

## Investigation on novel connection in vertically mixed structures under lateral and axial loads

Farzad Bahri<sup>1</sup>, Mohammad Ali Kafi<sup>2\*</sup>, Ali Kheyroddin<sup>3</sup>

1- PhD Student, Dept. of Structure engineering, Semnan university, Semnan, Iran

2- Associate Professor, Dept. of Civil Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.

3- Professor, Dept. of Civil Engineering, Semnan University, Semnan, Iran

### ABSTRACT

Vertically-mixed structures are buildings constructed with different materials progressing in the vertical direction. These buildings feature a concrete frame on the lower stories but a steel one on top. Reinforced Concrete (RC) column connected to steel column in story that called transition story. The sudden change of stiffness in the transition story in these structures and the mass irregularity prompted research attempts concerning the response modification factor and the analytical period of the structures. There isn't much research on this issue. Due to below concrete column dimensions upper steel column dimension is limited. To accurately study the transfer of loads, the stiffness of the transition story column, and its failure and seismic behavior, this study investigates full-scale experimental a test specimen under axial and lateral cyclic load. Proposed connection in this study that called trough bolt lap connection had good behavior in seismic load up to 4% drift ratio. No sign of failure and stiffness reduction observed in test results. Analytical finite element study is done for verification and parametric study in transition story column in variable axial load and longitudinal bars ratio to gross section of concrete. Studies have shown no failure in the column connection. Column had force-control behavior in lateral loads.

### ARTICLE INFO

Receive Date: 21 April 2019

Revise Date: 26 May 2019

Accept Date: 03 June 2019

### Keywords:

Vertically mixed structures

Column connection

Transition story

Experimental study

Finite element

Min=5, max=8

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: 10.22065/JSCE.2019.182540.1836

\*Corresponding author: Mohammad Ali Kafi

Email address: mkafi@Semnan.ac.ir

## معرفی و بررسی اتصال جدید ستون طبقه انتقالی در ساختمان‌های ترکیبی در ارتفاع

فرزاد بحری<sup>۱</sup>، محمدعلی کافی<sup>۲\*</sup>، علی خیرالدین<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی دکتری سازه دانشگاه سمنان، دانشکده عمران، سازه، سمنان، ایران

۲- دانشیار دانشگاه سمنان، دانشکده عمران، سازه، سمنان، ایران

۳- استاد دانشگاه سمنان، دانشکده عمران، سازه، سمنان، ایران

### چکیده

ساختمان‌هایی که در طبقات آن‌ها نوع مصالح سازه تغییر کند، ساختمان‌های ترکیبی در ارتفاع نام دارند. معمولاً در این ساختمان‌ها طبقات پایین از نوع اسکلت بتی و طبقات بالا از نوع اسکلت فولادی می‌باشند. به دلیل تغییر سختی آنی در طبقه انتقال و تامنظمی جرمی تحقیقاتی در مورد این ساختمان‌ها درباره ضریب رفتار، زمان تناوب نوسان تحلیلی سازه‌های ترکیبی انجام شده است، اما در مورد نحوه اتصال سازه فولادی و بتی در ارتفاع تحقیقات چندانی وجود ندارد. همانند ستون‌های فولادی بر روی فونداسیون بتی صفحه‌ستون و اتصال هر ابعادی نمی‌تواند داشته باشد و محدود به ابعاد ستون بتن تحتانی می‌باشد. از این‌روی ضوابط آئین‌نامه‌ها برای جزئیات اتصال صحیح و انتقال بار مناسب از سازه فولادی به بتی پیشنهادی ارائه نکرده‌اند که به دلیل تغییر ناگهانی سختی و مکانیزم انتقال نیرو از ستون‌های سازه فولادی به بتی این اتصال بسیار حائز اهمیت می‌باشد. از این‌روی در این تحقیق به بررسی آزمایشگاهی ۱ نمونه آزمایشگاهی تمام‌مقیاس تحت بار محوری و جانبی چرخه ای و بررسی عددی اجزاء محدود آن در طبقه انتقالی انجام شده است. همچنین پس از صحت سنجی مدل عددی با نمونه آزمایشگاهی، پارامترهای بار محوری، درصد نسبی آرماتور به سطح بتن نمودار نیرو-تغییر مکان ارائه شده است. این تحلیل نشان داد خرابی در اتصال ستون رخ نداده و ستون و اتصال آن نیرو کنترل عمل نموده است.

**کلمات کلیدی:** ساختمان ترکیبی در ارتفاع، اتصال ستون، ستون طبقه انتقالی، تحلیل اجزا محدود، مطالعه آزمایشگاهی

شناسه دیجیتال:	سابقه مقاله:				
10.22065/JSCE.2019.182540.1836	چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
doi: <a href="https://dx.doi.org/10.22065/jsce.2019.182540.1836">https://dx.doi.org/10.22065/jsce.2019.182540.1836</a>	۱۴۰۰/۰۳/۳۰	۱۳۹۸/۰۳/۱۳	۱۳۹۸/۰۳/۱۳	۱۳۹۸/۰۲/۰۵	۱۳۹۸/۰۲/۰۱
<p>محمد علی کافی mkafi@Semnan.ac.ir</p> <p>*نویسنده مسئول: پست الکترونیکی:</p>					

## ۱- مقدمه

ساختمان‌هایی که در طبقات آن‌ها نوع مصالح سازه تغییر کند، ساختمان‌های ترکیبی در ارتفاع نام دارند. معمولاً در این ساختمان‌ها طبقات پایین از نوع اسکلت بتنی و طبقات بالا از نوع اسکلت فولادی می‌باشند. ساختمان‌ها به دلایلی مانند سختی انتقال بتن به ارتفاع زیاد برای بتن ریزی، کندی سرعت پیشرفت پروژه و ایجاد امکان ساخت با تراکم و طبقات بیشتر، پس از طرح و اجرای تعدادی از طبقات به صورت بتن مسلح به طرح و اجرای فولادی مابقی طبقات، به دلیل سرعت اجرای بیشتر و بار مرده سازه‌ای کمتر نسبت به سازه بتن مسلح، می‌پردازند. براین اساس به دلیل تغییر سختی آنی در طبقه انتقالی و نامنظمی جرمی، تحقیقاتی در مورد این ساختمان‌ها درباره ضریب رفتار، میرایی معادل و زمان تناوب نوسان تحلیلی سازه‌های ترکیبی انجام شده است. طبقه‌ای که سازه فولادی به بتنی تبدیل می‌گردد طبقه انتقالی نامیده می‌شود. اما در مورد نحوه اتصال سازه فولادی و بتنی در ارتفاع تحقیقات چندانی وجود ندارد و صرفاً پیشنهاد شده است که در طبقه انتقال سازه فولادی و بتنی به صورت ترکیبی اجرا گردد. اتصالات معمول در این ساختمان‌ها اتصال صفحه‌ستونی در پایین و وسط طبقه انتقالی است همچنین در روش دیگر ستون فولادی با برشگیر در ستون بتن مسلح دفن می‌گردد. در ساختمان‌های بلند استفاده از سازه ترکیبی در ارتفاع کاربرد دارد؛ در ۰ یک نمونه ساختمان ترکیبی در ارتفاع اجراء شده در تهران نشان داده شده است. در اتصال صفحه‌ستونی به دلیل محدودیت ابعاد صفحه‌ستون به ابعاد ستون بتنی تحتانی و استفاده از آرماتورهای طولی ستون زیرین به جای پیچ انتظار صفحه‌ستون معمولاً طراح با ضعف اتصال روپرو خواهد بود همچنین دفن مقطع فولادی در ستون بتن مسلح نیز ابعاد ستون فولادی را محدود می‌نماید. با دلایل ارائه شده در این تحقیق یک اتصال جدید باتام اتصال پوششی با پیچ میان‌گذر پیشنهاد شده است. در ادامه تحقیقات مرتبط با این موضوع بهطور مختصر ارائه شده است.

لیو و همکاران<sup>۱</sup> [۱] به بررسی آزمایشگاهی ستون‌های پرشده با بتن محاط در بتن مسلح به جای استفاده از صفحه‌ستون پرداختند. در این تحقیق ۹ نمونه آزمایشگاهی تیرستون با مقطع دایره‌ای پرشده از بتن تحت بار محوری و خمس چند محوره قرار گرفتند. در تحقیق لیاوو و همکاران<sup>۲</sup> [۲] نتایج آزمایش‌ها بر روی رفتار ستون‌های فولادی پرشده با بتن<sup>۳</sup> و دیوار برشی بتن مسلح در طبقه انتقالی نشان داد که این نوع از ستون‌ها باعث افزایش سختی و شکل‌پذیری شده و در همکاری با دیوارهای برشی بتن مسلح رفتار مناسبی در زلزله از خود نشان داده است. همچنین هان و همکاران<sup>۴</sup> [۳] مطالعه‌ای در مورد رفتار لرزه‌ای سازه‌های ترکیبی همراه با ستون‌های دایره‌ای پرشده با بتن و دیوار برشی بتن مسلح ارائه نمودند. نتایج آزمایش‌ها بر روی این نمونه‌ها نشان داد که ظرفیت تغییر شکل این نوع از سازه‌های ترکیبی، ضوابط لرزه‌ای آینه‌های چین را برآورده نموده است و می‌تواند به عنوان یک سیستم سازه‌ای مطلوب در مناطق لرزه‌خیز استفاده گردد.

در سال ۲۰۱۰ پاپاجورجیو و جاینتر<sup>۵</sup> [۴] و [۵] مطالعه‌ای بر روی نسبت‌های میرایی معادل در حالت نامنظمی ساختمان‌های ترکیبی انجام دادند. در این تحقیق یک روش ساده و دقیق برای بدست آوردن میرایی سازه‌های نامنظم، به وسیله پیشنهاد یک نسبت میرایی معادل که می‌توان به کل سازه اعمال نمود، ارائه گردیده است.

در مقاله‌ای در سال ۲۰۱۱ که توسط همتی و خیرالدین<sup>۶</sup> [۶] منتشر گردید، با آنالیز یک ساختمان پانزده طبقه ترکیبی که شامل چند طبقه بتنی در پایین و چند طبقه فولادی در بالای آن در دو حالت با و بدون طبقه انتقالی است، سعی شده است تا خصوصیات طبقه انتقالی، جزئیات و اثر آن در بهبود رفتار لرزه‌ای این‌گونه سازه‌ها و محل بهینه آن‌ها بررسی شود. با بررسی کلیه نتایج مشاهده شد که استفاده از سیستم ترکیبی بتن و فولاد در طبقه انتقالی باعث بهبود رفتار لرزه‌ای شده و بهترین محل این طبقه (محل بهینه تغییر سیستم سازه در ارتفاع) در یک‌سوم فوکانی ارتفاع سازه می‌باشد.

