

Local Buckling of Rectangular Concrete-Filled Steel Tubular (CFT) Columns with Binding Bars Subjected to Axial Compression Using the Rayleigh-Ritz Method

A. Khalili Baseri¹, Shamsedin Hashemi^{2*}, Shahab Hatami³

1- MSc. student, dept. of civil engineering, Yasouj University, Yasouj, Iran

2 -Assistant Professor, dept. of civil engineering, Yasouj University, Yasouj, Iran

3 -Associate Professor, dept. of civil engineering, Yasouj University, Yasouj, Iran

ABSTRACT

In Concrete-Filled Steel Tubular (CFT) Columns with binding bars, horizontal binding bars arranged along the steel tubes are used to enhance the confinement effects on the core concrete and to postpone the initiation of local buckling. So, they have higher strength, more stiffness, better ductility and larger energy absorption compared to conventional CFT columns. In this paper, the unilateral buckling of steel plates in CFT Columns with binding bars under axial compression is investigated by the Rayleigh-Ritz method, using the shape functions of a rectangular plate with appropriate boundary conditions. It is assumed that the unloaded edges of the steel plate are elastically restrained against rotation. Trigonometrical functions that satisfy the boundary conditions of the rectangular plate are used to define the shape functions. In unilateral buckling, the foiled concrete is described as an elastic foundation with high stiffness in compression and without tensile stiffness, such that buckling occurs in only one direction. The Lagrange multiplier technique is used to model the binding bars. The solution algorithms of the problems are written in MATLAB code. The solution of this process is used to obtain the elasto-plastic local buckling load of unilaterally-restrained steel plate with various numbers of binding bolts depends on spacing between them. Finally, the numerical results were compared with experiment results. The excellent agreements of the results verify the accuracy and efficiency of the method.

ARTICLE INFO

Receive Date: 20 September 2020

Revise Date: 18 November 2020

Accept Date: 19 January 2021

Keywords:

CFT columns

Steel plate

Binding bar

Rayleigh-Ritz method

Unilateral buckling

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: <https://dx.doi.org/10.22065/jsce.2021.249328.2250>

*Corresponding author: Shamsedin Hashemi

Email address: s.hashemi@yu.ac.ir

بررسی کمانش موضعی ورق‌های فولادی در ستون‌های CFT مستطیلی دارای میل مهار تحت فشار محوری

علی اکبر خلیلی باصری^۱، شمس الدین هاشمی^{۲*}، شهاب الدین حاتمی^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه یاسوج، یاسوج، ایران

۲- استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه یاسوج، یاسوج، ایران

۳- دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه یاسوج، یاسوج، ایران

چکیده

در ستون‌های فولادی پر شده با بتن (CFT) دارای میل مهار، میل‌مهاری افقی که در طول ورق‌های فولادی قرار گرفته‌اند، برای تقویت اثر محصور شدگی هسته بتنی و به تاخیر انداختن کمانش استفاده می‌شوند. بنابراین، آنها مقاومت بالاتر، سختی بیشتر، انعطاف پذیری بهتر و جذب انرژی بیشتر در مقایسه با ستون‌های CFT معمولی دارند. در این مقاله، کمانش یک‌طرفه ورق‌های فولادی در ستون‌های CFT با میل مهار تحت بار محوری فشاری به روش ریلی ریتز با استفاده از توابع شکل یک ورق مستطیل شکل با شرایط مرزی مناسب بررسی شده است. لبه‌هایی از ورق فولادی که بارگذاری نشده‌اند، در برابر چرخش به صورت الاستیک مقاومت می‌کنند. توابع مثلثاتی که شرایط مرزی ورق مستطیلی را برآورده می‌کند برای تعریف توابع شکل قابل قبول استفاده می‌شوند. بتن پرکننده به عنوان فونداسیون با سختی الاستیک زیاد در فشار و بدون سختی کششی مدل می‌شود، به گونه‌ای که کمانش فقط در یک جهت اتفاق می‌افتد. از روش ضرائب لاگرانژ^۱ برای مدل‌سازی میل‌مهاری استفاده شده است. برای تحلیل مسائل، برنامه‌نویسی در فضای متلب انجام شده است. در این مقاله با استفاده از روش ریلی ریتز و با در نظر گرفتن شرایط مرزی واقعی ورق سعی در اصلاح نتایج گذشته شده است. این فرآیند برای بدست آوردن بار کمانش موضعی الاستو پلاستیک یک‌طرفه ورق فولادی با تعداد میل‌مهاری مختلف استفاده شده است. مطابقت خوب نتایج عددی و آزمایشگاهی، صحت و کارایی روش را تأیید می‌کند.

کلمات کلیدی: ستون‌های فولادی پر شده با بتن (CFT)، میل مهار، کمانش یک‌طرفه، ورق فولادی، روش انرژی، روش ریلی ریتز، ضرائب لاگرانژ.

| شناسه دیجیتال: | | سابقه مقاله: | | | |
|------------------------------------|------------|--------------|---------------|------------|---|
| دریافت | بازنگری | پذیرش | انتشار آنلاین | چاپ | https://dx.doi.org/10.22065/jsce.2021.249328.2250 |
| ۱۳۹۹/۰۶/۳۰ | ۱۳۹۹/۰۸/۲۸ | ۱۳۹۹/۱۰/۳۰ | ۱۳۹۹/۱۰/۳۰ | ۱۴۰۰/۰۹/۳۰ | doi: 10.22065/jsce.2021.249328.2250 |
| *نویسنده مسئول: پست الکترونیکی: | | | | | شمس الدین هاشمی s.hashemi@yu.ac.ir |

¹ - Lagrang multiplier technique

۱- مقدمه

نوآوری‌های جدید در صنعت ساخت و ساز، استفاده از بتن در کنار فولاد را در ساخت سازه‌های بلند بتنی سهولت بخشید. سازه‌هایی که امروزه در مهندسی عمران کاربرد دارند اغلب از ترکیب بتن و فولاد ساخته می‌شوند. عملکرد بسیار مناسب این دو ماده سبب افزایش روزافزون استفاده از سیستم‌های مرکب گردیده و به تبع آن تحقیقات بسیار وسیعی در مراکز تحقیقاتی روی این سیستم‌ها در حال انجام است. در مورد آیین‌نامه‌های معتبر نیز در سال ۱۹۵۲ میلادی، آیین‌نامه *AISC* اجازه داد که سقف مرکب، در سازه‌ها استفاده شود. این سیستم‌ها شامل ستون‌های فولادی پر شده از بتن^۱، ستون‌های بتن‌آرمه با مقاطع فولادی مدفون شده در بتن^۲، بادبند‌های مرکب و سیستم‌های متنوعی از دیوارهای برشی مرکب می‌باشند. یکی دیگر از کاربردهای سیستم‌های مرکب که بسیار مورد استفاده طراحان است مسأله مقاوم‌سازی و طرح بهینه‌سازی سازه‌ها می‌باشد و استفاده از سیستم‌های مرکب در بسیاری موارد کمک شایانی در مقاوم‌سازی سازه‌های موجود داشته است. ستون‌های کامپوزیت شامل ترکیب‌های مختلفی از دو مصالح بتن و فولاد بوده که با نام‌های ستون مختلط، ترکیبی و مرکب، نیز رایج هستند. گسترش روز افزون آن‌ها به خاطر بهبود رفتار ستون‌ها در اثر ترکیب خوب بتن و فولاد است که عملکرد بهتر و صرفه اقتصادی بیشتر را در پی دارد. انواع ستون‌های کامپوزیت در سه تیپ کلی خلاصه می‌شوند. مقاطع فولادی مدفون در بتن، مقاطع فولادی جدار نازک پر شده از بتن و مقاطع فولادی نیمه مدفون در بتن.

پیشرفت روز افزون تکنولوژی در زمینه ساخت و ساز ما را وادار به استفاده از مصالح و اعضا با ظرفیت باربری بیشتر می‌کند. یکی از این پیشرفت‌ها ستون‌های *CFT* می‌باشد. امروزه ستون‌های *CFT* به طور وسیع به عنوان عضو سازه‌ای برای ساخت سازه ساختمان‌ها و پل‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. مقاومت مقاطع فولادی پر شده با بتن نسبت به مقاطع فولادی و بتنی مشابه به مراتب بالاتر است در نتیجه به ازای میزان مقاومت مورد نیاز برابر، مقطع فولادی پر شده با بتن مقاطع فولادی و بتنی، ابعاد کوچکتری خواهد داشت. بنابراین این مقاطع از لحاظ معماری فضای مفید را افزایش می‌دهد [۱].

ستون‌های *CFT* دارای رفتار لرزه‌ای مناسب مانند استحکام بالا، شکل پذیری بالا و ظرفیت جذب انرژی بالا هستند. یوای و برادفورد [۲] در سال ۱۹۹۵ به لحاظ نظری و تجربی کماتش ورق‌های فولادی نازک در سازه‌های مرکب را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها کماتش محلی ورق فولادی تحت نیروهای محوری و خمشی را تعیین کردند. آن‌ها یک مدل عددی از روش نوار محدود برای نمونه‌های مختلف حل و دیگرام‌های بار کماتش محلی برای نسبت‌های ابعاد ورق به دست آوردند. همچنین رایت [۳] در سال ۱۹۹۵ با استفاده از روش ریلی ریتز ضرائب کماتش یک‌طرفه را برای ورق‌های فولادی به دست آورد و با استفاده از توابع جابه‌جایی به طور دقیق شکل‌های کماتش ورق تحت خمش و فشار درون صفحه‌ای را ترسیم کرد.

اسمیت و همکارانش [۴] در سال ۱۹۹۶ کماتش الاستیک یک‌طرفه ورق مستطیلی مقید در چهار طرف را تحت برش خالص مورد مطالعه قرار دادند. آنها از روش ریلی ریتز برای تعیین رفتار ورق فولادی روی یک فونداسیون بتنی صلب استفاده کردند و با لحاظ کردن اثرات قیده‌ها، برای نسبت‌های مختلف ابعاد ورق، ضرایب کماتش الاستیک محلی ورق‌ها را تعیین کردند. ایشان در سال ۱۹۹۹ به لحاظ نظری و تجربی کماتش محلی ورق‌های متصل شده به طرفین تیرهای بتنی مسلح را تحت بارگذاری‌های فشاری، خمشی و برشی مورد مطالعه قرار داده و با استفاده از ضرائب کماتش الاستیک محاسبه شده، فاصله‌ی بین پیچ‌ها در تیرهای بتنی مرکب را تعیین کردند. آن‌ها به سازگاری نتایج تحلیلی و نتایج آزمایشگاهی در این پژوهش دست یافتند [۵ و ۶].

