



Journal of Structural and Construction Engineering

www.jsce.ir



Damage Detection in Steel Plates Based on Comparing Analytical Results of the Discrete 2-D Wavelet Transform of Primary and Secondary Modes Shape

Mohtasham Khanahmadi¹, Omid Rezayfar^{2*}, Majid Gholhaki²

1- Master of Science, Department of Civil Engineering, Semnan University, Semnan, Iran

2- Associate Professor, Department of Civil Engineering, Semnan University, Semnan, Iran

ABSTRACT

Damage occurrence is always inevitable in structures. So far, many examples of damage types in engineering structures have been recorded with many losses of human and financial. For this reason, the detecting of structural damages during its exploitation to provide safety with the lowest cost has been the subject of many researchers in the last two decades. In this regard, the wavelet transform is a powerful mathematical tool for signal processing, has attracted the attention of many researchers in the field of health monitoring of structures. In this paper, due to the increase of steel plate shear wall in the building industry, it was considered the problem of detecting the location of the damage in steel plates. In this paper, due to the increase of steel plate shear wall in the building industry, it was considered the problem of detecting the location of the damage in steel plates. At first, the steel plate was modeled in ABAQUS finite element software with free support conditions, and then the healthy and damaged first eight mode shape was extracted. The primary and secondary modes shape was analyzed using discrete two-dimensional wavelet transform as a two-dimensional spatial signal. The results of the diagonal details of the wavelet analysis of secondary modes shape show the turbulence of the wavelet coefficients, compared with primary modes shape in damage locations; so that, wavelet analysis of the modes shape of the first mode, show damage location with the better equivalence of wavelet coefficients and the error of less than 6%.

ARTICLE INFO

Receive Date: 09 March 2019

Revise Date: 16 May 2019

Accept Date: 03 July 2019

Keywords:

Wavelet transform;
Signal processing;
Structural health monitoring;
Steel plate;
Mode shape;
Damage detection.

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: 10.22065/JSCE.2019.174347.1799

*Corresponding author: Omid Rezayfar
Email address: Orezayfar@semnan.ac.ir

عیب یابی صفحات فولادی مبتنی بر مقایسه نتایج تحلیلی تبدیل موجک گسسته دو

بعدی شکل موده‌های اولیه و ثانویه

محتشم خان احمدی^۱، امید رضایی فر^{۲*}، مجید قلهکی^۲

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

چکیده

همواره وقوع خرابی در سازه‌ها امری اجتناب ناپذیر می‌باشد. تاکنون نمونه‌های بسیاری از انواع خرابی‌ها در سازه‌های مهندسی با تلفات جانی و مالی فراوانی به ثبت رسیده است. از این‌رو، شناسایی عیوب سازه در طول بهره‌برداری از آن به منظور تأمین ایمنی با کمترین هزینه موضوع بسیاری از تحقیقات دو دهه اخیر بوده است. در این راستا، تبدیل موجک که یک ابزار ریاضی توانمند پردازش سیگنال‌ها می‌باشد، در حوزه پایش سلامت سازه‌ها نظر بسیاری از پژوهشگران را به خود جلب نموده است. در این مقاله با توجه به گسترش روز افزون دیوار برشی فولادی در صنعت ساختمان‌سازی، مسئله شناسایی محل خرابی در صفحات فولادی مورد توجه واقع گردید. در ابتدا صفحه فولادی با شرایط تکیه‌گاهی آزاد در نرم افزار المان محدود ABAQUS مدل‌سازی و تحلیل فرکانسی شد، سپس هشت شکل مود اول حالت‌های سالم و آسیب‌دیده استخراج گردید. شکل موده‌های اولیه و ثانویه به عنوان یک سیگنال فضایی دو بعدی توسط تبدیل موجک گسسته دو بعدی مورد تحلیل واقع شدند. نتایج حاصل از جزئیات قطری تحلیل موجک شکل موده‌های ثانویه در مقایسه با شکل موده‌های اولیه، اغتشاش بیشتری از ضرایب موجک را در محل وقوع خرابی‌ها نشان می‌دهد، به طوری که با تحلیل موجک شکل موده‌های مود اول نسبت به شکل موده‌های بالاتر، محل خرابی‌ها با هم‌سطحی مناسب‌تری از ضرایب موجک با خطای کمتر از ۶٪ آشکار می‌گردد.

کلمات کلیدی: تبدیل موجک، پردازش سیگنال، پایش سلامت سازه، صفحه فولادی، شکل مود، شناسایی خرابی

شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:				
doi:	10.22065/JSCE.2019.174347.1799	چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
	https://dx.doi.org/10.22065/jsce.2019.174347.1799	۱۴۰۰/۰۵/۳۰	۱۳۹۸/۰۴/۱۲	۱۳۹۸/۰۴/۱۲	۱۳۹۸/۰۲/۲۶	۱۳۹۷/۱۲/۱۸
				*نویسنده مسئول:		
				پست الکترونیکی:		
				امید رضایی فر		
				Orezayfar@semnan.ac.ir		

۱- مقدمه

همواره سازه‌ها با گذشت زمان و در طول خدمت‌رسانی در معرض خرابی‌ها واقع می‌باشند. این خرابی‌ها با تأثیر پذیری از عوامل طبیعی مانند زلزله و یا عوامل مصنوعی مانند انفجار و گودبرداری‌های غیر اصولی تشدید می‌یابند. با تجمع خرابی‌های جزئی، مشخصه‌های از سازه چون سختی کاهش یافته و در نتیجه، از عمر مفید آن کم و در برخی موارد سازه دچار خرابی‌های کلی می‌شود. از این‌رو، ضرورت به کشف محل وقوع خرابی‌ها و ارزیابی شدت آن‌ها احساس شده و مسئله عیب‌یابی مطرح می‌گردد. در این بحث منظور از خرابی هرگونه تغییر در خواص ماده یا هندسه یک سیستم سازه‌ای بوده که عملکرد کلی سازه را تحت تأثیر قرار می‌دهد. طیف وسیعی از ابزارهای غیر مخرب کارآمد جهت بررسی خرابی‌ها و خسارت‌های ناشی از آن‌ها در دسترس است. با این حال، در دو دهه اخیر پژوهش‌های متنوعی در رابطه با مسئله کشف عیوب سازه‌ای صورت گرفته است و دلیل ضرورت این موضوع از اهمیت سلامت سازه و تأمین ایمنی ساکنین آن و مسائل اقتصادی موجود در برابر حوادث احتمالی نشئت می‌گیرد. فرایند استراتژیک تشخیص خرابی در زیرساخت‌های مهندسی عمران، هوافضا و مکانیک تحت عنوان پایش سلامت سازه^۱ (SHM) مطرح است. این فرایند شامل پایش یک سازه و یا سیستم مکانیکی در گذر زمان با استفاده از اندازه‌گیری‌های منظم دوره‌ای مشخصه‌های حساس به خرابی و تجزیه و تحلیل این مشخصه‌ها جهت تعیین وضعیت سلامت سازه و یا سیستم مکانیکی می‌باشد. Rytter [۱] در سال ۱۹۹۳ ارزیابی سلامت سازه را در چهار مرحله تعریف نموده است. مرحله اول، بررسی وجود یا عدم وجود خرابی در سازه است؛ مرحله دوم، مربوط به تعیین موقعیت خرابی می‌باشد؛ در مرحله سوم، بعد از تشخیص محل خرابی، به تعیین شدت آن پرداخته شده و در مرحله آخر، عمر باقی‌مانده سازه آسیب‌دیده محاسبه می‌گردد که کامل‌ترین سطح از سطوح مطالعاتی پایش سلامت سازه‌ها می‌باشد.

روش‌های شناسایی خرابی و ارزیابی شدت خسارت ناشی از آن‌ها در سازه‌ها به طور کلی به دو دسته روش‌های محلی^۲ و روش‌های کلی^۳ تقسیم‌بندی می‌شوند. بازرسی‌های چشمی، روش مایع نفوذی، بازرسی آلتراسونیک^۴ (UT) و بازرسی با ذرات مغناطیسی از جمله روش‌های محلی‌ای می‌باشند که در گذشته مورد توجه بوده‌اند. با توجه به محدودیت‌های روش‌های محلی به دلیل افزایش ابعاد سازه‌ها و پیچیدگی‌های هندسی آن‌ها، روش‌های کلی مبتنی بر پاسخ‌های استاتیکی و دینامیکی ناشی از تحریک سازه شکل گرفته‌اند. این روش‌ها، روش‌های معکوس یا غیر مستقیم نیز نامیده می‌شوند. وجود خرابی در سازه موجب تغییر در برخی مشخصه‌های ذاتی آن شده و به طبع آن، پاسخ‌های ناشی از تحریک سازه تغییر می‌کنند. از این‌رو، شناسایی خرابی‌های به وجود آمده توسط تحلیل پاسخ‌ها و تغییر شکل‌های ارتعاشی سازه ممکن می‌گردد. با بررسی و مقایسه پاسخ‌های سازه در دو حالت سالم و آسیب‌دیده، می‌توان مسئله عیب‌یابی را حل نمود. امروزه روش‌های غیر مستقیم فراوانی در رابطه با موضوع خرابی وجود دارد که از جمله این روش‌ها، می‌توان روش‌های مبتنی بر الگوریتم‌های فرا ابتکاری چون الگوریتم ژنتیک^۵ (GA) و الگوریتم ازدحام ذرات^۶ (PSO) و روش‌های مبتنی بر تحلیل سیگنال‌ها چون تبدیلات فوریه و موجک را نام برد. در این مقاله از روش تبدیل موجک^۷ (WT) که یک ابزار ریاضی سودمند جهت تحلیل پاسخ‌های ارتعاشی سازه به عنوان سیگنال‌های ورودی می‌باشد، استفاده شده است. Newland [۲] اولین کسی بود که در سال ۱۹۹۴ به مفاهیم تبدیل موجک در ارتباط با تحلیل پاسخ‌های ارتعاشی پی برد؛ اگرچه به طور مشخص از تبدیل موجک در شناسایی خرابی سازه‌ها استفاده ننمود، اما معرفی این روش در مهندسی، سرآغاز پایش سلامت سازه‌ها به روش تحلیل موجکی شد. Masuda و همکاران [۳] در سال ۱۹۹۵ نشان دادند که خرابی یک ساختمان به هنگام زلزله به تعداد ماکزیمم‌های موجک مرتبط می‌باشد. Wang و Deng [۴] در سال ۱۹۹۹ روشی جهت شناسایی خرابی در سازه‌ها بر اساس تحلیل موجک پاسخ‌های استاتیکی معرفی نمودند. آن‌ها از این فرض که خرابی در سازه باعث اختلال در پاسخ سازه می‌شود، نشان دادند که اگرچه این اختلالات در داده‌های پاسخ کلی ظاهر نمی‌شوند، اما اغلب از روی مؤلفه‌های موجک قابل شناسایی می‌باشند. Qiao و Fan [۵] در سال ۲۰۰۹ روشی جهت شناسایی محل خرابی بر اساس تبدیل موجک گوسی دو