1 Liu, J., et al.

2 Liao, F.-Y., et al

3 Concrete filled steel tubes (CFT)

4 Han, L.-H., et al.

5 Papageorgiou & Gantes

یوگل و همکاران<sup>۶</sup> [۷] در سال ۲۰۱۳ رفتار لرزه‌ای قاب چهار طبقه ترکیبی فولادی، بتني که بر اساس آئین نامه و نزوله طراحی شده بود مورد بررسی عددی قرار دادند. در این تحقیق با آنالیز عددی پارامترهای شکل پذیری، اضافه مقاومت و تغییر مکان‌ها محاسبه شد. منحنی‌های شکست و ماتریس احتمال خرابی ارائه شد. احتمال جدی تغییر مکان‌های زیاد و خرابی‌های موضعی گزارش شد.

سیوندی‌پور و همکاران<sup>۷</sup> [۸] در تحقیقی نسبت میرائی معادل را در سازه‌های ترکیبی غیر کلاسیک در این تحقیق ارائه نمودند. در روش پیشنهادی این تحقیق ساختمان ترکیبی با یک سیستم ۳ درجه آزادی جایگزین می‌گردد.

در سال ۲۰۱۵ فنائی و شاملو [۹] تحقیقی در مورد ضریب رفتار سازه‌های ترکیبی در ارتفاع ارائه نمودند. نتایج این مطالعه نشان داد که ضریب رفتار این سازه‌ها از ضریب رفتار سازه‌های بتني و فولادی با همان ارتفاع کمتر بوده و این کاهش در سازه ۹ طبقه در مقابل سایرین بیشتر بوده است. درنتیجه پیشنهاد گردید که از سازه‌هایی که تعداد طبقات سازه فولادی به نسبت کل طبقات بیش از ۲۵ درصد است استفاده نگردد.

توسط ژنگ لو و همکاران<sup>۸</sup> در سال ۲۰۱۸ [۱۰] مطالعه آزمایشگاهی برروی میز لرزان و بررسی عدد برروی سازه ترکیبی در ارتفاع تحت تحریک لرزه‌ای ارائه شد. در این تحقیق یک سازه ترکیبی قائم ۱۲ طبقه که ۴ طبقه فوقانی آن فولادی و ۷ طبقه تحتانی آن بتن مسلح بوده و یک طبقه ترکیبی داشته است برروی میز لرزان مورد آزمایش تحت تحریک زلزله قرار گرفته است و با نتایج تحلیلی سازه ۱۲ طبقه بتني مقایسه شده است. نامنظمی سختی در این آزمایش مشاهده شده و این موضوع باعث افزایش چرخش در طبقه انتقالی شده است. سختی تحتانی بیشتر سازه باعث خرابی خمی در طبقه انتقالی شده است.

روش‌های انتقال تنش بین فولاد و بتن در المان‌های سازه‌ای کامپوزیت فولاد و بتن معمولاً به دو روش اتصال برش‌گیر به قسمت فولادی [۱۱] یا پیچ میان‌گذر که در سال [۱۲] می‌باشد. در این مقاله در جزئیات اتصال پیشنهادی که مورد آزمایش قرار گرفته از پیچ میان‌گذر استفاده شده است

در نشریه ATC72-1 [۱۳] در مورد جزئیات آزمایش ستون‌ها تحت بار جانبی روش آزمایش و مدل‌سازی ارائه شده است که در این تحقیق بر اساس آن نمونه‌ها به صورت تمام‌مقیاس ساخته و مورد آزمایش قرار گرفته است. پیکربندی و روش آزمایش این مقاله در تحقیق نگوک و بینگ لی<sup>۹</sup> [۱۴] جهت مطالعه آزمایشگاهی برای ارائه نمودار Backbone ستون‌های بتن مسلح با آرماتور عرضی کم نیز استفاده شده است.

تاکنون تحقیقاتی در مورد رفتار لرزه‌ای ساختمان‌های ترکیبی در ارتفاع و محل طبقه انتقالی انجام شده است، اما یکی از نکات مهم در این سازه‌ها اتصال صحیح سازه فوقانی به تحتانی است که بتواند نیروهای کششی، فشاری و برشی و لنگر خمی را به طور مناسب به ستون بتن مسلح تحتانی منتقل نماید. با توجه به رفتار و سختی متفاوت سازه فولادی فوقانی و بتن مسلح تحتانی اهمیت این اتصال بیشتر نیز می‌گردد. با بررسی تحقیقات محققان دیده می‌شود که در این مورد تحقیقات گسترده‌ای انجام نشده است و در جزئیات ارائه شده سازه فولادی در بتني دفن شده است که باعث محدودیت ابعاد سازه فولادی می‌شود. در این تحقیق به عنوان یک ابتکار در نظر است با توجه به ستون‌های پرشده با بتن در این طبقه ستون‌ها به یکدیگر متصل گردد و یک آزمایش تمام‌مقیاس نمونه آزمایشگاهی اتصال پوششی با پیچ میان‌گذر تحت نیروی جانبی چرخه‌ای و اعمال بار محوری متفاوت انجام شده است. سپس بوسیله نرم‌افزار اجزا محدود آباکوس<sup>۱۰</sup> [۱۵] صحت سنجی مدل آزمایشگاهی با مدل عددی صورت گرفته است، سپس پارامترهای بارمحوری، نسبت سطح آرماتور به سطح بتن بررسی پارامتریک شده است.

<sup>6</sup>Ugel, R et al.

<sup>7</sup>Sivandi-Pour, A., et al.

<sup>8</sup>Zheng Lu et al.

<sup>9</sup>Cao Thanh Ngoc; Bing Li

<sup>10</sup>ABAQUS



شکل ۱: ساختمان ترکیبی اجرا شده - تهران (الف) تصویر جزئیات اجرایی ستون در طبقه انتقالی ب) طبقه انتقالی

## ۲- هدف و روش تحقیق

در ساختمان‌های ترکیبی در ارتفاع انتقال مناسب نیروهای نقلی و جانبی در ستون‌های طبقه انتقالی بسیار مهم می‌باشد. در این تحقیق اتصال جدیدی برای ستون طبقه انتقال با نام اتصال پوششی با پیچ‌های میان‌گذر معرفی شد. نمونه تمام‌مقیاس مورد آزمایش تحت بار جانبی چرخه‌ای و اعمال بار محوری قرار گرفت. طراحی اتصال بر اساس ضوابط طراحی وصله ستون‌های فولادی آئین‌نامه طرح لرزه‌ای سازه‌های فولادی آمریکا<sup>۱۱</sup> [۱۶] انجام شد. بر اساس نتایج تحقیق آزمایشگاهی مدل اجزاء محدود در نرم‌افزار تحلیل سه‌بعدی آباکوس ساخته شده و نتایج مدل عددی با نتایج آزمایش صحت سنجی شد. در مدل عددی صحت سنجی شده بار محوری و مقدار آرماتورهای قسمت بتی ستون تغییر داده شد و رفتار اتصال تحت بار جانبی بررسی شده است.

## ۳- جزئیات نمونه‌ها و روند انجام آزمایش

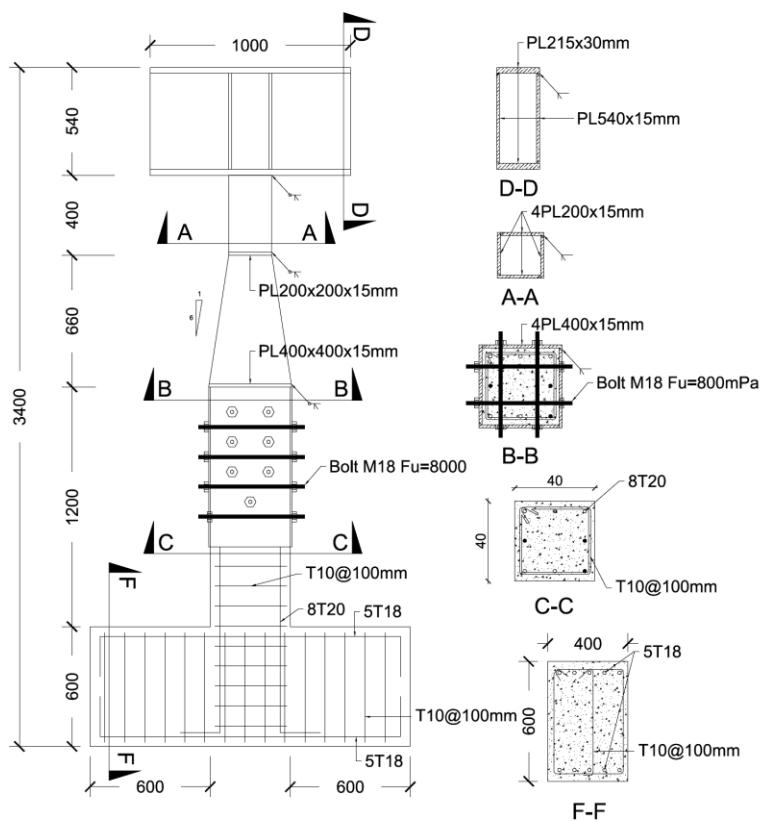
برای ساخت نمونه ابتدا یک ساختمان ۲۰ طبقه که در طبقه ۱۴ آن تبدیل سازه بتی به فولادی رخداده است طراحی شد. این ساختمان به صورت منظم در هر راستا ۵ دهانه با طول ۵ متر دارد. یکی از ستون‌های میانی انتخاب و طراحی اتصال انجام شد. این سازه بر اساس آئین‌نامه طراحی سازه‌های بتی آمریکا<sup>۱۲</sup> [۱۷] و آئین‌نامه طراحی سازه‌های فولادی آمریکا<sup>۱۳</sup> [۱۶] طراحی شده است. در این ساختمان طبقه ۱۶ طبقه انتقالی است.

نمونه آزمایشی مطابق جزئیات ارائه شده در ۰ ساخته شد. فولاد مصرف شده در ساخت قسمت فولادی از رده ST37 با تنosh تسلیم ۲۴۰ مگا پاسکال، آرماتور طولی و عرضی استفاده شده از رده S400 با تنosh تسلیم ۴۰۰ مگا پاسکال، پیچ میان‌گذر از رده A325 با تنosh تسلیم ۶۴۰ مگا پاسکال (تنosh نهایی ۸۰ مگا پاسکال) و بتون مصرفی دارای مقاومت نمونه سیلندری استاندارد ۳۰ مگا پاسکال می‌باشد.

<sup>11</sup> AISC341-16

<sup>12</sup> ACI318-14

<sup>13</sup> AISC360-16

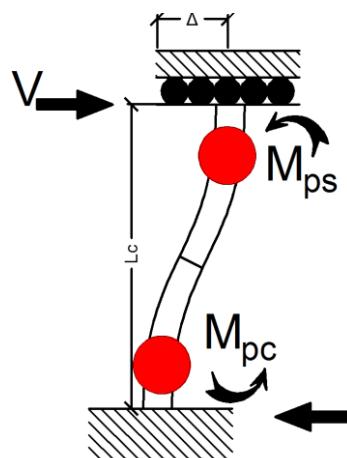


شکل ۲: جزئیات اجرایی نمونه‌های آزمایشگاهی

بار محوری اعمال شده به نمونه‌ها بر اساس حدود پایینی ضوابط ترسیم نمودار backbone مقطع فولادی آئین نامه [۱۸] ASCE41 در نظر گرفته شده است. بارمحوری اعمال شده معادل ۲۰ درصد ظرفیت مقطع فولادی در نظر گرفته شده است.