هیوانگ و سامبریام [۷] در سال ۲۰۰۱ رفتار کماتشی ورق‌های قرار گرفته روی تکیه‌گاه‌های الاستیک و فونداسیون الاستیک را با استفاده از روش نوار محدود مورد بررسی قرار دادند و تأثیر سختی تکیه‌گاه را روی تنش‌های کماتش بحرانی مورد بحث قرار دادند. آن‌ها برای افزایش مقاومت در برابر کماتش، ورق فولادی را که با استفاده از پیچ به فونداسیون بتنی متصل است، بررسی کردند.

هدایتی و همکارانش [۸] در سال ۲۰۰۷ کماتش ورق متصل شده به تیر بتنی با پیچ و مهره که باعث تقویت شدن تیر می‌شود را با استفاده از روش ریلی ریتز و روش ضرایب لاگرانژ مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها با استفاده از یک روش عددی که در آن از یک تابع تغییر

^۱- Concrete Filled Tube (CFT)

^۲- Steel Reinforced Concrete (SRC)

شکل چندجمله‌ای استفاده شده، ضرایب کمانش الاستیک ورق‌ها با نسبت ابعاد مختلف را با لحاظ کردن اثر پیچ‌ها محاسبه کردند. رهایی و حاتمی [۹ و ۱۰] در سال‌های ۲۰۰۸ و ۲۰۰۹ آزمایشات تجربی و تحلیلی روی یک طبقه دیوار برشی مرکب فولادی-بتنی با استفاده از پارامترهای مختلف انجام دادند. آنها به این نتیجه رسیدند که با افزایش فاصله بین گل‌میخ‌های برشی شیب منحنی بار-تغییر مکان کاهش می‌یابد و با داشتن فاصله‌ی مناسبی از گل‌میخ‌ها انعطاف‌پذیری سیستم بهبود می‌یابد.

تحقیقات بسیار کمی در مورد کمانش موضعی صفحات فولادی در ستون‌های *CFT* مستطیلی و مربعی انجام شده است. دیانی و همکاران [۱۱] در سال ۲۰۱۳ با استفاده از روش ریلی-ریتر به مطالعه و آنالیز کمانش ورق فولادی مثلثی متصل به صفحه‌ی صلب بتنی با شرایط مرزی، نسبت ابعاد و بارگذاری درون صفحه‌ای پرداختند. همچنین آن‌ها به بررسی ورق و محاسبه‌ی ضریب بار کمانش در دو حالت بار برشی و فشار هیدرواستاتیک^۳ پرداختند.

مطالعات تجربی و تحلیلی زیادی به منظور بررسی رفتار یکنواخت و لرزه‌ای بر روی ستون‌های *CFT* انجام شده است [۳۰-۱۲]. نتایج نشان داده است که ستون‌های *CFT* مربعی یا مستطیلی رفتار استاتیکی و لرزه‌ای بهتری نسبت به ستون‌های بتن مسلح دارند. همچنین ستون‌های مستطیلی با ستون‌های *CFT* دایره‌ای مقایسه شده‌اند، که ستون‌های *CTF* مستطیلی کاهش کمتری در مقاومت محوری به دلیل کمتر شدن اثرات ناشی از تنش سه محوره از خود نشان می‌دهند.

لیانگ و همکاران [۳۱] رفتار کمانش موضعی و پسا کمانش موضعی بحرانی ورق فولادی در ستون‌های *CFT* را مورد مطالعه قرار داد و از روش اجزاء محدود استفاده کردند. لبه‌های بدون بار ورق فولادی به صورت تکیه گاه ساده فرض می‌شوند. می‌توان استدلال کرد که لبه‌های بدون بار ورق فولادی در ستون‌های *CFT* مستطیلی در برابر دوران به وسیله ورق‌های مجاور و بتن مقید شده است. در ستون‌های مستطیلی و مربعی مقاومت نهایی و کرنش متناظر نمونه‌ها با کاهش فاصله بین میل مهارها افزایش می‌یابد. پس این مقاله کمانش موضعی ورق‌های فولادی در ستون‌های *CFT* مستطیلی با میل مهارها تحت بار محوری فشاری و با فرض اینکه لبه‌های بدون بار ورق فولادی بطور الاستیک در برابر دوران مقید شده است را مطالعه می‌کند با فرض آنکه لبه‌های بارگذاری شده گیردارند. چن و همکاران [۳۲] در سال ۲۰۱۲ آزمایش‌هایی بر روی چند نمونه ستون *CFT* انجام دادند که نتایج نشان داد نحوه تغییر شکل ورق در طول ستون بصورت نیم موج سینوسی است. همچنین چن و همکاران این نمونه‌ها را در نرم افزار اجزا محدود آباکوس مدل کردند و مشاهده کردند که تغییر شکل ورق طولی مطابقت خوبی با نمونه آزمایشگاهی دارد. کای و هی [۳۳] در سال ۲۰۰۶ رفتار ستون‌های *CFT* مربعی را همراه با میل مهار تحت بار محوری با یک کار آزمایشگاهی بررسی کردند. آن‌ها برای ۱۰ نمونه بدون میل مهار و ۵ نمونه با میل مهار تاثیر نسبت عرض به ضخامت و قطر میل مهار را بر روی مقاومت نهایی، سختی و شکل‌پذیری این ستون‌ها بررسی کردند. نهایتاً پاسخ‌های به دست آمده را با سایر نتایج آزمایشگاهی که قبلاً توسط سایر محققین انجام شده بود را مقایسه کردند.

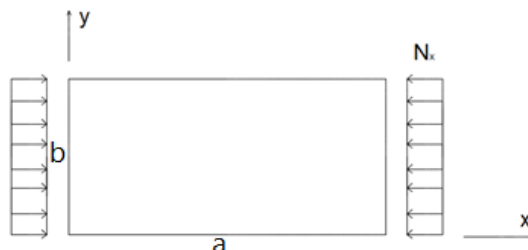
کای و لانگ [۳۴] در سال ۲۰۰۹ کمانش ورق‌های ستون‌های *CFT* مستطیلی همراه با میل مهار را تحت بار فشاری محوری بررسی کردند. آن‌ها تلاش کردند محدودیت‌هایی برای فاصله طولی بین میل مهارها و همینطور نسبت عرض ورق به ضخامت به دست آورند که مطمئن شوند فولاد مورد استفاده قبل از آنکه کمانش الاستیک رخ دهد، تسلیم می‌شوند. هر چند پاسخ‌های مربوط به تنش الاستیک آن‌ها بسیار بیشتر از پاسخ‌های آزمایشگاهی شد. یو و لین [۳۵] در سال ۲۰۱۸ کمانش ورق‌های ستون‌های *CFT* مستطیلی همراه با میل مهار را تحت بار فشاری محوری بررسی کردند. در این تحقیق با کاهش فاصله افقی میل مهارها و همچنین فاصله‌ی طولی میل مهارها تنش بحرانی به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش یافت. همچنین نتایج به دست آمده با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شد که پاسخ‌های به دست آمده از کار ایشان خیلی بیشتر از پاسخ‌های حاصل از آزمایشگاهی می‌باشد و اختلاف زیادی با نتایج آزمایشگاهی وجود دارد. آن‌ها پس از این‌که موفق به این مهم نشده‌اند، کسب نتایج مطلوب را به آینده واگذار کردند که در نتایج خود نیز به آن اشاره داشته‌اند. با وجود تلاش‌های زیادی که در سال‌های اخیر صورت گرفت هیچ‌کدام از محققین نتوانستند نتیجه‌ی مطلوب مورد نظر را به دست بیاورند. وان و همکاران سال ۲۰۲۰ کمانش محلی ورق‌های ستون‌های *CFT* را تحت بار فشاری خارج از مرکز براساس روش انرژی بررسی کردند و

رابطه‌ی تنش بحرانی الاستیک را استخراج کردند. ایشان فرض کردند که لبه‌هایی که بارگذاری نشده‌اند به صورت فنر پیچشی می‌باشد. این در حالی است که نسبت b/t برای ورق‌ها یکسان می‌باشد [۳۶].

در مقاله‌ی حاضر، بارکمانش یک‌طرفه‌ی ورق فولادی مقید شده توسط بتن صلب و میل‌مهارهای اتصال‌دهنده بتن و ورق فولادی با استفاده از روش ریلی‌ریتز و ضرائب لاگرانژ تعیین می‌شود. توابع مثلثاتی به عنوان توابع شکل جابجایی برای بررسی رفتار کمانش یک‌طرفه ورق فولادی تحت بارگذاری‌های فشاری خالص در نظر گرفته شده است. در ستون‌های CFT ، ورق فولادی علاوه بر اتصال در لبه‌ها، برای افزایش سختی، مقاومت بالا و شکل‌پذیری مناسب با استفاده از میل‌مهاری در فواصل مختلفی از یکدیگر به صفحه‌ی صلب بتنی متصل می‌شود. هدف از وجود میل‌مهاری، جلوگیری از کمانش ورق در ستون مرکب می‌باشد. صفحه‌ی بتنی متصل شده به ورق فولادی به صورت یک صفحه‌ی صلب در نظر گرفته می‌شود. در این مقاله با توجه به این‌که شرایط مرزی ورق برای ما مشخص نمی‌باشد، ورق را در حالات مختلف با شرایط مرزی متفاوت بررسی می‌کنیم. در حالت اول فرض می‌کنیم شرایط مرزی مفصلی در چهار طرف ورق فولادی تحت بار محوری فشاری را داشته باشیم و نتایج حاصل از این حالت را تعیین می‌کنیم. در حالت بعدی فرض می‌کنیم چهار طرف ورق به صورت فنر پیچشی عمل می‌کنند. و در نهایت در حالت آخر فرض می‌کنیم شرایط مرزی در ابتدا و انتهای ستون گیردار باشد و دو سمت دیگر مشابه فنر پیچشی عمل می‌کنند. نتایج تجربی و تئوری موجود مربوط به کمانش یک‌طرفه ورق فولادی تحت بارگذاری‌های مختلف برای صحت‌سنجی استفاده می‌شوند.

۲- تحلیل به روش ریلی‌ریتز

در این پژوهش با استفاده از روش ریلی‌ریتز که بر پایه‌ی روش انرژی می‌باشد، به بررسی رفتار کمانش الاستیک و غیر الاستیک یک‌طرفه، برای ورق‌های مستطیلی با شرایط تکیه‌گاهی مفصلی در چهار طرف ورق، شرایط مرزی گیردار در جهت بارگذاری شده و استفاده از فنرهای پیچشی در جهت بدون بار می‌پردازیم. البته برای مقایسه‌ی کمانش یک‌طرفه با کمانش دوطرفه، نتایج کمانش دوطرفه نیز ارائه و بررسی می‌شود. ورق مستطیلی تحت بار محوری فشاری که در شکل ۱ نشان داده شده است، بارگذاری شده است.



