

new method of calculating natural frequency of tall pyramidal buildings for tube-in-tube and tube with shear wall systems

Mohammad Babaei¹, Yaghoub Mohammadi^{2*}, Amin Ghannadiasl³

1- PhD student of Structural Engineering, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran

2 -Associate Professor of Civil Engineering, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran

3 -Associate Professor of Civil Engineering, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran

ABSTRACT

The need for adequate and appropriate living and working spaces and population density and the increasing cost of land and use of high-rise buildings requires growing research on these structures. The tube system is one of the most suitable structural systems for high-rise buildings. The purpose of this study was to obtain one of the most important dynamic properties, namely the natural frequency (ω) for a number of tall buildings with a pyramidal tube system. A tube-in-tube approximate method for analyzing and calculating the natural frequency of a combined pyramidal tube system with shear wall pyramid is presented. The size of the pyramid angle of the tube frame varies with the length (height) of the structure. The proposed method enables us to calculate the natural frequency of vertical and curved tall buildings with the help of computer programming. The models were analyzed using finite element form and mathematical analytical method. The results show that the investigated method correctly calculates the natural frequency and is in good agreement with the finite element results and has better compatibility with pyramidal angle structures with higher altitude, and the resulting computational error is much lower. The results of the proposed mathematical model provide an easy-to-use method for understanding the dynamic properties of structures and the effects of angle-frequency variations. Furthermore, this analytical method has the least error for tube systems with shear wall and the highest error for tube-in-tube pyramidal systems.

ARTICLE INFO

Receive Date: 08 December 2019

Revise Date: 01 June 2020

Accept Date: 29 June 2020

Keywords:

Pyramidal tube system natural
Frequency

Flexural stiffness

Computer programming tube-
in-tube

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: <https://dx.doi.org/10.22065/jsce.2020.210855.2019>

*Corresponding author: Yaghoub Mohammadi

Email address: yaghoubm@uma.ac.ir

روش جدید برآورد فرکانس طبیعی ساختمان‌های بلند هرمی برای سیستم لوله در لوله و لوله با دیوار برشی

محمد بابایی^۱، یعقوب محمدی^{۲*}، امین قنادی اصل^۳

۱- دانشجوی دکتری، محقق اردبیلی، اردبیل، ایران

۲- دانشیار گروه مهندسی عمران، محقق اردبیلی، اردبیل، ایران

۳- دانشیار گروه مهندسی عمران، محقق اردبیلی، اردبیل، ایران

چکیده

نیاز انسان به فضاهای مناسب برای زندگی و کار از یک سو، تراکم جمعیت و افزایش قیمت زمین و استفاده هر چه بیشتر از ساختمان‌هایی با ارتفاع بالا از سوی دیگر، نیاز به تحقیقات در خصوص این سازه‌ها را افزایش می‌دهد. سیستم لوله‌ای هرمی یکی از سیستم‌های سازه‌ای مناسب برای ساختمان‌هایی با ارتفاع بالاست. هدف از این تحقیق بدست آوردن یکی از ویژگی‌های مهم دینامیکی یعنی فرکانس طبیعی (0) برای تعدادی از ساختمان‌های بلند با سیستم لوله‌ای و لوله‌ای هرمی است و نیز یک روش تقریبی برای تجزیه، تحلیل و محاسبه فرکانس طبیعی با سیستم لوله‌ای هرمی ترکیبی با دیوار برشی و لوله در لوله هرمی ارائه می‌شود. اندازه زاویه هرم قاب لوله‌ای نسبت به امتداد قائم (طول ارتفاع) سازه متغیر می‌باشد. این روش پیشنهادی ما را قادر می‌سازد تا با کمک برنامه نویسی رایانه‌ای، فرکانس طبیعی ساختمان‌های بلند لوله‌ای عمودی و هرمی شکل را محاسبه کنیم و مدل‌ها به دو صورت المان محدود و روش تحلیلی ریاضی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. نتایج به دست آمده بر اساس کاربرد روش این تحقیق حاکی از آن است که روش مورد بررسی فرکانس طبیعی را به درستی مورد محاسبه قرار می‌دهد و انطباق خوبی با نتایج المان محدود دارد. این نتایج سازگاری بهتری با سازه‌های بدون زاویه هرمی با ارتفاع بالا داشته و مقدار خطای محاسباتی حاصله بسیار کم می‌باشد. نتایج حاصل از مدل پیشنهادی ریاضی که روش ساده‌تری برای استفاده می‌باشد، به بررسی ویژگی‌های دینامیکی سازه و اثر تغییرات زاویه بر فرکانس می‌پردازد. این روش تحلیلی کمترین خطا را برای سیستم‌های لوله در لوله و بیشترین خطا را برای سیستم‌های لوله‌ای ترکیبی با دیوار برشی هرمی و قائم نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: سیستم لوله‌ای هرمی، فرکانس طبیعی، سختی خمشی، ساختمان بلند، لوله در لوله.

شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:				
doi:	https://dx.doi.org/10.22065/jsce.2020.210855.2019	چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
	10.22065/jsce.2020.210855.2019	۱۴۰۰/۰۶/۳۱	۱۳۹۹/۰۴/۰۹	۱۳۹۹/۰۴/۰۹	۱۳۹۹/۰۳/۱۲	۱۳۹۸/۰۹/۱۷
			*نویسنده مسئول:		یعقوب محمدی	
			پست الکترونیکی:		yaghoubm@uma.ac.ir	

۱- مقدمه

تخمین فرکانس طبیعی ساختمان‌های بلند برای ارزیابی پاسخ ساختمان به اثر باد یا زلزله بسیار مهم می‌باشد. یکی از پارامترهای مهم در ساختمان‌های باریک شونده هرمی، محاسبه فرکانس طبیعی ارتعاشی سازه (w، رادیان در ثانیه) می‌باشد. در این راستا ابداع روش‌های جدید و ساده‌تر ضروری است. در این مطالعه سعی بر آن شده است که روشی جدید و تقریبی برای محاسبه و برآورد فرکانس با استفاده از روابط دینامیک سازه برای سیستم‌های لوله‌ای با دیوار برشی، لوله در لوله و لوله هرمی ارائه گردد و با به‌کارگیری محاسبات نرم افزاری مورد مقایسه قرار گیرند. ساختمان‌های بلند که دارای سختی و جرم متغیری در ارتفاع می‌باشند، با مقاطع متغیر جعبه‌ای شکل در امتداد طول سازه معادل می‌شوند. رفتار دقیق دینامیکی سازه‌ها از طریق تحلیل‌های سه بعدی، مانند تحلیل اجزاء محدود بدست می‌آید که برای درک بهتر رفتار سیستم سازه‌ای یک ساختمان بلند و باریک، سیستم لوله‌ای را به سیستمی می‌توان تشبیه کرد که در آن یک ستون قوطی توخالی از زمین کنسول شده است. بنابراین قسمت بیرونی ساختمان در برابر نیروهای جانبی رفتار لوله‌ای از خود نشان می‌دهد و آن را یک قاب گیردار سه بعدی در اطراف قسمت خارجی ساختمان برای مقاومت در برابر همه نیروهای جانبی و عمودی طراحی شده در نظر می‌گیریم. ابعاد و فاصله ستون‌ها و مقاومت خمشی تیرهای محیطی مستقیماً بر رفتار لوله‌ای سیستم قاب لوله‌ای تأثیر می‌گذارد. سیستم سازه هرمی که با افزایش ارتفاع باریک‌تر می‌شود، با کم کردن مساحت پلان سطح بادگیر در طبقه‌های بالایی ساختمان کاهش می‌یابد و در نتیجه شدت باد و به دنبال آن فشار باد اضافی نیز کاهش می‌یابد. اهمیت دادن به رأس آیرودینامیکی ساختمان بلند مرتبه نقش مهمی در طراحی سازه و معماری ایفا می‌کند و ساختمان با فرم شیب‌دار و هرمی باریک شونده به سمت بالا، شمایی معماریانه و نمادی از ادغام سازه با معماری است. باریک شدن شکل سازه به سبب شیب داخل رونده نما، باعث کاهش سطح تأثیر نیروی باد در طبقه‌های بالاتر ساختمان شده و همچنین باعث کاهش شدت باد و مازاد فشار بار باد که از نیروهای زلزله بحرانی‌تر می‌باشند، شده است. فرم‌های استوانه‌ای مخروطی، هرمی و پیچ خورده از جمله فرم‌های ساختمانی بهینه هستند. باریک شدن ساختمان در ارتفاعات بالاتر به فرم‌های زیر می‌باشند: ۱- کاهش تدریجی، مخروطی و هرمی؛ ۲- شکست و عقب‌نشینی که روش‌های مؤثری برای کاهش واکنش‌های عمود بر وزش باد در طراحی ساختمان می‌باشند. تشخیص ویژگی‌های یک ساختمان که آن را به عنوان ساختمان بلند طبقه‌بندی می‌کنند، کار دشواری است. به‌طور کلی از نظر سازه‌ای، ساختمانی بلند است که ارتفاع آن باعث شود در طراحی آن شرایط ویژه‌ای لحاظ گردد و یا سازه‌ای را که پیوند آن از ۰/۷ ثانیه بیشتر باشد، سازه بلند می‌گویند. برخی هم نسبت ارتفاع به بعد سازه را ملاک این طبقه‌بندی دانسته و نسبت‌های ارتفاع به بعد $\pi/5$ ، π ، $\pi/2$ و $\pi/3$ را به ترتیب مربوط به سازه بسیار بلند، بلند، متوسط و کوتاه می‌دانند. با افزایش روزافزون ارتفاع و لاغری ساختمان‌های بلند، پاسخ دینامیکی در مقابل باد، از عوامل مهم در معیار آسایش ساکنین ساختمان‌های بلند محسوب می‌گردد. سازه بلند به صورت یک تیر طره‌ای قائم به همراه جرم‌های متمرکز در گره‌ها مدل‌سازی گردیده است [۱]. با توجه به افزایش جمعیت در شهرها، ساختمان‌های بلند و به ویژه سازه‌های لوله قابی برای مهندسان ساختمان مهم بوده است. سازه‌های لوله قابی شبیه تیرهای قوطی شکل یکسر گیردار عمل می‌نمایند و از آنجا که ابعادی بزرگتر از ابعاد هسته‌های برشی دارند، به‌طور مؤثرتری در مقابل لنگرهای واژگونی مقاومت می‌کنند [۲].

۲- اقدامات انجام شده و کارهای گذشته تحقیق

در ساختمان‌های لوله‌ای، روش‌های تقریبی ارائه شده برای تجزیه و تحلیل ارتعاش آزاد سازه‌ها، راه حلی مناسب برای مرحله طراحی اولیه است. بسیاری از محققان با استفاده از رویکردهای مختلف، ارتعاش آزاد سازه‌های بلند را بررسی کرده‌اند. یک فرمول برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی سازه‌های لوله‌ای در ساختمان‌های بلند به طور مستقیم از معادلات دیفرانسیل مرتبه چهارم بدست می‌آید [۳]. لی، راه حلی تقریبی برای آنالیز ارتعاش آزاد ساختمان‌های بلند لوله‌ای ارائه داده است [۴]. در ساختمان‌های بلند با سیستم لوله‌ای، ستون‌ها و تیرهای اطراف سازه وظیفه تحمل بارهای جانبی را به عهده دارند. در این سیستم سازه‌ای، کل سازه به صورت یک تیر طره رفتار کرده و ستون‌های سازه در دو وجه مقابل هم به‌طور یکنواخت به کشش و فشار عمل می‌نمایند [۵]. یک مدل تحلیلی برای آنالیز دینامیکی ساختمان‌های بلند با سیستم سازه‌ای قاب دیوار برشی پیشنهاد شده است [۶]. مدل‌سازی ساختمان بلند توسط یک تیر با سختی متغیر و