#### ۴- ظرفیت پلاستیک و نیروی برش طراحی

برش حداکثر طراحی ( $V_{ud}$ ) ستون طبقه بر اساس تشکیل دو مفصل پلاستیک خمشی در بالا و پایین ستون طبقه مطابق ضوابط لرزه‌ای AISC-341 [۱۹] از رابطه-۲ محاسبه می‌گردد. ظرفیت خمشی پلاستیک مقطع فولادی فوقانی  $M_{ps}$  و مقطع تحتانی  $M_{pc}$  در ارائه شده است و از رابطه-۳ برش حداکثر طراحی ( $V_{ud}$ ) بر اساس تشکیل دو مفصل پلاستیک خمشی بدست آمده است.



شکل ۳: شکل تئوریک تشکیل مفاصل پلاستیک

جدول ۱: ظرفیت لنگر خمشی پلاستیک و نیروی برشی

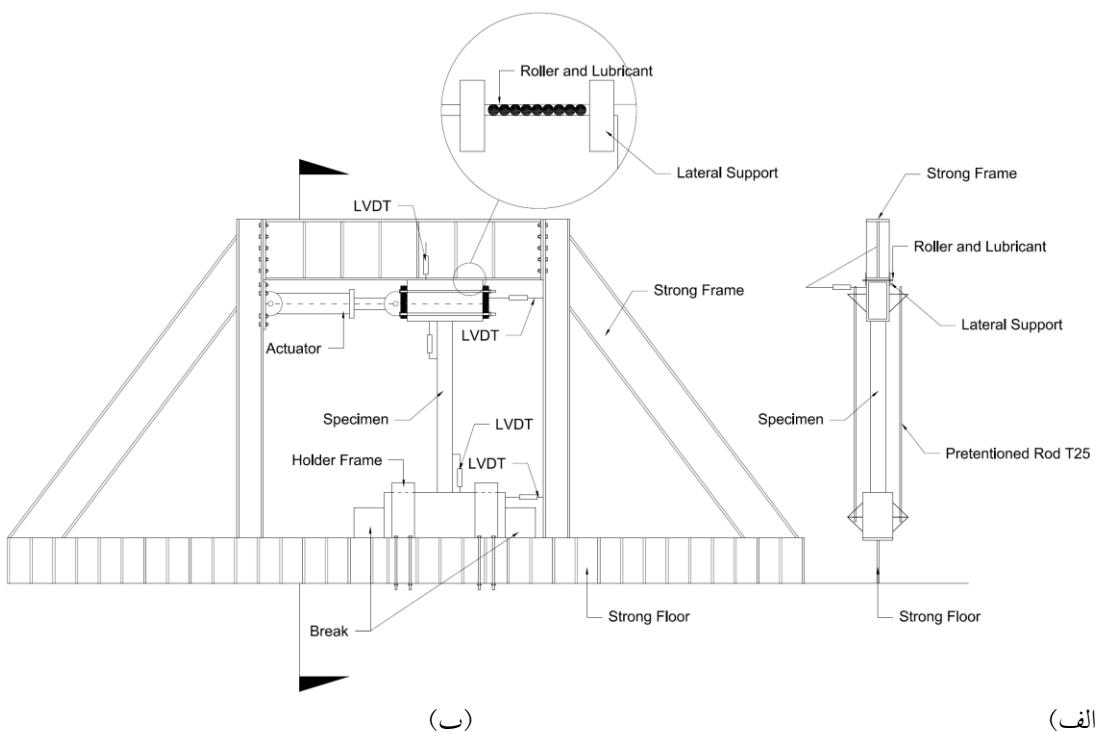
قطعه	صالح	جزئیات قطعه (۰۰)	لنگر خمشی پلاستیک (kN.m)	طول ستون (mm)	$V_{ud}$ (kN)
بتن مسلح تحتانی فولادی فرقانی	C30 ST37	C-C A-A	184 183	2260	163

$$V_{ud} = \frac{M_{pc} + M_{ps}}{L_a} = \frac{190000 + 180000}{2260} = 163 \text{ kN} \quad (1)$$

## ۵- پیکربندی آزمایش

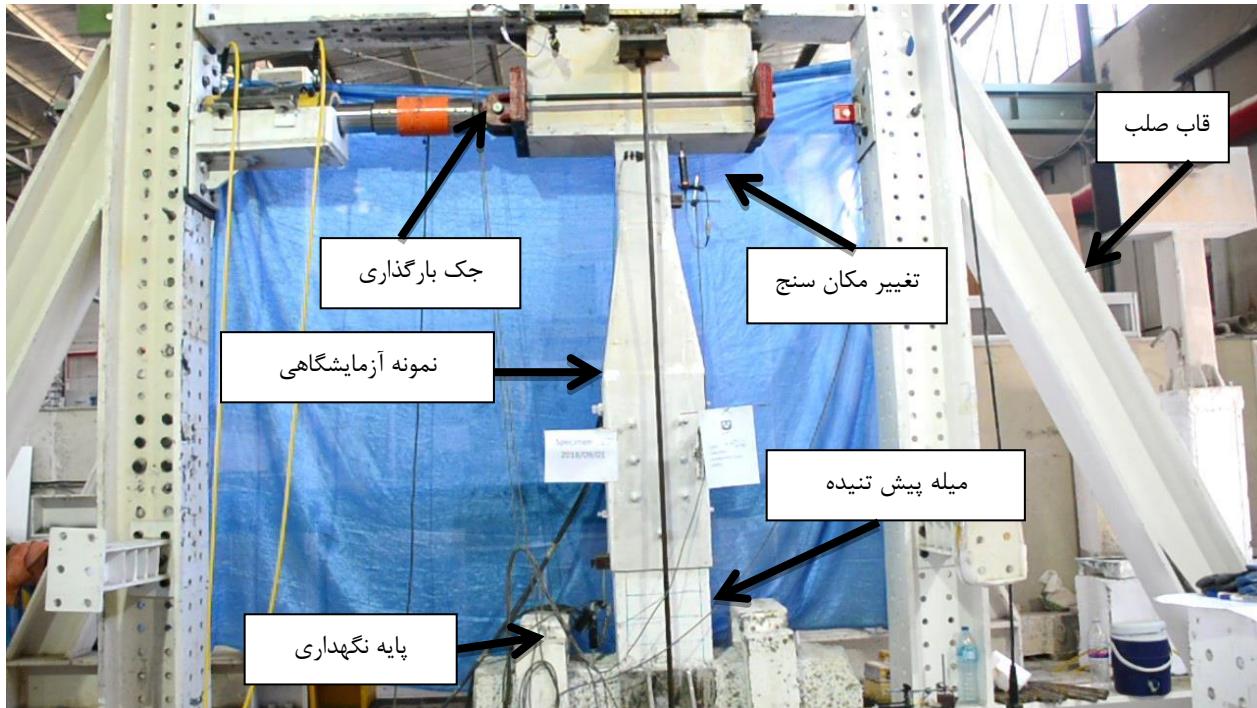
شکل شماتیک پیکربندی آزمایش در ۰ نشان داده شده است. همچنین تصویر پیکربندی نمونه در قاب صلب و المان های آزمایش در ۰ ارائه شده است. بار جانبی افقی در قسمت بالایی ستون به صورت چرخهای به وسیله یک محرك<sup>۱۴</sup> با ظرفیت ۱۰۰۰ کیلو نیوتون اعمال شده است. قاب صلب آزمایشگاه چرخش گره بالایی و ستون توسط قاب قوی آزمایشگاه بسته است. جابجایی و چرخش پایه ستون به وسیله المان های فولادی به کف قوی متصل شده اند که از جابجایی و چرخش پای ستون جلوگیری می نماید. نیروی محوری ستون به وسیله پس کشیدگی دو میل مهار فولادی با مقاومت تسلیم ۹۲۰ مگا پاسکال با قطر ۲۵ میلی متر ایجاد شده است. بار محوری به صورت آرام به وسیله چرخاندن مهره پایینی تا رسیدن به کرنش مشخص متناظر با نیروی محوری مورد مطالعه در آن نمونه به وسیله مطالعه کرنش سنج متصل به هر دو راد ایجاد شده است و در طول آزمایش کنترل شده است تا در صورت تغییر کالیبره گردد.

پروتکل بارگذاری جانبی به صورت تغییر مکان کنترل بر اساس دستورالعمل [۲۰] ATC-24 مطابق ۰ به قسمت بالایی ستون اعمال شده است. در طی آزمایش تغییر مکان، مقدار بار جانبی ستون به وسیله وسایل اندازه گیری همان طور که در ۰ نشان داده شده است، اندازی گیری شده است.

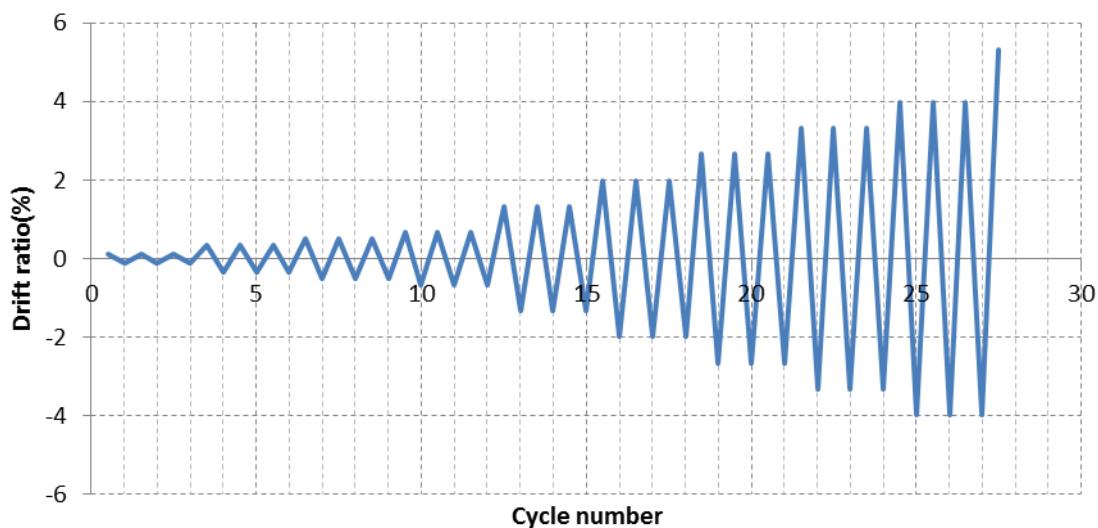


شکل ۴: جزئیات پیکربندی آزمایش (الف) مقطع پیکربندی آزمایش ب) نمای پیکربندی آزمایش

<sup>۱۴</sup> Actuator



شکل ۵: تصویر پیکربندی نمونه آزمایشگاهی



شکل ۶: پروتکل بارگذاری

## ۶- بررسی‌های عددی

تحلیل عددی در نرم‌افزار تحلیل اجزاء محدود سه‌بعدی آباکوس برای مدل‌های عددی برای صحت سنجی نمونه آزمایشگاهی و مطالعات عددی استفاده شده است. در نرم‌افزار آباکوس از تحلیل‌های غیرخطی برای صالح و هندسه استفاده شده است. ابعاد هندسی مدل عددی براساس نمونه آزمایشی ساخته شده است. از مش سه‌بعدی ۲۰ نقطه‌ای مکعبی<sup>۱۵</sup> برای مدل‌سازی پلاستیسیته و تغییر شکل‌های

<sup>۱۵</sup> A three-dimensional numerical model is generated using the 20 node quadratic/cubic brick elements (C3D20R)

بزرگ مناسب است، برای ورق‌های فولادی، بتن و پیچ‌های میان‌گذر استفاده شده است. برای مدل‌سازی آرماتورها از المان‌های خرپایی<sup>۲</sup> نقطه‌ای سه‌بعدی<sup>۱۹</sup> استفاده شده است.

