفاده از سناریوهای مختلف خرابی‌های منفرد و چندگانه با خصوصیات متفاوت صورت پذیرفته است و شاخص بهبود یافته‌ای معرفی گردیده. مقایسه‌ی نتایج در دو حالت سالم و آسیب‌دیده‌ی سازه، نشان دهنده‌ی افزایش قدرت و دقت شناسایی مکان آسیب‌های منفرد و چندگانه به ویژه در لبه‌های صفحه بوده و اعتبار سنجی عملکرد شاخص بهبود یافته با داده‌های تجربی، نشان دهنده‌ی دقت مناسب این شاخص است.

کلمات کلیدی: شناسایی آسیب، شاخص شناسایی آسیب، اثر پیچش و خمش، داده‌های مدشکل، سازه‌های صفحه‌ای

شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:			
دریافت	بازنگری	پذیرش	انتشار آنلاین	چاپ	https://dx.doi.org/10.22065/jsce.2021.215021.2045
۱۳۹۸/۱۰/۲۰	۱۳۹۹/۱۱/۱۷	۱۳۹۹/۱۱/۱۷	۱۳۹۹/۱۱/۱۷	۱۴۰۰/۱۰/۳۰	doi: 10.22065/jsce.2021.215021.2045
*نویسنده مسئول: پست الکترونیکی:					رضانعلی ایزدی فرد izadifard@eng.ikiu.ac.ir

۱- مقدمه

شناسایی آسیب در سیستم‌های سازه‌ای و اجزای آن، به منظور پایش سلامت و افزایش اطمینان و ایمنی از وضعیت سازه امری ضروریست. زیرا اگر آسیب در سیستم‌های سازه‌ای به طریقی قابل شناسایی باشد، می‌توان با تعمیر و تعویض المان‌های آسیب‌دیده، از توسعه خرابی در کل سازه جلوگیری نمود. پس می‌توان گفت که شناسایی مناسب آسیب و تعیین موقعیت و شدت آن نقش بسیار مهمی در ایمن‌سازی و بهسازی سازه و جلوگیری از بروز خسارات جانی و مالی عمده دارد، و ضمناً منجر به افزایش طول عمر مفید سازه می‌گردد. امروزه الگوریتم‌های شناسایی بسیاری که اصولاً به کمک تغییر داده‌های استاتیکی و دینامیکی حساس به وجود آسیب، نظیر تغییر مکان گره‌ای نقاط، پاسخ فرکانس‌های طبیعی، انحنای شکل مدی [۱]، انحنای مودال و مشتقات آن [۲]، سختی مدی [۳]، انرژی کرنش مدی [۴] (MSE)^۱، تابع پاسخ فرکانس^۲ (FRF) [۵]، انحنای تابع پاسخ فرکانس [۶]، انرژی مودال ساختگی [۷]، توانایی چگالی طیفی^۳ (PSD) [۸]، توسط سایر محققین مطرح شده است که شاخص‌های شناسایی آسیب مناسبی را در بر داشته است. از جمله کاوالی و آدامز در سال ۱۹۷۸ [۹] به کمک بررسی تغییرات فرکانس‌های طبیعی به تعیین و تشخیص خرابی در سازه‌ها پرداختند. در سال ۱۹۹۱ پاندی و همکارانش [۱۰] نشان دادند که داده‌های مودال به وجود آسیب در سازه حساسند و قدر مطلق تغییرات انحنای شکل مدی را برای شناسایی آسیب پیشنهاد کردند. همچنین پاندی و بیسواس در سال ۱۹۹۴ [۱۱] یک روش شناسایی آسیب بر مبنای تغییرات نرمی معرفی کردند. برخی از پژوهشگران از جمله لی و همکاران ۲۰۰۷ [۱۲]، شی و همکاران ۲۰۰۹ [۱۳]، به کمک انرژی کرنشی مودال و تغییرات ماتریس نرمی به شناسایی آسیب در تیرها و صفحات پرداختند و نشان دادند که نتایج حاصل از این روش از دقت بالایی برخوردارند. استفاده از فرکانس‌های طبیعی و توابع پاسخ فرکانسی به همراه شبکه عصبی مصنوعی از جمله روش‌هایی است که توسط مهرجو و همکارانش [۱۴] و همچنین ثمالی و همکارانش ۲۰۱۲ [۱۵] در خصوص پلهای خرابی و قاپهای دو طبقه استفاده گردیده و بسیار کارآمد معرفی شده. استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی نظیر الگوریتم ازدحام ذرات، الگوریتم ژنتیک و ... به همراه روش‌های وابسته به داده‌های مودال و فرکانسی هم بسیار مورد توجه قرار گرفته شده (موهان ۲۰۱۳ [۱۶] و خیابانگ و لیانگ ۲۰۱۲ [۱۷] و ...). در بسیاری از مطالعات از تبدیل-های موجک، کرولت و فوریه هم برای شناسایی آسیب بهره جسته شده نظیر مطالعه باقری و همکارانش [۱۸] در خصوص شناسایی آسیب در صفحات که به کمک تبدیل کرولت گسسته و فوریه بر روی داده‌های ارتعاشی صورت گرفته است و بررسی روکا و ویلد ۲۰۰۶ [۱۹] که به کمک تبدیل موجک پیوسته برای تحلیل شکل‌های مودی در تیرها و صفحات می‌باشد. اما استفاده از شکل‌های مودی، بردار شکل مودی و انحنای آن از جمله مهمترین روش‌های است که تاکنون بسیار موثر بوده اند و شاخص‌های مناسبی نیز برای آنها ارائه شده. در سال ۱۹۸۴ [۲۰] وست شاخص معیار کنترل مودال^۴ (MAC) برای شناسایی آسیب در قسمت معلق شاتل فضایی معرفی کرد. اوینس در سال ۱۹۸۵ [۲۱] بر پایه ی بردار شکل مودی، جهت مقایسه مقادیر معیار کنترل مودال در دو مود مختلف شاخص MAC توسعه داد. عبدالوهاب و دیرواک با کمک تغییرات انحنای شکل مودی، شاخص^۵ (CDF) را برای مکانیابی آسیب پیشنهاد دادند [۲۲]. یان و همکارانش ۲۰۱۱ [۲۳] در مطالعه ای بمنظور شناسایی آسیب در سیستم لوله کشی زیر دریایی، شکل مودی و مشتقات آن را مفید معرفی کردند. در سال ۲۰۱۳ لو و همکارانش [۲۴] در روشی دو مرحله ای براساس انحنای شکل مودی و تحلیل حساسیت پاسخ آسیب را در تیرها مکانیابی کردند و دونجاک و همکارانش در سال ۲۰۱۴ [۲۵] یک بررسی آزمایشگاهی بر پایه داده‌های مودال و بررسی شاخص MAC در یک صفحه بتن مسلح آسیب را شناسایی کردند که نتایج بسیار خوب بود. در سال ۲۰۱۴ یزدانپناه و سیدپور [۲۶] به کمک مشتقات شکل مودی شاخصی را جهت شناسایی آسیب های منفرد و چندگانه در تیرها مبتنی بر رفتار خمشی آنها معرفی کردند. یکی از مطالعات صورت گرفته در زمینه

¹ Modal Strain Energy(MSE)

² Frequency Response Function(FRF)

³ Power Spectral Density(PSD)

⁴ Modal Assurance Criterion (MAC)

⁵ Curvature Damage Factor(CDF)

شناسایی آسیب در صفحات به کمک داده‌های مودی و مشتقات آن، پژوهش نوییان و همکارانش ۲۰۱۵ است که شاخصی را بر پایه ی رفتار خمشی برای مکانیابی آسیب های منفرد و چندگانه پیشنهاد دادند [۲۷].

همانطوری که به اختصار بیان شد در پژوهش‌های متعدد انجام شده، توجهی به اثر پیچش در فرمولبندی روابط شناسایی آسیب در صفحات نشده است. در این بررسی به کمک تغییرات شکل مدی و مشتقات آن برای سازه صفحه‌ای در دو حالت آسیب دیده و سالم سازه با در نظر گرفتن اثر توام پیچش و خمش در صفحه، فرمولبندی جدیدی به جهت بهبود عملکرد شاخص‌ها و روش‌های شناسایی آسیب مدال ارائه گردیده و روشی مفیدتر و موثرتر برای شناسایی مکان آسیب‌های منفرد و چندگانه پیشنهاد شده است.

۲- فرآیند انجام پژوهش

به منظور بررسی اثر توام خمش و پیچش در شناسایی آسیب در سازه‌های صفحه‌ای، به کمک شکل‌های مدی و انحنای آن‌ها، مدلی عددی به روش المان محدود در نرم‌افزار متلب توسعه داده شده است. در این راستا شیب و انحنای شکل مدی با استفاده از روابط تفاضل محدود مرکزی محاسبه گردید. در این پژوهش از تئوری صفحات نازک^۱ برای بررسی تغییر شکل‌ها و تنش‌ها استفاده شده و فرض گردیده که خرابی تنها باعث تغییر سختی صفحه شده و مشخصات هندسی صفحه و جرم سازه بدون تغییر می‌ماند و رفتار سازه کاملاً الاستیک خطی است. همچنین المان‌های صفحه‌ای بصورت مستطیلی و با درجات آزادی نقطه‌ای در نظر گرفته شده است. به جهت صحت سنجی شاخص بهبود یافته نتایج آن با یک روش پیشنهادی شناسایی آسیب در صفحات براساس داده‌های تجربی مقایسه شده است. علاوه بر این به منظور بررسی عملکرد تغییر فرمولبندی در توانایی شاخص بهبود یافته، مقایسه‌ای بین نتایج آن با شاخص‌های پیشنهادی آسیب معرفی شده توسط عبدالوهاب و دیرواک و شاخص نوییان و همکارانش صورت پذیرفته است. سازماندهی مقاله به این شرح می‌باشد که ابتدا یک دید کلی از روش‌های شناسایی آسیب براساس پاسخ‌های دینامیکی معرفی شده است و پس از آن که شرح مختصری از تئوری صفحه ای بیان گردید، روند اصلاح فرمولبندی و به دست آوردن شاخص پیشنهادی براساس شکل‌های مدی و مشتقات آن ارائه شده است و سپس شاخص اعتبارسنجی شده و نهایتاً کارایی آن از طریق سناریوهای مختلف در مقایسه با سایر شاخص‌های مطرح شده در مطالعه نشان داده شده و نتایج به شکل مصور و در جدول ارائه گردیده است.