جرم تحت تأثیر نیروی محوری متغیر ناشی از وزن سازه شرایط واقعی را برای یک تحلیل دقیق سازه‌ای فراهم می‌کند [۷]. اولین فرکانس طبیعی ساختمان‌های بلند با سیستمی مرکب از لوله قاب‌بندی شده، هسته برشی و خرابایی کمربندی تحت نیروی محوری محاسبه شده است [۸-۹]. روش تحلیلی دیگری مبتنی بر اصول انرژی برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی توسط سیستم‌های لوله‌ای، هسته برشی و مجهز به خراباهای کمربندی ارائه شده است [۱۰]. تجزیه و تحلیل ارتعاش آزاد با استفاده از روش DQM، معادله دیفرانسیل حاکم برای ارتعاش آزاد همراه با دیوارهای برشی حل شده است [۱۲-۱۷]. فرکانس‌های طبیعی سازه‌های بلند را با استفاده از معادلات انتگرال ضعیف شده محاسبه شده است. معادلات انتگرال فرم ضعیف شده برای تجزیه و تحلیل ارتعاش آزاد تیرهای غیر منشوری نیز ارائه شده است [۱۳-۱۴]. این محققین معادلات دیفرانسیل حاکم را به معادلات انتگرالی شکل ضعیف آن تبدیل کرده‌اند و راه حل جدید و ساده‌ای برای تعیین فرکانس‌های طبیعی ساختارهای لوله‌ای و لوله در لوله ارائه کرده‌اند. این راه حل ارائه شده در فرآیند محاسبات ریاضی بسیار ساده‌تر و کوتاه‌تر می‌باشد. سختی برشی، سختی خمشی و جرم در طول واحد سازه در طول ارتفاع متغیر بوده و تأثیر وزن سازه بر فرکانس‌های طبیعی آن با استفاده از نیروی محوری متغیر در نظر گرفته شده است. از این رو معادله دیفرانسیل جزئی حاکم با ضرایب متغیر به منظور محاسبه فرکانس‌های طبیعی حل می‌شود که توسط محمد نژاد و حاجی کاظمی (۲۰۱۸) ارائه شده است [۱۵-۱۶]. تعیین فرکانس طبیعی ارتعاش اعضای سازه‌ای در تحلیل مسائل دینامیکی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. از سوی دیگر مسئله پایداری یکی از معیارهای اصلی طراحی اعضا است [۱۷]. آنالیز و طراحی سازه‌های بلند، تجزیه و تحلیل و تبیین روش‌های اصولی آنالیز رفتاری انواع مختلف سیستم‌های سازه‌ای ساختمان‌های بلند با استفاده از روش‌های دقیق کامپیوتری و تقریبی آنالیز نیز معرفی شده‌اند [۱۸].

مقاله‌ای با موضوع ساختمان‌های بلند با اشاره خاص به سازه‌های دیوار برشی، معیارهای مهم و خاص طراحی سازه‌ها و انواع فرم-های سازه‌ای حقیقی برای آنالیز اولیه و نهایی انتشار یافته است [۱۹]. یک سیستم سازه‌ای بهینه شده یعنی سیستم سازه‌ای پنتاگرید و شش ضلعی، که برای انتقال بارهای جانبی از طریق نیروهای محوری در اعضای آن طراحی شده است. سیستم سازه‌ای لوله‌ای قاب‌دار با ایجاد اتصالات صلب و سخت بین چندین ستون با فاصله نزدیک و تیرهای عمیق در محیط سازه ایجاد می‌شود [۲۰]. سازه‌های لوله در لوله با استفاده از یک رویکرد پیوسته که در آن دو تیر به صورت جداگانه توسط یک تیر لوله‌ای مدل می‌شوند. این تجزیه و تحلیل‌ها با استفاده از اصل انرژی حداقل پتانسیل انجام می‌شوند و نتایج به دست آمده با نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل عناصر محدود مقایسه می‌گردند [۲۱]. یک روش تحلیلی ساده توسط Takabatake و همکاران (۱۹۹۳) ارائه شده است. برای استفاده در مراحل اولیه طراحی از سیستم قاب لوله‌ای تکی و دوتایی متقارن در سازه‌های مرتفع استفاده می‌شود. این روش ساده شده با جایگزینی لوله با تیر معادل انجام می‌گیرد [۲۲]. یک روش تقریبی به نام روش طبقه محدود (FSM)، برای تجزیه و تحلیل سازه‌های ساختمان بلند تحت بارهای جانبی با روش مبتنی بر زمینه‌های جابجایی گرهی پیشنهاد شده است. در این روش کارایی و صحت روش با مقایسه نتایج به دست آمده از آنالیز عناصر محدود سه بعدی نشان داده شده است [۲۳]. بر اساس تکنیک پیوسته و اصل D'Alembert معادله حاکم بر ارتعاش آزاد و مسئله مقادیر خاص مربوطه به دست می‌آید. با استفاده از روش گالرکین، یک روش کلی برای تجزیه و تحلیل ارتعاش آزاد برای سازه‌های بلند ساختمان، ارائه شده است که از قاب‌ها، دیوارهای برشی و هسته‌های سازه‌ای تشکیل شده باشد و بر اساس روش پیشنهادی مزبور، فرکانس‌های طبیعی بدست می‌آید [۲۴]. روش ساده دیگری برای تجزیه و تحلیل و به دست آوردن محل بهینه سیستم سخت کننده در ارتفاع سازه و ارزیابی سریع تأثیر سیستم سخت کننده (اوتوریگر) در رفتار سازه بلند مرتبه ارائه شده است. در نتیجه تمام پارامترهای سختی بایستی در تجزیه و تحلیل اولیه یک ساختمان بلند پیشنهادی گنجانده شود. یک سخت کننده دارای یک مکان ثابت در ارتفاع سازه می‌باشد درحالی‌که دومی می‌تواند در یک مکان بهینه قرار گیرد. این موقعیت باعث می‌شود حداکثر کاهش انحراف جانبی در بالای ساختمان ایجاد شود. یک نمودار واحد ارزیابی سریع از مکان بهینه برای سخت کننده دوم را امکان‌پذیر می‌سازد [۲۵-۲۶].

بر اساس روش پیوسته و اصل D'Alembert یک روش تحلیلی برای تجزیه و تحلیل فرکانس ساختمان‌هایی که توسط دیوارهای برشی و سازه‌های باریک تهیه شده‌اند، ارائه شده است. بر طبق این اصل معادله دیفرانسیل حاکم بر ارتعاش آزاد و شکل خاص برای مقادیر ویژه‌ای پیشنهاد می‌شود و راه حلی کلی برای تعیین فرکانس‌های طبیعی سازه‌ها بدست می‌آید [۲۷]. یک تئوری اصلاح شده براساس فرضیه اصلی تجزیه و تحلیل سازه‌های قاب دیوار این است که در دو سیستم سازه‌ای متفاوت، تغییر شکل‌ها در حالت‌های برشی و خمشی،

محدود به همدیگر هستند. شرایط مرزی نیز فرض می‌شود که برای هر دو نوع مؤلفه قابل اجرا بوده که براساس رویکرد پیوسته تعمیم یافته است [۲۸]. مفهوم طیف رانش بینابینی به خودی خود مبتنی بر آنالیز ابعادی تیر خمشی با سختی جانبی غیریکنواخت ارائه شده است و بررسی اثرات کاهش سختی جانبی در پاسخ لرزه‌ای و توزیع پاسخ‌های لرزه‌ای عادی را با منحنی‌های مناسب پیش بینی کرده است [۲۹]. وجه تمایز مطالعه حاضر با مطالعات قبلی به این صوت می‌باشد که از سیستم رویکرد پیوسته برای سیستم‌های سازه‌ای لوله در لوله و لوله با دیوار برشی هرمی استفاده شده است. در این روش از یک تیر معادل هرمی استفاده شده است که سختی‌های خمشی، برشی، نیروهای محوری و وزن سازه در طول ارتفاع متغیر می‌باشد درحالی‌که این متغیرها در مطالعات قبلی ثابت در نظر گرفته شده‌اند. مطالعه حاضر در بردارنده‌ی سازه‌های لوله‌ای هرمی و زاویه‌دار می‌باشد ولی کلیه مطالعات قبلی برای زاویه عمودی لوله‌ای انجام گرفته است. سازه مورد مطالعه فلزی می‌باشد ولی در همه مطالعات قبلی اسکلت بتنی در نظر گرفته شده است. فرمول‌ها و پارامترهای به دست آمده هم برای سازه‌های فلزی و هم برای سازه‌های بتنی کاربرد دارند. به غیر از مطالعه صورت گرفته توسط محمد نژاد و حاجی کاظمی (۲۰۱۸)، همه محققین از روش‌های دیگری برای بدست آوردن جواب معادله دیفرانسیل استفاده کرده‌اند. روش‌های پیشین نیروی محوری را وارد محاسبات نکرده‌اند و بیشتر مطالعات فقط سختی خمشی را در نظر گرفته‌اند. در تعدادی از مطالعات نیز فقط سختی خمشی و برشی در نظر گرفته شده‌اند. نویسندگان در این تحقیق سختی خمشی، برشی و نیروی محوری را به طور همزمان وارد محاسبات کرده‌اند. علاوه بر آن اثر زاویه و ارتفاع بر فرکانس نیز مورد بررسی قرار گرفته است، در صورتیکه در کارهای پیشین این پارامتر مد نظر قرار نگرفته است.

۳- فرضیات اساسی، فرمول‌بندی و راه حل

آنالیز یک سازه بلند با منظور نمودن دقیق کلیه مسائل رفتاری اعضا و مواد ساختمانی حتی اگر خواص مواد و ابعاد اعضا کاملاً معلوم باشد عملاً کاری غیرممکن است و اعمال فرضیات ساده کننده برای کاهش حجم مساله امری اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. در این راستا انواع فرضیات تعریف شده است که ممکن است بعضی معتبرتر از بقیه باشند که متداول‌ترین فرضیات معرفی می‌شوند.

مواد: مواد مصالح اعضای سازه‌ای رفتار الاستیک خطی دارند. این فرض امکان جمع آثار نیروها، تغییر مکان‌ها، ترکیب دو اثر خمشی و برشی (روابط ۳ و ۴) و استفاده از روش‌های آنالیز خطی را فراهم می‌سازد. ارائه روش‌های خطی و حل آن‌ها توسط رایانه کار آنالیز سازه‌های بزرگ نامعین را آسان کرده است.

اعضای مؤثر بر رفتار سازه: فقط اعضای اولیه مهم سازه‌ای در رفتار کلی دخالت دارند. با این فرض از اثرات اعضای درجه دوم سازه‌ای و اعضای غیرسازه‌ای به صورت محافظه‌کارانه چشم‌پوشی می‌شود. گرچه این فرض معمولاً قابل قبول است ولی در مواردی استثناً هم وجود دارد.

تاوه‌های کف طبقات: فرض می‌شود که کف‌ها در صفحه صلب هستند. این فرض باعث می‌گردد که تغییر مکان‌های افقی تمام اعضای قائم در تراز طبقات به چرخش و انتقال افقی کف‌ها وابسته باشند. بنابراین تعداد تغییر مکان‌های مجهول به مقدار زیادی کاهش می‌یابد.

سختی‌های قابل چشم‌پوشی: از سختی‌های ناچیز اعضا صرف نظر می‌شود. سختی خمشی عرضی تاوه‌ها، سختی محور فرعی دیوارهای برشی و سختی پیچشی ستون‌ها، تیرها و دیوارها از انواع سختی‌هایی هستند که می‌توان از آنها صرف نظر کرد. استفاده از این فرض به نقش عضو در رفتار سازه بستگی دارد.

تغییر شکل‌های قابل چشم‌پوشی: از تغییر شکل‌های کوچک و کم اثر صرف نظر می‌شود. این تغییر شکل‌ها عبارتند از: تغییر شکل‌های محوری و برشی تیرها، تغییر شکل‌های خمشی و برشی تاوه‌ها و تغییر شکل‌های محوری ستون‌های ساختمان‌های کوتاه و متوسط.

محیط پیوسته و محدودیت‌های آن: ۱- فاصله ستون‌ها و تیرها در طول ارتفاع ساختمان ثابت است؛ ۲- ابعاد کلیه تیرها و ستون‌ها در هر طبقه یکسان است؛ ۳- مواد سازه به صورت خطی الاستیک، ایزوتروپیک، همگن و مطیع قانون هوک است؛ ۴- سیستم سازه در همه

طبقه‌ها متقارن فرض شده است؛ ۵- خواص ساختمان در تمام طول ارتفاع سازه یکنواخت است. با فرض‌های فوق، سازه به‌عنوان یک تیر با یک مقطع جعبه با محیط پیوسته مدل می‌شود.

