

بررسی چندفیزیکی سازه‌های محوری به روش پری‌دینامیک

اصغر امانی داشلجه^{۱*}، فرهاد صادق مغانلو^۲

۱-۲- استادیار، عضو هیات عملی دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران

چکیده

به منظور طراحی دقیق تر سازه‌ها بایستی شناخت دقیق‌تری از رفتار آنها وجود داشته و تحلیل رفتار آنها با دقت بیشتر صورت گیرد. در طی دهه‌های گذشته روشهای گوناگونی برای تحلیل سازه‌ها ارائه شده که هر کدام دارای نواقصی هستند. روش پری‌دینامیک، روشی جدید برای تحلیل مسائل است که با داشتن قابلیت‌های منحصر بفرد توانسته است نواقص و محدودیت‌های موجود در روشهای قبلی و مرسوم همچون روش المان محدود را برطرف نموده و به عنوان یک روش قدرتمند در حل مسائل به کار گرفته شود. از سال ۲۰۰۰ میلادی و پس از ابداع این روش، مسائل گوناگونی با آن حل شده ولی کارهای بسیار محدودی در زمینه حل مسائل ارتعاش طولی اعضا و همچنین مدل‌سازی سازه‌های مشبک صورت گرفته است. در این تحقیق، رفتار این نوع از اعضا با روش پری‌دینامیک بررسی شده و با کدنویسی در نرم‌افزار متلب، قابلیت روش پری‌دینامیک برای در نظر گرفتن حالت‌های بارگذاری استاتیکی و دینامیکی و همچنین تغییرات دما در انواع حالات نشان داده شده است. نتایج حاصل از روش پری‌دینامیک همخوانی بسیار نزدیکی با نتایج حاصل از روابط تحلیلی ارائه شده دارد. همچنین برای حالت‌های خاصی از مسائل، یافتن جواب با روشهای تحلیلی یا سایر روشها غیرممکن یا مشکل است در حالی که با استفاده از روش پری‌دینامیک می‌توان به راحتی به جواب رسید. نهایتاً، مدل پری‌دینامیک مربوط به اعضای محوری برای مدل‌سازی خرپاها توسعه داده شده و قابلیت این روش برای تحلیل انواع خرپاها نیز نشان داده شده است.

کلمات کلیدی: پری‌دینامیک، ارتعاش طولی، المان محدود، اعضای محوری، تغییر دما، خرپا.

سابقه مقاله:

شناسه دیجیتال:

| | | | | | |
|-------------------------------------|------------|---------------|------------|-----------------|------------|
| 10.22065/JSCE.2019.159167.1726 | چاپ | انتشار آنلاین | پذیرش | بازنگری | دریافت |
| doi: 10.22065/JSCE.2019.159167.1726 | ۱۳۹۹/۱۰/۰۱ | ۱۳۹۹/۱۰/۰۱ | ۱۳۹۷/۱۱/۱۳ | ۱۳۹۹/۱۰/۱۸ | ۱۳۹۷/۰۹/۰۸ |
| اصغر امانی داشلجه | | | | *نویسنده مسئول: | |
| a.amani@uma.ac.ir | | | | پست الکترونیکی: | |

Multiphysics investigation of the axial members using the peridynamic method

Asghar Amani^{*1}, Farhad Sadegh Moghanlou²

¹ Faculty of Engineering, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran

² Faculty of Engineering, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran

ABSTRACT

The accurate understanding of the behavior and analysis of the structures is necessary to appropriate design of them. Over the past decades, various methods have been proposed for the analysis of structures that each of them include some deficiencies. The peridynamic is a new method for solving the problems. This method overcomes the deficiencies and limitations of conventional methods such as the finite element method due to its unique capabilities. Nowadays, it uses as a powerful method to solve problems. After the proposition of peridynamic theory in 2000, various problems have been solved. However, very limited work has been done in the solving longitudinal vibration of axial members and modeling of lattice structures. In this paper, the behavior of this type of members was examined by the peridynamics method and its capability to take into account the static and dynamic loading, as well as temperature variations, was shown using MATLAB software. The peridynamic results are in good agreement with analytical results. Also, for certain states of the problem, it is impossible or difficult to find an answer by analytical methods or other methods, while using the peridynamic method can easily be answered. Finally, the peridynamic model has been extended to truss modeling and the ability of this method to analyze any types of trusses were shown.

ARTICLE INFO

Receive Date: 29 November 2018

Revise Date: 06 February 2021

Accept Date: 02 February 2019

Keywords:

Peridynamic, Longitudinal vibration, Finite element, Axial members, Temperature variation, Truss

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: 10.22065/JSCE.2019.159167.1726

*Corresponding author: Asghar Amani

Email address: a.amani@uma.ac.ir

۱- مقدمه

در طی سالیان گذشته روشهای گوناگونی برای تحلیل مسائل مختلف ارائه شده است. دقیق ترین روشهای موجود، روشهای تحلیلی هستند که بر مبنای معادلات تعادل نیرو، اندازه حرکت، انرژی و یا حل تحلیلی معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار مساله به دست آمده‌اند. در این گونه از موارد، جوابهای به دست آمده برای مساله از دقت بسیار بالایی برخوردار است. ولی بسیاری از مسائل مهندسی و معادلات حاکم بر رفتار آنها با استفاده از روشهای تحلیلی قابل حل نبوده و نیاز به روشهای تقریبی است. از این رو پس از ظهور کامپیوترهای پر قدرت، روشهای عددی همچون المان محدود^۱ توسعه یافتند تا جواب تقریباً دقیق برای مساله مورد نظر ارائه دهند.