## ۶-۱- صحبت سنجی نتایج آزمایشگاهی و عددی

برای تحلیل‌های عددی لازم است صحبت سنجی مدل عددی با نتایج نمونه آزمایشگاهی مشابه انجام شود. برای این منظور صحبت سنجی نتایج تحلیل مدل‌های عددی با نتایج آزمایش این تحقیق انجام شده است.

در نرم‌افزار تحلیل اجزاء محدود از المان‌های مکعبی<sup>۲۰</sup> نقطه‌ای استفاده شده است. برای مدل‌سازی آرماتورها از المان‌های خرپایی<sup>۲</sup> بعدی استفاده شده است. به‌نحوی که آرماتورها در داخل قطعه بتنی مدفون شده‌اند و کرنش یکسانی را با قسمت بتنی در تحلیل تجربه می‌کنند. نوع اتصال ستون بتنی به غلاف فولادی آن به صورت تماس سطحی با ضریب اصطکاک [۱۱] بر اساس تحقیق<sup>[۱۱]</sup> تعريف شده است. همچنین از این نوع اتصال برای اتصال پیچ میان‌گذر به قسمت بتنی نیز استفاده شده است. این نوع اتصال اجازه فرو رفتن قسمت فولادی داخل قسمت بتنی را نمی‌دهد و همچنین امکان جدایش دو قسمت از یکدیگر را نمی‌دهد. سایر قسمت‌ها که دارای جنس مصالح یکسان هستند به یکدیگر در مدل بسته<sup>۱۷</sup> شده‌اند. ورق فولادی، پیچ‌های میان‌گذر و قطعات بتنی با حداکثر ابعاد مش ۵۰ و ۵۰ میلی‌متر به ترتیب استفاده شده است. در ناحیه اتصال برای افزایش دقت نتایج ابعاد مش به نصف این مقادیر کاهش یافته است. این ابعاد پس از تغییر ابعاد مش تا رسیدن تطبیق مناسب با نتایج آزمایش به دست آمده است. برای مدل‌سازی آرماتورها از المان‌های خرپایی دونقطه‌ای استفاده شده است. این ابعاد پس از تغییر ابعاد مش تا رسیدن تطبیق مناسب با نتایج آزمایش بدست آمده است. در دو انتهای مدل همه گره‌ها به یک نقطه به صورت دیافراگم بسته شده‌اند و آن دونقطه به صورت ایده‌آل دوران آن‌ها بسته شده است. گره پایینی علاوه بر دوران، جابجایی آن نیز بسته شده است. جابجایی در گره فوقانی به صورت تدریجی اعمال شده است.

در ۰ مشخصات مکانیکی مصالح فولادی مورد استفاده در نمونه آزمایشگاهی در کشش ارائه شده است. مدول الاستیسیته فولاد ۲۱. گیگا پاسکال و نسبت پواسون ۰.۳ برای المان‌های فولادی در نظر گرفته شده است. فاصله نقطه تسلیم و مقاومت نهائی فولاد با شبیه ۳٪ مدول الاستیسیته [۲۱] در نظر گرفته شده است.

جدول ۲: مشخصات مکانیکی مصالح فولادی نمونه آزمایش در کشش

מלחال	F <sub>y</sub> (MPa)	تنش نهائی F <sub>u</sub> (MPa)	مدول الاستیسیته E (GPa)	درصد کرنش نهائی
ST37	250	379	200	20
S400 (T20)	462	6100	200	20.5
S400(T10)	475	6300	200	19.5
Bolts-A325-M18	680	8800	200	20.5

منحنی تنش-کرنش بتن در ۰ ارائه شده است. با توجه به وجود خاموت‌ها در اطراف آرماتورهای طولی در نمونه‌های آزمایش مطابق<sup>۰</sup> و تأمین محصور شدگی از مدل مندر و همکاران<sup>[۱۸]</sup> برای مدل‌سازی رفتار بتن در فشار استفاده شده است رابطه -۲ تا ۴ برای مدل‌سازی رفتار بتن نیاز می‌باشد.

$$f_{tx} = k_e \rho_x f_y h \quad (2)$$

$$k_e = \frac{(1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w_i)^2}{6b_c d_c})(1 - \frac{s'}{2b_c})(1 - \frac{s'}{2d_c})}{1 - \rho_{cc}} \quad (3)$$

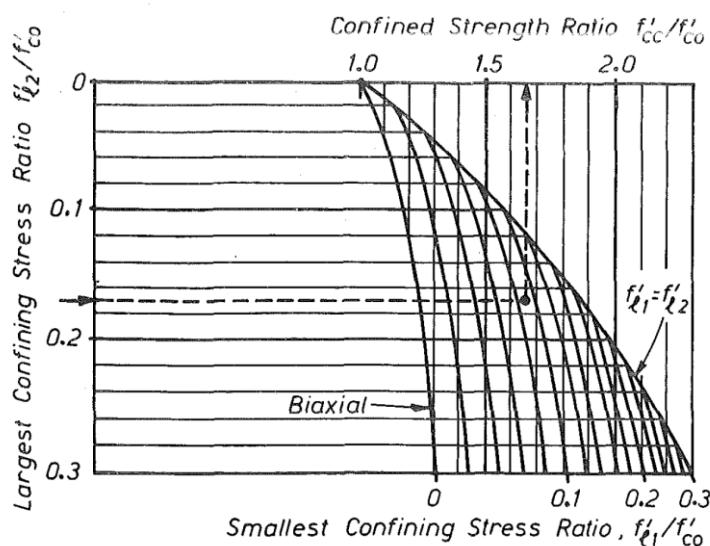
<sup>۱۶</sup> 2-node linear 3-D truss (T3D2)

<sup>۱۷</sup> Tie

<sup>۱۸</sup> Mander et al

$$\rho_x = \frac{A_{sx}}{sd_c} \quad (4)$$

بر اساس گراف ۰ [۲۲] مقدار ضریب افزایش مقاومت برای نمونه‌های آزمایشگاهی مقدار ۱,۳ به دست می‌آید. در روابط ۲ تا ۴  $f'_{lx}$  تنش مؤثر جانبی محصور کننده بتن،  $k_e$  ضریب محصور کنندگی مؤثر،  $\rho_x$  نسبت حجم آرماتور عرضی به حجم بتن محصور،  $f_{yh}$  تنش تسلیم آرماتورهای عرضی،  $w_i$  فاصله خالص بین آرماتورهای عرضی محصور کننده آرماتورهای طولی،  $b_c$  فاصله مرکز به مرکز آرماتور عرضی در طول مقطع،  $d_c$  فاصله مرکز به مرکز آرماتور عرضی در عرض مقطع،  $s$  فاصله خالص بین تنگها یا خاموتها و  $A_{sx}$  مجموع مساحت آرماتورهای عرضی موازی محور افقی یا عمودی است



شکل ۷: گراف تعیین ضریب اضافه مقاومت ناشی از محصوریت بتن [۲۲]

بر اساس روابط ۵ تا ۹ از تحقیق مندر و همکاران<sup>۱۹</sup> [۲۲] منحنی تنش-کرنش بتن محصور شده در فشار محاسبه شده است.

$$f_c = \frac{f'_{cc} x^r}{r - 1 + x^r} \quad (5)$$

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \quad (6)$$

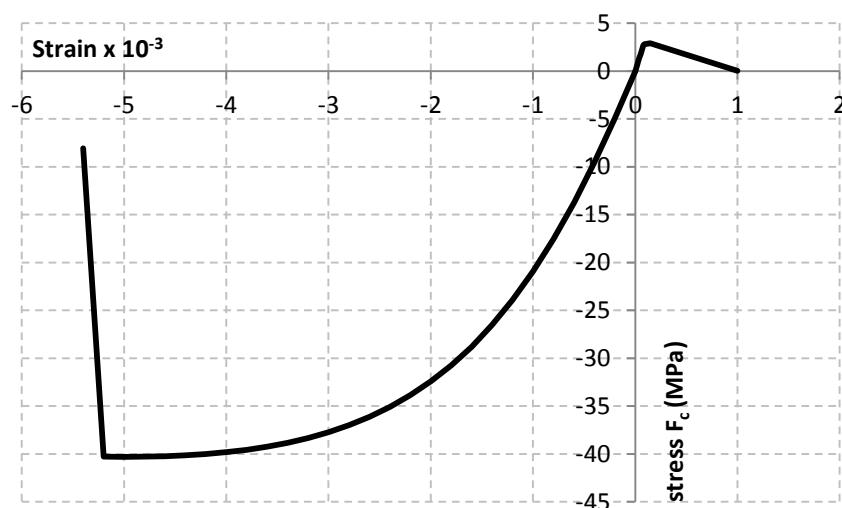
$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{c0} \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{c0}} - 1 \right) \right] \quad (7)$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad (8)$$

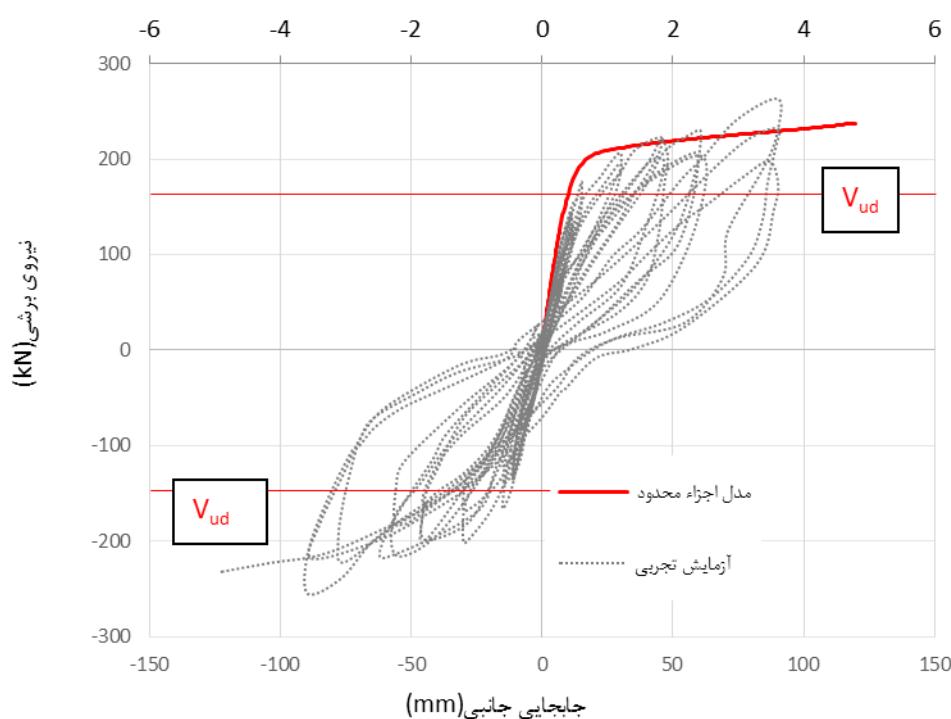
$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} \quad (9)$$

<sup>۱۹</sup> Mander et al.