شکل ۱: ورق مستطیلی الاستیک تحت فشار

تغییر شکل ورق به ابعاد a و b مطابق شکل (۱) در جهت z به صورت کمانش خارج از صفحه w رخ می‌دهد. تابع جابه‌جایی (w) به صورت رابطه‌ی ۱ نوشته شده است. در اینجا تابع جابه‌جایی به دو صورت نوشته شده است چون که در محاسبات بعدی از آن‌ها استفاده شده است.

$$w = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N c_{mn} f_m(x) g_n(y) = \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N c_{pq} f_p(x) g_q(y) \quad (1)$$

در این جا تابع جابه‌جایی به صورت مختصر نمایش داده شده است. $f_m(x)$ و $f_p(x)$ توابع سینوسی بر حسب x و $g_n(y)$ و $g_q(y)$ توابع سینوسی بر حسب y ، c_{pq} ضرائب ریتز می‌باشند.

$$f_m(x) = \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right), f_p(x) = \sin\left(\frac{p\pi x}{a}\right), g_q(y) = \sin\left(\frac{q\pi y}{b}\right), g_n(y) = \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$

۲-۱- انرژی کرنشی ورق فولادی

انرژی کرنشی ذخیره شده در ورق با استفاده از رابطه‌ی ۲ حاصل می‌شود. با توجه به این که میزان انرژی کرنشی تنها به توابع شکل وابسته می‌باشد، مقدار آن مستقل از میزان و نوع بارگذاری می‌باشد.

$$U = \frac{D}{2} \int_0^b \int_0^a \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dx dy \quad (2)$$

$$U_p = D \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N \frac{1}{2} C_{mn} K_{mnpq} C_{pq} \quad (3)$$

تعداد جملات در جهت‌های x و y با هم برابر بوده و برابر با N در نظر گرفته شده است. بنابراین در مجموع N^2 جمله در محاسبات در نظر گرفته می‌شود.

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (4)$$

در رابطه‌ی ۴، E مدول الاستیسیته، t ضخامت ورق و U ضریب پواسون ورق می‌باشد. همچنین در رابطه‌ی ۴ ماتریس سختی ناشی از انرژی کرنشی که با K_{mnpq} نشان داده شده است، ملاحظه می‌شود.

(5)

$$K_{mnpq} = D \left[\int_0^a \frac{\partial^2 f_m(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 f_p(x)}{\partial x^2} dx \int_0^b g_n(y) g_q(y) dy + \int_0^a f_m(x) f_p(x) dx \int_0^b \frac{\partial^2 g_n(y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 g_q(y)}{\partial y^2} dy \right] +$$

$$\nu D \left\{ \int_0^a f_m(x) \frac{\partial^2 f_p(x)}{\partial x^2} dx \int_0^b \frac{\partial^2 g_n(y)}{\partial y^2} g_q(y) dy + \int_0^a \frac{\partial^2 f_m(x)}{\partial x^2} f_p(x) dx \int_0^b g_n(y) \frac{\partial^2 g_q(y)}{\partial y^2} dy \right\} +$$

$$2(1-\nu) D \int_0^a \frac{\partial f_m(x)}{\partial x} \frac{\partial f_p(x)}{\partial x} dx \int_0^b \frac{\partial g_n(y)}{\partial y} \frac{\partial g_q(y)}{\partial y} dy$$

۲-۲- انرژی ناشی از کار خارجی

برخلاف انرژی کرنشی که تنها به توابع شکل وابسته می‌باشد انرژی ناشی از کار خارجی که در رابطه‌ی ۶ به آن اشاره شده است، وابسته به نوع بار اعمال شده است که در هر مسئله باید با توجه به نوع بارگذاری به محاسبه‌ی آن پرداخت.

$$V = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N \frac{1}{2} C_{mn} (K_G)_{mnpq} C_{pq} \quad (6)$$

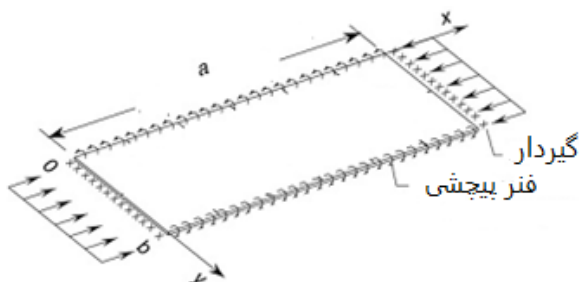
با مشتق‌گیری از تابع جابه‌جایی نسبت به ضریب ریتز داریم:

$$\frac{\partial w}{\partial x} = C_{mn} \frac{\partial f_m(x)}{\partial x} g_n(y) = C_{pq} \frac{\partial f_p(x)}{\partial x} g_q(y) \quad (7)$$

در اینجا ورق تحت فشار محوری است. بنابراین ماتریس سختی هندسی به شکل رابطه‌ی ۸ حاصل می‌شود:

$$(K_G)_{mnpq} = N \int_0^a \frac{\partial f_m(x)}{\partial x} \frac{\partial f_p(x)}{\partial x} dx \int_0^b g_n(y) g_q(y) dy \quad (8)$$

۲-۳- انرژی کرنشی ناشی از فنرهای پیچشی



شکل ۲: ورق مستطیلی با در نظر گرفتن فنر پیچشی تحت بار فشاری

انرژی کرنشی ذخیره شده در فنر با استفاده از رابطه‌ی ۹ حاصل می‌شود:

(۹)

$$U_\theta = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N \frac{1}{2} C_{mn} (K_\theta)_{mnpq} C_{pq}$$

پس ماتریس سختی مربوط به فنرها با استفاده از رابطه‌ی ۱۰ به دست می‌آید:

$$(K_\theta)_{mnpq} = \left(\frac{\partial f_m(y)}{\partial y} \frac{\partial f_p(y)}{\partial y} \Big|_{y=0} + \frac{\partial f_m(y)}{\partial y} \frac{\partial f_p(y)}{\partial y} \Big|_{y=b} \right) K_\zeta \int_0^a g_n(x) g_q(x) dx \quad (10)$$

که مقدار سختی ناشی از اعمال فنر پیچشی در جهت X از رابطه ۱۱ به دست می‌آید:

$$K_\zeta = (2 * D * x_r) / b \quad (11)$$

این رابطه‌ی b عرض ورق فولادی و K_ζ سختی دورانی می‌باشند.

در رابطه‌ی ۱۱ سختی ناشی از فنر پیچشی به دست می‌آید. در این رابطه D صلبیت خمشی که از رابطه‌ی ۳ تعیین می‌شود. x_r ضریب سختی پیچشی می‌باشد که از رابطه‌ی ۱۲ تعیین می‌شود:

$$x_r = \left(\frac{t_w}{t_f} \right)^3 \frac{r}{\rho} \quad (12)$$

$$r = 1 - \left(\frac{t_f b_w}{t_w b_f} \right)^2 \quad (13)$$

$$\rho = \frac{1}{\pi} \tanh\left(\frac{\pi b_w}{4b_f}\right) \left[1 + \frac{\frac{\pi b_w}{2b_f}}{\sinh\left(\frac{\pi b_w}{2b_f}\right)} \right] \quad (14)$$

در روابط (۱۲)، (۱۳) و (۱۴) b_f و t_f به ترتیب عرض و ضخامت ورق مورد نظر می‌باشند. b_w و t_w به ترتیب عرض و ضخامت ورق مجاور به ورقی که بار کمانش آن محاسبه شده است [۳۵].

۲-۴- انرژی کرنشی ناشی از سختی صفحه‌ی بتنی

منظور از کمانش یک طرفه، وجود یک صفحه‌ی صلب بتنی، در یک طرف ورق فولادی می‌باشد که از کمانه کردن ورق در جهت مورد نظر جلوگیری می‌کند. در این تحقیق بتن موجود در درون محفظه‌ی فولادی مانند یک فونداسیون با سختی بالا مدل‌سازی می‌شود. این فونداسیون به صورت شبکه‌ای از فنرهای با سختی بالا و با مختصات (x_g, y_g) تعریف شده است.

با توجه به توضیحات فوق، انرژی ناشی از صفحه‌ی صلب به صورت رابطه‌ی ۱۵ ظاهر می‌شود و به انرژی کل اضافه می‌گردد.

$$S_c = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N \frac{1}{2} C_{mn} (K_s)_{mnpq} C_{pq} \quad (15)$$

در نهایت ماتریس سختی فونداسیون K_s به صورتی که در رابطه‌ی ۱۶ نشان داده شده است تعریف می‌شود.

$$(K_s)_{mnpq} = X k_{found} f_m(x_g) g_n(y_g) f_p(x_g) g_q(y_g) \quad (16)$$

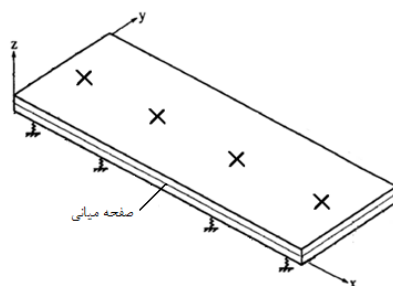
$$X = \begin{cases} 0 & \text{جدا از هم} \\ 1 & \text{در تماس با هم} \end{cases} \quad (17)$$

در رابطه‌ی ۱۷، k_{found} سختی صفحه بتنی و X تابع اتصال می‌باشد. زمانی که ورق از صفحه‌ی بتنی جدا باشد تابع اتصال صفر و زمانی که ورق به صفحه‌ی بتنی متصل باشد مقدار آن را یک در نظر می‌گیریم.