¹ Structural Health Monitoring (SHM)

² Local Methods

³ Global Methods

⁴ Ultrasonic Test (UT)

⁵ Genetic Algorithm (GA)

⁶ Particle Swarm Optimization (PSO)

⁷ Wavelet Transform (WT)

بعدی در صفحات خمشی ارائه نمودند. آن‌ها در این روش از فرمول‌های آنتونی در تبدیل موجک دو بعدی با هدف هم‌سطحی ضرایب موجک استفاده کردند و موفق شدند محل خرابی را شناسایی و شکل تقریبی آن را تعیین نمایند. Katunin [۶] در سال ۲۰۱۰ با استفاده از تبدیلات موجک گسسته روی پاسخ‌های مودال یک تیر ساخته شده از ورق پلیمری به بررسی ترک‌های متعدد پرداخت. نتایج تحقیق بیان می‌کند که ضرایب جزئیات دارای اطلاعات سودمندی جهت شناسایی محل ترک می‌باشد و جهت تشخیص محل ترک، حذف نوفه از ضرایب لازم است. نیز، تبدیل موجک، ابزار مناسبی جهت تشخیص محل ترک‌های متعدد در سازه‌های یک بعدی می‌باشد. Ghodrati و همکاران [۷] در سال ۲۰۱۰ با استفاده از شکل مودی صفحات سالم و آسیب‌دیده توسط تبدیل موجک گسسته به تشخیص محل آسیب پرداختند. آسیب‌ها به صورت یک المان با کاهش ضخامت در نظر گرفته شدند. آن‌ها از نسبت ضرایب موجک صفحات آسیب‌دیده به ضرایب موجک صفحات سالم استفاده نمودند. نتایج نشان‌دهنده توانایی روش پیشنهادی در تشخیص محل آسیب‌دیده می‌باشد. Liu و همکاران [۸] در سال ۲۰۱۲ با استفاده از تبدیل موجک به شناسایی خرابی توربین‌های بادی پرداختند. آن‌ها توانستند با موفقیت محل خرابی را شناسایی و بر اساس ارتباط ماکزیمم ضرایب موجک و میزان خسارت موجود، شدت خرابی را ارزیابی نمایند. Xu و همکاران [۹] در سال ۲۰۱۲ به شناسایی جاداشدگی فعال ستون‌های CFST^۸ مبتنی بر طیف انرژی تبدیل موجک با پیژوالکتریک پرداختند. آن‌ها با تجزیه و تحلیل طیف انرژی موجک بر اساس مقادیر اندازه‌گیری شده پیژوالکتریک‌ها، شاخص خرابی تغییرات وزنی WPES^۹ را جهت شناسایی مناطق جاداشدگی تعریف نمودند و نشان دادند که شاخص مزبور به نقص جاداشدگی حساس می‌باشد و سطح داخلی یک ستون CFST را ارزیابی می‌نماید. Solis و همکاران [۱۰] در سال ۲۰۱۳ جهت شناسایی خرابی سازه با استفاده از شکل مودی سالم و معیوب روشی مبتنی بر تبدیل موجک ارائه نمودند و موفق شدند علاوه بر شناسایی موقعیت خرابی‌ها بر مشکلات مربوط به شناسایی خرابی‌های ابتدا و انتهای طول سازه فائق آیند. Kourehli و Bagheri [۱۱] در سال ۲۰۱۳ به بررسی محل خرابی در سازه‌های تحت تحریک زلزله با استفاده از موجک گسسته پرداختند. هدف آن‌ها به دست آوردن زمان وقوع خرابی در سازه‌هایی چون دیوار برشی بتنی بود. آن‌ها در این بررسی از تبدیل موجک گسسته روی پاسخ‌های سرعت و تغییر مکان سازه‌های مورد نظر استفاده نمودند. مقادیر اوج پاسخ‌ها در ضرایب جزئیات موجک، نشان‌دهنده زمان وقوع خرابی بود. نتایج به دست آمده نشان‌دهنده توانمندی تبدیلات موجک گسسته جهت شناسایی زمان وقوع خرابی می‌باشد. Katunin [۱۲] در سال ۲۰۱۵ با استفاده از موجک‌های ناپایدار quincunx تحت اثر انرژی‌های مختلف به تجزیه و تحلیل شکل مودهای آسیب‌دیده صفحات کامپوزیتی پرداخت و نشان داد که با استفاده از این موجک‌ها مکانیسم دقیق خسارت و اجتناب از اثر مرزی رخ می‌دهد. Patel و همکاران [۱۳] در سال ۲۰۱۶ با استفاده از تبدیل موجک به شناسایی خرابی در یک ساختمان بتنی ۶ طبقه پرداختند. آن‌ها با تحلیل موجک پاسخ‌های ارتعاشی ثبت شده تراز هر طبقه برای جرم‌های مختلف نشان دادند که ارتباط مستقیمی بین ضرایب موجک و تغییر در خصوصیات ذاتی سازه از جمله جرم وجود دارد. Yang و Oyadiji [۱۴] در سال ۲۰۱۷ روش جدیدی جهت شناسایی خرابی در صفحات کامپوزیتی چند لایه، با استفاده از سطح فرکانس مودال^{۱۰} (MFS) ارائه نمودند. آن‌ها نشان دادند که کاهش سختی موضعی لایه‌ها باعث اختلال در سطح فرکانس مودال شده و با محاسبه ضریب موجک سطح فرکانس مودال می‌توان محل و شکل خرابی در صفحات کامپوزیتی چند لایه را مشخص نمود. Wang و همکاران [۱۵] در سال ۲۰۱۹ جهت شناسایی خرابی سازه تونلی یک شاخص خرابی جدید مبتنی بر تبدیل موجک بر اساس بردار نیروی باقی‌مانده پیشنهاد و برای مدل المان محدود تونل با انواع مختلف خرابی در موقعیت‌های مختلف استفاده نمودند. نتایج نشان داد که شاخص خرابی پیشنهادی می‌تواند به عنوان یک شاخص مؤثر و کارآمد شناسایی خرابی مورد استفاده واقع گردد.

۲- مبانی تئوری تبدیل موجک

تبدیل موجک یک روش سودمند پردازش سیگنال‌ها با یک رویکرد چند رزولوشنی است که قادر به تفکیک سیگنال در حوزه زمان (مکان) و فرکانس (مقیاس) می‌باشد و مشکلات مربوط به رزولوشن ثابت را ندارد [۱۶]. تبدیلات موجک به دو صورت پیوسته و گسسته تعریف می‌شوند که در ادامه به آن‌ها پرداخته می‌شود.