روش المان محدود از جمله روشهای رایج در مهندسی است که مبنای بسیاری از نرم افزارهای کاربردی در مهندسی عمران و مکانیک می‌باشد. ولی این روش دارای محدودیتهایی است که روشهای جدید در جهت رفع آنها ابداع شده‌اند. از جمله این محدودیتهای می‌توان به بحث پیش‌بینی خرابی اعضا به روش المان محدود اشاره کرد. در روش المان محدود برای رصد نحوه ترک خوردگی اعضا، خود روش قادر به پیش‌بینی شروع ترک خوردگی مصالحی همچون بتن نیز قابل پیش‌بینی نبوده و بایستی ترکی از قبل در عضو ایجاد کرده و به بررسی گسترش و شاخه‌شاخه شدن آن پرداخته شود. در این صورت، معادلات در محل ترک نیاز به شرایط خاصی دارند. همچنین برای پیش‌بینی خرابی یک عضو یا سازه به روش المان محدود نیاز به معیار خارجی خرابی است و خود روش قادر به پیش‌بینی خرابی نیست. تمامی تلاش محققان بر آن بوده تا روز به روز محدودیتهای و مشکلات استفاده از روشهای قبلی را از بین برده و روشهایی ارائه دهند که کاملتر هستند.

تئوری پری‌دینامیک^۲ یکی از روشهای نوین است که در سال ۲۰۰۰ توسط سیلینگ [1] ارائه شد. این روش محدودیتهای اشاره شده مربوط به روش المان محدود را از بین برده است. به عبارت دیگر، این روش قادر به پیش‌بینی ایجاد و گسترش ترک بوده و پیش‌بینی خرابی، جزئی از روش می‌باشد و معادله واحدی برای محل ترک خورده و نخورده حاکم است. همچنین در این روش می‌توان انواع اثرات همچون نیرو، دما، مغناطیس و ... را بر سازه اثر داده و سازه را تحلیل کرد که در اصطلاح گفته می‌شود که روش دارای قابلیت چندفیزیکی^۳ است. همچنین این روش محدودیتی در اندازه عضو مورد بررسی نداشته و معادلات واحدی برای انواع اندازه‌ها صادق است که در اصطلاح گفته می‌شود چنداندازه‌ای^۴ است.

از زمان ابداع روش پری‌دینامیک مطالعات گوناگونی در زمینه‌های مختلف صورت گرفته است. سیلینگ و عسکری [2] در سال ۲۰۰۴ با پری‌دینامیک به بررسی اثر ضربه پرداختند. در سال ۲۰۰۵ خرابی اعضای بتن مسلح با روش پری‌دینامیک بررسی شد [3]. در ادامه، اولین مطالعات بر روی مصالح کامپوزیت با این روش انجام شد [4]. سپس در سال ۲۰۱۰ روش همبسته^۵ پری‌دینامیک و المان محدود ارائه شد [5] که طی آن بخشهای شامل ترک در عضو با پری‌دینامیک و سایر بخشها با المان محدود مدلسازی و تحلیل می‌گردد. از جمله تحقیقاتی صورت گرفته که در سالهای اخیر می‌توان به مطالعه امانی و همکاران [6] و ماندنجی و همکاران [7] اشاره کرد که امانی و همکاران [6] خرابی ترد و نرم ترمومکانیکی را با روش پری‌دینامیک بررسی کردند و ماندنجی و همکاران [7] تحلیل ایزوژئومتریک را با استفاده از پری‌دینامیک و المان محدود توسعه یافته مورد بررسی قرار دادند.

بررسی کارهای گذشته نشان می‌دهد که تقریباً اکثر تحقیقات انجام شده بر روی سازه‌های پیوسته دارای ناپیوستگی^۶ همچون ترک متمرکز بوده‌اند. این در حالی است که با توجه به ماهیت دینامیکی معادلات پری‌دینامیک، مدلسازی ارتعاش طولی اعضای محوری با

¹ Finite element method

² Peridynamic Theory

³ Multiphysics

⁴ Multiscale

⁵ Coupled

⁶ Discontinuous

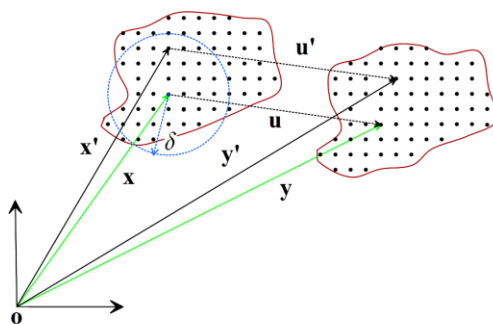
روش پری دینامیک امکان پذیر بوده و می توان انواع حالات و با تغییرات دمایی را با آن مدل سازی کرد. در این مقاله به بررسی ارتعاش طولی^۷ اعضای محوری پرداخته می شود.