۳-۱- تبدیل معادله دیفرانسیل جزئی حاکم به فرم ضعیف آن

یک ساختمان بلند را با یک سیستم ترکیبی از لوله قاب‌دار در المان‌های لوله و لوله در نظر بگیرید که دارای جرم و سختی متغیر در طول ارتفاع است و در معرض عمل بارگذاری عرضی، q قرار دارد که در طول ارتفاع توزیع می‌شود. فرم ضعیف شده از معادله‌های دیفرانسیل دستگاه‌های مختلف حاکم برای ارتعاش آزاد تیر با سختی و جرم متغیر، یک معادله دیفرانسیل جزئی با ضرایب متغیر است. بسیاری از تکنیک‌های ریاضی ممکن است برای تعیین حل عددی یا تقریبی این معادله به کار روند. رویکرد ارائه شده در این مقاله برای تبدیل معادله دیفرانسیل جزئی حاکم به یک معادله قابل حل، مبتنی بر تبدیل معادله حاکم به شکل ضعیف آن است. شکل ضعیف معادله دیفرانسیل از طریق ادغام تکراری معادله اولیه بدست می‌آید. ادغام ادامه می‌یابد تا معادله انتگرال حاصل شود. حل ضعیف معادله دیفرانسیل به جای معادله اولیه کاربردهای زیادی در تجزیه و تحلیل اجزا محدود دارد [۹ و ۱۵].

۳-۲- تخمین رفتار سازه‌های لوله‌ای مانند تیر طره

در این قسمت سازه‌های با سیستم لوله‌ای، لوله‌ای با دیوار برشی و یا با سیستم لوله در لوله با یک تیر طره‌ای معادل جایگزین می‌شوند که این تیر سختی خمشی، برشی و جرم متغیر در امتداد ارتفاع دارد. همچنین وزن سازه توسط نیروی محوری متغیر اعمال می‌شود. سطح مقطع تیر معادل به شکل مستطیل توخالی است. پارامترهای الاستیک تیر طره‌ای معادل که شامل مدول الاستیسیته و مدول برشی تیر می‌شود مطابق معادلات ۱ و ۲ بدست می‌آیند [۱۰-۱۷]:

$$E = E_m \quad (1)$$

$$G = \frac{h}{\frac{\Delta_b}{Q} + \frac{\Delta_s}{Q}} \quad (2)$$

$$\frac{\Delta_b}{Q} = \frac{(h - H_b)^3}{12E_m I_c} + \left(\frac{h}{d}\right)^2 \frac{(d - H_c)^2}{12E_m I_b} \quad (3)$$

$$\frac{\Delta_s}{Q} = \frac{(h - H_b)}{G_m A_{sc}} + \left(\frac{h}{d}\right)^2 \frac{(d - H_c)}{G_m A_{sb}} \quad (4)$$

که در این معادله‌ها E_m مدول الاستیسیته مصالح مصرفی، h ارتفاع ستون، d فاصله افقی آکس ستون‌ها از یکدیگر، ارتفاع تیر H_b ، ارتفاع ستون H_c ، ممان اینرسی تیر I_b ، ممان اینرسی ستون I_c ، سطح مقطع ستون A_{sc} ، سطح مقطع تیر A_{sb} ، بار وارد بر سازه، t ضخامت دیواره‌های تیر طره‌ای معادل، G_m مدول برشی مصالح مصرفی، Δ_s تغییر شکل برشی و Δ_b تغییر شکل خمشی سازه بر اثر نیروی Q است. که پارامترهای $\frac{\Delta_s}{Q}$ و $\frac{\Delta_b}{Q}$ را از معادلات ۳ و ۴ بدست آورد [۱۰-۱۷]:

$$t = \frac{A_c}{d} \quad (5)$$

در معادلات ۶ تا ۱۳ سختی خمشی، برشی جرم و نیروی محوری تیر معادل به ترتیب در سیستم لوله‌ای با دیوار برشی و لوله در لوله آمده است. برای سیستم لوله با دیوار برشی:

$$K_S(x) = [K_S(x)]_F + [K_S(x)]_W \quad (۶)$$

$$K_B(x) = [K_B(x)]_F + [K_B(x)]_W \quad (۷)$$

$$m(x) = [m(x)]_F + [m(x)]_W \quad (۸)$$

$$N(x) = \int_x^H g m(x) dx \quad (۹)$$

برای سیستم لوله در لوله:

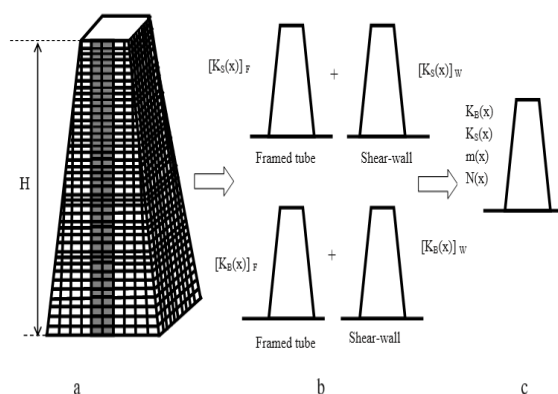
$$K_S(x) = [K_S(x)]_I + [K_S(x)]_O \quad (۱۰)$$

$$K_B(x) = [K_B(x)]_I + [K_B(x)]_O \quad (۱۱)$$

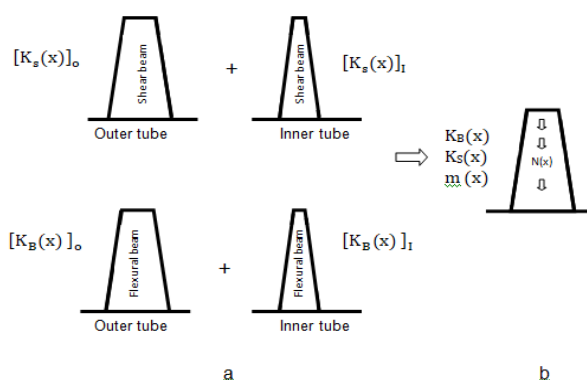
$$m(x) = [m(x)]_I + [m(x)]_O \quad (۱۲)$$

$$N(x) = \int_x^H g m(x) dx \quad (۱۳)$$

که در این معادله‌ها H ارتفاع سازه، g شتاب گرانش، زیرنویس F سیستم لوله‌ای، زیرنویس W دیوار برشی، زیرنویس I لوله داخلی و زیرنویس O لوله خارجی است. سختی خمشی $K_B(x)$ ، سختی برشی $K_S(x)$ ، جرم تیر معادل $m(x)$ ، نیروی محوری تیر معادل $N(x)$ که در شکل‌های ۱ و ۲ معادلات ۶ تا ۱۳ بصورت تصویری نشان داده شده‌اند.



شکل ۱: مدل‌سازی سازه بلند: (a) سیستم لوله و دیوار برشی؛ (b) تیر خمشی و برشی معادل؛ (c) تیر معادل کل سازه با سختی برشی و خمشی و جرم متغیر در ارتفاع بر اثر نیروی محوری متغیر.



شکل ۲: مدل‌سازی سازه بلند: (a) سیستم لوله در لوله با تیر خمشی و برشی معادل؛ (b) تیر معادل کل سازه با سختی برشی و خمشی و جرم متغیر در ارتفاع بر اثر نیروی محوری متغیر.

برای حل معادله دیفرانسیل حاکم بر ارتعاش آزاد یک تیر با سختی و جرم متغیر تکنیک‌های ریاضی مختلفی ارائه شده است. در اینجا، تکنیک ارائه شده توسط محمدنژاد و حاجی کاظمی (۲۰۱۸) [۱۵] مورد استفاده قرار گرفته که برای سازه‌های هرمی فرمول‌های جدیدی بدست آورده شده است. معادله دیفرانسیل فرم ضعیف حاکم بر رفتار تیر با سختی و جرم متغیر که در معرض بارگذاری متغیر q و بار محوری متغیر N قرار دارد به صورت معادله ۱۴ می‌باشد:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[k_B(x) \frac{\partial^2 W(x,t)}{\partial x^2} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[k_s(x) \frac{\partial W(x,t)}{\partial x} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[n(x) \frac{\partial W(x,t)}{\partial x} \right] + m(x) \frac{\partial^2 W(x,t)}{\partial t^2} + q(x,t) = 0 \quad 0 \leq x \leq H \quad (14)$$

که در این معادله $W(x,t)$ جابجایی، $m(x)$ جرم در واحد ارتفاع، $k_B(x)$ سختی خمشی، $k_s(x)$ سختی برشی، $n(x)$ نیروی محوری و $q(x,t)$ توزیع بار جانبی هستند. در حالت نوسان (ارتعاش) آزاد برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. با فرض نوسان هارمونیک $W(x,t) = \omega(x)e^{i\Omega t}$ است که $\omega(x)$ تابع شکل مود است و Ω فرکانس طبیعی سازه است. با قرار دادن این مقادیر و مقادیر معادله ۱۵ در معادله ۱۴، معادله ۱۴ به صورت معادله ۱۶ بدست می‌آید.

$$\xi = \frac{x}{H}, 0 \leq \xi \leq 1, k_B(\xi) = EI_0 K_B(\xi), k_s(\xi) = GA_0 K_s(\xi), n(\xi) = N_0 N(\xi), m(\xi) = m_0(\xi) \quad (15)$$

$$\alpha^2 = \frac{m_0 \Omega^2 H^4}{EI_0}, \quad \beta^2 = \frac{GA_0 H^2}{EI_0}, \quad \gamma^2 = \frac{N_0 H^4}{EI_0}$$

$$\frac{d^2}{d\xi^2} \left[K_B(\xi) \frac{d^2}{dx^2} \omega(\xi) \right] - \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\beta^2 K_s(\xi) \frac{d}{d\xi} \omega(\xi) \right] - \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\gamma^2 N(\xi) \frac{d}{dx} \omega(\xi) \right] - \alpha^2 \omega(\xi) = 0 \quad (16)$$

ممان اینرسی در فاصله $x = 0$ برابر I_0 ، سطح مقطع برابر A_0 ، نیروی محوری برابر N_0 ، جرم سازه m_0 ، α^2 ضرایب بدون بعد جرم، β^2 ضرایب بدون بعد سختی برشی، γ^2 ضرایب بدون بعد نیروی محوری، در معادله‌های ۱۵ و ۱۶ می‌باشد. معادله ۱۶ معادله ارتعاش آزاد سازه‌های بلند بر حسب متغیر بدون بعد ξ است. برای یافتن فرکانس طبیعی از معادله‌ی ۱۶ از طرفین معادله چهار بار انتگرال‌گیری شده است. با دو بار انتگرال‌گیری نیز معادله ۱۶ را می‌توان حل کرد که در این مطالعه از این روش استفاده شده است و در اینجا نیز فرمول‌بندی این روش برای لوله‌های هرمی آورده شده است.

معادله ۱۷ حاصل دو بار انتگرال‌گیری از طرفین معادله ۱۶ است که با اعمال شرایط مرزی ثابت‌های انتگرال نیز بدست آمده و در آن گنجانده شده‌اند.

$$\int_0^1 h_1(\xi, s) M(s) ds + \int_0^1 h_2(\xi, s) M(s) ds + K_B(\xi) M(\xi) = 0 \quad M = \frac{d^2 \omega}{d\xi^2}, \omega(\xi) \\ = \int_0^\xi (\xi - s) M(s) ds \quad (17)$$

$$h_1(\xi, s) = \int_0^s [\beta^2 K_s(s) + \gamma^2 N(s)] ds - \int_0^\xi (\beta^2 K_s(s) + \gamma^2 N(s)) ds - \frac{\alpha^2}{6} (\xi - s)^3 \quad (18)$$

$$h_2(\xi, s) = \frac{\alpha^2}{2} (1 - s)^2 (\xi - 1) - h_1(1, s) \quad (19)$$

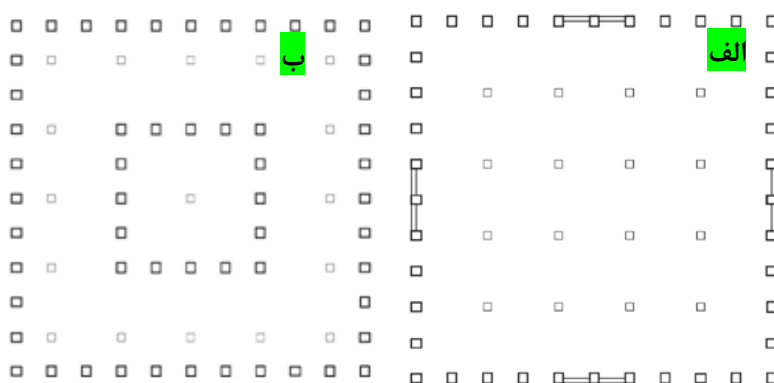
برای بدست آوردن جواب از معادله‌های ۱۷ تا ۱۹ به جای تابع $M(\xi)$ یک سری توانی قرار داده می‌شود. این سری توانی در معادله ۲۰ آورده شده است.

$$M(\xi) = \sum_{r=0}^R C_r \xi^r \quad (20)$$

که در معادله ۲۰، C_r ثابت ناشناخته می‌باشد و بایستی تعیین گردد و R یک عدد مثبت است که تعیین کننده دقت محاسبات است. با قرار دادن معادله ۲۰ در معادله ۱۷ یک سیستم معادلات جبری خطی بدست می‌آید که قابل حل است.