^۸ Concrete Filled Steel Tube (CFST)

^۹ Wavelet Packet Energy Spectrum (WPES)

^{۱۰} Modal Frequency Surface (MFS)

۲-۱- تبدیل موجک پیوسته^{۱۱} (CWT)

اگر $X(t)$ یک سیگنال در بازه $-\infty$ تا ∞ باشد، در این صورت تبدیل موجک پیوسته یک بعدی آن با رابطه (۱) تعریف می‌گردد:

$$CWT(s, b) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi^* \left(\frac{t-b}{s} \right) dt = \langle X(t), \psi_{b,a}(t) \rangle \quad (1)$$

در رابطه بالا، b و s به ترتیب پارامترهای انتقال و مقیاس می‌باشند و $CWT(s, b)$ ضریب موجک نامیده می‌شود. نیز، ψ تابع موجک مادر می‌باشد که الگوی برای بازسازی سایر توابع موجک است. به طور مشابه، تبدیل موجک پیوسته دو بعدی را می‌توان از تعمیم حالت یک بعدی آن به دست آورد. تبدیل موجک پیوسته برای یک سیگنال دو بعدی $f(x, y)$ با رابطه (۲) تعریف می‌شود [۱۷].

$$2DCWT(s, a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \frac{1}{\sqrt{s \times s}} \psi \left(\frac{x-a}{s}, \frac{y-b}{s} \right) dx dt \quad (2)$$

۲-۲- تبدیل موجک گسسته^{۱۲} (DWT)

تبدیل موجک گسسته یک سیگنال یک بعدی $S_0(n)$ با رابطه (۳) تعریف می‌شود.

$$S_0(n) = S_j(n) + \sum_{j < i} W_j(n) \quad (3)$$

در رابطه بالا، $S_j(n)$ و $W_j(n)$ به ترتیب تقریبات (Approximations) و جزئیات (Details) یک سیگنال یک بعدی در سطح i ام می‌باشد که در سطح $i+1$ از روابط (۴) و (۵) به دست می‌آیند.

$$S_{i+1}(n) = \sum_{k=0}^{L-1} g(k) S_i(2n-k) \quad (4)$$

$$W_{i+1}(n) = \sum_{k=0}^{L-1} h(k) S_i(2n-k) \quad (5)$$

در روابط بالا، $g(k)$ و $h(k)$ به ترتیب ضرایب فیلتر پایین‌گذر و بالا‌گذر و L اندازه فیلتر می‌باشد. به طور مشابه، تبدیل موجک گسسته یک سیگنال دو بعدی $S_0(n_1, n_2)$ با رابطه (۶) تعریف می‌گردد.

$$S_0(n_1, n_2) = S_j(n_1, n_2) + \sum_{j < i} W_j^1(n_1, n_2) + \sum_{j < i} W_j^2(n_1, n_2) + \sum_{j < i} W_j^3(n_1, n_2) \quad (6)$$

که در آن، $S_j(n_1, n_2)$ ضریب تقریب و ضرایب $W_j^1(n_1, n_2)$ ، $W_j^2(n_1, n_2)$ و $W_j^3(n_1, n_2)$ مربوط به جزئیات به ترتیب افقی، قائم و قطری می‌باشد.

۳- روش تحقیق

در این مقاله، صفحه فولادی جدار نازک در نرم افزار المان محدود ABAQUS مدل‌سازی شده و پس از انجام تحلیل مودال، شکل مودها در راستای بردار نرمال صفحه استخراج و در محیط نرم افزار EXCEL به شکل یک ماتریس متناظر با گره‌های صفحه تنظیم شده‌اند. با استفاده از تبدیل موجک گسسته دو بعدی، ماتریس شکل موده‌های سالم و معیوب در محیط نرم افزار MATLAB مورد تحلیل واقع شده

¹¹ Continuous Wavelet Transform (CWT)

¹² Discrete Wavelet Transform (DWT)

و نتایج در دو بعد طولی و عرضی به صورت بی‌بعد برای ۸ مود اول مقایسه می‌شوند. در آخر، بهترین شکل مودها بر اساس هم‌سطحی حساسیت ضرایب موجک در محل خرابی‌ها معرفی می‌گردد.

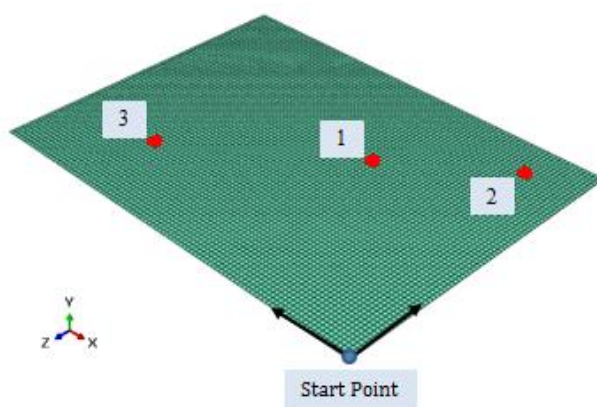
۴- مدل اجزا محدود صفحه فولادی

صفحه فولادی جدار نازک با ضخامت ۲ میلی‌متر به ابعاد 1800×2400 میلی‌متر در نرم افزار ABAQUS با مشخصات مکانیکی ضریب پواسن $0/3$ ، جرم مخصوص 7850 کیلوگرم بر متر مکعب و مدول الاستیسیته 210000 مگاپاسکال در حالت‌های سالم و سناریوهای خرابی D1، D2 و D3 معرفی شده در جدول ۱ مدل‌سازی و با ابعاد مش 25 میلی‌متر مورد تحلیل فرکانسی واقع شده است.

جدول ۱: محل وقوع خرابی‌ها

محل وقوع خرابی		شماره خرابی	تعداد خرابی‌ها	نام سناریوی خرابی
z/W	x/L			
$0/625$	$0/375$	۱	۱	D1
$0/625$	$0/375$	۱	۲	D2
$0/875$	$0/125$	۲		
$0/625$	$0/375$	۱		
$0/875$	$0/125$	۲	۳	D3
$0/25$	$0/75$	۳		

خرابی‌ها به ابعاد 50×50 میلی‌متر در تمام سناریوها به صورت 30% کاهش سختی به مدول الاستیسیته اعمال گردیده است. در شکل ۱ نمایش گرافیکی موقعیت خرابی‌ها نشان داده شده است.



شکل ۱: نمایش گرافیکی موقعیت خرابی‌های سناریوهای D1، D2 و D3

۵- وجود خرابی

در مقدمه بیان گردید که خرابی در سازه‌ها باعث تغییر در پاسخ‌های استاتیکی و دینامیکی سازه می‌شود. این تغییرات ناشی از تغییر در ماتریس‌های ذاتی سازه (ماتریس‌های جرم، سختی و میرایی) می‌باشد؛ بنابراین، می‌توان از روی تغییرات در پاسخ‌های سازه به مسئله وجود خرابی پاسخ داد. در ادامه این تغییرات در فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای استخراجی بررسی می‌گردد.

۵-۱- بررسی تغییرات فرکانس

معادله ارتعاش آزاد بدون میرایی یک سیستم سازه‌ای یک درجه آزادی با سختی K و جرم m را می‌توان از تعادل نیروها با رابطه (۷) به صورت زیر بیان نمود:

$$m\ddot{u} + Ku = 0 \quad (7)$$

ریشه‌های معادله مشخصه رابطه (7) همواره مختلط می‌باشند (زیرا سختی و جرم هر دو مثبت هستند)؛ لذا، جواب عمومی این معادله از جنس توابع کسینوس و سینوس با رابطه (8) بیان می‌گردد.

$$u(t) = \frac{\dot{u}_0}{\omega} \sin(\omega t) + u_0 \cos(\omega t), \quad \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (8)$$

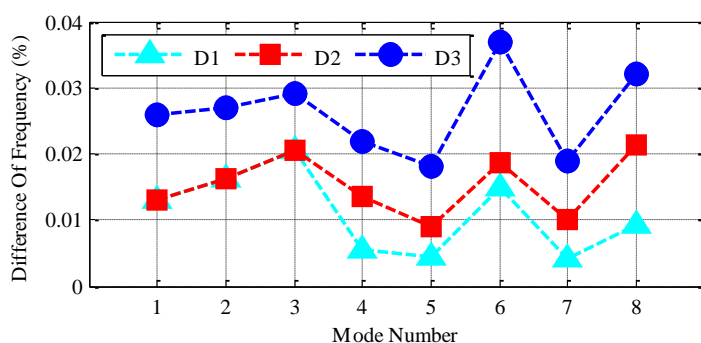
در رابطه بالا، ω فرکانس طبیعی سازه می‌باشد. واضح است که با کاهش سختی سازه به دلیل وجود خرابی‌هایی چون ترک، فرکانس‌های طبیعی سازه دچار تغییر می‌شوند؛ همین موضوع برای ارتعاش آزاد بدون میرایی یک سیستم سازه‌ای n درجه آزادی برقرار است. اگر ماتریس سختی سازه K و ماتریس جرم آن M باشد، آنگاه فرکانس‌های طبیعی از حل معادله مشخصه (9) قابل محاسبه می‌باشند.

$$\det(K - \omega^2 M) = 0 \quad (9)$$

به وضوح، کوچک‌ترین تغییر در ماتریس سختی سازه با تغییرات در ماتریس فرکانس‌های طبیعی همراه خواهد بود. در جدول 2 فرکانس‌های طبیعی 8 مود اول صفحه فولادی در حالت‌های سالم و آسیب‌دیده آورده شده و در شکل 2 نمودار درصد تغییرات فرکانس‌های اولیه و ثانویه برای سناریوهای خرابی، ترسیم شده است. درصد تغییرات فرکانس‌های طبیعی تأییدی بر وجود خرابی در صفحه فولادی می‌باشد. همچنین، با توجه به شکل 2 مشاهده می‌گردد که با افزایش تعداد خرابی‌ها درصد تغییرات فرکانسی افزایش می‌یابد.