انرژی پتانسیل کل π در صورت عدم وجود میل‌مه‌ار به صورت رابطه‌ی ۱۸ محاسبه می‌شود.

$$\pi = U_p + U_\theta + S - V \quad (18)$$

۲-۵- مدل سازی میل مهارها



شکل ۳: پیچ معادل فنر

در شکل ۳ مشاهده می شود در مکانی که قرار است میل مهارها از ایجاد تغییر شکل در راستای z در آن نقطه جلوگیری کنند، در مختصات آن نقطه فنری با سختی زیاد در نظر می گیریم. در واقع میل مهار قرار داده شده در ورق، باعث می شود که ورق در آن نقطه در صفحه میانی خود باقی بماند و تغییر شکل کلی ورق وابسته به تعداد و موقعیت مکانی میل مهار تغییر کند. برای بررسی اثر میل مهارها در کمانش ورق فولادی یک مسئله بهینه یابی که تابع هدف آن تابع انرژی پتانسیل کل می باشد و با قیود ایجاد شده در محل میل مهارها حل می شود. برای حل مسئله بهینه یابی مقید از روش ضرائب لاگرانژ استفاده می شود. جابجایی ورق فولادی در موقعیت میل مهار k به صورت معادله ۱۹ می باشد.

$$w_k(x_k, y_k) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, r \quad (19)$$

r تعداد میل مهارها و w_k جابجایی ورق فولادی در محل قرارگیری میل مهار k می باشد که به صورت معادله ۲۰ و بر حسب ضرائب ریتز (c) نمایش داده شده است.

$$w_k = \mathbf{P}_k \mathbf{c}, \quad k = 1, 2, \dots, r \quad (20)$$

\mathbf{P}_k ماتریس جابه جایی ورق در محل میل مهار k در مختصات (x_k, y_k) می باشد. با استفاده از روش لاگرانژ برای در نظر گرفتن اثر میل مهارها با اختصاص ضرائب لاگرانژ β_k جمله ی انرژی پتانسیل ناشی از قیود میل مهارها به صورت رابطه ۲۰ می باشد.

$$\pi^\beta = \sum_{k=1}^r r w_k \quad (21)$$

با جایگذاری رابطه ۱۹ در رابطه ۲۱ انرژی پتانسیل ناشی از قیود، میل مهار به صورت رابطه ۲۲ نمایش داده می شود.

$$\pi^\beta = \sum_{k=1}^r \beta_k \mathbf{P}_k \mathbf{c} \quad (22)$$

انرژی پتانسیل کل با وجود میل مهار به صورت رابطه ۲۳ ارائه می شود.

$$\pi^a = \pi + \pi^\beta \quad (23)$$

با صفر کردن مشتق تابع پتانسیل نسبت به ضرائب c می توان نوشت:

$$\left[\frac{\partial \pi}{\partial \mathbf{c}} + \sum (\beta_k \mathbf{P}_k) \right] \delta \mathbf{c} = 0 \quad (24)$$

همچنین مشتق نسبت به ضرائب β_k به صورت رابطه‌ی ۲۵ صفر می‌شود:

$$(w_k) \delta \beta_k = 0 \quad (25)$$

روابط ۲۴ و ۲۵ به صورت مختصر به فرم ماتریسی معادله‌ی ۲۶ نوشته می‌شوند.

$$(\mathbf{K}'_p + \mathbf{K}'_s - \mathbf{K}'_G) \begin{Bmatrix} \mathbf{c} \\ \boldsymbol{\beta} \end{Bmatrix} = 0 \quad (26)$$

$$\mathbf{K}' = \mathbf{K}'_p + \mathbf{K}'_s, \quad \mathbf{c}' = \begin{Bmatrix} \mathbf{c} \\ \boldsymbol{\beta} \end{Bmatrix} \quad (27)$$

در اینجا \mathbf{K}'_p ، \mathbf{K}'_s و \mathbf{K}'_G به ترتیب ماتریس سختی ناشی از انرژی کرنشی ورق، ماتریس سختی ناشی از صفحه‌ی صلب بتنی و ماتریس سختی ناشی از کار نیروهای خارجی (ماتریس پایداری) می‌باشند که با تغییرات جزئی در ماتریس‌های \mathbf{K}_p ، \mathbf{K}_s و \mathbf{K}_G حاصل شده است. با توجه به روابط ۲۶ و ۲۷ داریم.

$$|\mathbf{K}' - \mathbf{K}'_G| \mathbf{c}' = 0 \quad (28)$$

باتوجه به اینکه در زمان کماتش نقاط تماس نهایی میان ورق و سطح بتن از ابتدا مشخص نیست، روش حل پیچیده می‌شود. متفاوت بودن ضریب سختی در هر دو جهت برای جابه‌جایی مثبت و منفی، یک ضریب غیر خطی در سیستم معرفی می‌کند. بنابراین برای به دست آوردن بار کماتش نیاز به حل یکسری معادلات غیرخطی داریم. یک روش تکرار لازم خواهد بود تا ناحیه‌ی تماس را تعریف کرده و سیستم غیر خطی را حل نماید. مراحل حل عبارت‌اند از:

(۱) ماتریس سختی ورق \mathbf{K}_p و ماتریس پایداری \mathbf{K}_G مشخص می‌شوند.

(۲) سیستم $(\mathbf{K}_p - \mathbf{K}_G) \mathbf{c} = 0$ حل می‌شود.

(۳) با بررسی $w = \mathbf{P} \mathbf{c}$ در نقاط مختلف، وضعیت تماس کنترل شده و فعال یا غیرفعال بودن صفحه‌ی صلب بررسی می‌شود و ماتریس سختی صفحه‌ی صلب (\mathbf{K}_s) نیز اضافه می‌شود.

(۴) ماتریس سختی کل با در نظر گرفتن اثر پیچ‌ها تعیین می‌شود. $\mathbf{K}' = \mathbf{K}'_p + \mathbf{K}'_s$

(۵) معادله‌ی $|\mathbf{K}' - \mathbf{K}'_G| \mathbf{c}' = 0$ حل می‌شود.

(۶) مقدار مشخصه به دست آمده با مقدار قبل مقایسه می‌شود، اگر همگرایی مورد قبول باشد به مرحله‌ی ۷ رفته، در غیر این صورت به مرحله‌ی ۳ برمی‌گردیم.

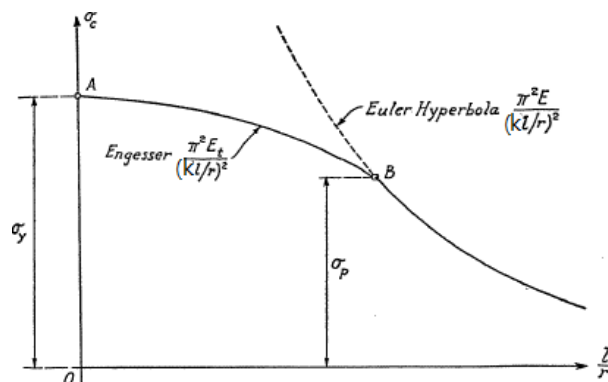
(۷) مقادیر مشخصه و بردارهای مشخصه پذیرفته می‌شود.

در ادامه مقادیر بار بحرانی (N_{cr}) در هر مرحله را با حل مسئله‌ی مقادیر ویژه محاسبه می‌کنیم و سپس ضریب بار کماتش بحرانی (k_{cr}) را مطابق رابطه‌ی ۲۸ به دست می‌آوریم.

$$k_{cr} = \frac{N_{cr} b^2}{\pi^2 D} \quad (29)$$

۳-۵- کمانش موضعی الاستو پلاستیک ورق‌های فولادی در ستون‌های CFT مستطیلی تحت فشار محوری

در نمودار شکل ۴ منحنی مربوط به تنش بحرانی به نسبت لاغری یک ستون، مشاهده می‌شود [۳۷].



شکل ۴: منحنی تنش بحرانی به نسبت لاغری ستون [۳۷]

با توجه به شکل ۴ در محدوده الاستو پلاستیک فرم معادله به صورت سهمی می‌باشد، بنابراین معادله درجه دومی به صورت رابطه‌ی (۳۰) در نظر گرفته و با اعمال شرایط مرزی در رابطه‌ی شکل ۴ ضرایب مجهول A و B را تعیین می‌کنیم. شرط مرزی در نقطه‌ی A، $\sigma_{cp} = \sigma_y$ و در نقطه‌ی B، $\sigma_{cp} = \sigma_p$ می‌باشد.

$$\sigma_{cp} = A + B \left(\frac{kl}{r} \right)^2 \quad (30)$$

با به دست آوردن ضرایب A و B مقدار تنش σ_{cp} به صورت رابطه‌ی ۳۱ به دست می‌آید. [۳۲]

$$\sigma_{cp} = \sigma_y - \frac{(\sigma_y - \sigma_p) * \sigma_p}{\pi^2 E} * \left(\frac{kl}{r} \right)^2 \quad (31)$$

در رابطه‌ی ۳۱ تنش تسلیم و $\sigma_p = 0.5\sigma_y$ در نظر گرفته شده است. از طرفی σ_{cp} مطابق رابطه‌ی ۳۲ می‌باشد.

$$\sigma_{cp} = \frac{\pi^2 E \tau}{\left(\frac{kl}{r} \right)^2} : \tau = \frac{E_t}{E} \quad (32)$$

با جایگذاری رابطه‌ی ۳۲ در رابطه‌ی ۳۱ نتیجه به شکل رابطه‌ی ۳۳ حاصل می‌شود.

$$\sigma_{cp} = \sigma_y - (\sigma_y - \sigma_p) * \sigma_p \frac{\tau}{\sigma_c} \quad (34)$$

وقتی که ورق تحت بار محوری خالص قرار می‌گیرد تنش در جهت x به محدوده الاستوپلاستیک می‌رسد. بنابراین شیب منحنی تنش کرنش در این محدوده برابر E_t خواهد بود. اما تنش در جهت y در محدوده الاستیک می‌ماند. و شیب منحنی تنش کرنش در محدوده الاستیک برابر E می‌باشد. بنابراین رفتار سازه رفتار غیر ایزوتروپیک خواهد بود و معادله ورق به صورت رابطه‌ی ۳۵ می‌شود [۳۵].

$$D \left(\tau \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\sqrt{\tau} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (35)$$

برای ورق مستطیلی طولی با تقریب خوبی می‌توان از رابطه‌ی ۳۶ استفاده کرد.

$$\sigma_{crp} = \frac{\pi^2 E k \sqrt{\tau}}{12(1-\nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2} \quad (36)$$

اگر $\alpha = \frac{a}{b} < 1$ باشد، تنش خمشی در جهت y و تنش‌های برشی ناچیز می‌شوند و در $\alpha = 0$ برابر صفر می‌شوند. و ورق مانند ستونی به طول a عمل می‌کند. در ورق‌ها برای در نظر گرفتن رفتار الاستوپلاستیک می‌توانیم از رابطه‌ی ۳۶ استفاده کنیم و محققین به این نتیجه رسیدند که بهتر است از $\sqrt{\tau}$ استفاده کنند چرا که نتایج بهتری را نتیجه می‌دهد [۳۵]. مطابق مرجع [۳۵] برای محاسبه ضریب کاهش τ از رابطه‌ی ۳۲ استفاده می‌شود. در اینجا E_t مدول مماسی و E مدول الاستیک ورق فولادی می‌باشد، که زمانی که رابطه‌ی تنش کرنش فولاد در دسترس باشد قابل محاسبه می‌باشد [۳۵].

$$\sigma_{cre} = \frac{\pi^2 E k}{12(1-\nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2} > \sigma_p \quad (37)$$

$$\sigma_{crp} = \sigma_{cre} \sqrt{\tau} \quad (38)$$

همینطور رابطه‌ی ۳۴ را می‌توان برحسب τ به صورت رابطه‌ی ۳۹ به دست آورد.