در روابط ۵ تا ۹ مقاومت بتن نمونه،  $f_{cc}$  مقاومت فشاری حداکثر بتن محصور،  $\varepsilon_{cc}$  کرنش طولی بتن،  $E_{sec}$  کرنش بتن در حداکثر مقاومت بتن محصور،  $E_{c0}$  کرنش بتن در حداکثر مقاومت بتن غیرمحصور،  $f_{c0}$  مقاومت بتن غیر محصور،  $E_c$  مدول الاستیسیته بتن و  $E_{sec}$  مدول الاستیسیته سکانتی بتن محصور می باشد بر اساس ضوابط آئین نامه بتن ۱۹۹۰ [۲۳] برای بتن رده ۳۱ مگا پاسکال با حداکثر مقاومت کششی بتن در کشش ۲.۹ مگا پاسکال محاسبه می شود و منحنی تنش - کرنش بتن در کشش در ۰ ارائه شده است. ناحیه غیرخطی مقاومت کششی بتن بر اساس عرض ترک و آرماتورهای کششی در مدل عددی اجزاء محدود کالیبره شده است.



شکل ۸: منحنی تنش - کرنش بتن در فشار بر اساس مدل محصور شدگی [۲۲]  
در صد دریفت



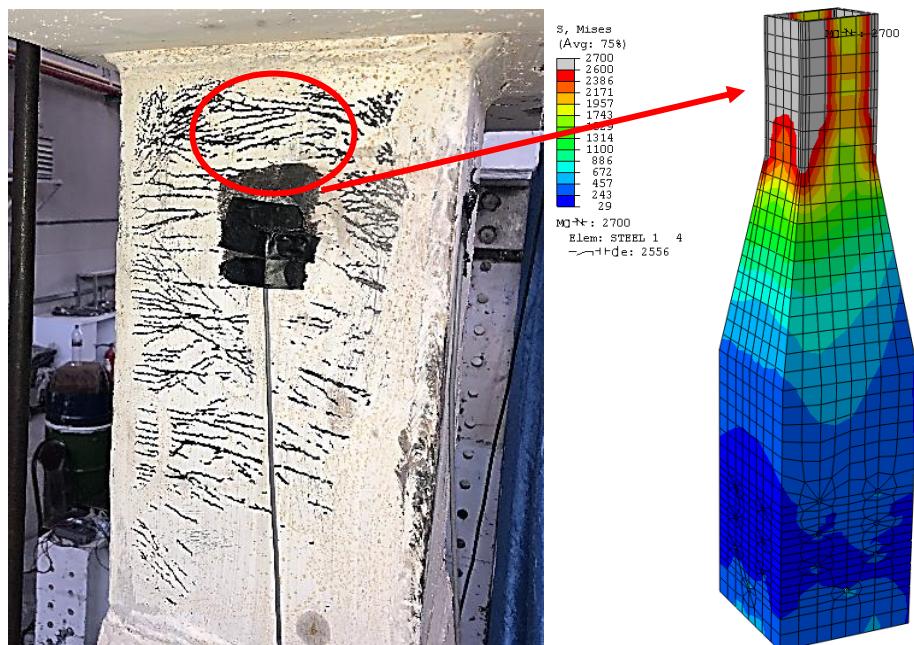
شکل ۹: انطباق منحنی بارافزون مدل اجزاء محدود و منحنی هیسترزیس نمونه آزمایشگاهی

نمودار هیسترزیس نمونه آزمایشی و نمودار نیرو-جابجایی پوش آور مدل اجزاء محدود را نشان می‌دهد و نتایج آزمایشگاهی و تحلیلی با یکدیگر قابل مقایسه می‌باشند. سختی اولیه، حداکثر مقاومت برشی و شیب ناحیه غیرخطی نمودار نیرو-غیرخطی نمودار نیرو-تغییر مکان بار افزون انطباق مناسبی را با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد.

همان‌طور که در ۰۰ مشاهده می‌شود مدل اجزاء محدود در دریفت ۴٪ دچار تسلیم و تشکیل مفصل پلاستیک خمشی در ناحیه بالایی شده و همچنین کرنش‌سنجد نصب شده بر روی نمونه آزمایشگاهی نیز مقدار  $2126 \mu$  را در دریفت ۴٪ ثبت نموده که نشان‌دهنده تسلیم ناحیه کششی نمونه آزمایشگاهی است.

در شکل ۱۱-۱۱ منحنی هیسترزیس نمونه‌های آزمایشگاهی نشان داده شده است. منحنی هیسترزیس نمونه‌ها، ظرفیت باربری و زوال سختی نشان داده شده است. در تکرار چرخه‌های بارگذاری به دلیل ترک در بتن و تسلیم آرماتورها و ورق‌های فولادی ستون‌ها زوال سختی رخداده است. دلیل پینچینگ<sup>۲۰</sup> در نمودارهای هیسترزیس مطابق تحقیق یو و همکاران<sup>۲۱</sup> [۲۴] ایجاد ترک و تسلیم آرماتورهای قسمت بتنی و کاهش سختی در باربرداری هر چرخه می‌باشد. حداکثر نیروی برش طراحی  $V_{ud}$  برروی منحنی‌های هیسترزیس نمایش داده شده است. همان‌طور که مشخص است نمونه‌های آزمایشگاهی در این نیرو دچار خرابی نشده است. با توجه به طول زبانه جک بارگذاری امکان اعمال تغییر مکان بیش از ۴٪ فراهم نشده است. همان‌طور که مشخص است تا دریفت ۴٪ افت مقاومت رخ نداده است.

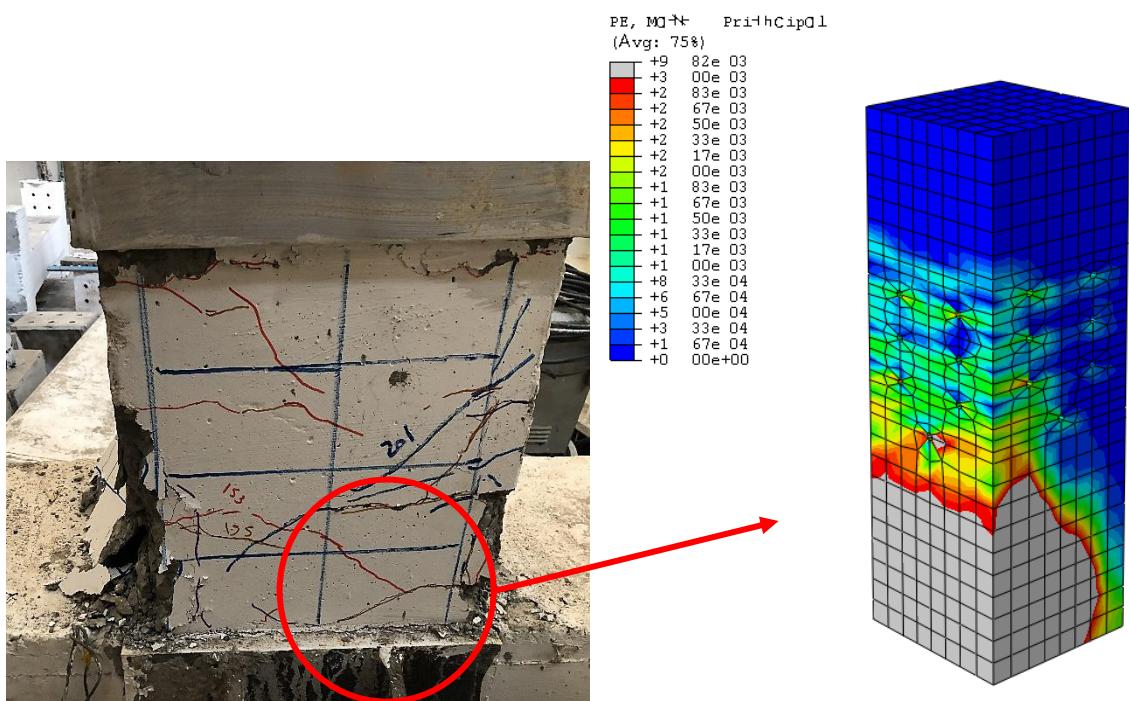
در ۰ تطابق ریزش آب‌آهک از روی نمونه آزمایشی و تسلیم قسمت فولادی مدل اجزاء محدود نشان داده شده است.



شکل ۱۰: کانتور تنش قسمت فولادی ستون در مدل اجزاء محدود و تسلیم ناحیه کششی در نمونه آزمایشگاهی

در ۰ کرنش اصلی حداکثر مدل اجزاء محدود با الگوی تشکیل ترکها در مدل آزمایشگاهی مقایسه شده است که تطابق مناسبی دارد.

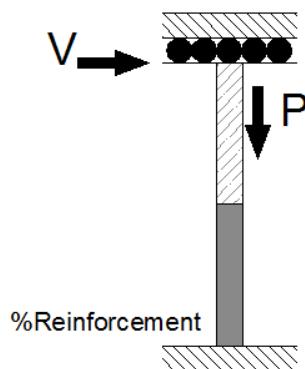
<sup>20</sup> pinching  
<sup>21</sup> J. Yu et al.