۴- معرفی تعداد و هندسه مدل‌ها

همانطوریکه اشاره شد، تعداد و هندسه مدل‌ها، متغیرهای این مطالعه زاویه هرمی ساختمان و نوع سیستم لوله‌ای هستند. برای بررسی این متغیرها نیاز است که در سیستم‌های سازه‌ای لوله‌ای مختلف زاویه‌ی هرمی را تغییر دهیم و نتایج حاصله را مورد بررسی قرار دهیم. به این منظور، دو سیستم سازه‌ای لوله‌ای شامل: لوله‌ای هرمی ترکیبی با دیوار برشی و لوله در لوله در نظر گرفته می‌شود. برای هر یک از این سیستم‌ها ۳ مدل با ۳ زاویه هرمی ۰، ۱/۲۳ و ۲/۴۵ درجه با انحراف از امتداد قائم (تا لوله داخلی) در نظر گرفته می‌شود. بنابراین مطالعه شامل بررسی ۶ مدل است. همچنین تعداد طبقات در سیستم‌های سازه‌ای همسان ثابت فرض می‌شود. به این منظور مدل‌های با سیستم لوله‌ای با دیوار برشی و لوله در لوله ۴۰، ۵۵ و ۷۰ طبقه در نظر گرفته می‌شوند. طول دهانه‌ها بر روی قاب‌های لوله در تراز همکف ۳ متر در نظر گرفته می‌شوند که به دلیل زاویه هرمی نیز هر چه به طبقات بالاتر برویم طول دهانه‌ها ثابت لحاظ می‌شوند. پارامتر جرم طبقات، یکی از پارامترهای تاثیرگذار در فرکانس طبیعی سازه است. به دلیل وجود زاویه هرمی متغیر، مساحت طبقات در مدل‌های مختلف یکی نیست و در صورت اعمال بار به صورت یکنواخت و برابر در طبقات، جرم طبقات در مدل‌ها برابر نخواهند بود. به جهت اینکه اثرات شکل پلان و همچنین نامنظمی در سازه در نتایج تحقیق تأثیر نداشته باشد، پلان تمام مدل‌ها به صورت کاملاً منظم در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۳: الف- پلان سیستم لوله‌ای با دیوار برشی؛ ب- پلان سیستم لوله در لوله (تمام پلان‌ها در تراز همکف هستند).

۴-۱- جزئیات مدلسازی در نرم افزار

برای ایجاد سیستم لوله‌ای در سازه‌ها، طول دهانه‌های قاب‌های لوله‌ای، مدل‌ها را برابر ۳ متر و طول دهانه‌های دیگر سازه برابر ۶ متر در نظر گرفته می‌شود که اتصال اجزای خارج از سیستم لوله‌ای به اجزای سیستم لوله‌ای از نوع مفصلی خواهد بود و تمام اتصالات در قاب‌های لوله‌ای از نوع صلب در نظر گرفته می‌شوند. تکیه‌گاه تمام ستون‌ها از نوع گیردار در نظر گرفته می‌شود. طبق استاندارد ۲۸۰۰، کل بار مرده (شامل وزن قطعات سازه‌ای و دیافراگم) تشکیل جرم هر طبقه را می‌دهند. با توجه به اینکه مساحت طبقات متغیر است لذا برای محاسبه جرم طبقات باید میزان بار در واحد سطح در مساحت آن طبقه ضرب شود. با در نظر گرفتن بار مرده گسترده، ۹/۵ کیلو نیوتن بر متر مربع (ستون‌ها تیرها و دیافراگم)، میزان بار واحد سطح کلی بدست می‌آید. همچنین بار مرده سازه‌های پیرامونی (ستون‌ها) معادل ۷ کیلو نیوتن بر متر است که با توجه به اینکه محیط پیرامونی طبقات متغیر است، لذا در هر طبقه مقدار متغیری دارد (بار برای سیستم لوله‌ای فلزی چهل طبقه در نظر گرفته شده است).

۴-۲- فرمول‌بندی ریاضی

برای بررسی صحت مدلسازی‌های انجام گرفته یک بار هم با استفاده از روش ریاضی فرکانس طبیعی مدل‌ها مورد محاسبه قرار می‌گیرد. در ابتدا این معادلات برای سیستم‌های لوله‌ای هرمی بدست آورده می‌شوند. به این منظور ابتدا پارامترهای ضخامت تیر معادل، مدول الاستیسیته و مدول برشی محاسبه را می‌کنیم. به دلیل اینکه این پارامترها وابسته به مشخصات تیرها و ستون‌ها هستند، لذا برای هر یک از مدل‌ها متفاوت می‌باشند. بار مؤثر وارد بر کف هر طبقه در محاسبات با q نشان داده می‌شود. همچنین بار معادل سازه پیرامونی با q'

نشان داده شده است. برای محاسبه تابع جرم بر حسب x باید مجموع بار وارد بر کف و بار تیرهای پیرامونی محاسبه گردد. به دلیل اینکه ارتفاع هر طبقه ۳ متر است لذا مجموع بدست آمده تقسیم بر ۳ می شود و همچنین بدلیل اینکه بارهای وارده بر حسب واحد وزن هستند بایستی به g تقسیم گردند تا به واحد جرم تبدیل شوند. معادله ۲۱ تا ۲۳ جرم سازه را بر حسب x (ارتفاع) نشان می دهد.

$$m(x) = \frac{q(a - 2x \tan\theta)^2 + 4q'(a - 2x \tan\theta)}{3g} \quad (21)$$

$$x = 0 \rightarrow m_0 = \frac{qa^2 + 4q'a}{3g} \quad (22)$$

$$m(x) = m_0 \frac{(a - 2x \tan\theta)(4q' + aq - 2qx \tan\theta)}{a(4q' + aq)} \quad (23)$$

برای بدست آوردن نیروی محوری در تیر معادل، از معادلات ۸ تا ۹ و ۱۲ تا ۱۳ استفاده می شود:

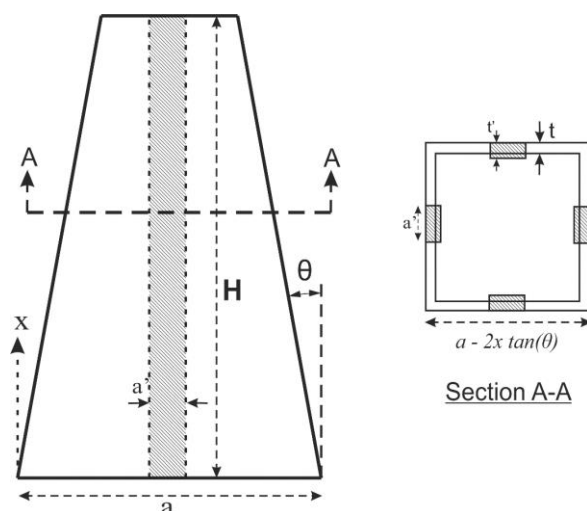
$$\begin{aligned} N(x) &= \int_x^H g m(x) dx \\ &= x^2 \left(\frac{4q' \tan\theta}{3} + \frac{2aq \tan\theta}{3} \right) - H^2 \left(\frac{4q' \tan\theta}{3} + \frac{2aq \tan\theta}{3} \right) + H \left(\frac{qa^2}{3} + \frac{4q'a}{3} \right) \\ &\quad - x \left(\frac{qa^2}{3} + \frac{4q'a}{3} \right) + \frac{4H^3 q \tan\theta^2}{9} - \frac{4x^3 q \tan\theta^2}{9} \end{aligned} \quad (24)$$

$$x = 0 \rightarrow N_0 = \frac{4Haq'}{3} - \frac{4H^2 q' \tan\theta}{3} + \frac{4H^3 q \tan(\theta)^2}{9} + \frac{Ha^2 q}{3} - \frac{2H^2 aq \tan\theta}{3} \quad (25)$$

$$N(x) = N_0 \left(1 - \frac{3a^2 qx - 12q' x^2 \tan\theta + 12aq' x + 4qx^3 \tan(\theta)^2}{12Haq' - 12H^2 q' \tan\theta + 4H^3 q \tan(\theta)^2 + 3Ha^2 q - 6H^2 aq \tan\theta} \right) \quad (26)$$

۳-۴- معادلات سیستم لوله ای با دیوار برشی

معادلات بدست آمده برای $m(x)$ و $N(x)$ در معادلات ۲۱ و ۲۶ در بخش قبل برای تمام سیستم های سازه ای با طبقات برابر حدوداً یکسان است و تنها تفاوت سیستم ها در معادلات $k_B(x)$ و $k_S(x)$ است.



شکل ۴: تیر طره‌ای معادل، با زاویه هرمی و سطح مقطع قوطی شکل برای سیستم لوله‌ای با دیوار برشی.

با توجه به شکل ۴ گشتاور دوم سطح و همچنین مساحت سطح مقطع تیر معادل برای سیستم سازه‌ای لوله با دیوار برشی بدست می‌آید.

$$I(x) = \frac{2t(a - 2x \tan\theta)^3}{3} + \frac{a't'^3}{6} + 2\left(\frac{(a - 2x \tan\theta)^2 a't'}{4} + \frac{t'a'^3}{12}\right) \quad (27)$$

$$I_0 = \frac{2ta^3}{3} + \frac{a't'^3}{6} + 2\left(\frac{a^2 a't'}{4} + \frac{t'a'^3}{12}\right) \quad (28)$$

با استفاده از پارامترهای $I(x)$ و I_0 که در بالا بدست آمده‌اند، معادلات ۱۵ برای سختی خمشی بازنویسی می‌شود.

$$k_B(x) = EI(x) = E \frac{2t(a - 2x \tan\theta)^3}{3} + \frac{a't'^3}{6} + 2\left(\frac{(a - 2x \tan\theta)^2 a't'}{4} + \frac{t'a'^3}{12}\right) \quad (29)$$

$$= k_{Bt}(x) + k_{Bw}(x)$$

که در معادله ۲۹ قسمت اول نشانگر سختی خمشی سیستم لوله‌ای و قسمت دوم نشانگر سختی خمشی سیستم دیوار برشی است. با قرار دادن مقدار $x = \xi H$ از معادله ۱۵ معادله فوق به عنوان تابعی از پارامتر ξ ، معادله ۲۹ به صورت زیر در می‌آید:

$$k_B(\xi) = E \left(\frac{2ta^3}{3}\right) \left(1 - \frac{2\xi H \tan\theta}{a}\right)^3 + \frac{a't'^3}{6} + 2\left(\frac{(a - 2\xi H \tan\theta)^2 a't'}{4} + \frac{t'a'^3}{12}\right) \quad (30)$$

سطح مقطع تیر طره‌ای معادل نیز همانند لنگر دوم سطح تابعی از x است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A(x) = (a - 2x \tan\theta)^2 - (a - 2x \tan\theta - 2t)^2 + 4a't', \quad (31)$$

$$x = 0 \rightarrow A_0 = (a)^2 - (a - 2t)^2 + 4a't'$$

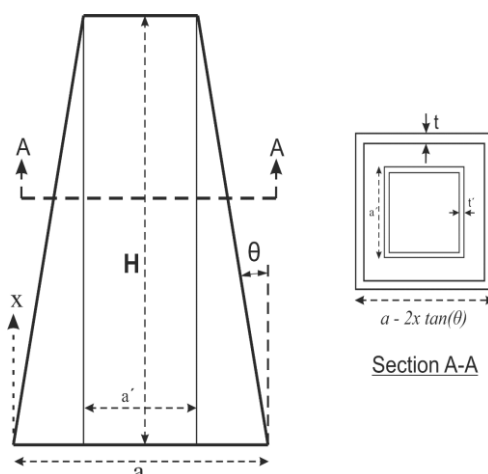
با استفاده از پارامترهای $A(x)$ و A_0 که در بالا بدست آمده‌اند، معادلات ۱۵ برای سختی برشی را بازنویسی می‌شود.

$$k_s(x) = GA(x) = G((a - 2x \tan\theta)^2 - (a - 2x \tan\theta - 2t)^2 + 4a't') \\ = GA_0 \left(1 - \frac{2tx \tan\theta}{-t^2 + at + a't'}\right) \quad (32)$$

با قرار دادن مقدار $x = \xi H$ از معادله ۳۲ معادله فوق به عنوان تابعی از پارامتر ξ ، معادله ۳۳ به صورت زیر در می آید:

$$k_s(\xi) = GA_0 K_s(\xi) = GA_0 \left(1 - \frac{2t\xi H \tan\theta}{-t^2 + at + a't'}\right) \quad (33)$$

۴-۴- معادلات سیستم لوله در لوله



شکل ۵: تیر طره‌ای معادل، با زاویه هرمی و سطح مقطع قوطی شکل برای سیستم لوله در لوله.