جدول 2: مقادیر فرکانس‌های طبیعی اولیه و ثانویه (Hz)

شماره مود	صفحه با سناریوی خرابی			صفحه سالم
	D3	D2	D1	
1	1/5485	1/5487	1/5487	1/5489
2	1/8446	1/8445	1/8445	1/8451
3	3/4269	3/4272	3/4272	3/4279
4	3/6669	3/6672	3/6675	3/6677
5	4/4780	4/4784	4/4786	4/4788
6	5/3884	5/3894	5/3896	5/3904
7	7/0061	7/0067	7/0071	7/0074
8	7/4739	7/4747	7/4756	7/4763



شکل 2: نمودار درصد تغییرات فرکانس‌های طبیعی اولیه و ثانویه

۵-۲- بررسی تغییرات شکل مودی

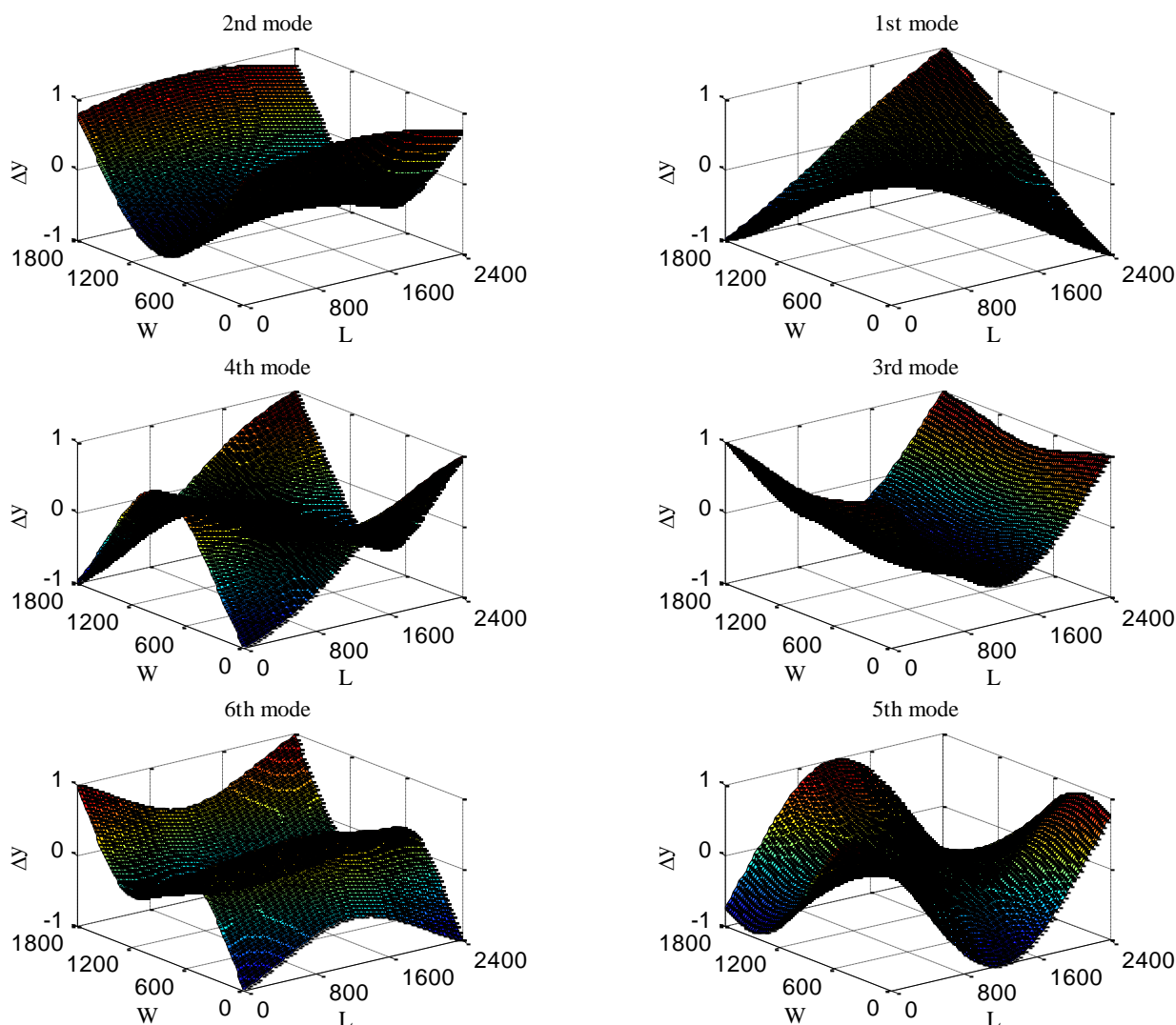
واضح است که در صورت انطباق کامل شکل مودهای اولیه و ثانویه، هیچ‌گونه خرابی در سازه وجود ندارد؛ بنابراین، اگر چنانچه بتوان میزان همبستگی شکل اولیه و ثانویه مودهای مختلف را بررسی نمود، می‌توان به مسئله وجود خرابی در سازه پاسخ داد. یکی از

معیارهای اطمینان بخش جهت مقایسه شکل مدهای اولیه و ثانویه، معیار همبستگی شکل مود^{۱۳} (MAC) می باشد که با رابطه (۱۰) به صورت زیر بیان می گردد [۱۸]:

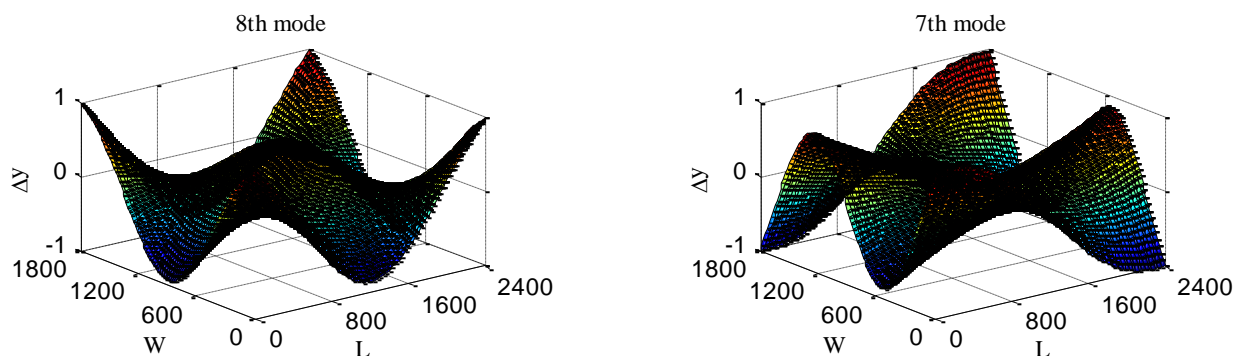
$$MAC_i(Ud, D) = \frac{\left(\sum_{i=1}^n \phi_i^{Ud} \phi_i^D\right)^2}{\sum_{i=1}^n (\phi_i^{Ud})^2 \sum_{i=1}^n (\phi_i^D)^2} \quad (10)$$

در رابطه بالا، ϕ_i^{Ud} و ϕ_i^D به ترتیب شکل اولیه و ثانویه مود i ام می باشند. مقادیر معیار همبستگی شکل مود همواره بین صفر و ۱ بوده و مقدار ۱ نشان دهنده انطباق کامل شکل مودها (عدم وجود خرابی) و مقادیر کمتر از ۱ نشان دهنده عدم انطباق شکل مودها (وجود خرابی) در سازه می باشد.

در شکل ۳ شکل اولیه ۸ مود اول صفحه فولادی آورده شده و در جدول ۳ مقادیر معیار همبستگی شکل مودی سناریوهای خرابی مزبور ارائه گردیده است. مشاهده می شود که تمام مقادیر کمتر از ۱ می باشند و وجود خرابی مورد تأیید است.



¹³ Modal Assurance Criterion (MAC)

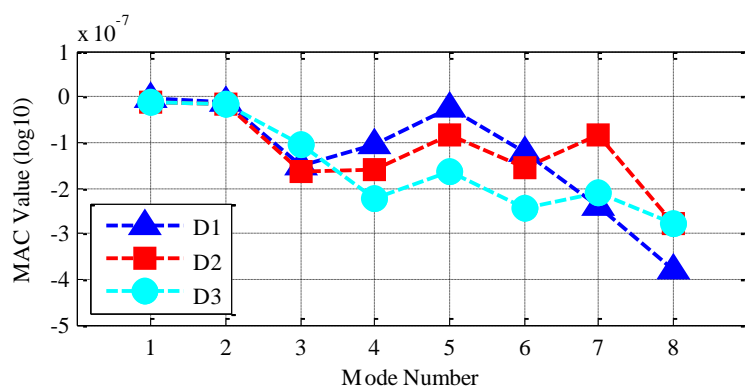


شکل ۴: شکل مودهای صفحه فولادی سالم

جدول ۴: مقادیر معیار همبستگی شکل مودها

شماره مود	مقادیر MAC برای سناریوی خرابی D1	مقادیر MAC برای سناریوی خرابی D2	مقادیر MAC برای سناریوی خرابی D3
۱	۰/۹۹۹۹۹۹۸۹۶۵۰۱۰۱	۰/۹۹۹۹۹۹۹۷۰۴۱۰۹۷۵	۰/۹۹۹۹۹۹۹۶۹۰۴۰۲۴۴
۲	۰/۹۹۹۹۹۹۹۶۹۰۲۴۲۰۷	۰/۹۹۹۹۹۹۹۶۳۰۰۱۱۰۷	۰/۹۹۹۹۹۹۹۶۲۶۲۵۸۲۶
۳	۰/۹۹۹۹۹۹۹۶۴۷۵۴۷۶۸۸	۰/۹۹۹۹۹۹۹۶۲۲۱۶۴۷۴۲	۰/۹۹۹۹۹۹۹۷۵۷۰۴۶۶۹۶
۴	۰/۹۹۹۹۹۹۹۷۵۷۵۱۳۶۲۸	۰/۹۹۹۹۹۹۹۶۲۸۴۴۸۷۲۵	۰/۹۹۹۹۹۹۹۴۸۱۵۷۸۰۹۵
۵	۰/۹۹۹۹۹۹۹۶۴۲۶۵۰۵۸۴	۰/۹۹۹۹۹۹۹۸۰۶۲۱۷۰۴۶	۰/۹۹۹۹۹۹۹۶۱۹۰۴۶۲۹۷
۶	۰/۹۹۹۹۹۹۹۷۱۶۸۹۶۳۵۱	۰/۹۹۹۹۹۹۹۶۴۴۸۸۹۶۰۶	۰/۹۹۹۹۹۹۹۴۳۹۴۰۹۰۶۰
۷	۰/۹۹۹۹۹۹۹۴۴۲۶۱۵۰۲۷	۰/۹۹۹۹۹۹۹۸۰۳۲۵۵۴۱۴	۰/۹۹۹۹۹۹۹۵۱۱۸۴۴۵۹۳
۸	۰/۹۹۹۹۹۹۹۱۲۶۸۸۷۶۶۱	۰/۹۹۹۹۹۹۹۳۶۰۱۲۰۲۱۹	۰/۹۹۹۹۹۹۹۳۵۹۴۲۱۸۸۲

در شکل ۵ نمودار نیمه لگاریتمی معیار همبستگی شکل مودهای اولیه و ثانویه در مبنای اعشاری نشان داده شده است. مشاهده می‌گردد که بیشترین میزان همبستگی شکل مودها در مود اول می‌باشد و اثرات خرابی در مودهای بالاتر نسبت به مود اول محسوس‌تر است.