$$\tau = \frac{\sigma_{crp} (\sigma_y - \sigma_{crp})}{\sigma_p (\sigma_y - \sigma_p)} \quad (39)$$

در نتیجه با جایگذاری رابطه‌ی ۳۹ در رابطه‌ی ۳۸ نتیجه به صورت رابطه‌ی ۴۰ تعیین می‌شود.

$$\sigma_{crp} = \sigma_{cre} \sqrt{\frac{\sigma_{crp} (\sigma_y - \sigma_{crp})}{\sigma_{crp} (\sigma_y - \sigma_p)}} \quad (40)$$

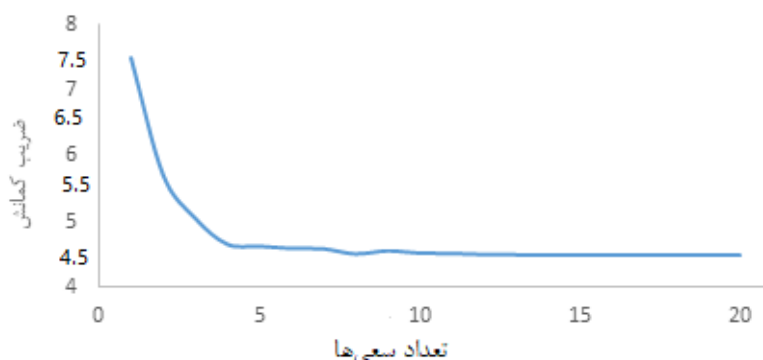
با حل معادله‌ی ۴۰، مقدار تنش ناشی از تحلیل الاستوپلاستیک، σ_{crp} به صورت رابطه‌ی ۴۱ به دست می‌آید:

$$\sigma_{crp} = \frac{\sigma_{cre}^2}{\sigma_p (\sigma_y - \sigma_p) + \sigma_{cre}^2} \sigma_y \quad (41)$$

۳- نتایج عددی

۳-۱- شرایط مرزی مفصلی در چهار طرف ورق

در محاسبات کمانش الاستیک، با توجه به حجم مسئله ضریب کمانش یک‌طرفه‌ی ورق، تعداد تکرار روند حل مسئله تغییر می‌کند. نمودار نشان داده شده در شکل ۵ روند همگرایی برای تعداد تکرار برای ورق با ابعاد یکسان و با وجود یک میل‌مه‌ار در ورق تحت بارگذاری محوری خالص نشان داده شده است.



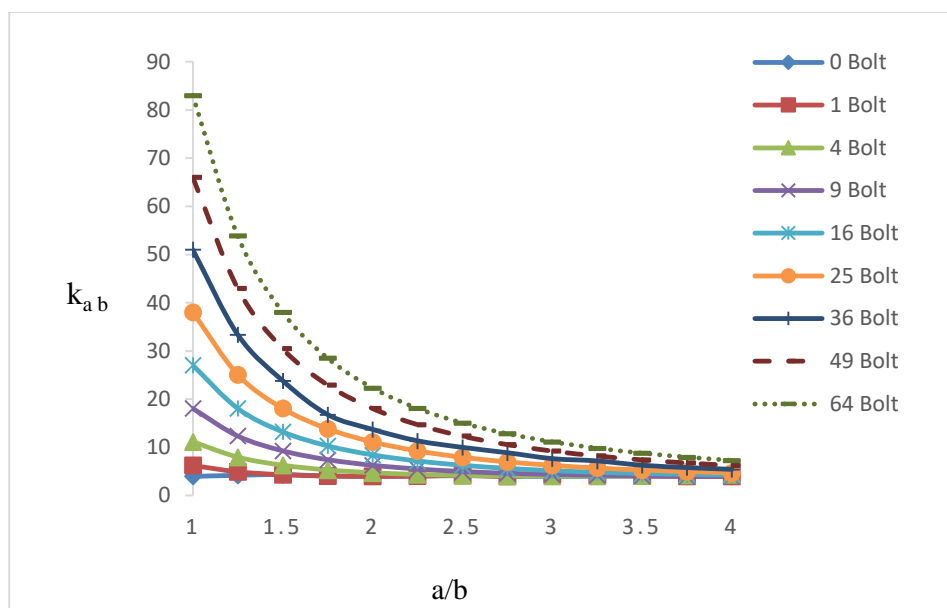
شکل ۵: روند همگرایی ضریب بار کمانش محوری ورق مربعی با یک میل‌مه‌ار بر حسب تعداد سعی‌های مختلف

در جدول ۱ ضرایب بار کمانش یک‌طرفه و دوطرفه ورق بدون میل‌مه‌ار و با میل‌مه‌ار و در جدول ۲ ضرایب بار کمانش یک‌طرفه و دوطرفه ورق بدون میل‌مه‌ار و با میل‌مه‌ار برای بارگذاری فشار خالص برای نسبت ابعاد مختلف نشان داده شده است. k_{ab} و k_{au} به ترتیب ضریب کمانش فشاری دوطرفه و یک‌طرفه می‌باشد. و r تعداد میل‌مه‌ارهای استفاده شده می‌باشد. در اینجا ابعاد ورق و تعداد میل‌مه‌ار در هر دو جهت برابر می‌باشند.

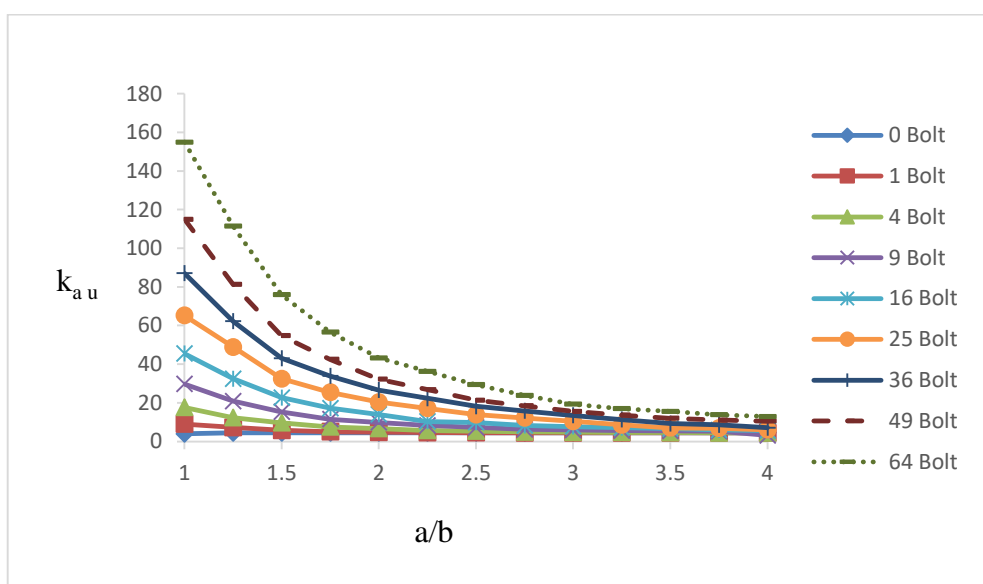
جدول ۱: ضرایب بار کمانش فشاری دوطرفه (k_{ab}) و یک‌طرفه (k_{au}) در ورق بدون میل‌مه‌ار

| k_{au} [۵] | k_{au} | k_{ab} [۵] | k_{ab} | a/b |
|--------------|----------|--------------|----------|-----|
| ۴,۰۰۰۰ | ۴,۰۰۰۰ | ۴,۰۰۰۰ | ۴,۰۰۰۰ | ۱ |
| ۴,۵۰۰۰ | ۴,۵۰۰۱ | ۴,۰۰۰۰ | ۴,۰۰۰۰ | ۲ |
| ۴,۵۰۰۰ | ۴,۵۰۰۴ | ۴,۰۰۰۰ | ۴,۰۰۰۰ | ۳ |

با توجه به نتایج حاصل از تحلیل، منحنی ضرایب کمانش یک‌طرفه و دوطرفه برای هر مدل تحت بارگذاری نیروی محوری در شکل ۶ و ۷ نمایش داده شده است. در این نمودارها محور افقی و قائم به ترتیب نشان‌دهنده‌ی نسبت ابعاد (a/b) و مقادیر ضرایب کمانش بحرانی به ترتیب k_{ab} و k_{au} می‌باشند. در نمودار محور سمت راست شکل ۶ تعداد میل‌مه‌ارهای به کار رفته در ورق را نشان می‌دهند و نتایج برای صفر تا ۶۴ میل‌مه‌ار بررسی شده است. با مشاهده‌ی این نمودار در نگاه اول کاهش ضرایب بحرانی با افزایش نسبت ابعاد ورق مشاهده می‌شود. سپس افزایش ضرایب کمانش با افزایش تعداد میل‌مه‌ارها در ورق را مشاهده می‌کنیم. از مقایسه‌ی نمودارهای دو-طرفه (شکل ۶) و یک‌طرفه (شکل ۷) متوجه می‌شویم که در حالت کمانش یک‌طرفه، صفحه‌ی بتنی در افزایش ضریب کمانش بحرانی دخیل است



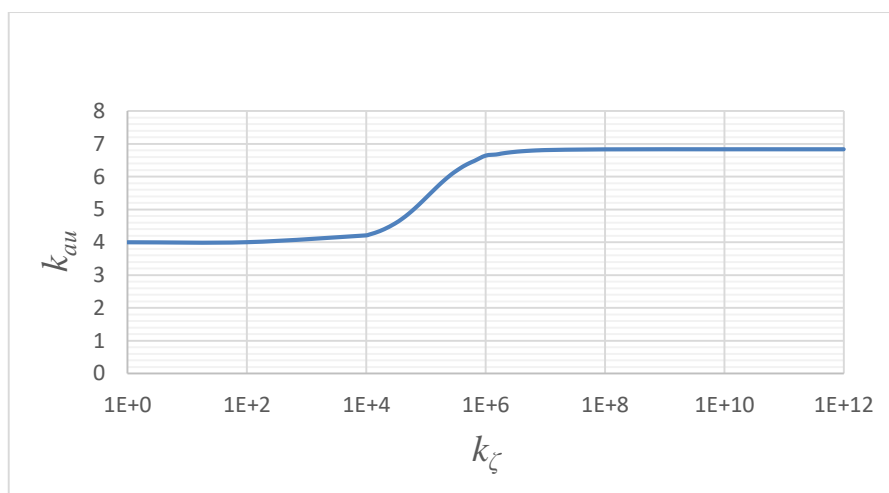
شکل ۶: ضرائب بار کمانش دوطرفه نسبت به ابعاد مختلف برای بارگذاری فشاری