با توجه به شکل ۵ گشتاور دوم سطح و همچنین مساحت سطح مقطع تیر معادل برای سیستم سازه‌ای لوله در لوله محاسبه می‌شود.

$$I(x) = \frac{2t(a - 2x \tan\theta)^3}{3} + \frac{2t'a^3}{3}, \quad x=0 \rightarrow I_0 = \frac{2ta^3}{3} + \frac{2t'a^3}{3} \quad (34)$$

با استفاده از پارامترهای $I(x)$ و I_0 که در بالا بدست آمده‌اند، معادلات ۱۵ برای سختی خمشی بازنویسی می‌شود.

$$k_B(x) = EI(x) = E \left(\frac{2t(a - 2x \tan\theta)^3}{3} + \frac{2t'a^3}{3} \right) \\ = EI_0 \left(1 - \frac{8tx^3 \tan^3(\theta) - 12atx^2 \tan(\theta)^2 - 6a^2tx \tan\theta}{ta^3 + t'a^3} \right) \quad (35)$$

با قرار دادن مقدار $x = \xi H$ از معادله ۱۵ معادله فوق به عنوان تابعی از پارامتر ξ ، معادله ۳۵ به صورت زیر در می آید:

$$k_B(\xi) = EI_0 K_B(\xi) = EI_0 \left(1 - \frac{8t(\xi H)^3 \tan^3(\theta) - 12at(\xi H)^2 \tan(\theta)^2 - 6a^2t\xi H \tan\theta}{ta^3 + t'a^3} \right) \quad (36)$$

سطح مقطع تیر طره‌ای معادل نیز همانند لنگر دوم سطح تابعی از x است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A(x) = (a - 2x \tan\theta)^2 - (a - 2x \tan\theta - 2t)^2 + a'^2 - (a' - 2t')^2, \\ x=0 \rightarrow A_0 = (a)^2 - (a - 2t)^2 + a'^2 - (a' - 2t')^2 \quad (37)$$

با استفاده از پارامترهای $A(x)$ و A_0 که در بالا بدست آمده‌اند، معادلات ۱۵ برای سختی خمشی بازنویسی می‌شود.

$$k_s(x) = GA(x) = G \left((a - 2x \tan\theta)^2 - (a - 2x \tan\theta - 2t)^2 + a'^2 - (a' - 2t')^2 \right) \\ = GA_0 \left(1 - \frac{2tx \tan\theta}{-t^2 + at - t'^2 + a't'} \right) \quad (38)$$

با قرار دادن مقدار $x = \xi H$ از معادله ۱۵ معادله فوق به عنوان تابعی از پارامتر ξ ، معادله ۳۸ به صورت زیر در می‌آید:

$$k_s(\xi) = GA_0 K_s(\xi) = GA_0 \left(1 - \frac{2t\xi H \tan\theta}{-t^2 + at - t'^2 + a't'} \right) \quad (39)$$

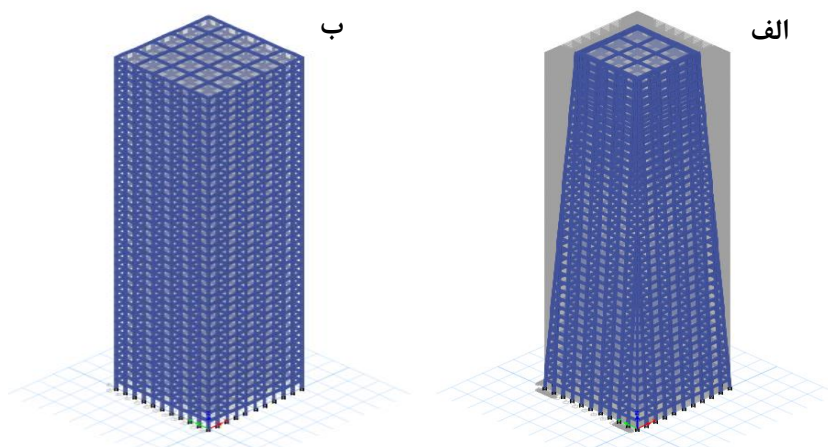
با استفاده از پارامترهای بدست آمده در معادلات ۱ تا ۳۹ معادلات ۱۷ تا ۲۰ نیز قابل حل می‌باشند. در نهایت با جایگذاری مقدار معادله ۲۰ در معادله بدست آمده از معادله ۱۷ فرکانس طبیعی تیر طره‌ای معادل برای سیستم لوله‌ای بدست می‌آید.

۵- صحت سنجی و راستی آزمایی: تحلیل با المان محدود و معادلات دیفرانسیل (روش ریاضی)

برای صحت سنجی فرکانس طبیعی دو مدل سیستم لوله‌ای ساده به ارتفاع ۱۲۰ متر یا ۴۰ طبقه و با زوایای هرمی ۰ و ۲/۴۵ درجه با استفاده از روش ریاضی و مدل سازی در نرم افزار بدست آورده و مقایسه می‌شوند.

۵-۱- مدلسازی با المان محدود

در ابتدا، هندسه‌ی سازه و محل قرارگیری تیرها و ستون‌ها در محیط نرم افزار ETABS [۳۰] مشخص می‌شود که در شکل‌های ۱ و ۲ برای هر دو مدل با زاویه هرمی ۰ و ۲/۴۵ درجه آورده شده است.



شکل ۶: الف- مدل سیستم لوله‌ای ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۰ درجه؛ ب- مدل سیستم لوله‌ای ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۲/۴۵ درجه.

برای مشخص کردن ابعاد المان‌های تیر و ستون ابتدا یک تحلیل و طراحی اولیه از سازه‌ها صورت می‌گیرد تا مقاطع مورد استفاده برای المان‌های مختلف سازه مشخص شوند. برای این کار از انتخاب اتوماتیک نرم افزار ETABS کمک گرفته شد (شکل ۶ الف و ب). پس از طراحی و انتخاب پروفیل‌ها توسط نرم افزار مقطع قوطی شکل به ارتفاع ۵۰۰ میلیمتر و ضخامت جدار ۵۰ میلیمتر به عنوان تیر و ستون در قاب‌های پیرامونی که تشکیل سیستم لوله‌ای را می‌دهند به عنوان مقطع اعضا در نظر گرفته شد. پس از قطعی شدن مقاطع المان‌ها، تحلیل مودال بر روی مدل‌ها انجام می‌شود. نتایج حاصل از تحلیل نشان داد که مدل با زاویه هرمی صفر فرکانس طبیعی برابر با ۲/۰۴

رادیان بر ثانیه دارد و مدل با زاویه هرمی ۲/۴۵ درجه فرکانس طبیعی برابر با ۲/۵۲ رادیان بر ثانیه دارد. برای بررسی صحت مدل سازی‌های انجام گرفته یک بار هم با استفاده از روش ریاضی فرکانس طبیعی مدل‌ها مورد محاسبه قرار می‌گیرند. برای این منظور با کمک گرفتن از معادلات ۱ تا ۳۹ که برای سیستم لوله‌ای هرمی بدست آورده‌ایم، استفاده می‌شود. برای بدست آوردن فرکانس طبیعی از روش ریاضی ارائه شده در قسمت بالا، در ابتدا باید خصوصیات تیر طره معادل را بدست آورد. با توجه به مقطعی که برای تیرها و ستون‌های سازه فلزی در نظر گرفته شده است، یعنی مقطع قوطی شکل مربعی به ارتفاع ۵۰۰ میلیمتر و ضخامت جدار ۵۰ میلیمتر، ضخامت جدار، مدول الاستیسته و مدول برشی تیر طره معادل با توجه به معادلات ۱ تا ۵ بصورت زیر بدست می‌آیند.

$$t = 30mm \quad E = E_m = 2 \times 10^5 MPa \quad G = 1.174 \times 10^5 MPa \quad (40)$$

با استفاده از این پارامترها و جایگذاری آن‌ها در روابط ۱ تا ۳۹ برای سیستم لوله‌ای با استفاده از مجموع معادلات ۱۷ تا ۲۰ فرکانس طبیعی برای سیستم لوله‌ای بدست می‌آید. بر این اساس فرکانس اصلی محاسبه شده برای سیستم لوله‌ای ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۲/۴۵ درجه و با استفاده از دقت $R=1$ در معادله ۲۰ و با استفاده از نرم افزار MATLAB [۳۱] برابر ۲/۴۸ رادیان بر ثانیه است. همچنین فرکانس طبیعی محاسبه شده برای زاویه هرمی صفر درجه برابر ۲/۰۲۹ رادیان بر ثانیه است.

۵-۲- توضیحات مدل سازی و طراحی بار جانبی مبنای طراحی

به دلیل اینکه مدل‌ها از نوع ساختمان‌های بلند هستند، طبق آیین نامه ۲۸۰۰، حتماً تحلیل باید از نوع دینامیکی باشد. لذا در این مطالعه مدل‌ها با روش دینامیکی طیفی مورد تحلیل اولیه قرار می‌گیرند که با توجه به نتایج تحلیل اولیه مقاطع طبق مبحث نهم، دهم و ۲۸۰۰ مقررات ملی ساختمان کنترل می‌شوند و تحلیل مجدد انجام می‌گیرد. و بعداً مقاطع داده شده این روند تا تأیید تمامی مقاطع ادامه می‌یابد. جهت انتخاب پروفیل برای هر عضو از امکان بهینه‌سازی مقاطع موجود در نرم افزار ETABS استفاده می‌شود و نتایج تحلیل نهایی ملاک بررسی و مقایسه فرکانس طبیعی مدل‌ها قرار می‌گیرد. تنها معیار انتخاب پروفیل‌ها برآورد کردن شرایط موجود در مبحث نهم و دهم مقررات ملی ساختمان است. بر این اساس، تمام مقاطع مورد استفاده برای تیرها و ستون‌ها از نوع قوطی مربعی شکل می‌باشند که در محیط نرم‌افزار ساخته شده‌اند. در گرفتن خروجی نتایج مدل سازی از نرم‌افزار، سعی شده است که به پارامترهای کلیدی طراحی سازه پرداخته شود. از مهم‌ترین مواردی که در هر طراحی مد نظر قرار می‌گیرد، زمان تناوب اصلی سازه می‌باشد. بنابراین در مرحله اول بررسی نتایج، فرکانس مود اول (پریود) مدل‌ها مورد مطالعه گرفته شده‌اند. بعد از انتخاب مقاطع تیر و ستون در نرم افزار از روش ریاضی و در نظر گرفتن محیط پیوسته و مقطع تیر معادل استفاده می‌شود. بار جانبی مبنای طراحی در روش ریاضی در فرمول شماره ۱۴ آورده شده است. بار جانبی در حالت نوسان (ارتعاش) آزاد $q(x,t) = 0$ برابر صفر در نظر گرفته می‌شود؛ یعنی نیروی جانبی وارد نمی‌شود و مشخصه‌های ارتعاش یعنی زمان تناوب و فرکانس فقط بستگی به جرم و صلبیت (سختی‌های برشی و خمشی) سازه دارد. در نتیجه سطح بار جانبی مورد استفاده در طراحی روش ریاضی بر زمان تناوب آن به علت در نظر گرفتن محیط پیوسته و مقطع تیر معادل به‌طور مستقیم تأثیرگذار نیست (مقطع تیر معادل با مقطع تیرها و ستون‌های خروجی از ETABS به دست می‌آیند که سطح بار جانبی در طراحی مقطع تیر و ستون سازه قبلاً اعمال شده است). این مسئله مطابقت بین مدل عددی و ریاضی را تحت تأثیر قرار نمی‌دهد. بار جانبی ارتباط مستقیمی با فرکانس و زمان تناوب ندارد. فرکانس و زمان تناوب به جرم و سختی سازه وابسته است. بنابراین مقدار و نحوه تعریف و اعمال بار جانبی در پریود سازه موثر نمی‌باشد علی‌رغم اینکه جرم پرفیل‌ها تأثیر دارند ولی قابل توجه نمی‌باشند. جرم طبقات بار مرده سازه هستند که قابل توجه می‌باشند. سختی جانبی به بار جانبی وابسته است اما بار جانبی از یک الگوی مود اول تبعیت می‌کند.