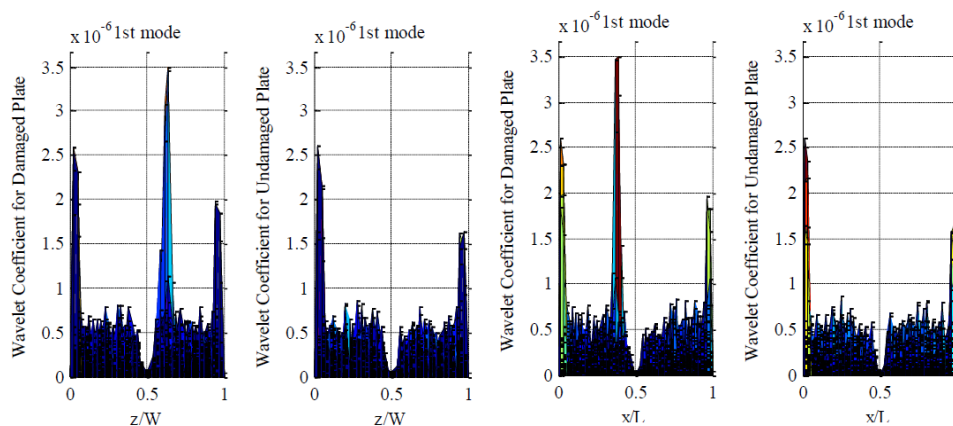
شکل ۵: نمودار لگاریتمی معیار همبستگی شکل مودهای اولیه و ثانویه

۶- شناسایی محل وقوع خسارت

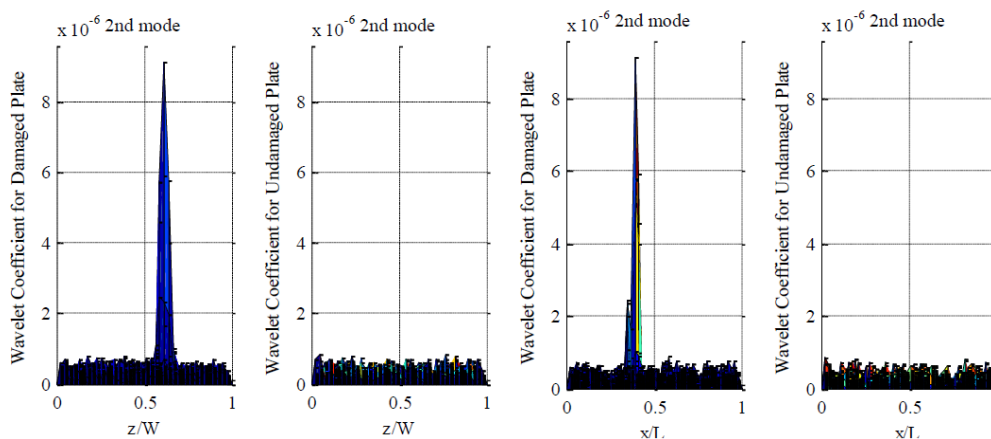
ماتریس‌های شکل مودهای سالم و آسیب‌دیده که اولین درایه آن‌ها جابجایی نقطه شروع (Start Point) می‌باشد، توسط تبدیل موجک گسسته دو بعدی (dwt2) با استفاده از تابع موجک sym4 مورد تحلیل موجکی واقع شده‌اند. به دلیل محدودیت تعداد صفحات مقاله، نتایج نموداری مربوط به سه مود اول ارائه شده و نتایج مودهای چهارم تا هشتم در جداول ارائه گردیده است.

۱-۶- بررسی سناریوی خرابی D1

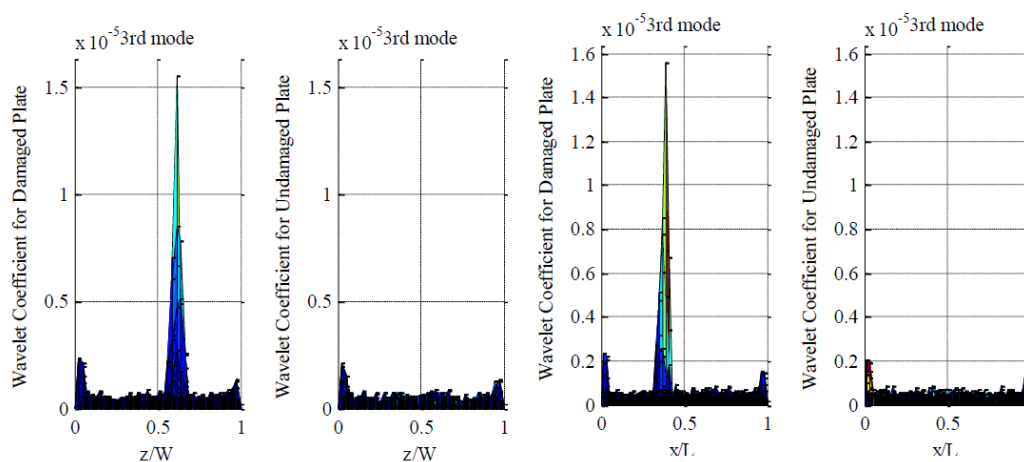
در شکل‌های ۶ تا ۸ نتایج حاصل از جزئیات قطری تحلیل موجک سناریوی خرابی D1 آورده شده است. مشاهده می‌گردد که در محل خرابی اغتشاش بیشتری از ضرایب موجک در تحلیل شکل مودهای ثانویه نسبت به شکل مودهای اولیه وجود دارد و موقعیت خرابی با موفقیت شناسایی شده است.



شکل ۶: نتایج تحلیل موجک شکل مودهای سالم و معیوب سناریوی خرابی D1 در مود اول



شکل ۷: نتایج تحلیل موجک شکل مودهای سالم و معیوب سناریوی خرابی D1 در مود دوم



شکل ۸: نتایج تحلیل موجک شکل مودهای سالم و معیوب سناریوی خرابی D1 در مود سوم

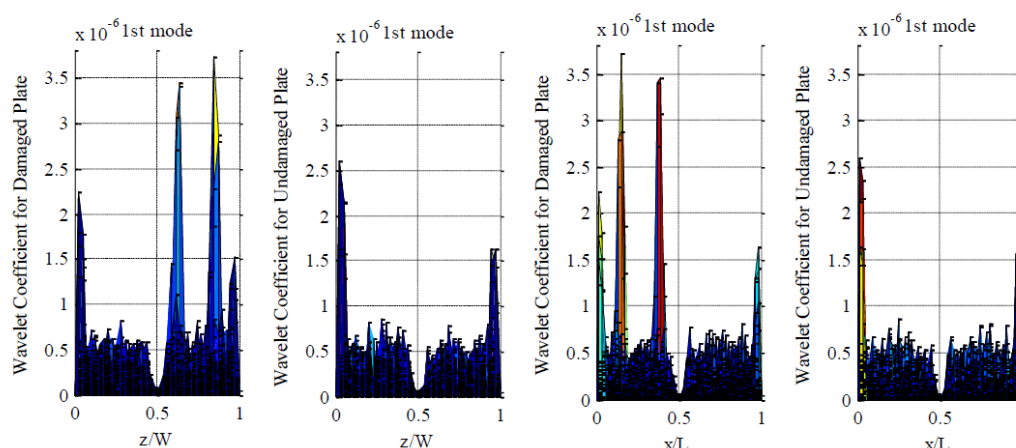
در جدول ۴ موقعیت‌های شناسایی شده و درصد خطای شناسایی در دو راستای طولی و عرضی آورده شده است. مشاهده می‌گردد که خطای شناسایی تحلیل موجکی تمام شکل مودها کمتر از ۲٪ می‌باشد.