شکل ۷: ضرائب بار کمانش یک طرفه نسبت به ابعاد مختلف برای بارگذاری فشاری

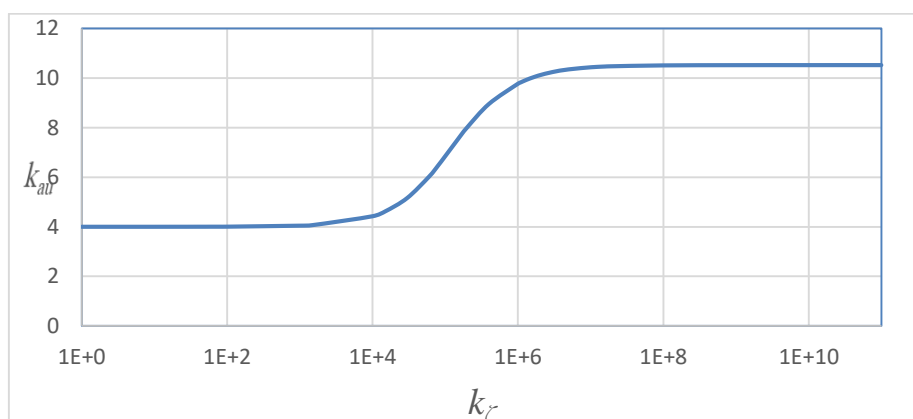
۲-۳- شرایط مرزی ورق

در نمودار شکل ۸ روند تغییرات ضرایب کمانش یکطرفه ورق با ابعاد $a/b=1$ و با در حالتی که شرایط تکیه‌گاهی در دو جهت به صورت مفصل و در دو جهت دیگر شرایط گیرداری اعمال شده، تحت بار محوری نشان داده شده است. در اینجا محور افقی مقدار سختی فنر پیچشی و محور عمودی مقدار ضرایب کمانش یکطرفه را نشان می‌دهد. با توجه به شرایط تکیه‌گاهی نمودار نشان داده شده مشاهده می‌شود که روند تغییرات به صورت منطقی بوده و ضریب کمانش در حالت چهار طرف مفصل (سختی پیچشی صفر) برابر ۴، و در حالت دو طرف گیردار (سختی پیچشی بی‌نهایت) برابر با ۶٫۸۳ به دست می‌آید. که با نتایج مرجع [۵] سازگار است. نمودار ارائه شده در شکل ۸ از دقت بالایی برخوردار است و تغییرات ضرائب بار کمانش یکطرفه ورق فولادی تحت بارگذاری محوری را در این حالت به صورت منطقی و صحیح نشان می‌دهد.



شکل ۸: روند تغییرات ضرائب بار کمانش یک طرفه ورق تحت بارگذاری محوری

در نمودار شکل ۹ نیز روند تغییرات ضرائب کمانش یک طرفه ورق با ابعاد $a/b=1$ و در حالتی که شرایط مرزی در چهار طرف گیردار باشد، تحت بار محوری نشان داده شده است. با توجه به شرایط تکیه گاهی نمودار نشان داده شده مشاهده می شود که روند تغییرات به صورت منطقی بوده و ضریب کمانش در شرایط مرزی مفصلی (سختی پیچشی صفر) برابر ۴ و در شرایط مرزی گیردار (سختی پیچشی بی نهایت) برابر با ۱۰٫۰۸ به دست می آید. که با نتایج مرجع [۵] سازگار است. لازم به ذکر است که شرایط مرزی گیردار با بی نهایت فرض کردن سختی پیچشی در آن جهت ها حاصل شده است.



شکل ۹- روند تغییرات ضرائب بار کمانش یک طرفه ورق تحت بارگذاری محوری

۳-۳- شرایط مرزی در حالت استفاده از فنر پیچشی در هر دو جهت

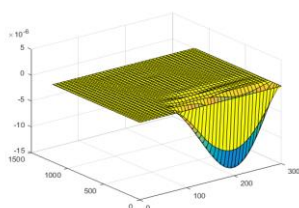
تنش های حاصل از اعمال نیروی فشاری در ورق در نسبت های مختلفی از ابعاد درحالتی که ورق بدون میل مهار و ورق با وجود میل مهار باشد در جداول ۴ و ۵ آورده شده است. در جداول مذکور a ، b و t ابعاد ورق، r_1 و r_2 تعداد ردیف های میل مهارهای استفاده شده در هر دو جهت x و y می باشند. در این جداول σ_{0l} ، σ_{cre} و σ_{cp} به ترتیب تنش حاصل از تحلیل الاستیک، تنش از حاصل از تست آزمایشگاهی [۳۵] و تنش حاصل از تحلیل الاستوپلاستیک حاضر می باشند. تنش حاصل از تحلیل الاستوپلاستیک همین مقاله در رابطه ی (۲۹) می باشد.

جدول ۴- مقادیر تنش بحرانی حاصل از تحلیل الاستیک در ورق تحت فشار خالص در لحظه کمانش یک طرفه

| σ_{cre} (Mpa) [تحقیق حاضر] | σ_{cre} (Mpa) [۳۴] | r_2 | r_1 | a/b |
|-----------------------------------|---------------------------|-------|-------|------------------------------|
| 1209/6 | 1330 | 1 | 8 | a=1200mm b=300mm t=6mm |
| 1530/56 | 1330 | 2 | 8 | |

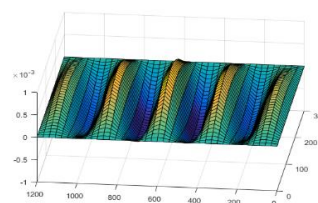
جدول ۵- مقادیر تنش بحرانی حاصل از تحلیل غیر الاستیک در ورق تحت فشار خالص در لحظه کمانش یک طرفه

| σ_{crp} (Mpa) [تحقیق حاضر] | σ_{crp} (Mpa) [۳۵] | σ_{0l} (Mpa) [۳۵] | r_2 | r_1 | a/b |
|-----------------------------------|---------------------------|--------------------------|-------|-------|---|
| 448/43 | 886 | 465 | 1 | 8 | a=1200mm b=150mm t=6mm Fy=465Mpa |
| 454/5 | 1023 | 465 | 2 | 8 | |

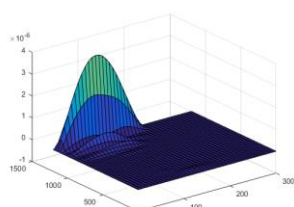


ب) کمانش یکطرفه

شکل ۱۰: کمانش ورق با ابعاد a=1200 b=150 t=6mm و تعداد میل مهار $r_1=8$ $r_2=1$

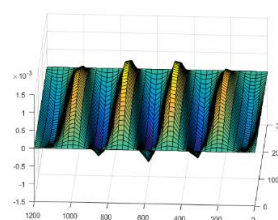


الف) کمانش دوطرفه



ب) کمانش یکطرفه

شکل ۱۱: کمانش ورق با ابعاد a=1200 b=300 t=6mm و تعداد میل مهار $r_1=8$ $r_2=2$



الف) کمانش دوطرفه

۳-۴- شرایط مرزی گیردار در جهت y و استفاده از فنر پیچشی در جهت x

در این جداول σ_{cre} ، σ_{0l} و σ_{crp} به ترتیب تنش حاصل از تحلیل الاستیک، تنش از حاصل از تست آزمایشگاهی [۳۵] و تنش حاصل از تحلیل الاستوپلاستیک حاضر می‌باشند. تنش حاصل از تحلیل الاستوپلاستیک همین مقاله رابطه‌ی (۲۹) می‌باشد. نتایج به دست آمده از تحلیل انجام شده با نرم افزار متلب با نتایج تحلیلی و آزمایشگاهی به دست آمده از مرجع [۳۵] مقایسه شده است. در این حالت مقدار سختی در جهت y با در نظر گرفتن شرایط گیرداری برابر بی نهایت فرض شده است. واحد تنش در همه مسائل که مورد

بررسی قرار گرفته است مگاپاسکال می باشد. همچنین در ادامه شکل های مربوط به کمانش دوطرفه و یک طرفه ورق فولادی در حالت بارگذاری فشاری ترسیم شده اند.

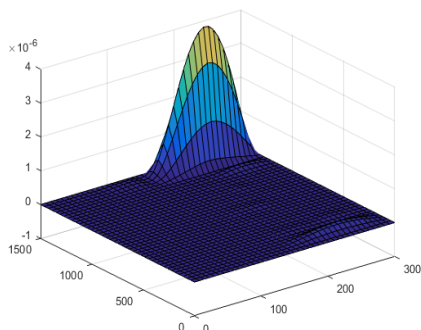
جدول ۶- مقادیر تنش بحرانی حاصل از تحلیل الاستیک در ورق تحت فشار خالص در لحظه کمانش یک طرفه

| σ_{cre} (Mpa) [تحقیق حاضر] | σ_{cre} (Mpa) [۳۴] | r_2 | r_1 | a/b |
|-----------------------------------|---------------------------|-------|-------|------------------------------|
| 1838 | 1030/7 | 1 | 10 | a=1500mm b=300mm t=6mm |
| 7077/38 | 1158/4 | 2 | 10 | |

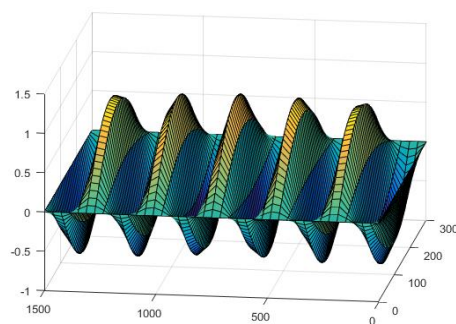
نتایج حاصل از تحلیل غیر الاستیک نشان می دهد افزایش تعداد میل مهارها از یک تعداد بیشتر تاثیر قابل توجهی در بار بحرانی ورق ایجاد نمی کند. زیرا در آن محدوده گسیختگی به صورت تسلیم ورق رخ می دهد.