۲-۱- روش‌های شناسایی آسیب براساس شکل مودی

یکی از مشخصات دینامیکی که در پایش سلامت سازه‌ها بسیار مؤثر می‌باشد، بردارهای شکل مودی ایجاد شده با هر فرکانس، تشدید شده است. شکل‌های مودی همچون فرکانس‌های طبیعی به سختی، میرایی و جرم سازه وابسته اند. بنابراین، ایجاد هر تغییری در این سه باعث ایجاد تغییراتی در شکل‌های مودی می‌گردد. شکل‌های مودی به علت داشتن خاصیت برداری توانایی بالاتری نسبت به فرکانس‌های طبیعی برای شناسایی خرابی‌ها دارند. بنابراین تغییرات شکل‌های مودی قبل و بعد از آسیب‌ها می‌تواند به عنوان یک معیار برای شناسایی آسیب استفاده شود. در سال ۱۹۸۴ وست [۲۰]، با همبستگی مودها قبل از خرابی و بعد از اعمال آن، شاخصی را تعیین و از مقایسه این مشخصه، موفق به یافتن مکان آسیب در سازه گردید. مقادیر شاخص "معیار کنترل مودال" (MAC) برای شکل‌های مودی سازه سالم Φ^h و شکل‌های مودی سازه آسیب‌دیده Φ^d با رابطه زیر محاسبه شده است.

$$MAC_i = \frac{|\sum_{i=1}^n \Phi_i^h \Phi_i^d|^2}{\sum_{i=1}^n (\Phi_i^d)^2 \sum_{i=1}^n (\Phi_i^h)^2} \quad (1)$$

n در رابطه بالا بیانگر تعداد مؤلفه‌های شکل مودی و یا تعداد درجات آزادی است و همچنین i برابر با شماره مود مورد بررسی است. شاخص جدیدی با الگوبرداری از نسخه اصلی معیار کنترل مودال آسیب، توسط لیون و اوینس در سال ۱۹۸۸ [۲۱] ارائه گردید. این معیار می‌توانست مختصات نقاطی که دو گروه از شکل‌های مودی موافق نیستند، مشخص کند. این شاخص در نقطه i و بین دو گروه از شکل‌های مودی بمانند رابطه زیر بیان شده است:

$$\text{COMAC}(i) = \frac{(\sum_{j=1}^n |(\Phi_B)_{ij}^* (\Phi_A)_{ij}|)^2}{\sum_{j=1}^n |(\Phi_A)_{ij}|^2 \cdot \sum_{j=1}^n |(\Phi_B)_{ij}|^2} \quad (2)$$

n تعداد شکل‌های مودی را نشان می‌دهد. همچنین $(\Phi_A)_{ij}$ و $(\Phi_B)_{ij}$ بترتیب بیانگر مقادیر مود zام در نقطه i در حالت‌های A و B می‌باشند.

۲-۲- روش‌های شناسایی آسیب براساس انحنای شکل مودی

انحنای شکل مود با دو بار مشتق گرفتن از بردار شکل مودی حاصل می‌گردد. هرگونه تغییراتی در سازه که باعث کاهش سختی در هر نقطه از سازه گردد، موجب افزایش انحنای آن نقطه می‌شود بنابراین، از این روش برای مکانیابی خرابی‌ها در نقاط مختلف سازه می‌توان استفاده کرد. با توجه به این حقیقت که انحنای شکل مودی در مقایسه با شکل مودی نسبت به تغییرات کوچک حساستر است. براساس اصول مقاومت مصالح رابطه بین انحنا در نقطه X و گشتاور خمشی $M(x)$ در مقطع عمودی نقطه x با رابطه زیر نشان داده شده که در آن EI صلبیت خمشی سازه است:

$$\Phi''(x) = \frac{M(x)}{EI} \quad (3)$$

با توجه به رابطه بالا، به ازای یک گشتاور خمشی ثابت، کاهش سختی ناشی از وجود خرابی در سازه‌ها موجب افزایش انحنا در آن می‌گردد. بنابراین، با اندازه‌گیری مقادیر تغییرات در انحنای شکل مودی در سازه سالم و آسیب‌دیده، می‌توان مکان و میزان خرابی را شناسایی و ارزیابی کرد. در ادامه برخی از شاخص‌های پیشنهادی برپایه انحنای شکل مودی بررسی شده است.

در سال ۱۹۹۱ پاندی و همکاران [۵] اثبات کردند که انحنای شکل مودی سازه‌ها، یک شاخص حساس به آسیب در تیرها می‌باشد که آنها به کمک روش تقریبی تفاضل مرکزی، انحنای شکل مودی بدست آمده از تغییر مکان شکل مودی را به صورت زیر بدست آوردند:

$$\Phi''_{q,i} = \frac{(\Phi_{q-1,i}) - (2\Phi_{q,i}) + (\Phi_{q+1,i})}{h^2} \quad (4)$$

که در فرمول فوق h فاصله نقاط اندازه‌گیری است، $\Phi_{q,i}$ تغییر مکان مودال را در شکل مودی i ام در مختصات گره اندازه‌گیری q تعریف می‌کند. در سال ۱۹۹۱ پاندی، با تفاضل انحنای شکل مودی سازه آسیب دیده از سالم، انحنای شکل مودی ۶ (MSC) را به شکل زیر پیشنهاد کردند.

⁶ Mode Shape Curvature(MSC)

$$MSC_q = \sum_i^k \left| \left(\Phi_{q,i}^{\text{damaged}} \right)'' - \left(\Phi_{q,i}^{\text{undamaged}} \right)'' \right| \quad (5)$$

در رابطه بالا " $\Phi_{q,i}^{\text{damaged}}$ " انحناى شکل مودى سازه آسیب دیده در گره q ام و در مود طبیعى i ام و " $\Phi_{q,i}^{\text{undamaged}}$ " انحناى شکل مودى سازه سالم در نقطه اندازه گیری و همان مود می باشد و k تعداد مودهای در نظر گرفته شده است.

در سال ۱۹۹۹ عبدوالوهاب و دی رواک [۲۲] از تغییرات انحناى شکل مودى در سازه سالم و آسیب دیده برای شناسایی محل خرابی در تیرهای دو سر مفصل و پل بتنى Z24 استفاده کردند. آنها فاکتور انحناى خرابی^۷ را به صورت زیر پیشنهاد کردند و در آن N برابر تعداد مودهای در نظر گرفته شده برای شناسایی آسیب می باشد.

$$CDF = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \left| \left(\Phi_i^{\text{damaged}} \right)'' - \left(\Phi_i^{\text{undamaged}} \right)'' \right| \right) \quad (6)$$

شکل نرمالایز شده CDF که برای اهداف مقایسه ای استفاده شده است، به شکل زیر توصیف گردیده:

$$nCDF_{(i)} = \max \left[0, \left(\frac{CDF - \text{mean}(CDF)}{\text{std}(CDF)} \right) \right] \quad (7)$$

که در آن $\text{mean}(CDF)$ و $\text{std}(CDF)$ نشان دهنده ی میانگین و انحراف معیار CDF در تمامی نقاط است. با توجه به نتایج حاصل از این تحقیق، نشان داده شد که در بهره گیری از انحناى شکل های مودى، مودهای پایین تر نسبت به مودهای بالاتر برای شناسایی آسیب بسیار مفیدتر و دقیقتر عمل می کنند. یکی از مشکلات در استفاده از شاخص های انحناى شکل مودى بعنوان یک شاخص شناسایی آسیب، خطای تخمینی می باشد که در نواحی مرزی سازه ها ایجاد می گردد که ممکن است شدیداً این روش ها که بر پایه شکل مودى و مشتقاتش می باشند، تحت تأثیر قرار دهد.

در سال ۲۰۱۴ یزدانپناه و سیدپور [۲۶]، شاخصی را که بر پایه مشتقات شکل مودى بود به منظور شناسایی آسیب در تیرها ارائه کردند که در آن شیب و انحناى شکل مودى با کمک روابط تفاضل محدود مرکزی بدست می آمدند. این شاخص، شاخص داده های شکل مودى^۸ نام گرفت.

$$MSDBI_q = \frac{\sum_{i=1}^{nm} \left[\left| \Phi_{d(q,i)}'' - \Phi_{h(q,i)}'' \right| \times (\Phi_{d(q,i)})^2 \right] - \left[\left(\Phi_{d(q,i)}' - \Phi_{h(q,i)}' \right)^2 \times \Phi_{h(q,i)} \right]}{nm} \quad (8)$$

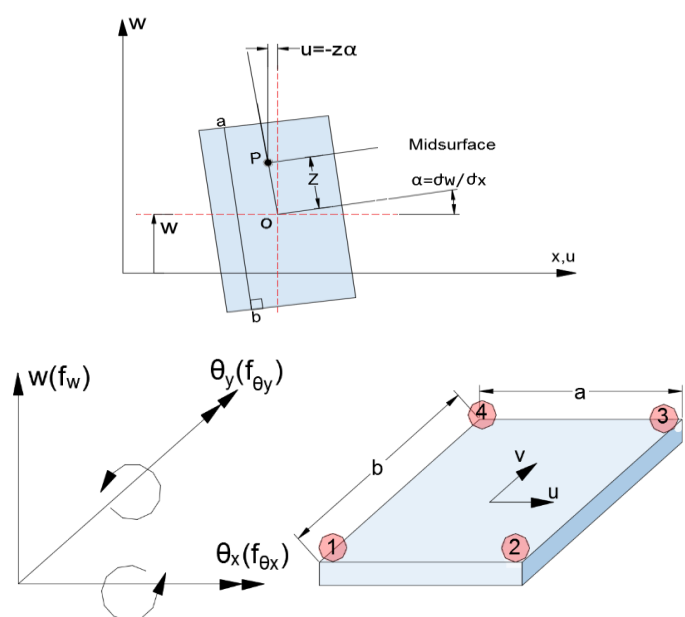
در رابطه بالا، $\Phi_{d(q,i)}$ و $\Phi_{h(q,i)}$ به ترتیب مقادیر تغییر شکل مودى در حالت سالم و آسیب دیده و $\Phi_{d(q,i)}''$ ، $\Phi_{d(q,i)}'$ ، $\Phi_{h(q,i)}'$ و $\Phi_{h(q,i)}''$ و $\Phi_{d(q,i)}''$ به ترتیب معرف شیب و انحناى تغییر شکل مودى در دو حالت سالم و آسیب دیده از سازه است. n, m شماره مودهای در نظر گرفته شده است.