شکل ۱۱: کانتور کرنش حداکثر ناحیه بتونی در مدل اجزاء محدود و الگوی ترک در نمونه آزمایشگاهی

## ۲-۶- معرفی مدل‌های عددی

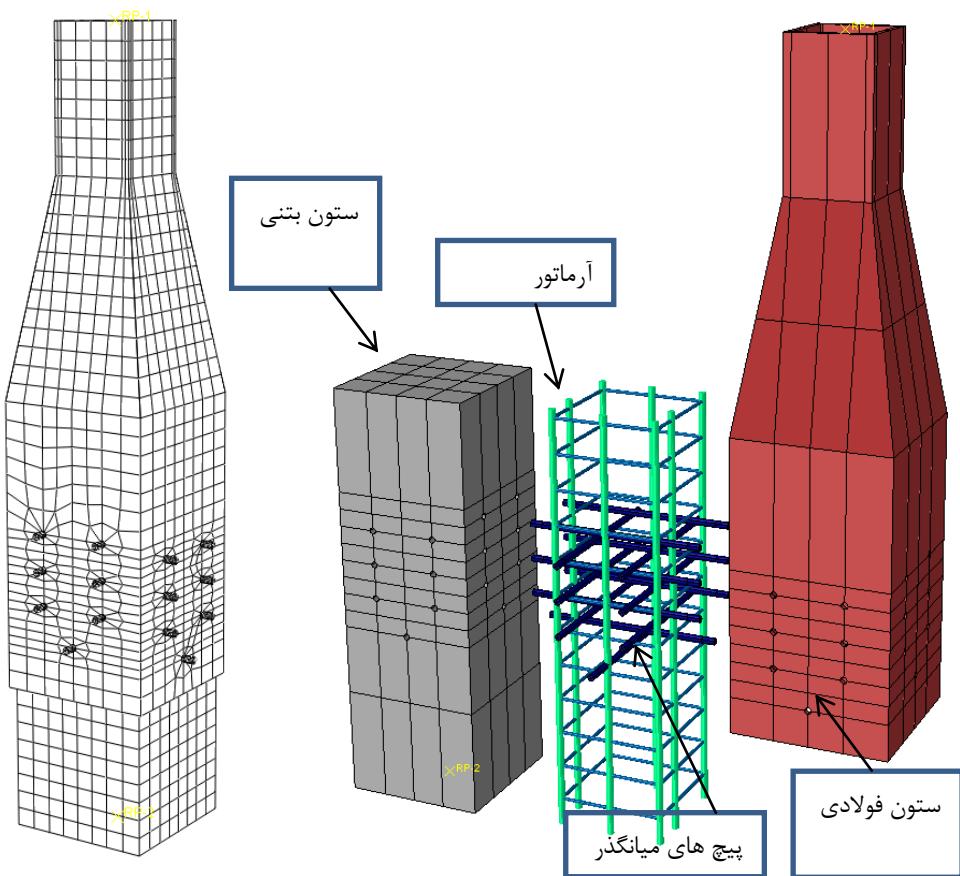
در ۰ دیاگرام پیکربندی هندسی مدل‌های اجزاء محدود نشان داده شده است. در مدل‌های عددی رفتار ستون و اتصال جدید پیشنهادی تحت بارهای محوری و نسبت‌های مختلف مساحت آرماتور طولی ستون به مساحت خالص بتن تحت تحلیل بار افزون جانبی<sup>۲۲</sup> قرار گرفته است.



شکل ۱۲: نمای شماتیک هندسه مدل‌های عددی

در ۰ اجزاء مدل اجزاء محدود نشان داده شده است. در مدل گره پایینی تغییر مکان و چرخش در همه راستاها بسته شده است و در گره بالایی همانند گره پایینی فقط تغییر مکان در راستای محوری ستون و تغییر مکان در یک راستای جانبی برای اعمال جابجایی جانبی و بار محوری باز شده است.

<sup>۲۲</sup> push over



شکل ۱۳: اجزای مدل اجزاء محدود

در مشخصات، نوع مدل‌های و نام اختصاری مدل‌ها نشان داده شده است. همچنین نسبت بار محوری به ظرفیت مقطع فولادی ستون و نسبت سطح مقطع آرماتور ناحیه بتنی به سطح مقطع خالص بتن نیز نشان داده شده است.

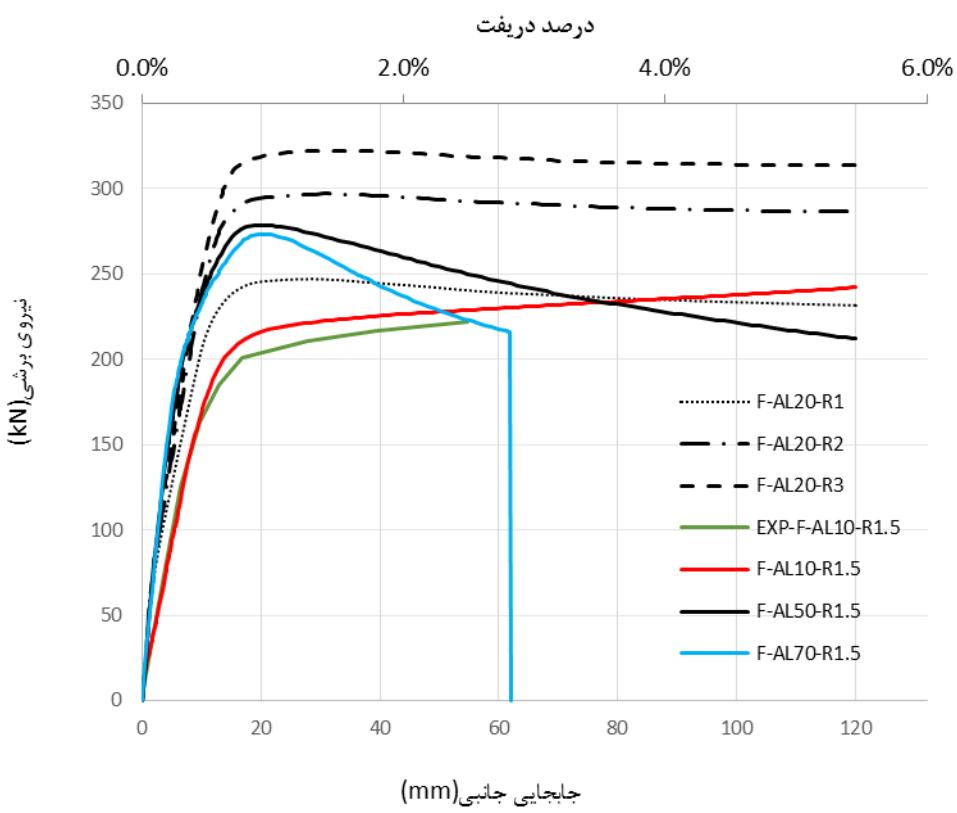
جدول ۳: مشخصات مدل‌های اجزاء محدود

نام مدل	نسبت بار محوری $P/(0.9f_y A_s)$	درصد نسبی سطح آرماتور به سطح خالص بتن
F-AL10-R1.5	0.1	1.5
F-AL50-R1.5	0.5	1.5
F-AL70-R1.5	0.7	1.5
F-AL20-R1	0.2	1
F-AL20-R2	0.2	2
F-AL20-R3	0.2	3

## ۷- نتایج تحلیل عددی

در این قسمت نتایج تحلیل‌های عددی مدل‌ها بر اساس ارائه و مقایسه شده است. مدل‌های عددی با بارهای محوری متفاوت و درصد آرماتور متفاوت در مقطع بتنی بررسی شده است. مطابق منحنی پوش آور مدل‌های اجزاء محدود ارائه شده است. منحنی‌ها با تغییر نسبت سطح مقطع آرماتور به سطح خالص بتن و تغییر بار محوری ترسیم شده‌اند. همان‌طور که مشخص است با افزایش مقدار بار محوری میزان افت منحنی پوش آور در ناحیه غیرخطی به دلیل اثر  $\Delta P$ - افزایش یافته است. مدل F-AL-70-R1.5 از دریفت ۳٪ دچار

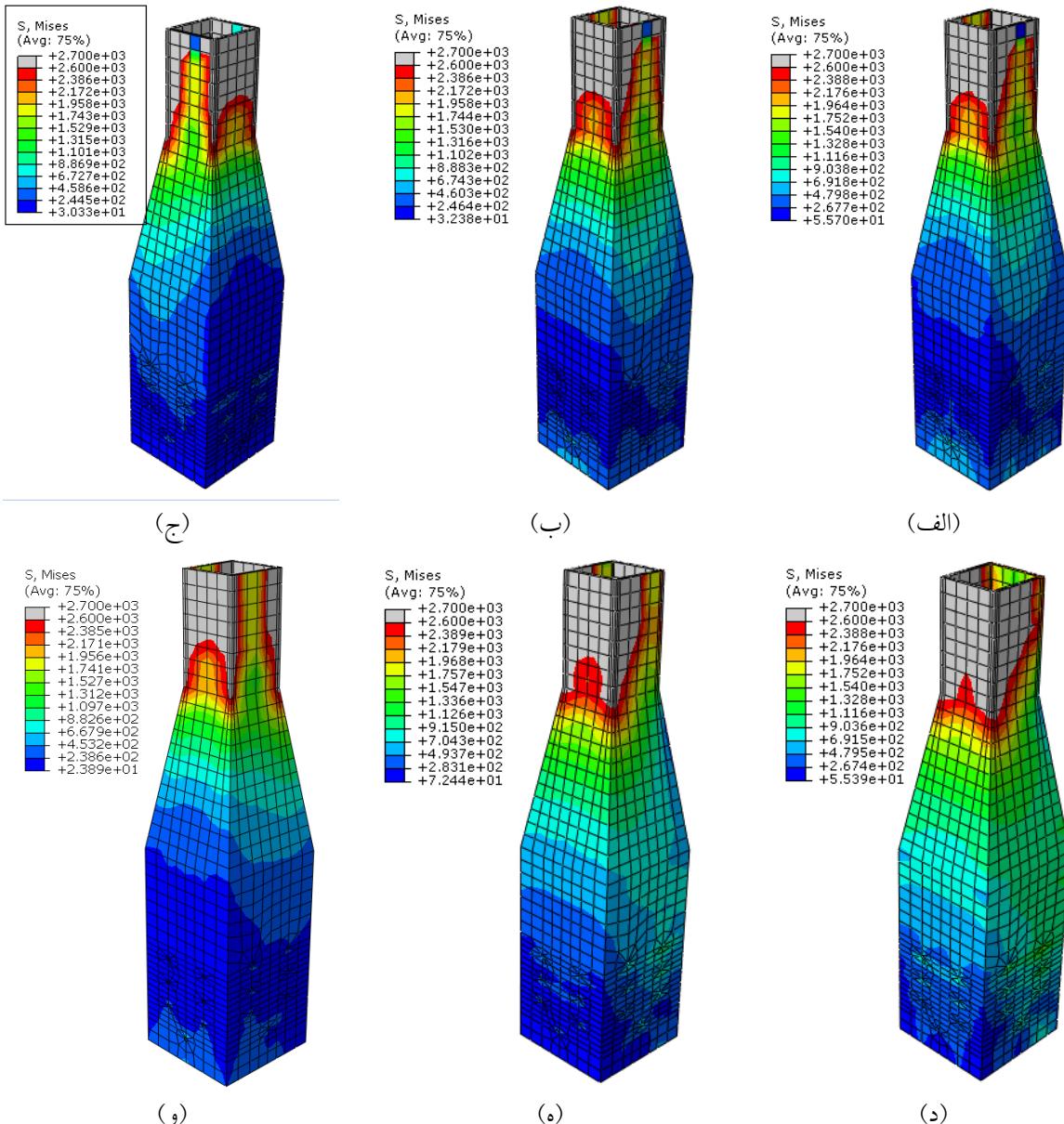
نایپیداری و واگرایی تحلیل شد. همان‌طور که مشخص است با افزایش نسبت سطح آرماتور به سطح خالص بتن ظرفیت لنگر خمی تشکیل مفصل پلاستیک در ناحیه تحتانی بیشتر شده و درنتیجه حداکثر مقاومت برشی بیشتری را در منحنی نیرو- جابجایی بار افرون نشان می‌دهد. افزایش بار محوری باعث افزایش سختی اولیه نمونه شده است. دلیل این موضوع جلوگیری از گسترش ترک‌های ناحیه بتنی به دلیل وجود بار محوری می‌باشد. ستون ترکیبی با ۱.۵٪ آرماتور در ناحیه بتنی با بار محوری ۱۰٪ سختی اولیه الاستیک ۲۰٪ کمتر از مدل مشابه با ۲۰٪ بار محوری را نشان داده است. با افزایش درصد آرماتور مقطع بتنی ستون با بار محوری ثابت (۲۰٪ ظرفیت مقطع فولادی) سختی الاستیک افزایش جزئی داشته است. با افزایش بار محوری سطح زیر نمودار نیرو- تغییر مکان کاهش یافته است که استهلاک انرژی کمتر ستون را نشان می‌دهد. در همه حالات بارگذاری و نسبت مقاومت مقطع بتنی اتصال در نمونه آزمایشی و مدل‌های عددی دچار خرابی نشده است. در بار محوری ۷۰ درصد ناحیه اتصال پیچ‌های میان‌گذر به قسمت بتنی دچار خرابی‌های جزئی شد که پیشنهاد می‌شود علاوه بر ضوابط طراحی وصله ستون آئین نامه طرح لرزه‌ای سازه‌های فولادی آمریکا [۱۹] مقاومت برشی پیچ میان‌گذر و لهیگری بتن برای ظرفیت مقطع فولادی کنترل گردد.