جدول ۷- مقادیر تنش بحرانی حاصل از تحلیل غیر الاستیک در ورق تحت فشار خالص در لحظه کمانش یک طرفه

| σ_{crp} (Mpa) [تحقیق حاضر] | σ_{crp} (Mpa) [۳۵] | σ_{ol} (Mpa) [۳۵] | r_2 | r_1 | a/b |
|-----------------------------------|---------------------------|--------------------------|-------|-------|--|
| 378/41 | 855 | 382/5 | 1 | 10 | a=1500mm b=150 mm t=6mm Fy=382/5Mpa |
| 382/22 | 1004 | 382/5 | 2 | 10 | |

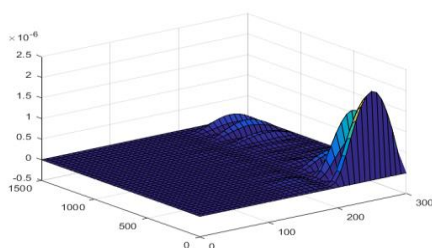


ب) کمانش یک طرفه

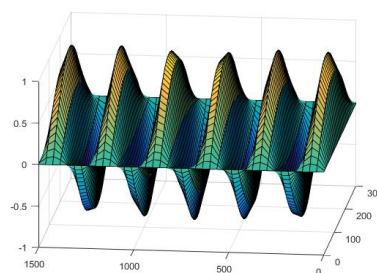


الف) کمانش دوطرفه

شکل ۱۲: کمانش ورق با ابعاد a=1500 b=300 t=6mm و تعداد میل مهار $r_1=10$ $r_2=1$



کمانش یکطرفه (ب)



کمانش دوطرفه (الف)

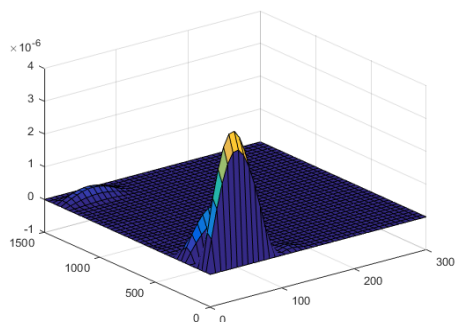
شکل ۱۳: کمانش ورق با ابعاد $a=1500$ $b=300$ $t=6$ mm و تعداد میل مهار $r_2=2$ و $r_1=10$

جدول ۸- مقادیر تنش بحرانی حاصل از تحلیل الاستیک در ورق تحت فشار خالص در لحظه کمانش یک طرفه

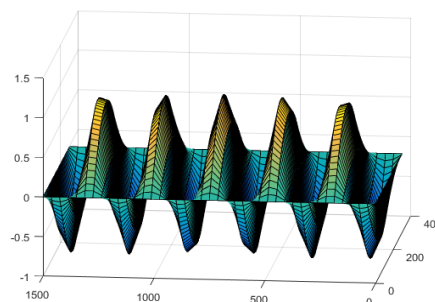
| σ_{cre} (Mpa) [تحقیق حاضر] | σ_{cre} (Mpa) [۳۴] | r_2 | r_1 | a/b | |
|-----------------------------------|---------------------------|-------|-------|-------|---------------------|
| 2160/05 | 481/2 | 2 | 10 | t=4mm | a=1500mm b=300mm |
| 3135/5 | 1769/1 | 1 | 10 | t=8mm | a=1500mm b=300mm |

جدول ۹- مقادیر تنش بحرانی حاصل از تحلیل غیر الاستیک در ورق تحت فشار خالص در لحظه کمانش یک طرفه

| (Mpa) [تحقیق حاضر] σ_{crp} | (Mpa) σ_{crp} [۳۵] | (Mpa) σ_{ol} [۳۵] | r_2 | r_1 | a/b | |
|--------------------------------------|---------------------------|--------------------------|-------|-------|----------------------|---------------------|
| 339/8 | 417 | 341/9 | 2 | 10 | Fy=341/9Mpa t=4mm | a=1500mm b=300mm |
| 386/5 | 1481 | 388 | 1 | 10 | Fy=388Mpa t=8mm | a=1500mm b=300mm |

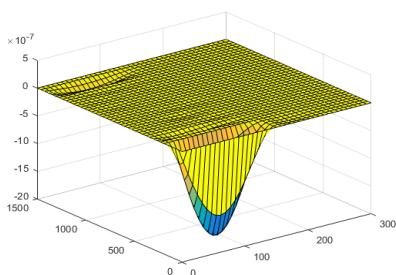


کمانش یکطرفه (ب)

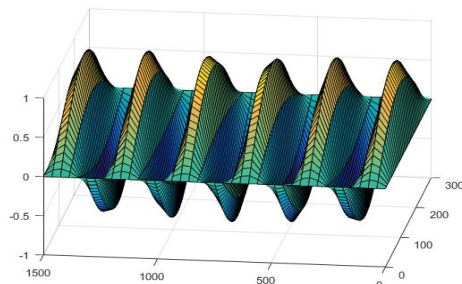


کمانش دوطرفه (الف)

شکل ۱۴: کمانش ورق با ابعاد $a=1500$ $b=300$ $t=4$ mm و تعداد میل مهار $r_2=2$ و $r_1=10$



ب) کمانش یکطرفه



الف) کمانش دوطرفه

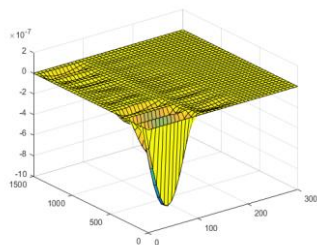
شکل ۱۵: کمانش ورق با ابعاد $a=1500$ $b=300$ $t=8\text{mm}$ و تعداد میل مهار $r_1=10$ $r_2=1$

جدول ۱۰- مقادیر تنش بحرانی بحرانی حاصل از تحلیل الاستیک در ورق تحت فشار خالص در لحظه کمانش یک طرفه

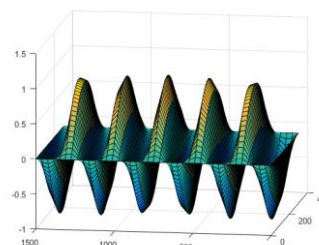
| σ_{cre} (Mpa) [تحقیق حاضر] | σ_{cre} (Mpa) [۳۴] | r_2 | r_1 | a/b | |
|-----------------------------------|---------------------------|-------|-------|--------|---------------------|
| 878/6 | 2007/6 | 2 | 10 | t=8mm | a=1500mm b=300mm |
| 6993/75 | 3299 | 1 | 10 | t=12mm | |

جدول ۱۱- مقادیر تنش بحرانی حاصل از تحلیل غیر الاستیک در ورق تحت فشار خالص در لحظه کمانش یک طرفه

| σ_{crp} (Mpa) [تحقیق حاضر] | (Mpa) σ_{crp} [۳۵] | σ_{ol} (Mpa) [۳۵] | r_2 | r_1 | a/b | |
|-----------------------------------|---------------------------|--------------------------|-------|-------|---------------------|---------------------|
| 387/77 | 1740 | 388 | 2 | 10 | Fy=388Mpa t=8mm | a=1500mm b=300mm |
| 344/77 | 3299 | 345 | 1 | 10 | Fy=345Mpa t=12mm | |

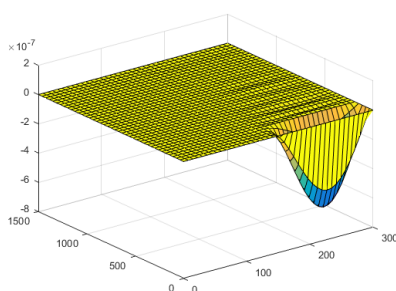


ب) کمانش یکطرفه

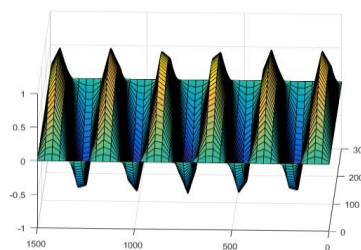


الف) کمانش دوطرفه

شکل ۱۶: کمانش ورق با ابعاد $a=1500$ $b=300$ $t=8\text{mm}$ و تعداد میل مهار $r_1=10$ $r_2=2$



ب) کمانش یکطرفه



الف) کمانش دوطرفه

شکل ۱۷: کمانش ورق با ابعاد $a=1500$ $b=300$ $t=12\text{mm}$ و تعداد میل مهار $r_1=10$ $r_2=1$

با توجه به اینکه در مرجع [۳۵] ابعاد واقعی ورق در نظر گرفته نشده و بدون در نظر گرفتن اثر میل مهارها، a را به گونه‌ای در نظر می‌گیرد که بار کمانش مینیمم شود، جداول بررسی شده نشان می‌دهند که نتایج مربوط به تحلیل الاستیک در بعضی از موارد از نتایج به دست آمده در مرجع ۳۵ حاصل از کار تحلیلی، بیشتر و بعضی از موارد هم کمتر می‌باشد. مرجع ۳۵ مقدار عرض ورق (b) را ثابت فرض می‌کند و مقدار a که در جهت طولی ورق هست را به گونه‌ای تنظیم می‌کند که مقدار بهینه بار کمانش به دست آید. با این کار که دقیقاً با حالت واقعی منطبق نیست اثر میل مهارها نیز در نظر گرفته نمی‌شود. بنابراین اگر در محدود a از میل مهار استفاده شود بار کمانش مرجع ۳۵ از پاسخ پژوهش حاضر بیشتر می‌شود و اگر میل مهارها خارج از محدوده a باشد مقدار کمتری را نتیجه می‌دهد. این در حالی است که نتایج پژوهش حاضر برخلاف روش قبلی، با نتایج آزمایشگاهی کاملاً تطابق دارد. چراکه در اینجا مسئله‌ی واقعی در نظر گرفته شده و هم اثر میل مهارها و هم شرایط مرزی به درستی در نظر گرفته شده است. این موضوع بیانگر دقت بالا و روش منطقی هست که در این پژوهش لحاظ شده است و به طبع نتایج خوب و منطقی را نتیجه می‌دهد.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق برای تحلیل مسائل، برنامه‌نویسی در فضای متلب انجام شده است. این فرآیند برای بدست آوردن بار کمانش موضعی الاستو پلاستیک یک‌طرفه ورق فولادی با تعداد میل مهارهای مختلف با استفاده از روش ریلی ریتز استفاده شده است. در این پژوهش سعی شده است مزایای استفاده‌ی توأم بتن با ورق‌های فولادی که توسط میل مهارهایی به یکدیگر متصل شده‌اند، مورد بررسی قرار گیرد. در این میان در نظر داشتن موضوعاتی همچون اندرکنش سازه‌های بتنی و فولادی و تأثیر متقابل کمانشی صفحه‌ی بتنی و ورق فولادی از اهمیت خاصی برخوردار است. همچنین موارد جدیدی که این مطالعه را منحصر به فرد می‌کنند، بررسی حالات مختلف بارگذاری و شرایط تکیه‌گاهی و آرایش‌های مختلف مقید کردن ورق فولادی و استفاده از روش انرژی است که با همگرایی نتایج، مقادیر دقیقی را نسبت به سایر روش‌ها به دست می‌دهد.