⁷ Curvature Damage Factor(CDF)

⁸ mode shape data based indicator(MSDBI)

۳- معرفی رابطه‌ی تحلیلی در روش پیشنهادی

یک صفحه می‌تواند به شکل بسط دو بعدی یک تیر تحت خمش ساده در نظر گرفته شود. در این مطالعه برای مدل‌سازی صفحات، از تئوری صفحات خمشی نازک یا همان تئوری صفحات کیرشهف^۳ استفاده شده است [۲۸]. یکی از مهم‌ترین فرضیه‌های این نظریه در نظر نگرفتن تغییر مکان برشی عرضی می‌باشد. همچنین، تغییر مکان‌های داخلی صفحه‌ای (تغییر مکان‌های محوری در راستای محور x و y) با صرف نظر کردن از نیروهای داخلی صفحه‌ای، در سطوح میانی صفحه صفر در نظر گرفته شده‌اند و تغییر شکل به طور کامل به شکل انحراف عرضی کوچک (w) از سطح میانی صفحه توصیف گردیده است. با توجه به تئوری صفحات خمشی، هر نقطه P در صفحه به دلیل داشتن چرخش کوچک α ، دارای یک تغییر مکان در راستای محور x و یک تغییر مکان در راستای محور y است که به صورت زیر است [۲۹]:



شکل ۱: تعریف درجات آزادی در صفحه

$$u = -z\alpha = -z \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (9)$$

انحناهای صفحه خمشی به صورت نرخ تغییرات تغییر شکل w نسبت به راستای x و y با روابط زیر تعریف شده است:

$$K_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad K_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad K_{xy} = -\frac{2 \partial^2 w}{\partial y \partial x} \quad (10)$$

و رابطه‌ی اساسی صفحه به راحتی به کمک تئوری الاستیسیته به شکل زیر تعریف شده:

³ Kirchhoff plate theory

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = -q \quad (11)$$

که در این رابطه D سختی خمشی صفحه و q نماینده بارهای وارد بر صفحه می‌باشد. روند استفاده از داده‌های مودال و مشتقات آن در فرآیند شناسایی آسیب و محاسبه شاخص در ۵ مرحله و در دو حالت زیر با هدف مقایسه تاثیر اصلاح فرمولبندی ارائه گردیده است.

حالت اول: صرف نظر از انحنای راستای xy

در تحقیقات محدود پیشین و از جمله مطالعه نبویان و همکارانش به کمک داده‌های مودال و مشتقات آن، المان‌های صفحه مستطیلی و ۴ گره ای فرض شده و برای هر گره ۳ درجه آزادی در نظر گرفته شده و تابع w با ۱۲ ترم نوشته شده است. حذف ترم میانی در رابطه (۱۱) و در نظر گرفتن ورق بصورت دو سری تیر در راستاهای عمود برهم موجب شد که شاخص‌های پیشنهادی فقط آسیب در بخش میانی که در آن اثر پیچش بسیار ناچیز است نشان دهند و در تشخیص آسیب در نوارهای کناری و تکیه گاه‌ها بسیار ضعیف عمل کنند. در حالت اول روابط و فرمول‌ها با صرف نظر از چرخش در راستای xy بیان شده اند.

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = -q$$

(K_y و K_x و w)

$$w = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 x^2 y + \alpha_9 y^2 x + \alpha_{10} y^3 + \alpha_{11} y x^3 + \alpha_{13} y^3 x = P\alpha \quad (12)$$

حالت دوم: اعمال انحنای راستای xy و اصلاح فرمولبندی

با توجه به هدف مطرح شده در این مطالعه، با در نظر گرفتن ترم دوم رابطه (۱۱) و افزودن چرخش راستای xy در روابط، عملکرد شاخص‌های گذشته مجدداً بررسی گردید. لذا این بار المان‌های صفحه مستطیلی، با ۴ گره و ۴ درجه آزادی برای هر یک فرض شد. بنابراین تابع فرضی و چندجمله‌ای w به کمک الگوریتم مثلثی پاسگال [۲۸] به صورت تابع ۱۶ جمله‌ای زیر بست داده شده است:

(K_y و K_x و K_{xy} و w)

$$w = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 x^2 y + \alpha_9 y^2 x + \alpha_{10} y^3 + \alpha_{11} y x^3 + \alpha_{12} x^2 y^2 + \alpha_{13} y^3 x + \alpha_{14} y^2 x^3 + \alpha_{15} x^2 y^3 + \alpha_{16} y^3 x^3 = P\alpha \quad (13)$$

مراحل توسعه‌ی عددی المان محدود در مطالعه:

مرحله اول: برای استفاده از تجزیه و تحلیل مودال می‌بایست بردار شکل مودی n ام را که بردار ویژه در مود n ام می‌باشد، به کمک حل رابطه مشخصه زیر به دست آورده می‌شد. این بردار در n امین ستون از ماتریس مد شکل کلی قرار می‌گرفت.

$$[K - E_n M] \cdot \{\phi_n\} = 0 \quad (14)$$

$$[K] = \sum_{e=1}^N [K^{(e)}] \quad (15)$$

$$[M] = \sum_{e=1}^N [M^e] \quad (16)$$

که در روابط بالا K و M ماتریس سختی و ماتریس جرم سازه می‌باشند و به ترتیب از رابطه (۱۵) و رابطه (۱۶) محاسبه گردیده- اند. N تعداد المان‌های فرضی سازه می‌باشد و E_n نشانگر مقادیر ویژه سیستم مربوط به مود n ام است. همچنین باید دانست که E_n متناسب با مربع فرکانس طبیعی مربوط به مود n ام می‌باشد. برای دستیابی به شکل‌های مودی در سازه سالم و آسیب دیده، تحلیل مودال یک بار برای سازه قبل از آسیب و یک بار پس از ایجاد آسیب در سازه انجام پذیرفته است.

تغییر مکان‌های گرهی در المان صفحه بر مبنای تابع تغییر مکان در روابط (۱۲) و (۱۳) به صورت ماتریس زیر نوشته شد:

$$\begin{Bmatrix} w_i \\ +\frac{\partial w}{\partial y} \\ -\frac{\partial w}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & x^3 & x^2y & y^2x & y^3 & yx^3 & y^3x \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x & 2y & 0 & 2x^2 & 2xy & 3y^2 & x^3 & 3y^2x \\ 0 & -1 & 0 & -2x & -y & 0 & -3x^2 & -2xy & -y^2 & 0 & -3yx^2 & -y^3 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \vdots \\ \alpha_{12} \end{Bmatrix} \quad K_{xy} \text{ بدون} \quad (17)$$

$$\begin{Bmatrix} w \\ +\frac{\partial w}{\partial y} \\ -\frac{\partial w}{\partial x} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & x^3 & x^2y & y^2x & y^3 & yx^3 & x^2y^2 & y^3x & x^3y^2 & x^2y^3 & y^3x^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x & 2y & 0 & 2x^2 & 2xy & 3y^2 & x^3 & 2x^2y & 3y^2x & 2x^2y & 3x^2y^2 & 3x^3y^2 \\ 0 & -1 & 0 & -2x & -y & 0 & -3x^2 & -2xy & -y^2 & 0 & -3yx^2 & -2y^2x & -y^3 & -3x^2y^2 & -2y^3x & -3x^2y^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -2x & -2y & 0 & -3x^2 & -4xy & -3y^2 & -6x^2y & -6y^2x & -9y^2x^2 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \vdots \\ \alpha_{16} \end{Bmatrix} \quad K_{xy} \text{ با} \quad (18)$$

به شکل ساده‌تر، می‌توان ماتریس درجات آزادی ϕ به صورت زیر نشان داد:

$$\phi = P'\alpha \quad (19)$$

ماتریس تغییر مکان‌ها برای یک المان ۴ گره ای در دو حالت مذکور به صورت زیر بسط داده شد:

$$\begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ w_j \\ \vdots \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & x^3 & x^2y & y^2x & y^3 & yx^3 & y^3x \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x & 2y & 0 & 2x^2 & 2xy & 3y^2 & x^3 & 3y^2x \\ 0 & -1 & 0 & -2x & -y & 0 & -3x^2 & -2xy & -y^2 & 0 & -3yx^2 & -y^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \vdots \\ \alpha_{12} \end{Bmatrix} \quad K_{xy} \text{ بدون} \quad (20)$$

$$\begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ \theta_{xyi} \\ w_j \\ \vdots \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & x^3 & x^2y & y^2x & y^3 & yx^3 & x^2y^2 & y^3x & x^3y^2 & x^2y^3 & y^3x^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x & 2y & 0 & 2x^2 & 2xy & 3y^2 & x^3 & 2x^2y & 3y^2x & 2x^2y & 3x^2y^2 & 3x^3y^2 \\ 0 & -1 & 0 & -2x & -y & 0 & -3x^2 & -2xy & -y^2 & 0 & -3yx^2 & -2y^2x & -y^3 & -3x^2y^2 & -2y^3x & -3x^2y^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \vdots \\ \alpha_{16} \end{Bmatrix} \quad K_{xy} \text{ با اثر} \quad (21)$$

ماتریس به دست آمده برای تغییر مکان هر المان \tilde{u}^e به شکل زیر بیان شده است که در آن ماتریس C ماتریسی از جملات جبری و α ماتریس ضرایب تغییر شکل در نظر گرفته شده:

$$\tilde{u}^e = C\alpha \quad (21)$$

بنابراین می توان ماتریس ضرایب α را به کمک رابطه زیر پیدا کرد:

$$\alpha = C^{-1}\tilde{u}^e \quad (22)$$

با جایگذاری رابطه بالا در رابطه (۱۹) معادلات زیر حاصل گردیده است:

$$\phi = P' C^{-1} \tilde{u}^e \quad (23)$$

$$\phi = N \tilde{u}^e \quad (24)$$

در رابطه (۲۴) ماتریس N ، ماتریس تابع نامیده می شود.