جدول ۴: نتایج تحلیل موجک سناریوی خرابی D1

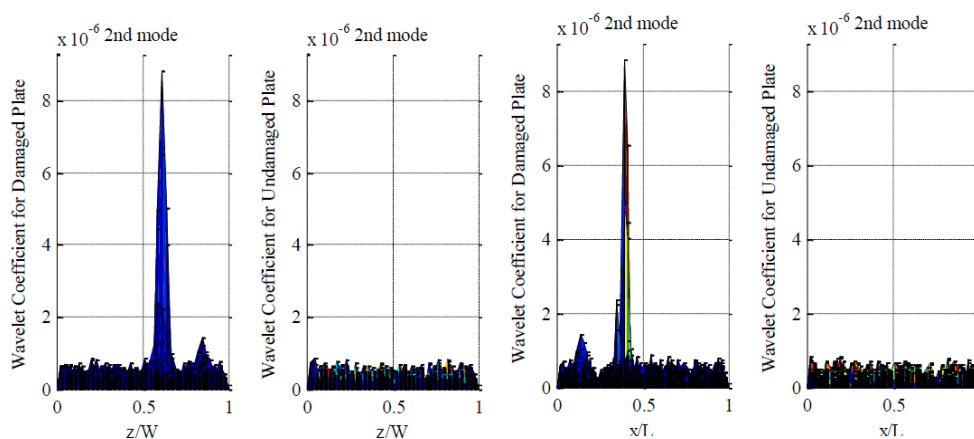
درصد خطای شناسایی		محل شناسایی شده خرابی		محل واقعی خرابی		سناریوی خرابی D1	شماره مود
z/W	x/L	z/W	x/L	z/W	x/L		
۱/۶	۰/۲۵	۰/۶۴۱	۰/۳۷۲۵	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۱
۰/۹۶	۱/۷۲	۰/۶۱۵۴	۰/۳۹۲۲	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۲
۰/۹۶	۱/۷۲	۰/۶۱۵۴	۰/۳۹۲۲	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۳
۱/۶	۰/۲۵	۰/۶۴۱	۰/۳۷۲۵	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۴
۱/۶	۱/۷۲	۰/۶۴۱	۰/۳۹۲۲	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۵
۰/۹۶	۱/۷۲	۰/۶۱۵۴	۰/۳۹۲۲	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۶
۰/۹۶	۱/۷۲	۰/۶۱۵۴	۰/۳۹۲۲	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۷
۰/۹۶	۱/۷۲	۰/۶۱۵۴	۰/۳۹۲۲	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۸

۲-۶- بررسی سناریوی خرابی D2

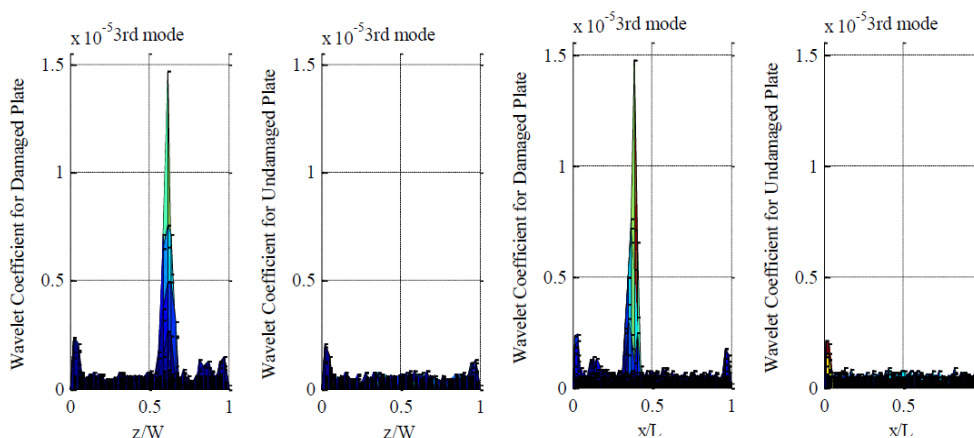
در شکل‌های ۹ تا ۱۱ نتایج حاصل از جزئیات قطری تحلیل موجک ۳ شکل مود اول، در محل وقوع خرابی‌ها اغتشاشات ضرایب موجک حاصل از تحلیل شکل مود ثانویه را نسبت به ضرایب موجک حاصل از تحلیل شکل مود اولیه نشان می‌دهد. در جدول ۵ موقعیت‌های شناسایی شده خرابی در مودهای مختلف با درصد‌های خطای شناسایی ارائه و در شکل ۱۲ نمودار ماکزیمم خطای شناسایی ترسیم گردیده است. با توجه به نمودار، ماکزیمم خطای حاصل از شناسایی موقعیت خرابی‌ها محدود به ۶٪ می‌باشد.



شکل ۹: نتایج تحلیل موجک شکل مودهای سالم و معیوب سناریوی خرابی D2 در مود اول



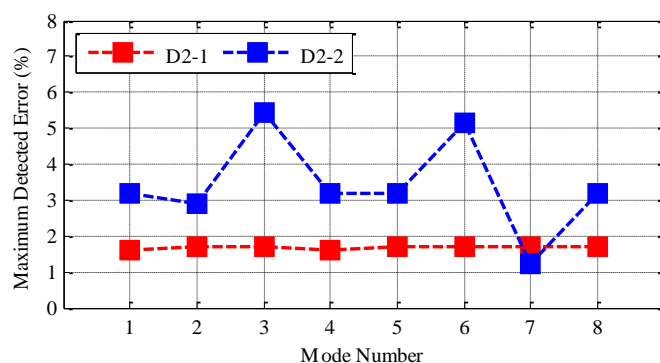
شکل ۱۰: نتایج تحلیل موجک شکل مودهای سالم و معیوب سناریوی خرابی D2 در مود دوم



شکل ۱۱: نتایج تحلیل موجک شکل مودهای سالم و معیوب سناریوی خرابی D2 در مود سوم

جدول ۵: نتایج تحلیل موجک سناریوی خرابی D2

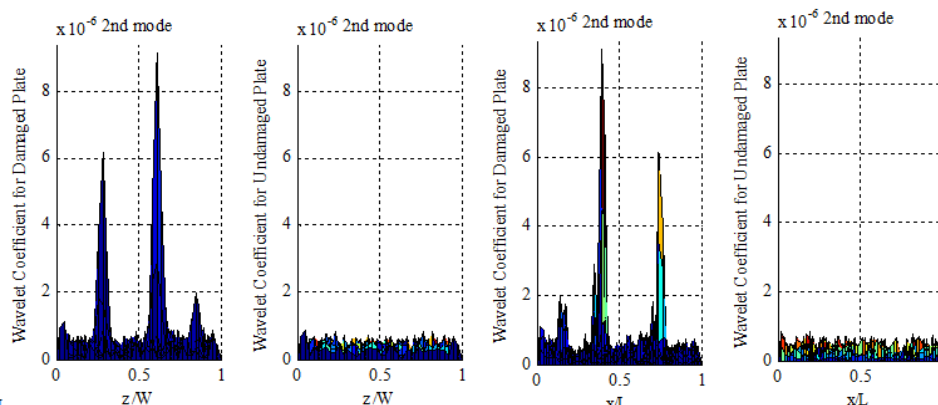
درصد خطای شناسایی		محل شناسایی شده خرابی		محل واقعی خرابی		سناریوی خرابی D2	شماره مود
z/W	x/L	z/W	x/L	z/W	x/L		
۱/۶	۰/۲۵	۰/۶۴۱	۰/۳۷۲۵	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۱
۲/۸۸	۳/۱۹	۰/۸۴۶۲	۰/۱۵۶۹	۰/۸۷۵	۰/۱۲۵	۲	
۰/۹۶	۱/۷۲	۰/۶۱۵۴	۰/۳۹۲۲	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۲
۲/۸۸	۱/۲۳	۰/۸۴۶۲	۰/۱۳۷۳	۰/۸۷۵	۰/۱۲۵	۲	
۰/۹۶	۱/۷۲	۰/۶۱۵۴	۰/۳۹۲۲	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۳
۵/۴۵	۱/۲۳	۰/۸۲۰۵	۰/۱۳۷۳	۰/۸۷۵	۰/۱۲۵	۲	
۱/۶	۰/۲۵	۰/۶۴۱	۰/۳۷۲۵	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۴
۲/۸۸	۳/۱۹	۰/۸۴۶۲	۰/۱۵۶۹	۰/۸۷۵	۰/۱۲۵	۲	
۱/۶	۱/۷۲	۰/۶۴۱	۰/۳۹۲۲	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۵
۰/۰۹	۳/۱۹	۰/۸۷۱۸	۰/۱۵۶۹	۰/۸۷۵	۰/۱۲۵	۲	
۰/۹۶	۱/۷۲	۰/۶۱۵۴	۰/۳۹۲۲	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۶
۲/۸۸	۵/۱۵	۰/۸۴۶۲	۰/۱۷۶۵	۰/۸۷۵	۰/۱۲۵	۲	
۰/۹۶	۱/۷۲	۰/۶۱۵۴	۰/۳۹۲۲	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۷
۰/۰۹	۱/۲۳	۰/۸۷۱۸	۰/۱۳۷۳	۰/۸۷۵	۰/۱۲۵	۲	
۰/۹۶	۱/۷۲	۰/۶۱۵۴	۰/۳۹۲۲	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۸
۲/۸۸	۳/۱۹	۰/۸۴۶۲	۰/۱۵۶۹	۰/۸۷۵	۰/۱۲۵	۲	