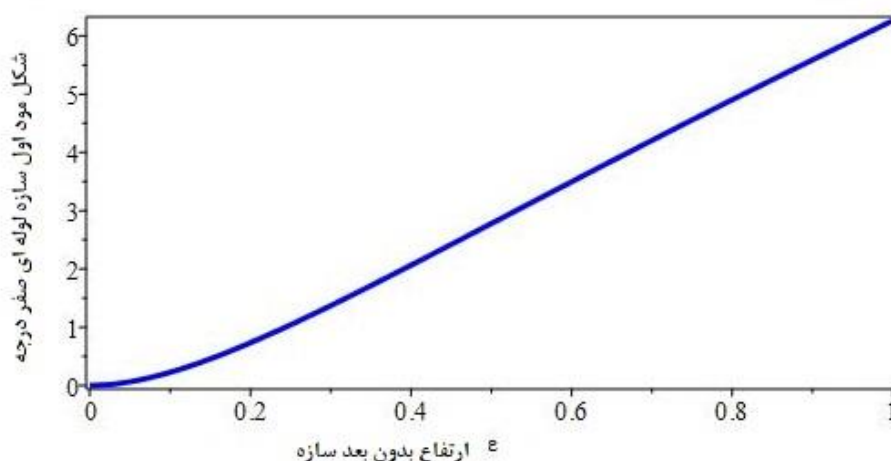
۵-۳- توضیحات مدل شکل ارتعاش اول

با بررسی شکل مود اول و مقایسه در روش المان محدود با روش ریاضی (محیط پیوسته) برای سازه با سیستم لوله‌ای ۴۰ طبقه با زاویه هرمی صفر درجه با توجه به شکل ۷ و ۹ نتیجه می‌گیریم که شکل دو مود ارتعاشی با یکدیگر تطابق دارند. و با افزایش زاویه هرمی، شکل مود اول ارتعاش سیستم لوله‌ای ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۲/۴۵ درجه و مقایسه با روش المان محدود با روش ریاضی (محیط پیوسته)

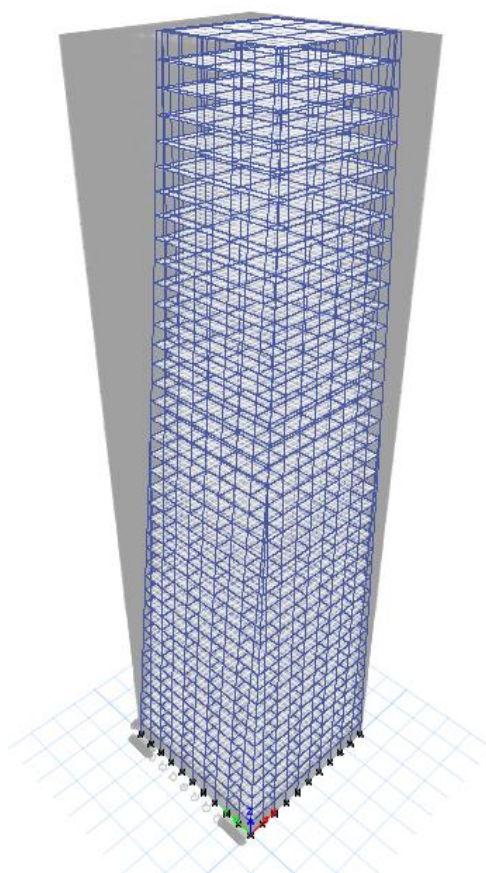
و شکل ۹ و ۱۰ مود اول نیز نتیجه می‌گیریم که این دو مود ارتعاشی با یکدیگر تطابق دارند. که نشان می‌دهد کاربرد روش این تحقیق (محیط پیوسته) برای شکل مود اول، مورد تأیید می‌باشد که در شکل‌های ۷ تا ۱۰ کاملاً مشخص است.



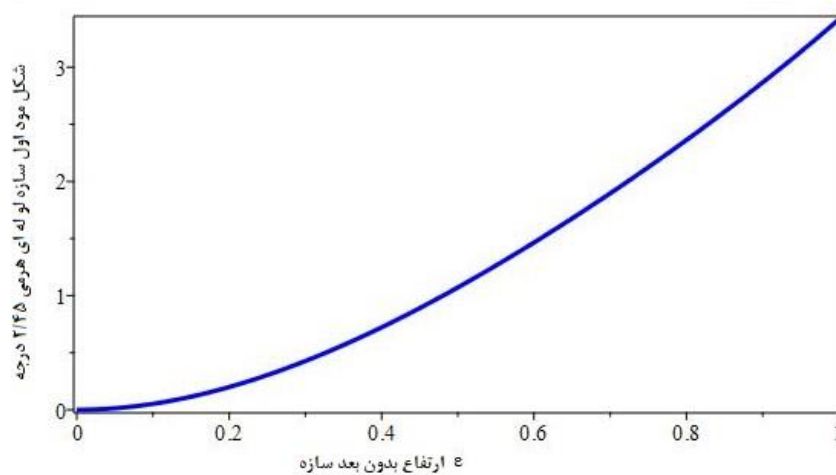
شکل ۷: مود اول ارتعاش سیستم لوله‌ای ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۰ درجه المان محدود.



شکل ۸: شکل مود اول ارتعاش سیستم لوله‌ای ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۰ درجه روش ریاضی به شکل فشرده.



شکل ۹: شکل مود اول ارتعاش سیستم لوله ای ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۲/۴۵ درجه روش المان محدود.



شکل ۱۰: شکل مود اول طبیعی ارتعاش سیستم لوله ای ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۲/۴۵ درجه روش ریاضی به شکل فشرده.

۶- نتایج

لازم به توضیح می باشد که دامنه تاییدات نتایج آورده شده، محدود به مدل های انتخابی است.

۱-۶- تحلیل اولیه مدل‌ها

قبل از بررسی نتایج و بدست آوردن فرکانس طبیعی مدل‌ها، ابتدا بایستی مقاطع مورد استفاده در تیرها و ستون‌ها مشخص شوند. به این منظور یک بار جهت تعیین مقاطع مدل‌ها با استفاده از نرم افزار ETABS اقدام به طراحی مدل‌ها شده است که نتایج در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱: مقاطع استفاده شده در مدل‌ها

سیستم طبقات	مقاطع تیر و ستون
۴۰ طبقه لوله‌ای با دیوار برشی	قوطی ۵۰×۵۰ با ضخامت ورق ۵ سانتیمتر
۵۵ طبقه لوله‌ای با دیوار برشی	قوطی ۶۰×۶۰ با ضخامت ورق ۱۰ سانتیمتر
۴۰ طبقه لوله در لوله	قوطی ۵۰×۵۰ با ضخامت ورق ۵ سانتیمتر
۷۰ طبقه لوله در لوله	قوطی ۶۰×۶۰ با ضخامت ورق ۱۰ سانتیمتر

برای امکان مقایسه‌ی بهتر، در مدل‌های دارای یک سیستم و تعداد طبقات برابر که زوایای هر می مختلفی دارند از یک نوع مقطع برای تیر و ستون‌ها استفاده شده است. لازم به ذکر است که در روش ریاضی باید مقاطع تیرها و ستون‌ها در تمام طبقات یکسان باشند که در این تحقیق مقطع تیرها و ستون‌ها نیز یکی در نظر گرفته شده است. ابتدا باید پارامترهای لازم محاسبه گردند. مطابق روابط معادله ۱ تا ۵ برای استفاده از این روش نیاز به محاسبه ضخامت معادل جداره لوله (t)، مدول الاستیسیته و مدول برشی در تیر معادل (E و G) است که با قرار دادن مقادیر جدول ۱ در آن‌ها بدست می‌آیند. بر این اساس، برای مدل‌های ۴۰ طبقه که از پروفیل قوطی ۵۰×۵۰ سانتی‌متر با ضخامت جدار ۵ سانتیمتر استفاده شده است، پارامترها به صورت زیر بدست می‌آید:

$$t = 30mm \quad E = E_m = 2 \times 10^5 MPa \quad G = 1.174 \times 10^5 MPa \quad (40)$$

همچنین برای مدل‌های با ۵۵ و ۷۰ طبقه که از پروفیل ۶۰×۶۰ سانتیمتر با ضخامت جدار ۱۰ سانتیمتر استفاده شده است و پارامترهای فوق به صورت زیر بدست آمده است:

$$t = 66.67mm \quad E = E_m = 2 \times 10^5 MPa \quad G = 1.535 \times 10^4 MPa \quad (41)$$

۲-۶- نتایج روش ریاضی برای سیستم سازه‌ای لوله‌ای

با در نظر گرفتن پارامترهای محاسبه شده در معادلات ۴۰ و ۴۱، با استفاده از نرم افزار MATLAB و با در نظر گرفتن $R=1$ در معادله ۱۷ تا ۲۰ و جایگذاری پارامترهای هندسی ارتفاع (۱۲۰، ۱۶۵ و ۲۱۰ متر)، طول ضلع (۳۰ متر) زاویه انحراف (۰، ۱/۲۳ و ۲/۴۵ درجه) و همچنین معادلات ۱ تا ۳۹ که در بخش قبل محاسبه گردیده است. بر اساس کاربرد روش این مطالعه بر روی مدل‌های مطالعاتی، فرکانس طبیعی سازه محاسبه شده و در جدول ۲ آمده است.

جدول ۲: فرکانس طبیعی (Rad/s) محاسبه شده با روش ریاضی در مدل‌هایی با سیستم‌های لوله در لوله ولوله‌ای با دیوار برشی

درجه و نوع سیستم	صفر درجه	۱/۲۳ درجه	۲/۴۵ درجه
۴۰ طبقه لوله‌ای با دیوار برشی	۱/۸۹۷	۱/۸۴۲	۲/۲۱۶
۵۵ طبقه لوله‌ای با دیوار برشی	۲/۱۰۶	۲/۵۸۹	۳/۴۳۹
۴۰ طبقه لوله در لوله	۲/۱۸۳	۲/۴۸۹	۳/۱۰۹
۷۰ طبقه لوله در لوله	۱/۵۷۲	۲/۰۱۰	۲/۷۸۱

۳-۶- نتایج روش مدل‌سازی المان محدود

جزئیات مدل‌سازی در نرم افزار ETABS پس از تحلیل اولیه، مقادیر بدست آمده در جدول ۱ برای پروفیل‌ها به پروفیل‌ها اختصاص داده می‌شود و مدل‌ها مجدداً مورد تحلیل قرار می‌گیرند. بر اساس کاربرد روش این تحقیق بر روی مدل‌های مطالعاتی، فرکانس طبیعی سازه محاسبه شده و در جدول ۳ آمده است.

جدول ۳: فرکانس طبیعی (Rad/s) محاسبه شده با روش المان محدود در مدل‌هایی با سیستم‌های لوله در لوله و لوله‌ای با دیوار برشی.