ماتریس انحنای نیز از تابع w ، برای حالت اول و دوم به شکل زیر به دست آمده است:

$$\{K\} = \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\alpha_4 - 6\alpha_7x - 2\alpha_8y - 6\alpha_{11}xy & \\ -2\alpha_6 - 2\alpha_9x - 6\alpha_{10}y - 6\alpha_{12}xy & \\ -2\alpha_5 - 4\alpha_8x - 6\alpha_9y - 6\alpha_{11}x^2 - 6\alpha_{12}y^2 & \end{bmatrix} \quad (25) \text{ بدون } K_{xy}$$

$$\{K\} = \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2\alpha_4 - 6\alpha_7x - 2\alpha_8y - 6\alpha_{11}xy - 2\alpha_{12}y^2 - 6\alpha_{14}x^2y - 2\alpha_{15}y^3 - 6\alpha_{16}y^3x & \\ -2\alpha_6 - 2\alpha_9x - 6\alpha_{10}y - 2\alpha_{12}x^2 - 6\alpha_{13}xy - 2\alpha_{14}x^3 - 6\alpha_{15}x^2y - 6\alpha_{16}x^3y & \\ -2\alpha_5 - 4\alpha_8x - 4\alpha_9y - 6\alpha_{11}x^2 - 6\alpha_{13}y^2 - 12\alpha_{14}x^2y - 12xy^2 - 18\alpha_{16}y^2x^2 & \end{Bmatrix} \quad (26) \text{ با اعمال اثر } K_{xy}$$

که بطور خلاصه:

$$K = Q\alpha \quad (27)$$

که در آن Q ماتریس ضرایب انحنای می باشد. حال با جایگذاری رابطه (۲۲) در رابطه بالا، ماتریس انحنای به صورت رابطه زیر محاسبه شده است:

$$K = B\tilde{u}^e \quad (28)$$

$$B = QC^{-1} \quad (29)$$

با هدف دستیابی به ماتریس سختی، رابطه لنگر خمشی و ماتریس انحنای را بصورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\{M\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = [D] \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} = [D][B]\{\bar{u}^e\} \quad (30)$$

در رابطه بالا D ماتریس مشخصه مصالح ایزوتروپیک بوده و بصورت زیر تعریف می گردد:

$$[D] = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (31)$$

در نهایت ماتریس سختی هر المان در صفحه خمشی به صورت زیر حاصل شده است:

$$[K^e] = \iint [B]^T [D] [B] dx dy \quad (32)$$

در رابطه بالا B با استفاده از معادله (22) محاسبه شده است. ماتریس به دست آمده برای سختی المان e برای حالت اول با 4 گره و 3 درجه آزادی، ماتریسی 12 در 12 برای حالت دوم با 4 گره و هر گره 4 درجه آزادی، یک ماتریس 16×16 است. سپس با در نظر گرفتن بردار جملات جبری P در رابطه های (12) و (13) که در هر 2 حالت بیان شده، ماتریس جرم برای یک المان صفحه با حل رابطه انتگرال دوگانه زیر محاسبه گردید:

$$P = (1, x, y, x^2, xy, y^2, x^3, x^2y, y^2x, y^3, yx^3, xy^3) \quad K_{xy} \text{ بدون} \quad (33)$$

$$P = (1, x, y, x^2, xy, y^2, x^3, x^2y, y^2x, y^3, yx^3, x^2y^2, xy^3, y^2x^3, x^2y^3, x^3y^3) \quad K_{xy} \text{ با اثر} \quad (34)$$

$$[M^e] = \rho t ([C^{-1}])^T \left(\iint_A [P]^T [P] dx dy \right) [C^{-1}] \quad (35)$$

که در این رابطه ρ وزن مخصوص صفحه و t ضخامت آن می باشد.

مرحله دوم: در این مرحله فرض شد که مختصات گرهی (مکان گره های i و j، بترتیب در راستای محور x و y نسبت به مبدأ صفحه) و تغییر مکان آنها در راستای محور z برای سازه سالم و سازه آسیب دیده در مود n ام به ترتیب به صورت زیر باشد:

$$[x_i, y_i, \phi_{h,(i,n)}] = [(x_1, y_1, \phi_{h,(1,n)}), (x_2, y_2, \phi_{h,(2,n)}), \dots, (x_i, y_i, \phi_{h,(i,n)})] \quad (36)$$

$$[x_j, y_j, \phi_{h,(j,n)}] = [(x_1, y_1, \phi_{h,(1,n)}), (x_2, y_2, \phi_{h,(2,n)}), \dots, (x_j, y_j, \phi_{h,(j,n)})] \quad (37)$$

$$[x_i, y_i, \phi_{d,(i,n)}] = [(x_1, y_1, \phi_{d,(1,n)}), (x_2, y_2, \phi_{d,(2,n)}), \dots, (x_i, y_i, \phi_{d,(i,n)})] \quad (38)$$

$$[x_j, y_j, \phi_{d,(j,n)}] = [(x_1, y_1, \phi_{d,(1,n)}), (x_2, y_2, \phi_{d,(2,n)}), \dots, (x_j, y_j, \phi_{d,(j,n)})] \quad (39)$$

$\Phi_{h,(i,n)}$ و $\Phi_{h,(j,n)}$ بترتیب بیانگر تغییر مکان مودال مربوط به گره‌های i ام در جهت x و j ام در جهت y و در مود طبیعی n ام است. 'd' و 'h' به ترتیب معرف سازه آسیب دیده و سالم می‌باشند. به کمک شکل‌های مودی حاصل از مرحله قبل، شیب و انحنا در گره i ام و j ام در مود n ام محاسبه گردیده است و برای این منظور از فرمولاسیون تقریبی تفاضل محدود مرکزی مرتبه اول و مرتبه دوم استفاده شده. روابط (۴۰-۴۱-۴۲-۴۳) مربوط به محاسبه شیب و انحنا در راستای محور x و y مطابق با آنچه در گذشته مطرح گردیده، برای حالت اولیه بکار گرفته شده ولی در این مطالعه برای اعمال اثر شیب و انحنای راستای xy از رابطه تفاضل محدود (۴۴) کمک گرفته شده است. این روابط برای سازه‌ی صفحه، پیش از آسیب دیدگی به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\Phi'_{x,(i,n)} h = \frac{\Phi_{h,(i+1,n)} - \Phi_{h,(i-1,n)}}{2l_x} \quad (40)$$

$$\Phi''_{x,(i,n)} h = \frac{\Phi_{h,(i+1,n)} - 2\Phi_{h,(i,n)} + \Phi_{h,(i-1,n)}}{l_x^2} \quad (41)$$

برای شیب و انحنا در راستای محور y داریم:

$$\Phi'_{y,(j,n)} h = \frac{\Phi_{h,(j+1,n)} - \Phi_{h,(j-1,n)}}{2.l_y} \quad (42)$$

$$\Phi''_{y,(j,n)} h = \frac{\Phi_{h,(j+1,n)} - 2\Phi_{h,(j,n)} + \Phi_{h,(j-1,n)}}{l_y^2} \quad (43)$$

$$\Phi''_{xy,(i,j,n)} h = \frac{\Phi_{h,(i+1,j+1,n)} - \Phi_{h,(i-1,j+1,n)} + \Phi_{h,(i-1,j-1,n)} - \Phi_{h,(i+1,j-1,n)}}{4.l_x.l_y} \quad (44)$$

که در آنها l_x و l_y به ترتیب بیانگر بعد المان‌ها در راستای محور x و y می‌باشد. لازم به ذکر است که روند فوق برای سازه آسیب دیده نیز به منظوره دستیابی به شیب و انحنای شکل‌های مودی در حالت وجود آسیب در سازه تکرار گردیده و نشان h در فرمول‌های ارائه شده در بالا با نشان d جایگزین می‌گردد.

مرحله سوم: با توجه به مشخصات هندسی صفحه، شیب و انحنای محاسبه شده در دو راستای x و y و xy طبق اصل مجذور مربعات با یکدیگر ادغام شده‌اند. این کار هم برای سازه سالم و هم آسیب دیده صورت گرفته است. در صورت نظر از انحنای xy که تنها اثر شیب و انحنای راستاهای x و y در نظر گرفته شده در مود n ام روابط به شکل زیر است:

$$\theta_{h(i,j,n)} = \sqrt{\Phi'^2_{x,(i,n)} h + \Phi'^2_{y,(j,n)} h} \quad (45)$$

$$\kappa_{h(i,j)} = \sqrt{\Phi''^2_{x,(i,n)} h + \Phi''^2_{y,(j,n)} h} \quad (46)$$

و در صورت اعمال اثر انحنای xy به منظور اصلاح فرمولبندی روابط به شکل زیر بسط داده شده است:

$$\theta_{h(i,j,n)} = \sqrt{\Phi'^2_{x,(i,n)} h + \Phi'^2_{y,(j,n)} h} \quad (47)$$

$$\kappa_{h(i,j,n)} = \sqrt{\Phi''^2_{x,(i,n)} h + \Phi''^2_{y,(j,n)} h + \Phi''^2_{xy,(i,j,n)} h} \quad (48)$$

این کار برای سازه آسیب دیده نیز به مانند سازه سالم به کمک شیب‌ها و انحنای حالت آسیب دیده که در مرحله قبل بدست آورده شده، انجام گرفته است. در روابط بالا $\square\square_{h(i,j,n)}$ و $\kappa_{h(i,j,n)}$ به ترتیب معرف شیب و انحنای شکل مودی برای سازه سالم در گره (i, j) و مود n ام می‌باشند و همچنین برای سازه آسیب دیده شیب و انحنای کل با $\square d(i, j, n)$ و $\kappa d(i, j, n)$ معرفی می‌گردد.

مرحله چهارم: به منظور بررسی تاثیر اصلاح فرمولبندی و توسعه کد عددی نیاز به مقایسه عملکرد شاخص‌های شناسایی آسیب برپایه مشتقات شکل مودی در دو حالت با و بدون انحنای پیچشی ذکر شده می‌باشد. گرچه شاخص‌های متعددی تا به امروز معرفی گردیده اما یکی از موثرترین و نویت‌ترین آنها، شاخص معرفی شده در تحقیقی است که توسط نویبان و همکارانش انجام شده است [۲۷]. در آن مطالعه این شاخص که شاخص آسیب براساس مشتقات شکل مودی^۱ نام دارد، توانایی بسیار خوبی در شناسایی آسیب‌های منفرد و چندگانه با ویژگی‌های مختلف در صفحات نسبت به شاخص‌های MSDBI و CDF را داراست. این شاخص از اطلاعات مودال بدست آمده از سازه سالم و آسیب دیده استفاده کرده است و به صورت زیر تعریف شده:

$$MSDBDI_{(i)} = \frac{\sum_{j=1}^k |[\kappa_{dh}]| \times (\phi^2)_{dh} - [(|\theta|_{dh})^2 \times (\phi_{dh})] \times \kappa_{dh}}{k} \quad (49)$$

$$(50)$$

$$\kappa_{dh,(i,j,n)} = \kappa_{d,(i,j,n)} - \kappa_{h,(i,j,n)}$$

$$(51)$$

$$|\theta|_{dh,(i,j,n)} = |\theta|_{d,(i,j,n)} - |\theta|_{h,(i,j,n)}$$

$$\phi_{dh,(i,j,n)} = \phi_{d,(i,j,n)} - \phi_{h,(i,j,n)} \quad (52)$$

$$(\phi^2)_{dh,(i,j,n)} = (\phi^2)_{d,(i,j,n)} - (\phi^2)_{h,(i,j,n)} \quad (53)$$

k تعداد مودهای در نظر گرفته شده برای شناسایی آسیب در سازه است. ϕ ، θ و κ به ترتیب، مقادیر شکل‌های مودی، شیب شکل‌های مودی و انحنای شکل‌های مودی در گره (i,j) ام در صفحه و مود طبیعی n ام را بیان می‌کنند. بدیهی است که برای مکانیابی آسیب‌های چندگانه (آسیب‌ها در نقاط مختلف سازه) باید تعداد مودهای بیشتری از سازه را نیز در محاسبه این شاخص در نظر گرفت. در این مطالعه، با توجه به عملکرد بهتر شاخص MSDBI نسبت سایر شاخص‌های وابسته به اطلاعات مود شکل، از شیب و انحنا و سختی اصلاح شده در روابط این شاخص استفاده شده است و شاخص بهبود یافته به شکل (MSDBDI*)^(۱۱) معرفی گردیده. مرحله پنجم: در این مرحله، برای رسیدن به مقادیر مناسبتری از شاخص شناسایی خرابی پیشنهادی، مقادیر این شاخص در هر گره از سازه به کمک رابطه زیر نرمالسازی شده است. این فرآیند به اهداف مقایسه‌ای مطالعه کمک کرده است.

$$nMSDBDI^*_{(i)} = \max \left[0, \left(\frac{MSDBDI_{(i)} - \text{mean}(MSDBDI)}{\text{std}(MSDBDI)} \right) \right] \quad (54)$$

که در آن $\text{mean}(MSDBDI)$ و $\text{std}(MSDBDI)$ به ترتیب، میانگین و انحراف معیار شاخص پیشنهادی براساس شکل‌های مودی می‌باشد.