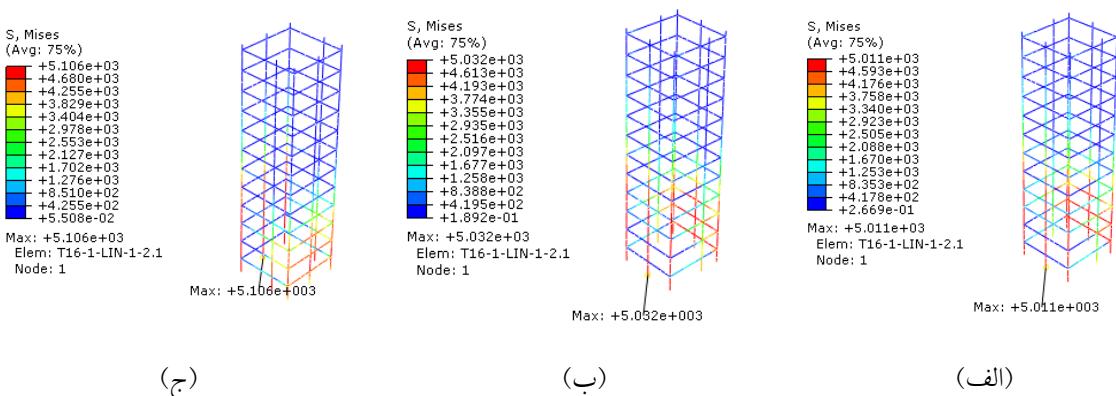
شکل ۱۴: منحنی پوش آور مدل‌های اجزاء محدود

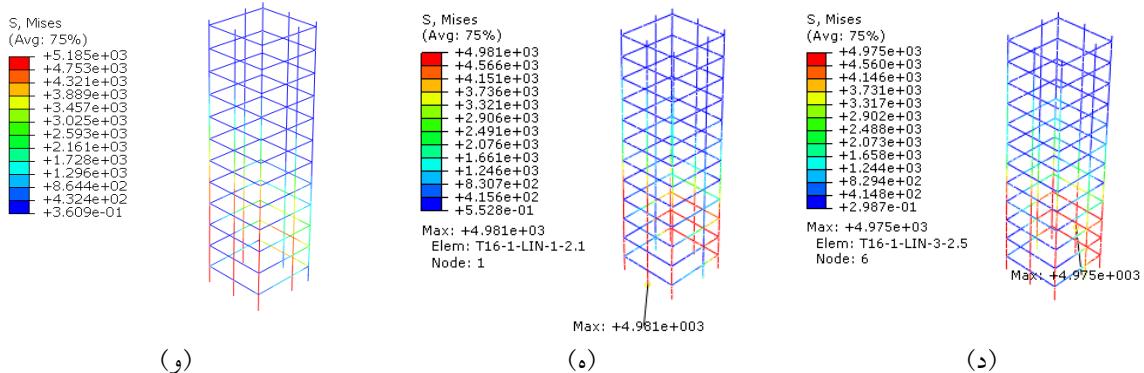
در ۰ کانتور تنش‌ها ون مایسز در ناحیه فولادی فوقانی ستون ترکیبی در دریفت ۴٪ نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است تسلیم در ناحیه فولادی رخداده است و مفصل پلاستیک فوقانی تشکیل شده است. با افزایش بار محوری مقدار بیشتری از مقطع فولادی فوقانی دچار تسلیم شده است. تمرکز تنش و تسلیم در اطراف پیچ‌های میان‌گذر مشاهده نمی‌شود.

در ۰ کانتور تنش‌ها ون مایسز آرماتورهای قسمت بتنی ستون ترکیبی در دریفت ۴ نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است آرماتورهای طولی دچار تسلیم شده و مفصل پلاستیک در این ناحیه شکل گرفته است. آرماتورهای عرضی در ۰ و (۰ ۷۰٪ ظرفیت محوری مقطع فولادی ستون بار محوری به آن اعمال شده است) به دلیل تأمین محصورشدن بتن و مهار جانبی برای آرماتورهای طولی تنش بیشتری در آن‌ها ایجاد شده است. در مدل‌هایی که بار محوری کمتر داشته طول بیشتری از قسمت فولادی دچار تسلیم شده است.



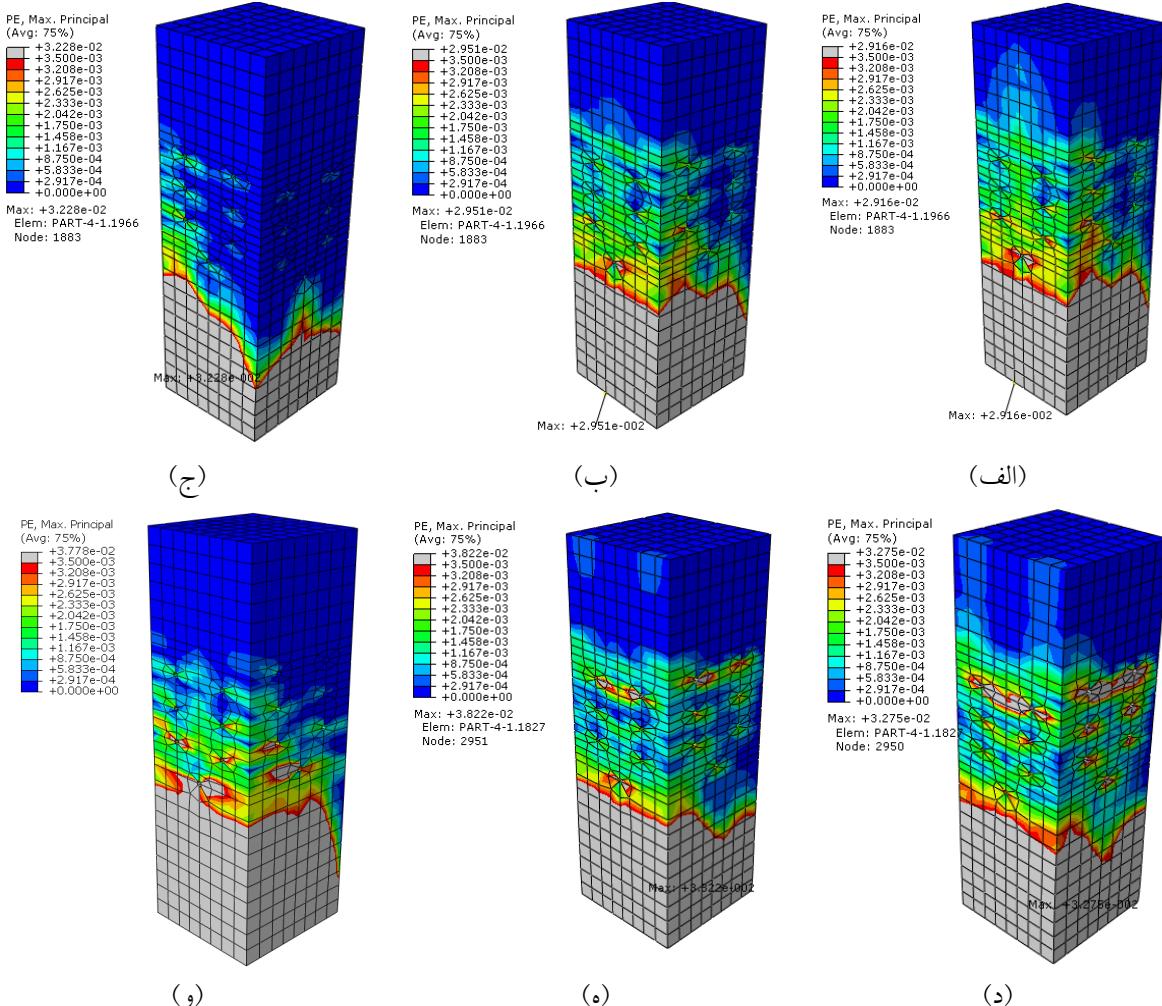
شکل ۱۵: کانتور تنش ون مایسز قسمت فولادی (الف) F-AL20-R1 (ب) F-AL20-R2 (ج) F-AL20-R3 (د) F-AL70-R1 (ه) F-AL50-R1 (و) F-AL10-R1