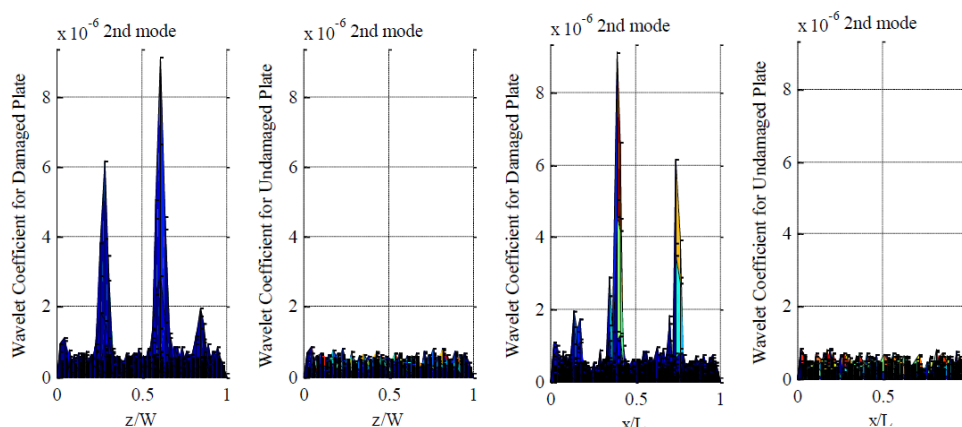
شکل ۱۲: نمودار ماکزیمم درصد خطای شناسایی موقعیت خرابی‌های D2

۳-۶- بررسی سناریوی خرابی D3

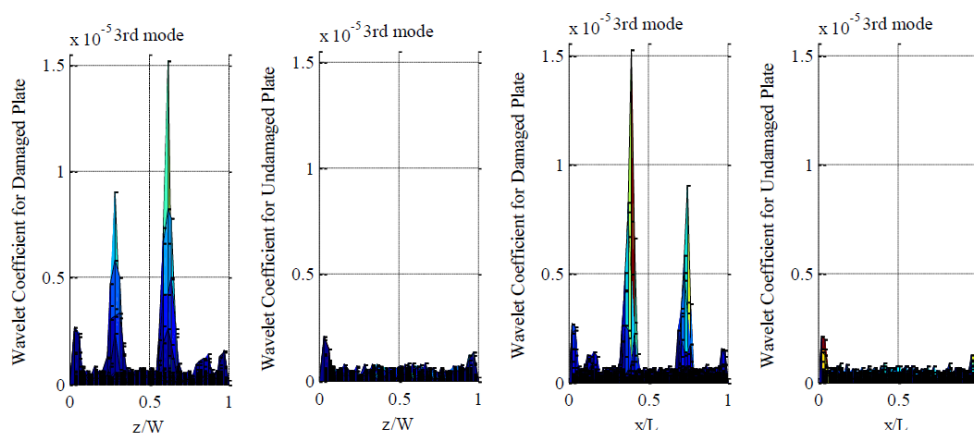
در شکل‌های ۱۳ تا ۱۵ جزئیات قطری حاصل از تحلیل موجک شکل مودهای سالم و آسیب‌دیده ۳ شکل مود اول سناریوی خرابی D3 آورده شده، مشاهده می‌گردد که موقعیت خرابی‌های ۱، ۲ و ۳ با خطای کمتر از ۶٪ شناسایی شده است. در جدول ۶ موقعیت‌های شناسایی شده و درصد‌های خطای شناسایی دو راستای طولی و عرضی ارائه و در شکل ۱۶ نمودار ماکزیمم خطای شناسایی ترسیم گردیده است.



شکل ۱۳: نتایج تحلیل موجک شکل مودهای سالم و معیوب سناریوی خرابی D3 در مود اول



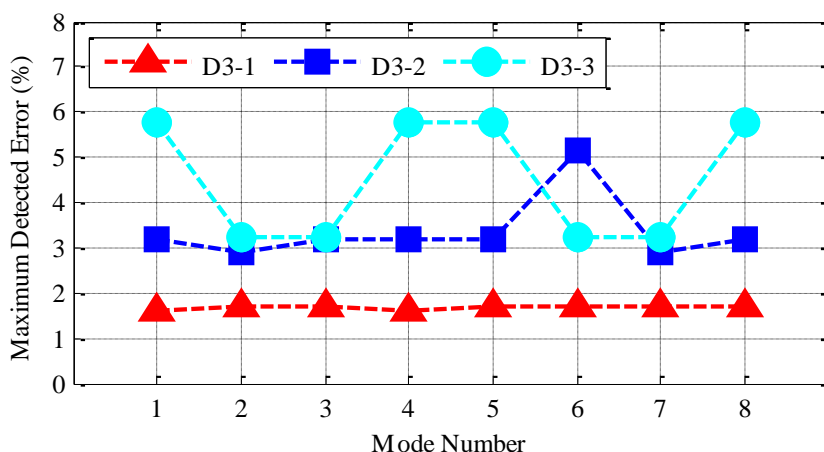
شکل ۱۴: نتایج تحلیل موجک شکل مودهای سالم و معیوب سناریوی خرابی D3 در مود دوم



شکل ۱۵: نتایج تحلیل موجک شکل مودهای سالم و معیوب سناریوی خرابی D3 در مود سوم

جدول ۶: نتایج تحلیل موجک سناریوی خرابی D3

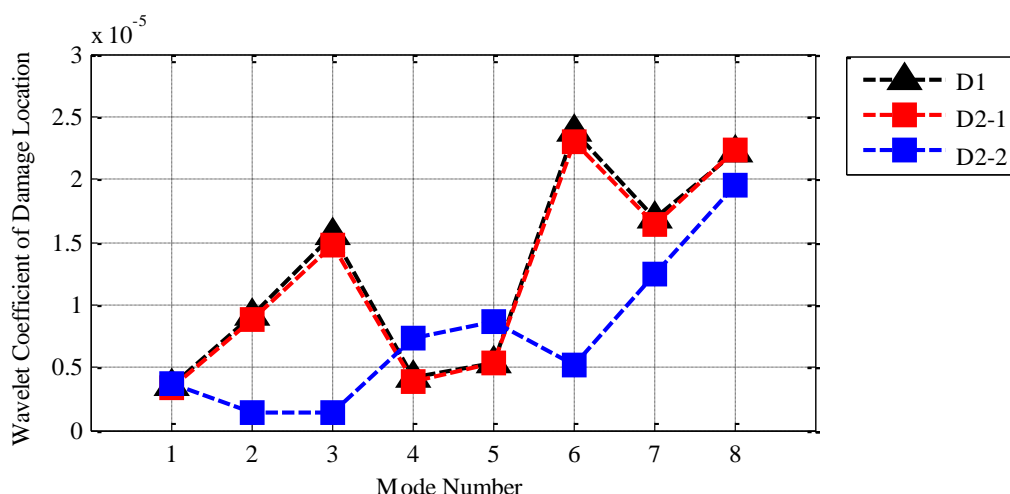
درصد خطای شناسایی		محل شناسایی شده خرابی		محل واقعی خرابی		سناریوی خرابی D3	شماره مود
z/W	x/L	z/W	x/L	z/W	x/L		
۱/۶	۰/۲۵	۰/۶۴۱	۰/۳۷۲۵	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۱
۲/۸۸	۳/۱۹	۰/۸۴۶۲	۰/۱۵۶۹	۰/۸۷۵	۰/۱۲۵	۲	
۵/۷۷	۲/۴۵	۰/۳۰۷۷	۰/۷۲۵۵	۰/۲۵	۰/۷۵	۳	
۰/۹۶	۱/۷۲	۰/۶۱۵۴	۰/۳۹۲۲	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۲
۲/۸۸	۱/۲۳	۰/۸۴۶۲	۰/۱۳۷۳	۰/۸۷۵	۰/۱۲۵	۲	
۳/۲۱	۰/۴۹	۰/۲۸۲۱	۰/۷۴۵۱	۰/۲۵	۰/۷۵	۳	
۰/۹۶	۱/۷۲	۰/۶۱۵۴	۰/۳۹۲۲	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۳
۰/۳۲	۳/۱۹	۰/۸۷۱۸	۰/۱۵۶۹	۰/۸۷۵	۰/۱۲۵	۲	
۳/۲۱	۰/۴۹	۰/۲۸۲۱	۰/۷۴۵۱	۰/۲۵	۰/۷۵	۳	
۱/۶	۰/۲۵	۰/۶۴۱	۰/۳۷۲۵	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۴
۲/۸۸	۳/۱۹	۰/۸۴۶۲	۰/۱۵۶۹	۰/۸۷۵	۰/۱۲۵	۲	
۵/۷۷	۲/۴۵	۰/۳۰۷۷	۰/۷۲۵۵	۰/۲۵	۰/۷۵	۳	
۱/۶	۱/۷۲	۰/۶۴۱	۰/۳۹۲۲	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۵
۰/۳۲	۳/۱۹	۰/۸۷۱۸	۰/۱۵۶۹	۰/۸۷۵	۰/۱۲۵	۲	
۵/۷۷	۰/۴۹	۰/۳۰۷۷	۰/۷۴۵۱	۰/۲۵	۰/۷۵	۳	
۰/۹۶	۱/۷۲	۰/۶۱۵۴	۰/۳۹۲۲	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۶
۲/۸۸	۵/۱۵	۰/۸۴۶۲	۰/۱۷۶۵	۰/۸۷۵	۰/۱۲۵	۲	
۳/۲۱	۰/۴۹	۰/۲۸۲۱	۰/۷۴۵۱	۰/۲۵	۰/۷۵	۳	
۱/۷۲	۱/۷۲	۰/۶۱۵۴	۰/۳۹۲۲	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۷
۲/۸۸	۱/۲۳	۰/۸۴۶۲	۰/۱۳۷۳	۰/۸۷۵	۰/۱۲۵	۲	
۳/۲۱	۰/۴۹	۰/۲۸۲۱	۰/۷۴۵۱	۰/۲۵	۰/۷۵	۳	
۱/۷۲	۱/۷۲	۰/۶۱۵۴	۰/۳۹۲۲	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵	۱	۸
۲/۸۸	۳/۱۹	۰/۸۴۶۲	۰/۱۵۶۹	۰/۸۷۵	۰/۱۲۵	۲	
۵/۷۷	۲/۴۵	۰/۳۰۷۷	۰/۷۲۵۵	۰/۲۵	۰/۷۵	۳	