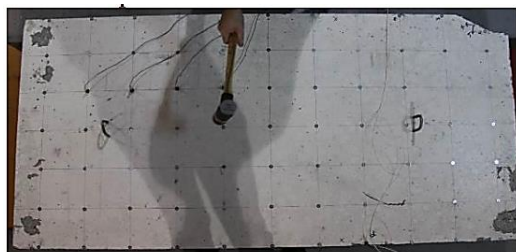
۴- صحت سنجی

به منظور اطمینان از درستی نتایج شاخص بهبود یافته $nMSDBDI^*$ در تشخیص خرابی بر پایه مشتقات شکل مودی، در دو گام، مقایسه‌ای بین نتایج به دست آمده از این شاخص خرابی و نتایج ارائه شده از دو مطالعه در مراجع معتبر، یکی بر پایه داده‌های آزمایشگاهی و دیگری روشی عددی براساس داده‌های مودال [۱۹-۲۷] انجام گرفته است. به این منظور، صفحه بررسی شده در این تحقیقات که یک صفحه مستطیلی با چهار لبه گیردار است، در نظر گرفته شده. ابعاد این صفحه $۲ \times ۴۸۰ \times ۵۶۰$ میلی‌متر مکعب است و دارای ۱۲×۱۴ المان صفحه‌ای چهار گرهی مستطیلی در راستای محور x و y می‌باشد. بنابراین صفحه دارای ۱۹۵ گره اندازه‌گیری است. مشخصات مفروض برای

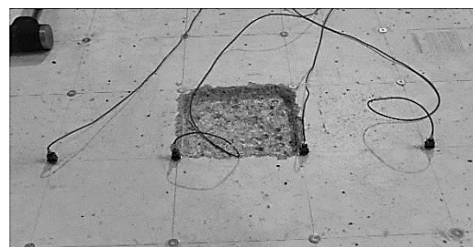
³ Mode Shape Derivative Based Damage Identification

منظور از *بروی شاخص، بیان بهبود یافتن آن می‌باشد¹

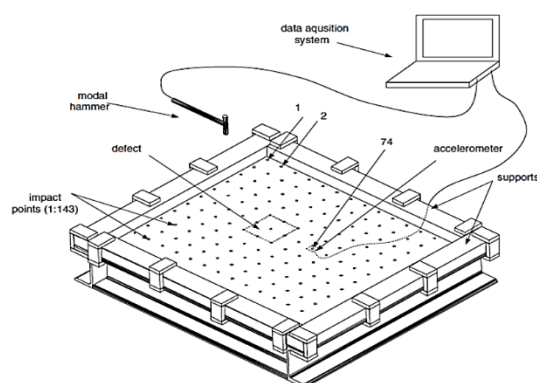
مصالح سازنده صفحه برابر: ضریب پواسون $\nu=0.25$ و مدول الاستیسیته $E=192$ Gpa و جرم واحد حجم برابر $\rho=7430$ kg/m³ می باشد. در مطالعه آزمایشگاهی [۱۹] همانگونه که در شکل (۲) مشخص است در ۱۴۳ نقطه سیاه رنگ در سطح صفحه بار ضربه ای وارد گردیده است و نتایج به کمک یک شتابسنج که در نقطه ثابتی از صفحه در طول آزمایش قرار دارد، اندازه گیری شده است. بار ضربه ای (دینامیکی) به وسیله چکش مودال PCB086C03 به صفحه اعمال شده است و داده های پاسخ سازه با سیستم شبه سازی اطلاعات نوع ضربه ای 3650C جمع آوری گردیده.



ب: صفحه سالم و آزمایش چکش

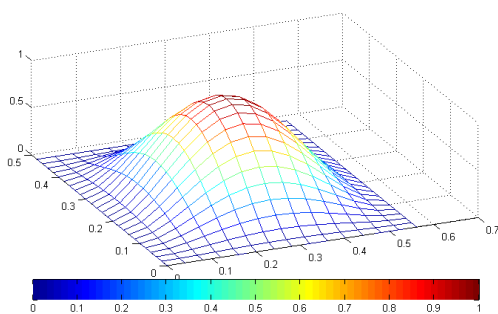


الف: صفحه آسیب دیده

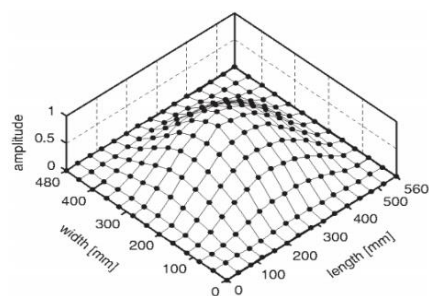


شکل ۲: مدل آزمایشگاهی ساخته شده در مطالعه [۱۹]

گام اول: به منظور صحت سنجی نتایج در این پایان نامه، مقایسه ای بین اطلاعات مودال حاصل از مدلسازی در نرم افزار متلب و داده های مودال کار آزمایشگاهی صورت گرفته است. تغییر شکل های مودال بدست آمده از مطالعه عددی، بوسیله مدلسازی در برنامه متلب و محاسبه بردارهای ویژه حاصل گردیده اند. فرکانس طبیعی در مود اول در کار آزمایشگاهی [۱۹] برابر ۶۵ هرتز بود که این مقدار در این مطالعه برابر ۶۵/۸۹ محاسبه شده است و این بیانگر مطابقت خوبی بین این دو مطالعه است.



(ب)

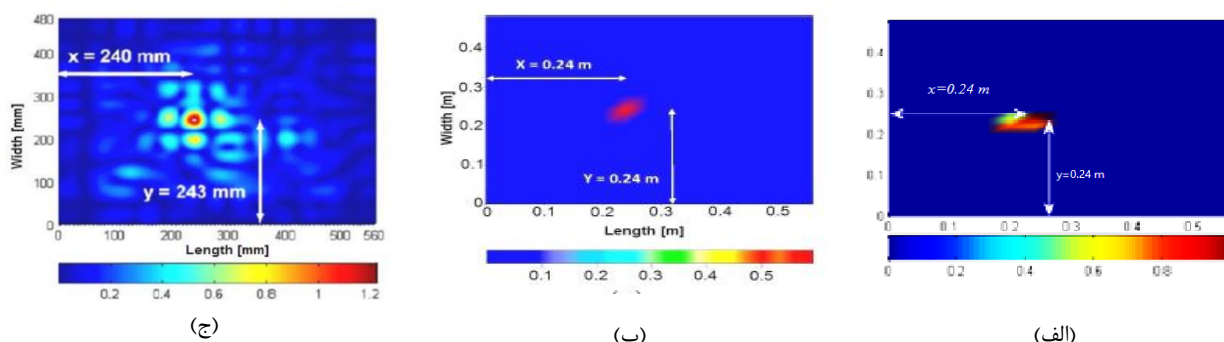


(الف)

شکل ۳: شکل مود اول صفحه در (الف): آزمایشگاهی (ب): مطالعه عددی

شکل بالا، شکل مود اول صفحه را در دو مطالعه عددی و آزمایشگاهی نشان می‌دهد.

گام دوم: برای نشان دادن توانایی شاخص پیشنهادی در مکانیابی آسیب در صفحه، سناریوی آسیبی با طول و عرض ۸۰ میلی‌متر در مختصات $(y=200, x=200)$ میلی‌متر از مبدا صفحه که در مطالعه آزمایشگاهی [۱۹] در نظر گرفته شده است. همچنین برای شبیه‌سازی آسیب از کاهش ضخامت صفحه به میزان ۰/۲۵ درصد استفاده شده. در مطالعه [۱۹] از تبدیل موجک پیوسته دوبعدی^{۱۲}، با استفاده از اطلاعات مودال آزمایشگاهی که از سازه صفحه منتج گردیده، استفاده شده به گونه‌ای که، مکانیابی خرابی از یک مقدار ماکزیمم حاصل از پاسخ‌های تبدیل یافته بوسیله تبدیل موجک بروی صفحه مشخص گردیده است. از آنجایی که سختی با مکعب ضخامت رابطه مستقیم دارد $(K \propto t^3)$ و همچنین باتوجه به این که سختی در رابطه مستقیم با مدول الاستیسیته می‌باشد $(K \propto E)$ ، لذا برای شبیه‌سازی میزان آسیب به درصد، در محل خرابی مدول الاستیسیته به میزان $(1 - 0/75^3) = 0/578$ کاهش یافته است. شکل زیر توانایی شاخص پیشنهادی که بر مبنای مشتقات شکل مودی می‌باشد را در مقایسه با نتیجه حاصل از مطالعه [۱۹] که براساس تبدیل موجک قرار دارد، نشان داده است.



شکل ۴: نتایج مکانیابی به کمک (الف): شاخص پیشنهادی *nMSDBDI تحت اثر خمش و پیچش (ب): شاخص صرفاً با اثر خمش (ج): مطالعه آزمایشگاهی

نتایج شناسایی خرابی که به کمک داده‌های مودال آزمایشگاهی و تبدیل موجک حاصل گردیده بیانگر رخ داد ماکزیمم مقدار مدول تبدیل موجک در موقعیت بود در حالیکه شاخص خرابی *nMSDBDI با دقت بسیار خوبی شناسایی و مکانیابی نموده است. این امر تنها با در نظر گرفتن اثر مود اول حاصل گردیده. مکان دقیق سناریوی آسیب فرضی در $x=240$ mm و $y=240$ mm از مبدا می‌باشد.