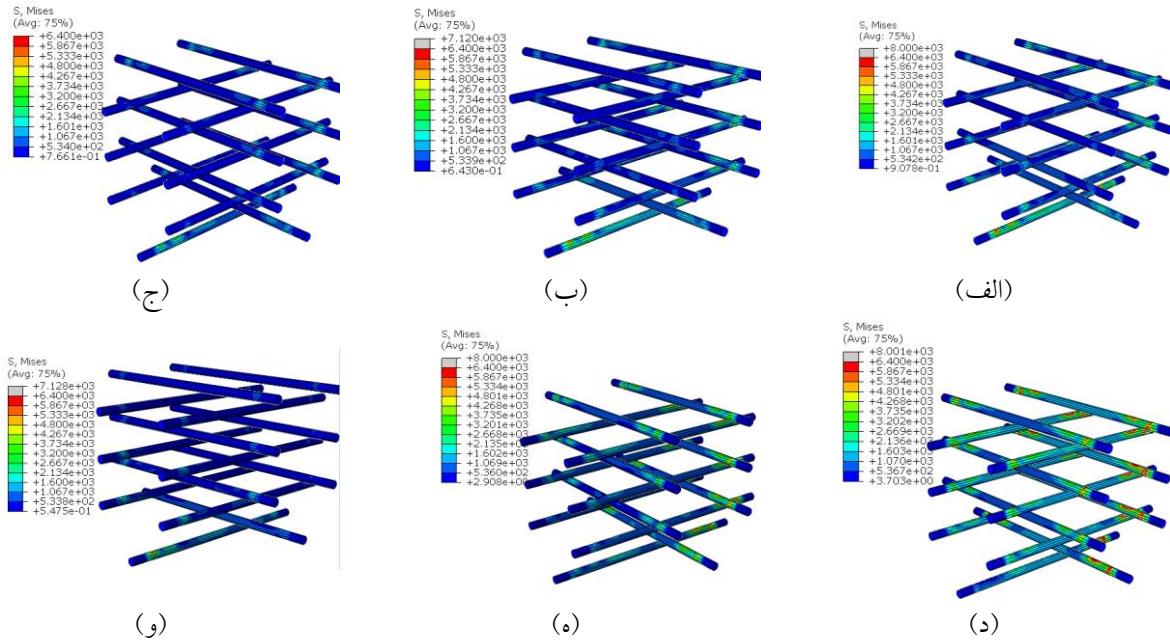
شکل ۱۶: کانتور تنش ون مایسز آرماتور ناحیه بتنی (الف) F-AL50-R1 (ه) F-AL70-R1 (د) F-AL20-R1 (ج) F-AL20-R2 (ب) F-AL20-R3 (و) F-AL10-R1

کانتور کرشی حداکثر بتن را در دریفت ۴٪ نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است کل مقطع دچار ترک در بتن شده است. در مدل با اعمال بار محوری ۷۰٪ ترک‌هایی به صورت موضعی در اطراف نواحی پیچ‌های میان‌گذر مشاهده شده است.



شکل ۱۷: کانتور کرشی حداکثر در ناحیه بتنی (الف) F-AL50- (ه) F-AL70-R1 (د) F-AL20-R1 (ج) F-AL20-R2 (ب) F-AL20-R3 (و) F-AL10-R1 (R1) و R1

کانتور تنش ون مایسز پیچ میان گذر را نشان می دهد. همان طور که مشخص است تنش این پیچها با افزایش بار محوری زیاد شده است. حداکثر تنش در ناحیه اتصال پیچ به غلاف فولادی می باشد و در بار محوری ۷۰٪ به صورت محدود دچار تسلیم شده است.



شکل ۱۸: کانتور تنش ون مایسز پیچهای میان گذر ناحیه بتني (الف) F-AL10-R1 (د) F-AL20-R1 (ب) F-AL20-R2 (ج) F-AL20-R3 (و) AL50-R1

## ۸- نتیجه گیری

نتایج بارگذاری چرخه ای بر روی نمونه های آزمایشگاهی و تحلیل مدل های اجزاء محدود در این تحقیق ارائه و مورد بحث قرار گرفت. با توجه به کمبود اطلاعات در این حوزه برای ارائه ضوابط طراحی از نتایج این آزمایش می توان استفاده نمود:

نتایج آزمایش نمونه آزمایشگاهی:

۱- نمونه آزمایشی اتصال پیشنہادی تحت بار جانبی چرخه ای رفتار مناسبی داشته و نیروی بیشتر از ظرفیت بشی حاصل از

تشکیل دو مفصل پلاستیک را تاب آورد.

۲- تحت ترکیب بار جانبی و نیروی محوری اتصال پیشنہادی دچار خرابی نشده که نشان می دهد اتصال رفتار مناسبی داشته است.

۳- با تغییر نسبت سطح آرماتور به سطح خالص بتن تغییری در تنش اجزای اتصال رخ نداده است. اتصال تحت بار جانبی نیرو کنترل رفتار نموده است. به صورت جزئی سختی الاستیک ستون تحت بار جانبی تغییر نموده است.

نتایج تحلیل اجزاء محدود:

۴- با تغییر بار محوری تا ۷۰٪ ظرفیت تسلیم فشاری مقطع فوقانی ستون ترکیبی جزئیات اتصال به صورت الاستیک باقیمانده است و اتصال رفتار نیرو کنترل داشته است. برای جلوگیری از خرابی تحت بار محوری پیشنہاد می گردد در روند طراحی اتصال، مقاومت بشی پیچهای میان گذر در ظرفیت کششی و فشاری مقطع فولادی ستون ترکیبی کنترل گردد.

۵- با افزایش بار محوری به دلیل اثر  $P - \Delta$  کاهش مقاومت در ناحیه غیر الاستیک افزایش یافته است.

۶- اتصال تحت لنگر خمشی در مدل عددی مقاومتی ۴,۵ برابر مقطع ضعیفتر ستون داشته و تحت بار خمشی خرابی از ناحیه اتصال رخ نخواهد داد. می توان از اتصال با این جزئیات در پروژه های عملی استفاده نمود.

۷- در مدل تحلیل قاب سه طبقه تحت بار جانبی تسلیم و مفاصل پلاستیک خمشی ابتدا در تیرهای بتني و سپس در تیرهای فولادی رخ داده است. تسلیم و خرابی در جزئیات اتصال و ناحیه ستون مشاهده نشده است. ستون رفتار نیرو کنترل داشته که مناسب است.

**سپاسگزاری**

بدین وسیله نویسنده‌گان کمال تشکر را از مسئول محترم آزمایشگاه سمنان جناب آقای مهندس بخشایی اعلام می‌دارند. همچنین لازم است نویسنده‌گان مراتب تشکر و سپاس را از همکاری جناب آقای مهندس داریوشی به جهت ترسیم نقشه‌های ساخت نمونه و مهندس مجیدی مدیر عامل محترم مهندسین مشاور بن سار جهت ایجاد امکانات نرم‌افزاری اعلام دارند.

**مراجع**

- [1] J. Liu, X. Zhou, S. Zhang, Seismic behaviour of square CFT beam–columns under biaxial bending moment, Journal of Constructional Steel Research 64(12) (2008) 1473-1482.
- [2] F.Y. Liao, L.H. Han, Z. Tao, Seismic behaviour of circular CFST columns and RC shear wall mixed structures: experiments, Journal of Constructional Steel Research 65(8-9) (2009) 1582-1596.
- [3] L.H. Han, W. Li, Y.F. Yang, Seismic behaviour of concrete-filled steel tubular frame to RC shear wall high-rise mixed structures, Journal of Constructional Steel Research 65(5) (2009) 1249-1260.
- [4] A. Papageorgiou, C. Gantes, Equivalent modal damping ratios for concrete/steel mixed structures, Computers structures 88(19-20) (2010) 1124-1136.
- [5] A.V. Papageorgiou, C.J. Gantes, Equivalent uniform damping ratios for linear irregularly damped concrete/steel mixed structures, Soil Dynamics and Earthquake Engineering 31(3) (2011) 418-430.
- [6] A. Hemmati, A. Kheyroddin, Investigation of transition story effect on behavior of vertical hybrid buildings, Journal of Modeling in Engineering 9(26) (2011) 57-65.
- [7] R. Ugel, R. Herrera, J. Vielma, A. Barbat, L. Pujades, Seismic and structural response of a framed four level building with RC and steel structure designed according to current Venezuelan codes, WIT Transactions on the Built Environment 132 (2013) 109-120.
- [8] A. Sivandi-Pour, M. Gerami, D. Khodayarnezhad, Equivalent modal damping ratios for non-classically damped hybrid steel concrete buildings with transitional storey, Structural Engineering Mechanics 50(3) (2014) 383-401.
- [9] N. Fanaie, S. Shamloua, Response modification factor of mixed structures, Steel Composite Structures 19(6) (2015) 1449-1466.
- [10] Z. Lu, J. Li, Y. Zhou, Shaking table test and numerical simulation on a vertical hybrid structure under seismic excitation, 27(14) (2018) e1497.
- [11] N. Fanaie, F.G. Esfahani, S. Soroushnia, Analytical study of composite beams with different arrangements of channel shear connectors, Steel and Composite Structures 19 (2015) 501.
- [12] Y.T. Chen, Y. Zhao, J.S. West, S. Walbridge, Behaviour of steel–precast composite girders with through-bolt shear connectors under static loading, Journal of Constructional Steel Research 103 (2014) 168-178.
- [13] ATC, Modeling and Acceptance Criteria for Seismic Design and Analysis of Tall Buildings, APPLIED TECHNOLOGY COUNCIL2010.
- [14] C.T.N. Tran, B.J.J.o.P.o.C.F. Li, Experimental studies on the backbone curves of reinforced concrete columns with light transverse reinforcement, 29(5) (2014) 04014126.
- [15] D. Hibbitt, B. Karlsson, P. Sorenson, Simulia ABAQUS 6.11 Users' Manual, 2011.
- [16] AISc (American Institute of Steel Construction), Seismic Provisions for Structural Steel Buildings. ANSI/AISC 341, Chicago, 2016.
- [17] ACI (American Concrete Institute), Building code requirements for structural concrete (ACI 318-14) : an ACI standard : commentary on building code requirements for structural concrete (ACI 318R-14), an ACI report, 2014.
- [18] AISc (American Institute of Steel Construction), Specification for Structural Steel Buildings. ANSI/AISC 360, Chicago, 2016.
- [19] ASCE (American Society of Civil Engineering), Seismic evaluation and retrofit of existing buildings : ASCE/SEI, 41-17, 2017.
- [20] Applied Technology Council, ATC-24 Guidelines for seismic testing of components of steel structures, Redwood City, CA, USA, 1992.
- [21] Z. Saneei Nia, M. Ghassemieh, A. Mazroi, WUF-W connection performance to box column subjected to uniaxial and biaxial loading, Journal of Constructional Steel Research 88 (2013) 90-108.
- [22] J.B. Mander, M.J.N. Priestley, R. Park, Theoretical Stress Strain Model for Confined Concrete, 114(8) (1988) 1804-1826.
- [23] FBE-FIP (COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON), Model code for concrete structures, Bulletind'Information1990.
- [24] J. Yu, K. Yu, X. Shang, Z. Lu, New Extended Finite Element Method for Pinching Effect in Reinforced Concrete Columns, Structural Journal 113(4).