شکل ۱۶: نمودار ماکزیمم درصد خطای شناسایی موقعیت خرابی‌های D3

۷- حساسیت و هم‌سطحی ضرایب موجک

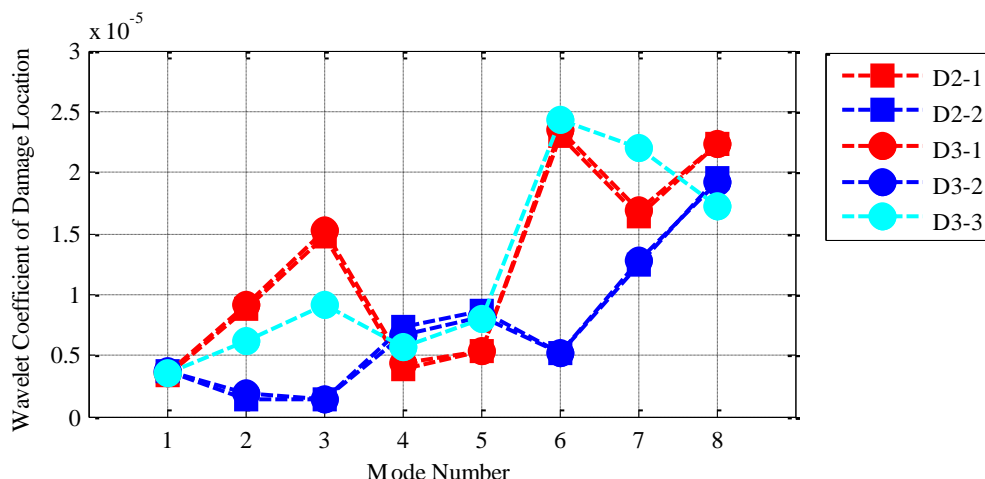
به منظور سنجیدن میزان حساسیت ضرایب موجک در محل خرابی‌ها، نمودارهای ضرایب شناسایی موجکی ترسیم و مقایسه شده‌اند. در شکل ۱۷ نمودار ضرایب شناسایی موجکی سناریوهای خرابی D1 و D2 نشان داده شده است.



شکل ۱۷: نمودار ضرایب شناسایی موجکی در محل خرابی‌های سناریوهای D1 و D2

مشاهده می‌گردد که محل خرابی ۱ در هر دو سناریوی خرابی با حساسیت ضرایب موجک تقریباً یکسانی در تمام مودها شناسایی گردیده است. همچنین، تحلیل موجک شکل ثانویه مود اول در سناریوی خرابی D2 هم‌سطحی مناسب‌تری از ضرایب موجک را در محل خرابی ۱ و ۲ نسبت به مودهای بالاتر نشان می‌دهد.

با اضافه نمودن خرابی ۳ به سناریوی D2، سناریوی D3 به وجود آمد و مطالب بالا در مورد موقعیت خرابی‌های ۱، ۲ و ۳ بررسی گردید. در شکل ۱۸ حساسیت ضرایب موجک در محل خرابی سناریوهای D2 و D3 مقایسه شده‌اند. مشاهده می‌گردد که حساسیت ضرایب موجک در محل خرابی‌های ۱ و ۲ در تمام مودها تقریباً یکسان می‌باشد و یک الگو را دنبال می‌کند. همچنین، هم‌سطحی بیشتری از ضرایب موجک در محل خرابی‌های سناریوی D3 در تحلیل موجک شکل ثانویه مود اول نسبت به مودهای بالاتر مشاهده می‌گردد.



شکل ۱۸: نمودار ضرایب شناسایی موجکی در محل خرابی‌های سناریوهای D2 و D3

۸- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

امروزه پایش سلامت سازه‌ها به منظور تأمین ایمنی با حداقل هزینه با ترمیم و یا تعویض به موقع المان‌های معیوب امری مهم و ضروری می‌باشد. در گذشته روش‌های مخرب (روش‌های آزمایشگاهی) و روش‌های غیر مخرب محلی (نظیر بازرسی‌های چشمی) جهت سنجش سلامت سیستم سازه‌ها بکار گرفته می‌شد که با توجه به بزرگی ابعاد و پیچیدگی هندسه سازه، دچار محدودیت‌هایی می‌باشند. به همین دلیل، امروزه روش‌های غیر مستقیم مبتنی بر تحلیل پاسخ‌های استاتیکی و دینامیکی سازه مورد توجه واقع شده‌اند. از جمله این روش‌ها، روش‌های بر مبنای تحلیل سیگنال چون ابزار ریاضی تبدیل موجک می‌باشد که نوع گسسته و دو بعدی آن در این مقاله بکار گرفته شد. شکل مودهای اولیه و ثانویه ۸ مود اول صفحه فولادی به عنوان یک سیگنال فضایی دو بعدی مورد تحلیل موجکی با تابع موجک $\text{sym}4$ واقع شدند. با مقایسه حساسیت ضرایب موجک حاصل از تحلیل شکل ثانویه مود i ام نسبت به شکل اولیه مود i ام، موقعیت خرابی‌ها با خطای کمتر از ۶٪ در هر ۸ مود شناسایی گردید. همچنین، نتایج به دست آمده، حساسیت ضرایب موجک در محل یک خرابی را مستقل از حساسیت ضرایب موجک نسبت به موقعیت‌های خرابی دیگر نشان می‌دهند. نیز، در تحلیل موجکی شکل ثانویه مود اول هم‌سطحی مناسب‌تری از ضرایب موجک در موقعیت‌های خرابی نسبت به تحلیل موجک شکل ثانویه مودهای بالاتر مشاهده می‌گردد؛ بنابراین، در شناسایی موقعیت خرابی‌ها، مقایسه نتایج تحلیل موجک شکل مودهای اولیه و ثانویه مود اول توصیه می‌شود.

مراجع

- [1] Rytter, A., (1993). "Vibration based inspection of civil engineering structures". Ph.D. Dissertation, Department of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, Denmark.
- [2] Newland, D. E., (1994). "Wavelet analysis of vibration". Theory Journal of Vibration and Acoustics, Vol.116, p. 409-416.
- [3] Masuda, A., Nakaoka, A., Sone, A., and Yamamoto, S., (1995). "Health monitoring system of structures based on orthonormal wavelet transform". Seismic Eng., Vol. 312, p. 161-167.
- [4] Wang, Q., Deng, X., (1999). "Damage detection with spatial wavelets". International Journal of Solids and Structures, Vol. 36, 3443-3468.
- [5] Fan, W., Qiao, P., (2009). "A 2-d continuous wavelet transform of mode shape data for damage detection of plate structures". International Journal of Solids and Structures, Vol. 46, 4379-4395.
- [6] Katunin, A., (2010). "Identification of multiple cracks in composite beams using discrete wavelet transform". Scientific Problem of Machines Operation and Maintenance, 2(162).

- [7] Ghodrati Amiri, G., Bagheri, A., Seyed Razzaghi, S. A., Asadi, A., (2010). "Structural damage detection in plate using wavelet transform". Challenges, Opportunities and Solution in Structural Engineering and Construction-Ghafoori (Ed).
- [8] Liu, X., Leimbach, K. R., Hartmann, D., and Hoffer, R., (2012). "Signal analysis using wavelets for structural damage detection applied to wind energy converters", 14th International Conference on Computing in Civil and Building Engineering.
- [9] Xu, B., Li, B., Song, G., (2012). "Active debonding detection for large rectangular CFSTs based on wavelet packet energy spectrum with piezoceramics", Journal of Structural Engineering, Vol. 139, No. 9, pp-1435-1443.
- [10] Solis, M., Algaba, M., and Galvín, P., (2013). "Continuous wavelet analysis of mode shapes differences for damage detection", Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 40, pp. 645-666.
- [11] Bagheri, A., Kourehli, S., (2013). "Damage detection of structures under earthquake excitation using discrete wavelet analysis". Asian Journal of Civil Engineering (BHRC), vol. 14, No. 2, pp. 289-304.
- [12] Katunin, A., (2015). "Stone impact damage identification in composite plates using modal data and quincunx wavelet analysis", Archives of Civil and Mechanical Engineering, 15, 251-261.
- [13] Patel, S., Chourasia, A., Panigrahi, S., Parashar, J., Parvez, N., and Kumar, M., (2016). "Damage identification of RC structures using wavelet transformation", Procedia Engineering, Vol. 144, pp. 336-342.
- [14] Yang, C., Oyadiji, S. O., (2017). "Delamination detection in composite laminate plates using 2d wavelet analysis of modal frequency surface", Journal of Computers and Structures, 179, 109-126.
- [15] Wang, S., Li, J., Luo, H., Zhu, H., (2019). "Damage identification in underground tunnel structures with wavelet based residual force vector", Journal of Engineering Structures, 178. 506-520.
- [16] Rao, K.R., Kim, D.E., Hwang, J.J., (2005). "Fast fourier transform: Algorithm and applications", Springer, Berlin Heidelberg.
- [17] Mallat, S., (1989). "A theory for multi resolution signal decomposition: The wavelet representation", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 11, p. 674-693.
- [18] Pastor, M., Binda, M., Harcarik, T., (2012). "Modal Assurance Criterion", Journal of Procedia Engineering, 48, 543-548.