۵- مثال‌های عددی

در این بخش سناریوهایی از خرابی برای صفحه چهار طرف گیردار مورد بررسی در مطالعه [۱۲] در نظر گرفته شده است تا بتوان به شکل عددی عملکرد شاخص *nMSDBDI در برابر نتایج حاصل از شاخص در حالت اصلاح نشده MSDBDI و شاخص شناسایی CDF در مسئله مکانیابی آسیب در صفحات بررسی کرد. همچنین برای این که بتوان بخوبی مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از شاخص‌ها انجام داد، از روابط نرمالسازی شده این شاخص‌ها استفاده گردیده است. برای این هدف، المان‌های صفحه در برنامه متلب به صورت شکل ۶ شماره گذاری شده‌اند. در جدول ۱ ویژگی‌های هر سناریوی خرابی، شامل درصد کاهش سختی و شماره المان‌های تخریب شده مشخص گردیده است. نتایج حاصله از مدل‌سازی هر سناریو و تفسیر عملکرد شاخص‌ها و شاخص اصلاحی به تفصیل در بخش بعدی آورده شده است.

¹ Two-dimensional continuous wavelet transform

جدول ۱: شماره المان‌های سناریوهای مختلف

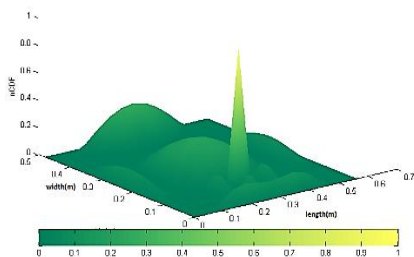
سناریو	شماره المان‌های تخریب شده	ضریب کاهش سختی
۱	۸۷، ۷۵	۰/۵۷۸، ۰/۵۷۸
۲	۱۰۰، ۱۰۱، ۱۱۲، ۱۱۳، ۵۷، ۶۹	۰/۵۷۸، ۰/۵۷۸، ۰/۵۷۸، ۰/۵۷۸، ۰/۵۷۸، ۰/۵۷۸
۳	۱۳۵، ۱۴۲	۰/۵۷۸، ۰/۵۷۸
۴	۱۴۵، ۱۳	۰/۵۷۸، ۰/۵۷۸
۵	۱۶۸، ۱	۰/۵۷۸، ۰/۵۷۸
۶	۵۲، ۲۳	۰/۳۱، ۰/۵۷۸
۷	۱۴۷، ۸۲، ۸۳، ۱۵	۰/۵۷۸، ۰/۳۱، ۰/۳۱، ۰/۵۷۸

12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	5
11	6	35	47	59	71	7	95	107	119	131	143	155	167
10	22	34	46	58	70	7	94	106	118	130	3	154	166
9	21	33	45	2	81	93	105	117	129	141	153	165	
8	20	32	44	56	68	80	92	104	116	128	140	152	164
7	19	31	43	55	67	79	91	103	115	127	139	151	163
6	18	30	42	54	66	78	90	102	114	126	138	150	162
5	17	29	41	53	65	77	89	2	2	125	137	149	161
4	16	28	40	6	64	76	88	2	2	124	136	148	160
3	7	27	39	51	63	1	1	99	111	123	3	7	159
2	14	26	38	50	62	74	86	98	110	122	134	146	158
5	4	25	37	49	61	73	85	97	109	121	4	145	157

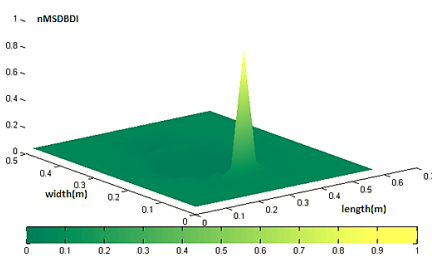
شکل ۶: مکان المان‌های آسیب‌دیده روی صفحه در سناریوهای مختلف

۶- مقایسه‌ی عملکرد شاخص با سایر شاخص‌ها در سناریوهای مختلف

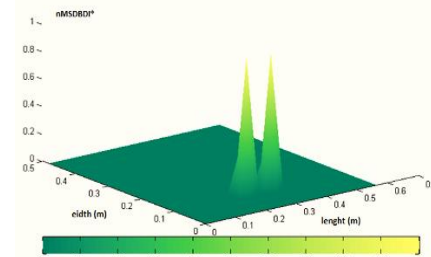
سناریو اول:



(الف)



(ب)

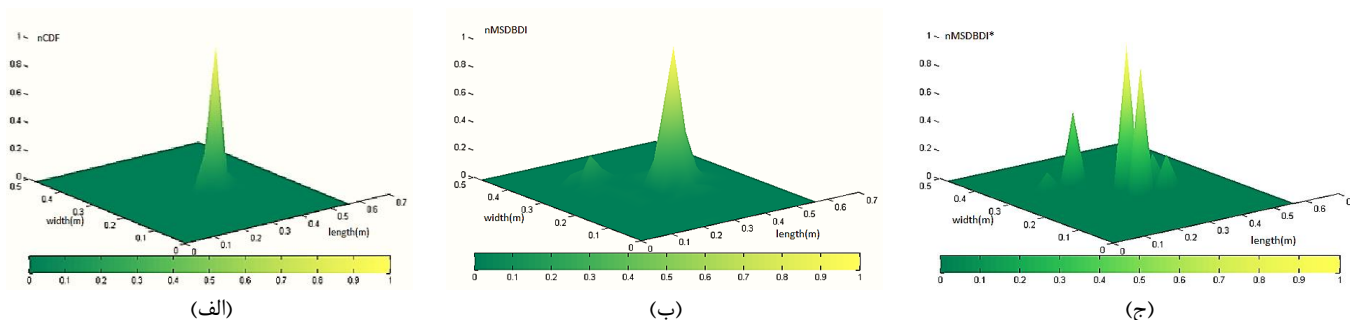


(ج)

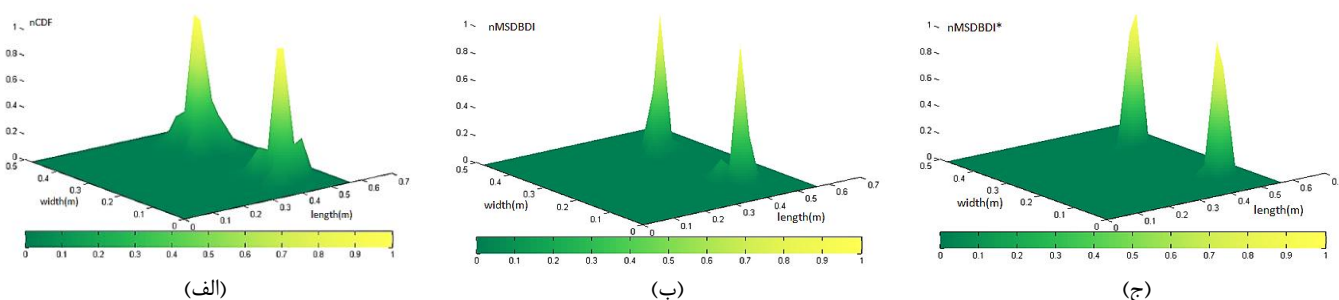
شکل ۷: نتایج سناریو اول در شناسایی آسیب (مود اول) الف): nCDF (ب): nMSDBD (ج): nMSDBDI* (اعمال خمش و پیچش)

هر سه شاخص قادر به تشخیص مکان خرابی منفرد بوده‌اند گرچه شاخص nMSDBDI با دقت بالایی توانای این امر را داراست اما از آنجایی که ۲ المان در اثر کاهش مدول الاستیسیته تخریب گردیده‌اند، تنها شاخص nMSDBDI* به درستی هر دوی این المان‌ها را نشان داده است.

سناریو دوم و سوم:



شکل ۸: نتایج سناریو دوم در شناسایی خرابی چندتایی (مود اول) الف): nCDF (ب): nMSDBDI (ج): nMSDBDI* (اعمال خمش و پیچش)



شکل ۹: نتایج سناریو سوم در شناسایی خرابی چندتایی. الف): nCDF (مود سوم) ب): nMSDBDI (مود سوم) د): nMSDBDI* (اعمال خمش و پیچش)

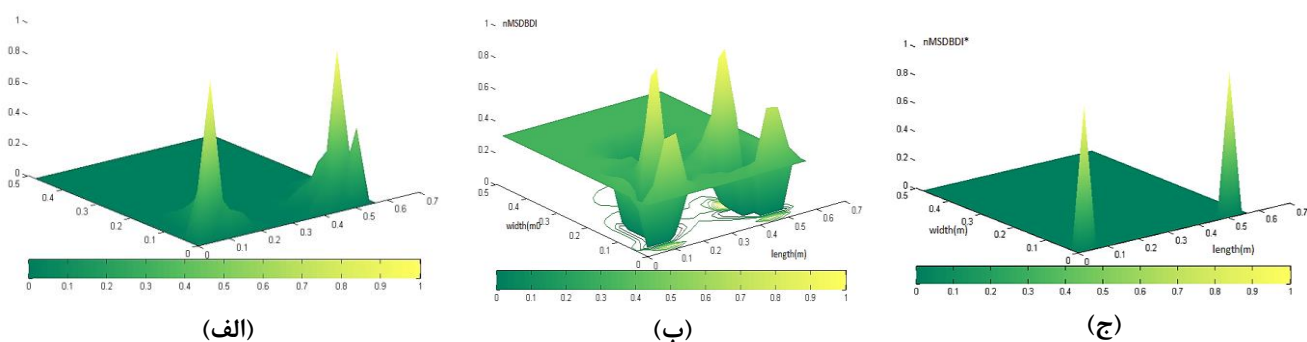
آنچه در این مطالعه بسیار حائز اهمیت است، مشاهده اعمال اثر پیچش در معادلات و محاسبات مربوط به شاخص nMSDBDI* در مکانیابی آسیب بوده است. در سناریو دوم شاخص nCDF تنها مکان تقریبی یکی از آسیب‌ها را نشان داده است، بدون تشخیص تعداد المان‌ها. در شکل (ب) شاخص nMSDBDI گرچه توانسته یکی از آسیب‌ها را تقریباً مکانیابی کند اما دیگری را کاملاً جزئی نشان داده. در شکل (ج) از سناریو دوم می‌توان عملکرد خوب و با دقت مناسبی را از شاخص nMSDBDI* مشاهده کرد که توانسته هر ۶ المان آسیب-دیده را مشخص کند. در سناریو سوم دو المان خرابی در یک راستا و در نیمه کناری در نظر گرفته شده. شاخص‌های شکل (الف) و (ب) در تعیین تعداد المان‌ها دچار خطا شده و حتی پاسخ شاخص CDF مساحت بیشتری را آسیب دیده تشخیص داده است. این در حالی است که شاخص بهبود یافته این خطا را بر طرف کرد و فقط همان ۲ المان را خراب شده تشخیص داد.