درجه و نوع سیستم	صفر درجه	۱/۲۳ درجه	۲/۴۵ درجه
۴۰ طبقه لوله‌ای با دیوار برشی	۱/۹۸۶	۲/۷۶۸	۲/۱۵۵
۵۵ طبقه لوله‌ای با دیوار برشی	۱/۸۳۹	۲/۹۰۷	۳/۳۸۵
۴۰ طبقه لوله در لوله	۲/۲۱۰	۲/۵۹۶	۳/۰۷۱
۷۰ طبقه لوله در لوله	۱/۵۴۹	۲/۰۸۲	۲/۷۴۸

۴-۶- بررسی دقت روش مورد مطالعه

به جهت پی بردن به دقت روش ریاضی ارائه شده و سازگاری این روش با انواع سیستم‌های لوله‌ای و همچنین زوایای هرمی مختلف باید نتایج حاصل از این روش با روش المان محدود مورد مقایسه قرار گیرند. به این جهت برای پی بردن به تأثیر متغیرهای سیستم سازه‌ای، ارتفاع سازه و زاویه هرمی بر دقت روش ریاضی ارائه شده هر کدام از متغیرها به صورت جداگانه مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۴-۶-۱- بررسی دقت برحسب سیستم سازه‌ای

به این منظور اختلاف فرکانس‌های بدست آمده هم‌تراز از هر دو روش ریاضی و مدل‌سازی المان محدود بدست آمده و به ترتیب سیستم سازه‌ای تفکیک می‌شوند. سپس میانگین و انحراف معیار اختلاف پاسخ‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرند. در جدول ۴ فرکانس طبیعی بدست آمده از هر دو روش برحسب سیستم سازه‌ای مورد بررسی قرار گرفته است.

جدول ۴: فرکانس طبیعی (Rad/s) بدست آمده از روش ریاضی و عددی برای سیستم‌های لوله در لوله و لوله‌ای با دیوار برشی.

سیستم	روش محاسبه	ارتفاع وزاویه						انحراف معیار خطاها	درصد میانگین خطاها/٪
لوله‌ای با دیوار برشی	ریاضی	۱/۸۹۷	۱/۸۴۲	۲/۲۱۶	۲/۱۰۶	۲/۵۸۹	۳/۴۳۹		
	المان محدود	۱/۹۸۶	۲/۷۶۸	۲/۱۵۵	۱/۸۳۹	۲/۹۰۷	۳/۳۸۵		
	قدر مطلق خطا/٪	۴/۴۸۱۴	۳۳/۴۵۳۶	۲/۸۳۰۶	۱۴/۵۱۸۸	۱۰/۹۳۹۱	۱/۵۹۵۳	۱۰/۹۰۶۳	۷/۷۱۰۳
لوله در لوله	ریاضی	۲/۱۸۳	۲/۴۸۹	۳/۴۰۹	۱/۵۷۲	۲/۰۱	۲/۷۸۱		
	المان محدود	۲/۲۱	۲/۵۹۶	۳/۰۷۱	۱/۵۴۹	۲/۰۸۲	۲/۷۴۸		
	قدر مطلق خطا/٪	۱/۲۲۱۷	۴/۱۲۱۷	۱۱/۰۰۶۲	۱/۴۸۴۸	۳/۴۵۸۲	۱/۲۰۰۹	۳/۴۳۷۴	۲/۴۷۱۵

با دقت در جدول ۴ و مقایسه انحراف معیار خطاها، پراکندگی خطاها برای سیستم لوله‌ای با دیوار برشی بیشتر از لوله در لوله و برای سیستم لوله در لوله کمتر از بقیه است. همچنین با مقایسه میانگین خطاها در روش ریاضی، مقدار فرکانس برای سیستم لوله در لوله مقدار کمتری است و برای سیستم‌های لوله‌ای با دیوار برشی کمتر یا بیشتر بودن جواب‌ها نسبت به واقعیت دقیقاً مشخص نیست. نتایج جدول ۴ نشان می‌دهد که روش ریاضی، بیشترین سازگاری را با سیستم لوله در لوله دارد. همچنین کمترین تطابق را با سیستم سازه‌ای لوله‌ای با دیوار برشی نشان می‌دهد.

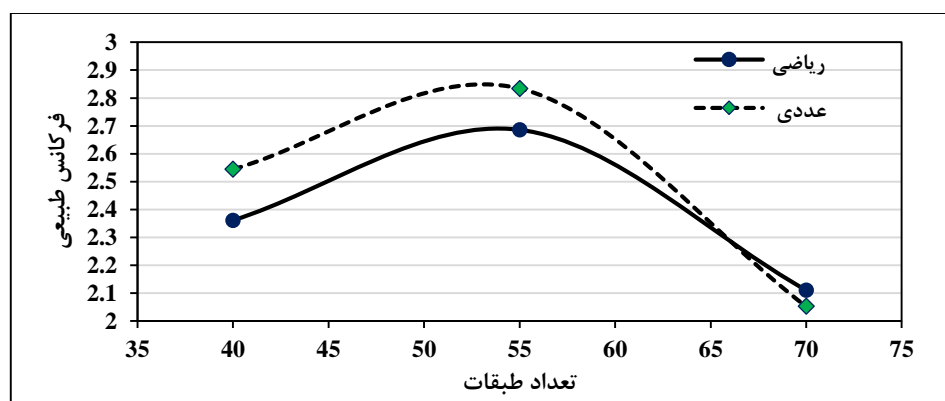
۲-۴-۶- دقت روش ریاضی بر حسب ارتفاع سازه

به این منظور اختلاف فرکانس‌های بدست آمده‌ی هم‌تراز از هر دو روش ریاضی و مدلسازی المان محدود بدست آمده و به ترتیب تعداد طبقات تفکیک می‌شوند. سپس میانگین و انحراف معیار اختلاف پاسخ‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد. در جدول ۵ فرکانس طبیعی بدست آمده از هر دو روش بر حسب تعداد طبقات مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین در شکل ۸ نمودار تعداد طبقات بر حسب میانگین فرکانس طبیعی مدل‌های مختلف با تعداد طبقات یکسان به دو روش ریاضی و عددی آورده شده است.

جدول ۵: فرکانس طبیعی (Rad/s) بدست آمده از روش ریاضی و عددی بر حسب تعداد طبقات.

سیستم سازه	۴۰ طبقه			۵۵ طبقه			۷۰ طبقه		
	ریاضی	المان محدود	قدر مطلق خطا درصد	ریاضی	المان محدود	قدر مطلق خطا درصد	ریاضی	المان محدود	قدر مطلق خطا درصد
	۱/۹۸۶	۱/۸۹۷	۴/۴۸۱۴	۱/۸۳۹	۲/۱۰۶	۱۴/۵۱۸۸	-	-	-
لوله‌ای با دیوار برشی	۲/۷۶۸	۱/۸۴۲	۳۳/۴۵۳۷۶	۲/۹۰۷	۲/۵۸۹	۱۰/۹۳۹۱۱	-	-	-
	۲/۱۵۵	۲/۲۱۶	۲/۸۳۰۶۳	۳/۳۸۵	۳/۴۳۹	۱/۵۹۵۲۷	-	-	-
	۲/۲۱	۲/۱۸۳	۱/۲۲۱۷۱۹	-	-	۱/۵۴۹	۱/۵۷۲	۱/۴۸۴۸۳	
لوله در لوله	۲/۵۹۶	۲/۴۸۹	۴/۱۲۱۷	-	-	۲/۰۸۲	۲/۰۱	۳/۴۵۸۲۱۳	
	۳/۰۷۱	۳/۴۰۹	۱/۲۳۷۴	-	-	۲/۷۴۸	۲/۷۸۱	۱/۲۰۰۸۷	
	انحراف معیار		۱۱/۱۲۹۳	انحراف معیار		۵/۴۴۸۱	انحراف معیار		۱/۰۰۳۹
	میانگین قدر مطلق خطا%		۴/۳۰۱۶%	میانگین قدر مطلق خطا%		۱۰/۹۳۹۱%	میانگین قدر مطلق خطا%		۱/۴۸۴۸%

با دقت در جدول ۵ و همچنین شکل ۱۱ و نیز مقایسه انحراف معیار خطاها، پراکندگی خطاها برای تعداد طبقات ۷۰ و ۵۵ کمتر از تعداد طبقات ۴۰ است. همچنین با مقایسه میانگین خطاها، روش ریاضی برای تعداد طبقات ۷۰ و ۵۵ مقدار فرکانس بیشتری نسبت به واقعیت بدست می‌دهد. میانگین خطاها برای تعداد طبقات ۷۰ کمترین و ۵۵ مقدار بیشتری را نشان می‌دهد. نتایج ارائه شده در جدول ۵ و نمودار شکل ۱۱ نشان می‌دهد که روش ریاضی بیشترین سازگاری را با تعداد طبقات بیشتر دارد. به عبارت دیگر هر چه تعداد طبقات بیشتر باشد دقت روش ریاضی بیشتر خواهد بود.



شکل ۱۱: نمودار میانگین فرکانس‌های طبیعی بدست آمده بر حسب تعداد طبقات در روش‌های ریاضی و عددی.

۳-۴-۶ - دقت روش ریاضی بر حسب زاویه هرمی

برای نیل به این هدف اختلاف فرکانس‌های بدست آمده‌ی همتراز از هر دو روش ریاضی و مدل‌سازی المان محدود محاسبه شده و به ترتیب زاویه هرمی تفکیک می‌شوند. سپس میانگین و انحراف معیار اختلاف پاسخ‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرند. در جدول ۶ فرکانس طبیعی بدست آمده از هر دو روش بر حسب زاویه هرمی مورد بررسی قرار گرفته است.

جدول ۶: فرکانس طبیعی (Rad/s) بدست آمده از روش ریاضی و عددی بر حسب زاویه.

سیستم سازه	صفر درجه			۱/۲۳ درجه			۲/۴۵ درجه		
	ریاضی	قدر مطلق	المان محدود	ریاضی	قدر مطلق	المان محدود	ریاضی	قدر مطلق	المان محدود
		خطا درصد			خطا درصد			خطا درصد	
لوله با دیوار برشی	۱/۸۹۷	۴/۴۸۱۴	۲/۷۶۸	۱/۸۴۲	۳۳/۴۵۳۸	۲/۱۵۵	۲/۲۱۶	۲/۸۳۰۶	
لوله با دیوار برشی	۲/۱۰۶	۱۴/۵۱۸۸	۲/۹۰۷	۲/۵۸۹	۱۰/۹۳۹۱	۳/۳۸۵	۳/۵۳۹	۴/۵۴۹۵	
لوله در لوله	۲/۱۸۳	۱/۲۲۱۷۱۹	۲،۵۹۶	۲/۴۸۹	۴/۱۲۱۷	۳/۰۷۱	۳/۴۰۹	۱۱/۰۰۶۲	
لوله در لوله	۱/۵۷۲	۱/۴۸۴۸۳	۲/۰۸۲	۲/۰۱	۳/۴۵۸۲	۲/۷۴۸	۲/۷۸۱	۱/۲۰۰۹	
	انحراف معیار	۸/۱۳۳۸	انحراف معیار	۱۲/۱۷۰۴	انحراف معیار	۱/۴۱۶۳			
	میانگین قدر مطلق خطا٪	۲/۱۹۸۳۱	میانگین قدر مطلق خطا٪	۳/۱۹۱۳۸	میانگین قدر مطلق خطا٪	۳/۱۶۹۰۰۵			

با دقت در جدول ۶ و مقایسه درصد قدر مطلق میانگین خطاها برای زاویه هرمی صفر درجه کمتر از زوایای دیگر است. همچنین با مقایسه میانگین خطاها، روش ریاضی برای زاویه هرمی ۱/۲۳ درجه مقدار فرکانس کمتری نسبت به واقعیت بدست می‌آید نتایج جدول ۶ نشان می‌دهد که روش ریاضی، بیشترین سازگاری را با زاویه هرمی صفر درجه دارد و برای سایر زوایا روند مشخصی مشاهده نمی‌شود. دلیل خطای روش المان محدود در زوایای ۱/۲۳ و ۲/۴۵ به دلیل کاهش تعداد ستون‌ها در ارتفاع است که تغییر ناگهانی در سختی سازه ایجاد می‌کند با این تفاوت که در روش ریاضی کاهش سختی به صورت تدریجی در نظر گرفته شده است.

۴-۴-۶ - بدست آوردن روابط بین متغیرها

برای بدست آوردن روابط بین متغیرها از نتایج مدل‌سازی المان محدود استفاده می‌شود که تطابق بیشتری با واقعیت دارند. بدین منظور روابط متغیرهای زاویه هرمی و نوع سیستم سازه‌ای با فرکانس طبیعی بررسی می‌شوند. رابطه متغیر ارتفاع سازه با فرکانس طبیعی مشخص است و در شرایطی که ابعاد پروفیل تیرها و ستون‌ها ثابت باشند، هر چه ارتفاع سازه بیشتر شود، فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد.