در این تحقیق برای تحلیل مسائل، برنامه‌نویسی در فضای متلب انجام شده است. این فرآیند برای بدست آوردن بار کمانش موضعی الاستو پلاستیک یک‌طرفه ورق فولادی با تعداد میل مهارهای مختلف با استفاده از روش ریلی ریتز استفاده شده است. در این پژوهش سعی شده است مزایای استفاده‌ی توأم بتن با ورق‌های فولادی که توسط میل مهارهایی به یکدیگر متصل شده‌اند، مورد بررسی قرار گیرد. در این میان در نظر داشتن موضوعاتی همچون اندرکنش سازه‌های بتنی و فولادی و تأثیر متقابل کمانشی صفحه‌ی بتنی و ورق فولادی از اهمیت خاصی برخوردار است. همچنین موارد جدیدی که این مطالعه را منحصر به فرد می‌کنند، بررسی حالات مختلف بارگذاری و شرایط تکیه‌گاهی و آرایش‌های مختلف مقید کردن ورق فولادی و استفاده از روش انرژی است که با همگرایی نتایج، مقادیر دقیقی را نسبت به سایر روش‌ها به دست می‌دهد.

برای افزایش سختی و مقاومت ستون‌های *CFT*، ورق‌های فولادی با استفاده از میل‌مه‌ار متصل می‌شوند. در کمانش دوطرفه ورق در هر دو جهت برای کمانه کردن آزاد می‌باشد، در حالی که در کمانش یک‌طرفه صفحه‌ی صلب بتنی باعث کمانش در یک جهت و محدود کردن تغییر شکل در جهت دیگر می‌شود. در این تحقیق با استفاده از روش ریلی ریتز ضرائب کمانش الاستیک در حالت‌های کمانش یک-طرفه و دوطرفه برای یک ورق مستطیلی با و بدون وجود میل‌مه‌ار با اعمال شرایط مرزی مفصلی، استفاده از فنر پیچشی در دو طرف ورق و نهایتاً اعمال شرایط گیر داری در یک جهت و استفاده از فنر پیچشی در سمت دیگر ورق محاسبه شده است. همچنین نشان داده شد که روش ریلی ریتز یک روش مؤثر برای آنالیز کمانش ورق با تعداد میل‌مه‌ارهای مختلف در تماس با صفحه‌ی صلب می‌باشد. برای در نظر گرفتن قیده‌های مربوط به میل‌مه‌ارها روی کمانش ورق‌ها، از روش ضرائب لاگرانژ استفاده شد که نتایج مطلوبی نسبت به نتایج مطالعات گذشته حاصل شد. نتایج حاصل از این تحقیق با نتایج سایر محققین در کمانش یک‌طرفه و دوطرفه ورق مقایسه گردید و نتایج به دست آمده علاوه بر اینکه با نتایج حاصل از کار آزمایشگاهی کاملاً منطبق شد، نتایج سایر محققین را نیز اصلاح کرد و می‌توان گفت نتایج به دست آمده نسبت به پژوهش‌های انجام شده توسط سایر محققین از دقت خوبی برخوردار است. همچنین در این تحقیق تاثیر فواصل میل‌مه‌ارها را در مقادیر تنش‌های بحرانی بررسی شد. نتایج نشان داد با افزایش تعداد میل‌مه‌ارها بیش از یک حد مشخص تاثیر قابل توجهی در تنش بحرانی ورق ایجاد نمی‌شود.

مراجع

- [1] Smith, John, and Alex Coull. *Analysis & Design*. Wiley and sons, New York, 1991.
- [2] Uy, B., and Mark Andrew Bradford. "Local buckling of thin steel plates in composite construction: Experimental and theoretical study." *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings* 110, no. 4 (1995): 426-440.
- [3] Wright, H. D. "Buckling of plates in contact with a rigid medium." *Structural Engineer* 71, no. 12 (1993).
- [4] Smith, Scott T., M. A. Bradford, and D. J. Oehlers. "Elastic buckling of unilaterally constrained rectangular plates in pure shear." *Engineering Structures* 21, no. 5 (1999): 443-453.
- [5] Smith, Scott Thomas, Mark Andrew Bradford, and Deric John Oehlers. "Local buckling of side-plated reinforced-concrete beams. II: experimental study." *Journal of Structural Engineering* 125, no. 6 (1999): 635-643.
- [6] Smith, Scott Thomas, Mark Andrew Bradford, and Deric John Oehlers. "Local buckling of side-plated reinforced-concrete beams. I: Theoretical study." *Journal of Structural Engineering* 125, no. 6 (1999): 622-634.
- [7] Huang, M-H., and D. P. Thambiratnam. "Analysis of plate resting on elastic supports and elastic foundation by finite strip method." *Computers & Structures* 79, no. 29-30 (2001): 2547-2557.
- [8] Hedayati, P., M. Azhari, A. R. Shahidi, and M. A. Bradford. "On the use of the Lagrange Multiplier Technique for the unilateral local buckling of point-restrained plates, with application to side-plated concrete beams in structural retrofit." *Structural Engineering and Mechanics* 26, no. 6 (2007): 673-685.
- [9] Rahai, A., and F. Hatami. "Evaluation of composite shear wall behavior under cyclic loadings." *Journal of constructional steel research* 65, no. 7 (2009): 1528-1537.
- [10] Rahai, A., and F. Hatami. "Evaluation of composite shear wall behavior under cyclic loadings." *Journal of constructional steel research* 65, no. 7 (2009): 1528-1537.
- [11] Dayyani, Iman, Masih Moore, and Alireza Shahidi. "Unilateral buckling of point-restrained triangular plates." *Thin-Walled Structures* 66 (2013): 1-8.
- [12] Furlong, Richard W. "Strength of steel-encased concrete beam columns." *Journal of the Structural Division* 93, no. 5 (1967): 113-124.
- [13] Furlong, Richard W. "Design of steel-encased concrete beam-columns." *Journal of the Structural Division* 94, no. 1 (1968): 267-282.
- [14] Knowles, Robert B., and Robert Park. "Strength of concrete filled steel columns." *Journal of the structural division* (1969).

- [15] Tomii, Masahide. "Experimental studies on concrete filled steel tubular stub columns under concentric loading." In *Proceedings of International Colloquium on Stability of Structures Under Static and Dynamic Loads, SSRC/ASCE/Washington, DC*. (1977).
- [16] Ge, Hanbin, and Tsutomu Usami. "Strength of concrete-filled thin-walled steel box columns: experiment." *Journal of structural engineering* 118, no. 11 (1992): 3036-3054.
- [17] Ge, H. B., and T. Usami. "Strength analysis of concrete-filled thin-walled steel box columns." *Journal of Constructional Steel Research* 30, no. 3 (1994): 259-281.
- [18] Schneider, Stephen P. "Axially loaded concrete-filled steel tubes." *Journal of structural Engineering* 124, no. 10 (1998): 1125-1138.
- [19] Uy, Brian. "Strength of concrete filled steel box columns incorporating local buckling." *Journal of Structural Engineering* 126, no. 3 (2000): 341-352.
- [20] Uy, Brain. "Strength of short concrete filled high strength steel box columns." *Journal of Constructional Steel Research* 57, no. 2 (2001): 113-134.
- [21] Sakino, Kenji, Hiroyuki Nakahara, Shosuke Morino, and Isao Nishiyama. "Behavior of centrally loaded concrete-filled steel-tube short columns." *Journal of structural engineering* 130, no. 2 (2004): 180-188.
- [22] Liu, Dalin, and Wie-Min Gho. "Axial load behaviour of high-strength rectangular concrete-filled steel tubular stub columns." *Thin-Walled Structures* 43, no. 8 (2005): 1131-1142.
- [23] Roeder, Charles W., Dawn E. Lehman, and Ryan Thody. "Composite action in CFT components and connections." *ENGINEERING JOURNAL-AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION INC* 46, no. 4 (2009): 229-242
- [24] Ou, Zhijing, Baochun Chen, Kai H. Hsieh, Marvin W. Halling, and Paul J. Barr. "Experimental and analytical investigation of concrete filled steel tubular columns." *Journal of Structural Engineering* 137, no. 6 (2011): 635-645..
- [25] Abed, Farid, Mohammad AlHamaydeh, and Suliman Abdalla. "Experimental and numerical investigations of the compressive behavior of concrete filled steel tubes (CFSTs)." *Journal of Constructional Steel Research* 80 (2013): 429-439.
- [26] Abdalla, Suliman, Farid Abed, and Mohammad AlHamaydeh. "Behavior of CFSTs and CCFSTs under quasi-static axial compression." *Journal of Constructional Steel Research* 90 (2013): 235-244.
- [27] Wang, Ying-Tao, Jian Cai, and Yue-Ling Long. "Hysteretic behavior of square CFT columns with binding bars." *Journal of Constructional Steel Research* 131 (2017): 162-175.
- [28] Wang, Zhi-Bin, Zhong Tao, Lin-Hai Han, Brian Uy, Dennis Lam, and Won-Hee Kang. "Strength, stiffness and ductility of concrete-filled steel columns under axial compression." *Engineering Structures* 135 (2017): 209-221.
- [29] Liang, Qing Quan. "Nonlinear analysis of circular double-skin concrete-filled steel tubular columns under axial compression." *Engineering Structures* 131 (2017): 639-650.
- [30] Dong, C. X., A. K. H. Kwan, and J. C. M. Ho. "A constitutive model for predicting the lateral strain of confined concrete." *Engineering Structures* 91 (2015): 155-166.
- [31] Liang, Qing Quan, Brian Uy, and JY Richard Liew. "Local buckling of steel plates in concrete-filled thin-walled steel tubular beam-columns." *Journal of Constructional Steel Research* 63, no. 3 (2007): 396-405.
- [32] Chen, Cheng-Cheng, Jen-Wen Ko, Guo-Luen Huang, and Ying-Muh Chang. "Local buckling and concrete confinement of concrete-filled box columns under axial load." *Journal of Constructional Steel Research* 78 (2012): 8-21.
- [33] Cai, Jian, and Zhen-Qiang He. "Axial load behavior of square CFT stub column with binding bars." *Journal of Constructional Steel Research* 62, no. 5 (2006): 472-483..
- [34] Cai, Jian, and Yue-ling Long. "Local buckling of steel plates in rectangular CFT columns with binding bars." *Journal of Constructional Steel Research* 65, no. 4 (2009): 965-972.
- [35] Long, Yue-Ling, and Lin Zeng. "A refined model for local buckling of rectangular CFST columns with binding bars." *Thin-Walled Structures* 132 (2018): 431-441.
- [36] Wan, Jun, Jian Cai, Yue-Ling Long, and Qing-Jun Chen. "Local buckling of rectangular concrete-filled steel tubular columns with binding bars under eccentric compression." *Advances in Structural Engineering* (2020): 1369433220911117.

[37] Bleich, Friedrich. "Buckling strength of metal structures." *Mc Graw-Hill Book Company, Inc., Cardnr. 51-12588* (1952).