سناریو چهارم و پنجم:

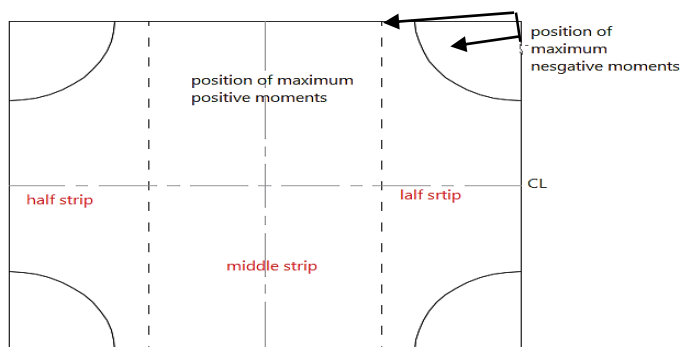
با توجه به شکل ۱۱ مکان تقریبی از ممان‌های منفی و مثبت در صفحه چهار طرف گیردار معین گردیده [۳]. بر این اساس انتظار می‌رود که انحنا در محل قرارگیری المان‌ها در سناریوهای چهارم و پنجم منفی باشد. با توجه به شکل (ب) در هر دو سناریو به علت این که کل رابطه شاخص nMSDBDI در قدر مطلق قرار ندارد، بخش K_{dh} سبب منفی شدن مقدار شاخص گردیده است و شاخص مقداری را

برای کل صفحه نشان داد که اشتباه و غیر واقعی بود. در شکل (ج) از سناریو چهارم به علت اضافه شدن بخش κ_{xy} به انحنا این مسئله دیده نمی‌شد. با این وجود در سایر نقاط گوشه‌ای این امر امکان پذیر است، بنابراین بررسی شد که با قرار دادن کل رابطه (۴۹) در قدر مطلق و رسیدن به رابطه (۵۵) دیگر این مسئله رخ نمی‌دهد. این امر در شکل ۱۲- (ج) از سناریوی پنجم رخ می‌داد که تاثیر اعمال قدر مطلق در شاخص بهبود یافته در شکل (د) از این سناریو بخوبی مشاهده شده است. در دو سناریوی چهارم و پنجم، بررسی عملکرد شاخص در ناحیه مؤثر پیچشی، به توانایی بالای شاخص در شناسایی آسیب‌های چندتایی در این نواحی بدون خطا در موقعیت و تعداد المان‌های خرابی اشاره دارد.

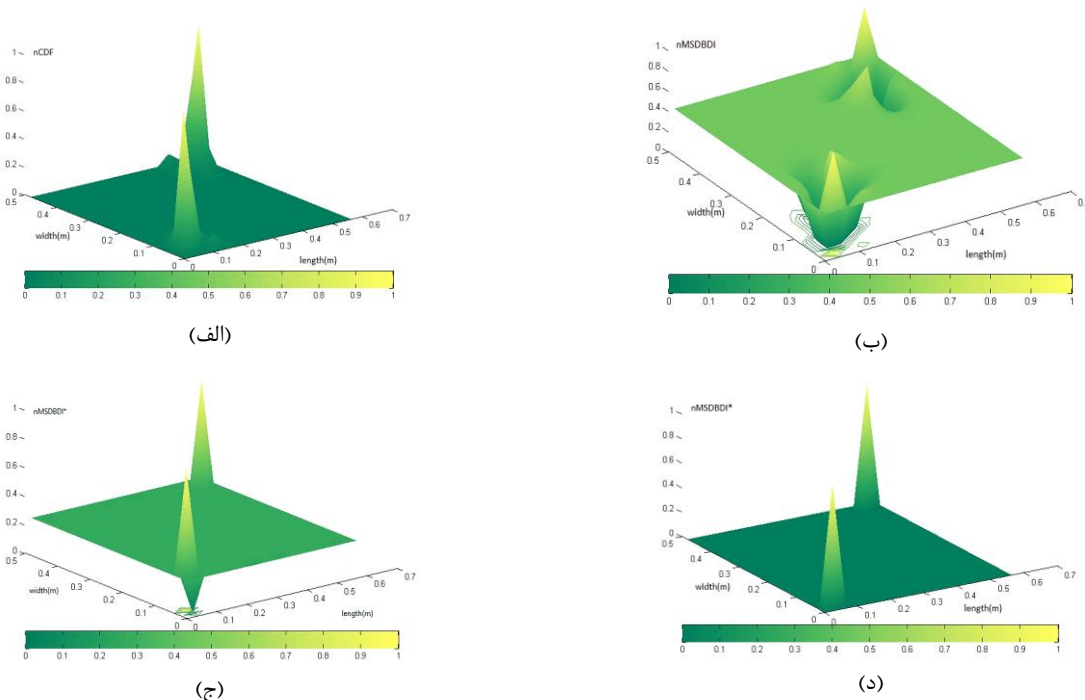
$$MSDBDI^*_{(i,j)} = \frac{|\sum_{n=1}^k |[\kappa_{dh}] \times (\phi^2)_{dh}| - [(\theta_{dh})^2 \times (\phi_{dh})] \times \kappa_{dh}}{k} \quad (55)$$



شکل ۱۰: نتایج سناریو چهارم در شناسایی خرابی چندتایی (الف) nCDF (سه مود) (ب) nMSDBDI (سه مود) (ج) nMSDBDI* (یک مود)

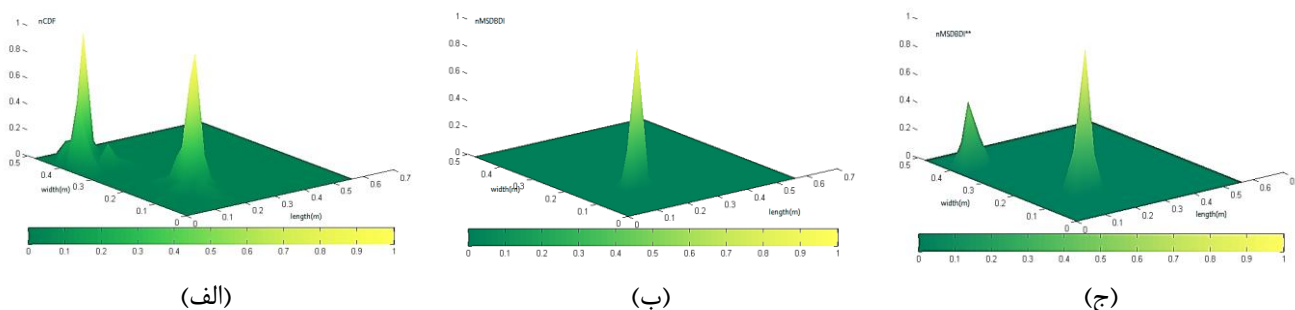


شکل ۱۱: موقعیت لنگر مثبت و منفی در صفحه [۳۰]



شکل ۱۲: نتایج سناریو پنجم در شناسایی آسیب چندتایی الف) nCDF (مود پنجم) ب) nMSDBDI (ج) nMSDBDI* (د) nMSDBDI* (اعمال خمش و پیچش و اثر قدر مطلق)

سناریو ششم:



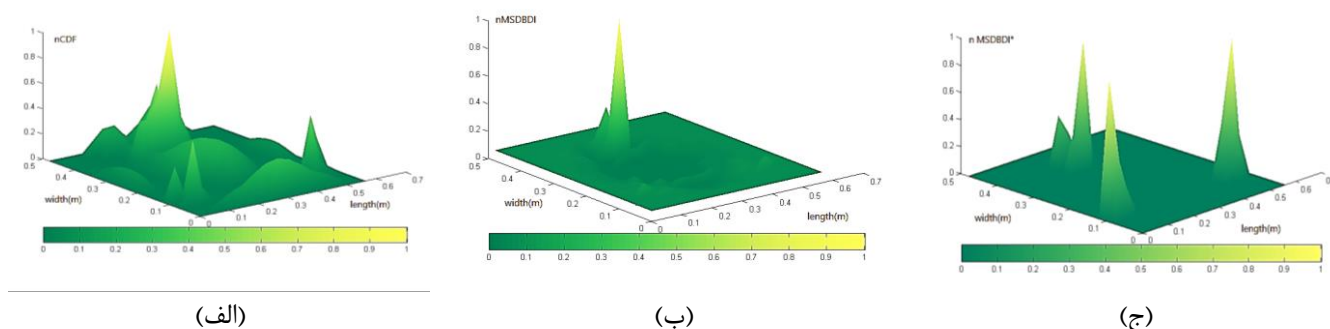
شکل ۱۳: نتایج سناریو ششم در شناسایی خرابی چندتایی و شدت‌های مختلف الف) nCDF (مود پنجم) ب) nMSDBDI (مود اول تا هشتم) ج) nMSDBDI* (اعمال خمش و پیچش مود اول و اثر قدر مطلق)

آنچه هدف از سناریو ششم می‌باشد، مسئله‌ی شناسایی آسیب‌هایی چندگانه‌ای است که با مقادیر متفاوت کاهش سختی در صفحه رخ می‌دهند. علاوه بر این سعی شده این آسیب‌ها در ترکیب مکان مؤثر خمشی و مکان مؤثر پیچشی قرار گیرند تا بتوان عملکرد شاخص‌ها را در مقایسه با هم به خوبی بررسی کرد. نتایج این سناریو بیانگر تاثیر مثبت در نظر گرفتن انحنا xy و قدر مطلق در شاخص $nMSDBDI^*$ بود است.

سناریو هفتم:

در سناریو هفتم با افزایش تعداد نقاط آسیب‌های چندتایی به سه ناحیه، در دو حالت به بررسی عملکرد شاخص‌ها پرداخته شده است. اولی در سه مکان با آسیب‌هایی با کاهش سختی برابر و دیگری سه مکان با کاهش سختی متفاوت که در انتخاب نقاط از ترکیب

موقعیت‌های مؤثر خمشی و پیچشی استفاده گردیده است. آنچه از اشکال بدست آمده از سناریو هفتم در دو حالت بررسی شده، نتیجه گرفته شد حاکی از قدرت شناسایی آسیب‌های چندتایی حتی با میزان کاهش سختی متفاوت توسط شاخص بهبود یافته است. شاخص nMSDBDI در شناسایی آسیب‌های واقع در ناحیه مؤثر پیچشی ضعیف عمل کرده و حتی دچار اشتباه شده است. این در حالی است که شاخص جدید نه تنها در شناسایی تعداد المان‌ها موفق عمل کرده بلکه قادر بوده المان‌های تخریب شده‌ای را که بیشتر تحت اثر پیچش قرار دارند، حتی در حضور آسیب‌هایی با شدت‌های مختلف در ۳ نقطه، مکانیابی کند.