۴-۴-۵ - رابطه بین فرکانس طبیعی و زاویه هرمی

برای بدست آمدن رابطه بین فرکانس طبیعی و زاویه هرمی باید فرکانس طبیعی در تک تک سیستم‌های سازه‌ای و همچنین در تعداد طبقات بصورت جداگانه مورد بررسی قرار گیرند. با دقت در فرکانس بر حسب زاویه هرمی به تفکیک سیستم سازه‌ای و تعداد طبقات، برای مدل‌های ۴۰ طبقه فرکانس طبیعی روند افزایشی خود را در زاویه ۲/۴۵ از دست داده است. به عبارت دیگر، زاویه صفر درجه دارای کمترین فرکانس و زاویه ۱/۲۳ دارای بیشترین فرکانس طبیعی هستند. دلیل کاهش فرکانس طبیعی در زاویه هرمی ۲/۴۵ را می‌توان در کاهش تعداد ستون‌ها و المان‌های سخت کننده در ارتفاع سازه دانست. این روند در سازه‌های با ۵۵ و ۷۰ طبقه کاملاً صعودی است. به

عبارت دیگر برای تعداد طبقات ۵۵ و ۷۰ هر چه زاویه هرمی بیشتر شوند، فرکانس طبیعی نیز افزایش می‌یابد. بر اساس کاربرد روش این تحقیق بر روی مدل‌های مطالعاتی، در سازه‌های هرمی افزایش زاویه هرمی موجب افزایش فرکانس طبیعی می‌شود از سوی دیگر با کاهش سطح طبقه در ارتفاع المان‌های سخت کننده مانند ستون‌ها نیز کاهش می‌یابند که خود موجب کاهش فرکانس طبیعی می‌شود.

۶-۴-۶- رابطه بین فرکانس طبیعی و نوع سیستم سازه‌ای

به این منظور میانگین فرکانس‌های طبیعی برای زوایای هرمی مختلف محاسبه شده‌اند و به تفکیک تعداد طبقات مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. که برای مدل‌های ۴۰ طبقه به ترتیب سیستم لوله در لوله و لوله‌ای با دیوار برشی بیشترین فرکانس را دارند. برای مدل‌های با تعداد ۵۵ (لوله با دیوار) و ۷۰ (لوله در لوله) طبقه نیز سیستم لوله‌ای با دیوار برشی بیشترین فرکانس و کمترین آن سیستم لوله در لوله هستند. در ضمن لازم به توضیح می‌باشد که دامنه تاییدات نتایج آورده شده، محدود به مدل‌های انتخابی است.

۷- نتیجه‌گیری

در بخش قبل نتایج حاصل از مدل‌سازی‌های عددی و همچنین نتایج روش ریاضی آورده شده بود و این نتایج با هم مقایسه گردید و خطاهای روش ریاضی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. همچنین روابط بین متغیرهای تحقیق نیز بررسی شده و رابطه‌ی بین آن‌ها بدست آمد. حال در این بخش جمع‌بندی کلی از مطالعه حاضر و همچنین نتیجه‌گیری نهایی از آن ارائه می‌شود. جدول‌ها و شکل‌ها نشان دهنده دقت قابل قبول روش ریاضی ارائه شده برای ساختمان‌های لوله‌ای و لوله‌ای هرمی است که برای سیستم لوله در لوله بیشترین دقت و تطابق را دارد و برای سیستم لوله‌ای با دیوار دارای کمترین تطابق است. همچنین جدول‌ها و شکل‌ها نیز نشان دهنده دقت روش ریاضی ارائه شده هستند و نشان می‌دهند که هر چه ارتفاع سازه بیشتر باشد دقت روش ریاضی بیشتر است یا به عبارت دیگر روش ارائه شده انطباق بیشتری با تعداد طبقات بیشتر دارد. جدول‌ها و شکل‌ها نشان می‌دهند که سازه‌های بدون زاویه هرمی تطابق بیشتری با روش ریاضی ارائه شده دارند و استفاده از این روش برای سازه‌های با زاویه هرمی، مقداری خطا وارد محاسبات می‌کند. جهت یافتن رابطه بین متغیرها، جدول‌ها نشان می‌دهند که افزایش زاویه هرمی موجب افزایش فرکانس طبیعی سازه می‌شود. در یک جمع‌بندی و به عنوان نتایج تحقیق حاضر و همچنین به عنوان جمع‌بندی بخش قبل به صورت کاربردی نتایج ذیل از این تحقیق استنباط می‌شود:

۱. روش تحلیلی ارائه شده برای سازه‌های هرمی و بخصوص عمودی انطباق خوبی با نتایج مدل‌سازی المان محدود دارند و استفاده از فرکانس طبیعی بدست آمده از این روش مورد تایید قرار گرفته است.
۲. با در نظر گرفتن مقدار میانگین خطاها، در حالت کلی سیستم‌های سازه‌ای لوله‌ای، لوله در لوله و لوله‌ای با دیوار برشی به دلیل داشتن درصد خطای کمتر به ترتیب دارای سازگاری و انطباق بیشتری با روش تحلیلی ارائه شده هستند.
۳. روش تحلیلی ارائه شده بیشترین سازگاری را با تعداد طبقات زیاد دارد. به عبارت دیگر هر چه تعداد طبقات بیشتر باشد دقت روش ارائه شده بیشتر خواهد بود.
۴. روش تحلیلی ارائه شده برای سیستم‌های بدون زاویه هرمی مناسب‌تر است و برای سیستم‌های هرمی خطای جزئی را وارد محاسبات می‌کند.
۵. بر اساس روش‌های استفاده شده در این مطالعه، برای ساختمان‌های با ارتفاع ثابت افزایش زاویه هرمی موجب افزایش فرکانس طبیعی سازه (به دلیل پیوسته بودن سیستم) می‌شود. در روش المان محدود افزایش و کاهش فرکانس مستقیماً به ارتفاع، زاویه و سیستم وابسته می‌باشد و نمی‌توان روند را کلاً افزایشی و یا کاهش‌ی در نظر گرفت.

مراجع

- [1] Khodaie, N. (2019). Parametric study of the crosswind response of tall buildings using frequency domain analysis and random vibration method. *Journal of Structural and Construction Engineering (JSCE)*, doi: 10.22065/jsce.2019.190732.1884.
- [2] Mahmoudabadi, M. Hasani S.M.R. and Zaefi, M. (2018). Approximate analysis of framed tube structures for static parabolic shape lateral loads. *Journal of Structural and Construction Engineering (JSCE)*. doi: 10.22065/jsce.2018.140936.1609.

- [3] Wang, Q. (1996). Sturm-Liouville Equation for Free Vibration of a Tube-in-Tube Tall Building. *Journal of Sound and Vibration*, 191 (9), 349-355.
- [4] Lee, W.H. (2007). Free Vibration Analysis for Tube-in Tube Tall Buildings. *Journal of Sound and Vibration*, 303, 287-304.
- [5] Etedadi Aliabadi, F. and Memarpour, M. (2019). Investigation of the Seismic Behaviour of Framed Tube Buildings Considering Soil Structure Interaction. *Journal of Structural and Construction Engineering (JSCE)*, 6 (2), 119-140.
- [6] Park, Y.K. Kim, H.S. and Lee, D.G. (2014). Efficient structural analysis of wall-frame structures. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 23, 740-59.
- [7] Mohammadnejad, M. (2015). A new analytical approach for determination of flexural, axial and torsional natural frequencies of beams. *Structural Engineering and Mechanics an International Journal*, 55, 655-74.
- [8] Kamgar, R. Rahgozar, R. and Tavakoli, R. (2018). The best location of belt truss system in tall buildings using multiple criteria subjected to blast loading. *Civil Engineering Journal*, 4 (6), 1338-1353.
- [9] Saffari, H. and Mohammadnejad, M. (2015). on the application of weak form integral equations to free vibration analysis of tall structures. *Asian Journal of Civil Engineering (BHRC)*, 16 (7), 977-99.
- [10] Rahgozar, R. (2017). Determination of optimum location for flexible outrigger systems in tall buildings with constant cross section consisting of framed tube, shear core, belt truss and outrigger system using energy method. *International Journal of Steel Structural*, 17 (1), 1-8.
- [11] Bozdogan, K.B. (2009). An approximate method for static and dynamic analysis of symmetric wall-frame buildings. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 18 (3), 279-290.
- [12] Bozdogan, K.B. (2013). Free vibration analysis of asymmetric shear wall-frame buildings using modified finite element transfer matrix method. *Structural Engineering and Mechanics*, 46 (1), 1-17.
- [13] Safafri, H. Mohammadnejad, M. and Bagheripour, M.H. (2012). Free vibration analysis of no prismatic beams under variable axial forces. *Structural Engineering and Mechanics an International Journal*, 43(5), 561-582.
- [14] Mohammadnejad, M. Safari H, Bagheripour MH. (2014). An analytical approach to vibration analysis of beams with variable properties, *Arabian Journal for Science and Engineering*, 39, 2561-2572.
- [15] Mohammadnejad, M. and Haji, Kazemi. (2018). A new and simple analytical approach to determining the natural frequencies of framed tube structures. *Structural Engineering and Mechanics*, 65 (1), 111-120.
- [16] Ramezani, M. Mohammadzadeh, M.R. and Shojaee, S. (2019). A new approach for free vibration analysis of no uniform tall building structures with axial force effects. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 28 (5), <https://doi.org/10.1002/tal.1591>.
- [17] Soltani, M. Asgarian, B. and Jafari, D.V. (2019). Elastic instability and free vibration analyses of axially functionally graded Timoshenko beams with variable cross-section. *Journal of Structural and Construction Engineering (JSCE)*, doi: 10.22065/JSCE.2019.143692.1627.
- [18] Stafford Smith, B. and Coull, A., "Tall Building Structures: Analysis and Design", Wiley, New York, (1991).
- [19] Coull, A. and Smith, B. S. (Eds.). (2014). Tall Buildings: The Proceedings of a Symposium on Tall Buildings with Particular Reference to Shear Wall Structures. *Held in the Department of Civil Engineering*, University of Southampton, April 1966. Elsevier.
- [20] Taranath, S. D. NB, M. and Patil, M. B. (2014). Comparative study of pentagrid and hexagrid structural system for tall building. *Journal of Civil Engineering Environtal Technology*, 1, 10-15.
- [21] Chang, P. C. (1985). Analytical modeling of tube-in-tube structure. *Journal of structural Engineering*, 111(6), 1326-1337.
- [22] - Takabatake, H. Takesako, R. Kobayashi, M. (1998). A simplified analysis of doubly symmetric tube structures by the finite difference method, *The Structural Design of Tall Buildings*, 5(2), (111-128).
- [23] Pekau, O. A. Zielinski, Z. A. and Lin, L. (1995). Displacement and natural frequencies of tall building structures by finite story method. *Computers & structures*, 54(1), 1-13.
- [24] Kuang, J. S. and Ng, S. C. (2004). Coupled vibration of tall building structures. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 13(4), 291-303.
- [25] Hoenderkamp, J. C. D., & Bakker, M. C. M. (2003). Analysis of high-rise braced frames with outriggers. *The structural design of tall and special buildings*, 12(4), 335-350.
- [26] Hoenderkamp, J. C. D. (2008). Second outrigger at optimum location on high-rise shear wall. *The structural design of tall and special buildings*, 17(3), 619-634.
- [27] Meftah, S. A. and Tounsi, A. (2008). Vibration characteristics of tall buildings braced by shear walls and thin-walled open-section structures. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 17(1), 203-216.

- [28] Kazaz, I. and Gulkan, P. (2012). An alternative frame-shear wall model: continuum formulation. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 21(7), 524-542.
- [29] Guo, G., Chen, X., Yang, D., & Liu, Y. (2019). Self-similar inter-story drift spectrum and response distribution of flexural-shear beam with nonuniform lateral stiffness. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 17(7), 4115-4139. DOI:10.1007/s10518-019-00617-0
- [30] ETABS, "V.18 CSI", Computer & Structures, Inc., Berkeley, California, USA, (2016).
- [31] MATLAB "V.8.1", Mathworks Inc., California, USA, (2016).