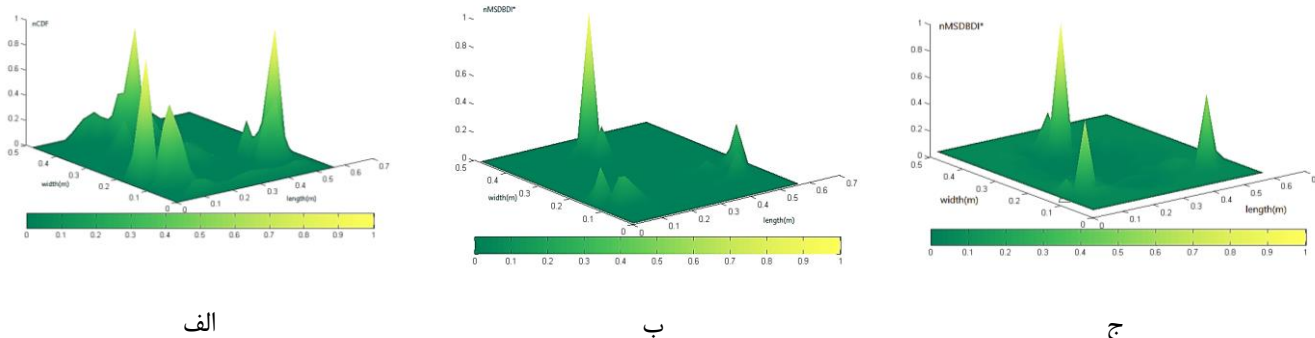


شکل ۱۴: نتایج سناریو هفتم - حالت اول المان‌های {۱۴۷ ۸۳ ۸۲ ۱۵} با ضریب کاهش سختی به ترتیب {۰/۵۷۸ ۰/۵۷۸ ۰/۵۷۸ ۰/۵۷۸} - الف) nCDF (مود پنجم) ب) nMSDBDI (مود پنجم) ج) nMSDBDI*

۷- نتیجه‌گیری

در این مطالعه با افزودن اثر انحنای پیچشی در فرمولبندی روند شناسایی آسیب در صفحات به کمک مشتقات شکل مودی، به بررسی تشخیص نوع و مکان آسیب‌ها پرداخته شد و بر این اساس شاخص بهبود یافته‌ای نیز معرفی گردید. به منظور صحت سنجی عملکرد شاخص و روند اصلاحی مقایسه‌ای با یک مطالعه تجربی صورت گرفت که نتایج آنها مطابقت خوبی با یکدیگر داشتند.

همچنین برای بررسی عملکرد روند اصلاحی و شاخص بهبود یافته نتایج آن با شاخص‌های MSDBDI و CDF معرفی شده پیشین، در سناریوهای مختلف مقایسه شده که نتایج حاصل از MSDBDI* که حالت بهبود یافته‌ی شاخص MSDBDI می‌باشد، حاکی از عملکرد دقیقتر و بهتر در مکانیابی آسیب‌ها با استفاده از کمترین تعداد مد شکل به ویژه در المان‌های موجود در ناحیه‌ای که پیچش بر روی نتایج بسیار مؤثر است، بود.



شکل ۱۵: نتایج سناریو هفتم - حالت دوم) المان های {۱۴۷ ۸۲ ۸۲ ۱۵} با ضریب کاهش سختی به ترتیب {۰/۵۷۸ ۰/۳۱۰/۳۱۰/۵۷۸} -

الف) nCDF (پنج مود) ب) nMSDBDI (ج) nMSDBDI* (اعمال خمش و پیچش و اثر قدر مطلق)

نتایج شاخص بهبود یافته در مکانیابی دقیق و تعیین تعداد المان‌های آسیب، حتی به صورت چندتایی و با شدت‌های مختلف بسیار به واقعیت نزدیک‌تر شده است.

در مواردی که مقدار شاخص MSDBDI دچار خطا بوده و نمودارها مقدار منفی را به آن نسبت می‌دادند، با قرار دادن کل رابطه در قدر مطلق این امر اصلاح شد که این امر اثر مثبتی داشت. در نهایت می‌توان نتیجه گرفت که فرآیند بهبود یافته مطرح شده در این مطالعه و شاخص $nMSDBDI^*$ مطابق رابطه (۵۵)، به عنوان روشی موثر و کارآمد در مکان‌یابی آسیب‌های مختلف سازه‌ها قابل استفاده است.

مراجع

- [1] Q. Lu, G. Ren, Y. Zhao. (2002). Multiple damage location with flexibility curvature and relative frequency change for beam structures. *Journal of Sound and Vibration* Vol.253, pp. 1101-1114.
- [2] D. V. Jauregui, C. R. Farrar. (1996). Comparison of damage identification algorithms on experimental modal data from a bridge. *Proceedings of the 14th International Modal Analysis Conference*. Dearborn, Michigan, Vol. 2, pp. 1423-1429.
- [3] Z. Zhang, A. E. Aktan. (1998). Application of modal flexibility and its derivatives in structural identification. *Research in Nondestructive Evaluation* Vol.10, pp. 43-61.
- [4] P. Cornwell, S. W. Doebling, C. R. Farrar. (1999). Application of the strain energy damage detection method to plate-like structures. *Journal of Sound and Vibration* Vol.224, pp. 359-374.
- [5] H. Y. Hwang, C. Kim. (2004). Damage detection in structures using a few frequency response measurements. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 270, pp. 1-14.
- [6] R. P. C. Sampaio, N. M. M. Maia, J. M. M. Silva. (1999). Damage detection using the frequency response function curvature method. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 226, pp.1029-1042.
- [7] T. Marwala. (2001), Fault identification using pseudomodal energies and modal properties. *Journal of Aircraft*, Vol.39, pp. 1608-1617.
- [8] S. Liberatore, G. P. Carman. (2004). Power spectral density analysis for damage identification and location. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 274, pp. 761-776.
- [9] Cawley P, Adams R. (1979). The location of defects in structures from measurements of natural frequencies. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, Vol.14, pp. 49-57.
- [10] Pandey A, Biswas M, Samman M. (1991). Damage detection from changes in curvature mode shapes. *Journal of sound and vibration*, Vol. 145, pp. 321-332.

- [11] Pandey A, Biswas M. (1994). Damage detection in structures using changes in flexibility. *Journal of sound and vibration*, Vol. 169, pp. 3-17.
- [12] Li J, Choi F. C, Samali B, Crews K. (2007). Damage localisation and severity evaluation of a beam-like timber structure based on modal strain energy and flexibility approaches. *Journal of Building Appraisal*, Vol.2, pp. 323-334.
- [13] Shih HW, Thambiratnam DP, Chan TH. (2009). Vibration based structural damage detection in flexural members using multi-criteria approach. *Journal of sound and vibration*; Vol.323, pp. 645-661.
- [14] Mehrjoo M, Khaji N, Moharrami H, Bahreininejad A. (2008). Damage detection of truss bridge joints using Artificial Neural Networks. *Expert Systems with Applications*; Vol.35, no. 3, pp. 1122-1131.
- [15] Samali B, Dackermann U, Li J. (2012). Location And Severity Identification of Notch -Type Damage in a Two-Storey Steel Framed Structure Utilising Frequency Response Functions and Artificial Neural Network. *Advances in Structural Engineering*, Vol.15 , pp. 743-757.
- [16] Mohan S, Maiti DK, Maity D. (2013). Structural damage assessment using FRF employing particle Swarm optimization. *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 219, pp.10387-10400.
- [17] Xiang J, Liang M. (2012). A two-step approach to multi-damage detection for plate structures. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.91, pp. 73-86.
- [18] Bagheri A, Amiri G. G, Razzaghi, S. S. (2009). Vibration-based damage identification of plate structures via curvelet transform. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 327 pp. 593-603.
- [19] Rucka M, Wilde K. (2006). Application of continuous wavelet transform in vibration based damage detection method for beams and plates. *Journal of Sound and Vibration*; 297 pp. 536-550.
- [20] West W. (1984). Illustration of the use of modal assurance criterion to detect structural changes in an orbiter test specimen. *Proceedings of the Air Force Conference on Aircraft Structural Integrity*, pp. 11-6.
- [21] Ewins D. (1985). *Modal testing. theory and practice*. New York, Wiley.
- [22] Wahab MA, De Roeck G. (1999). Damage detection in bridges using modal curvatures: application to a real damage scenario. *Journal of Sound and Vibration*. Vol. 226, pp. 217-235.
- [23] Yan G, Peng X, Hao H. (2011). Localization of free-spanning damage using mode shape curvature. In *Journal of Physics: Conference Series*, IOP Publishing, Vol. 305.
- [24] Lu X, Liu J, Lu Z. (2013). A two-step approach for crack identification in beam. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 332, pp. 282-293.
- [25] Ivan Duvnjak, Mladenko Rak, Domagoj Damjanović, Krolo Joško & Marko Bartolac. (2014). DAMAGE DETECTION OF PLATE LIKE STRUCTURES BASED ON CHANGES OF BASIC MODAL PARAMETERS, Faculty of Civil Engineering, University of Zagreb, 10000 Zagreb, Croatia, July. pp. 13-17.
- [26] O. Yazdanpanah, S. M. Seyedpoor and H. Akbarzadeh Bengar. (2015). A new damage detection indicator for beams based on mode shape data. *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 53, No. 4, pp. 725-744.
- [27] Navabian N, Bozorgnasab M, Taghipour R, Yazdanpanah O. (2015). Damage identification in plate-like structure using mode shape derivatives. *Archive of Applied Mechanics*; 1-12.
- [28] J. N. Reddy. (1993). *Finite element Method, second edition Lagrange and serendipity families of rectangular elements*. figure Mac Grow-Hill series in mechanical engineering. 9-5.
- [29] Ho Y, Ewins D. (2000). On the structural damage identification with mode shapes. In *International Conference on System Identification and Structural Health Monitoring*. pp. 677-686.
- [30] W. H. Mosley and J. H. (1987). *reinforced concrete design-third edition*. Bungry department of civil engineering university Of Liverpool. pp. 215 flat slab divided into strips.