اعضای خرپا نیز دارای رفتار محوری بوده و می توان بحث ارتعاش طولی را به خرپاها نیز تعمیم داد. ولی تحقیقات بسیار اندکی در زمینه مدل سازی سازه های مشبک همچون سازه های خرپایی به روش پری دینامیک در ادبیات وجود دارد. تنها تحقیق موجود مربوط به مقاله لی و همکاران [8] است که در آن سازه های خرپایی و کش بست^۸ با روش پری دینامیک مدل سازی شده اند. ولی در تحقیق انجام شده توسط آنها، فقط نقاط گرهی خرپا به عنوان نقاط پری دینامیک در نظر گرفته شده است. از آنجایی که جهت همگرایی نتایج مدل سازی پری دینامیک لازم است فاصله بین نقاط خیلی کوچک باشد و از طرفی در خرپاها عملاً فاصله بین نقاط به چندین متر می رسد، فقط در نظر گرفتن گره های خرپا به عنوان نقاط پری دینامیک صحیح نبوده و برای مدل سازی دقیق لازم است که اعضای خرپا نیز گسسته سازی شوند. در این مقاله به این موضوع نیز پرداخته شده و برای کنترل درستی مدل سازی، جواب های پری دینامیک با جواب های حاصل از امان محدود مقایسه شده است.

به منظور انجام مراحل تحقیق، ابتدا در بخش بعد مبنای روش پری دینامیک تشریح می گردد. سپس روابط تحلیلی ارتعاش طولی اراده شده و مدل سازی پری دینامیک ارتعاش طولی اعضای محوری در شرایط مختلف صورت می پذیرد. در ادامه مدل سازی خرپاها با روش پری دینامیک توضیح داده شده و با حل مثال درستی جوابها کنترل می گردد و در انتها نتایج تحقیق تشریح می شود.

۲- مبانی روش پری دینامیک

در روش پری دینامیک، محیط همانند شکل ۱ به نقاطی تبدیل شده و اندرکنش هر نقطه با نقاط پیرامون خود در داخل محدوده ای به نام شعاع همسایگی^۹ (δ) بررسی می شود. این روش به عنوان روشی بدون مفهوم تنش نیز معروف است. به عبارت دیگر، در ساختار این روش، تنش یا مراحل به دست آوردن آن مطرح نیست. البته امکان تعریف تانسور تنش در چهارچوب پری دینامیک وجود دارد. لوهوک و سیلینگ [9] در سال ۲۰۰۸ تانسور تنش پری دینامیک را از اندرکنش های غیرموضعی پری دینامیک به دست آوردند. تانسور تنش از نیروهای پری دینامیکی گذرنده از حجم نقطه ای از ماده به دست می آیند.



شکل ۱: موقعیت نقاط پری دینامیک در حالت تغییر شکل یافته و نیافته و بردارهای جابجایی.

⁷ Longitudinal vibration

⁸ Tensegrity

⁹ Horizon

همانطور که توسط مادنچی و اوترکوس [10] عنوان شده است، معادلات پری‌دینامیک را می‌توان با اعمال اصل کار مجازی در نقطه پری‌دینامیک $\mathbf{X}_{(k)}$ به دست آورد:

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} (T - U) dt = 0 \quad (1)$$

که T و U معرف کل انرژی‌های جنبشی و پتانسیل موجود در جسم هستند. این اصل با حل معادله لاگرانژ ارضا می‌شود:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{u}}_{(k)}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{u}_{(k)}} = 0 \quad (2)$$

که لاگرانژین L برابر است با:

$$L = T - U \quad (3)$$

کل انرژی‌های جنبشی و پتانسیل را می‌توان با جمع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل مربوط به تک‌تک نقاط یافت:

$$T = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2} \rho_{(i)} \dot{\mathbf{u}}_{(i)} \cdot \dot{\mathbf{u}}_{(i)} V_{(i)} \quad (4)$$

و

$$U = \sum_{i=1}^{\infty} W_{(i)} V_{(i)} - \sum_{i=1}^{\infty} (\mathbf{b}_{(i)} \cdot \mathbf{u}_{(i)}) V_{(i)} \quad (5)$$

که $\rho_{(i)}, V_{(i)}, W_{(i)}$ و $\mathbf{b}_{(i)}$ به ترتیب چگالی انرژی کرنشی، حجم، جرم حجمی و نیروی حجمی وارده بر نقطه پری‌دینامیک i می‌باشند. $\mathbf{u}_{(i)}$ بردار جابجایی مربوط به نقطه i (مشابه شکل ۱) و $\dot{\mathbf{u}}_{(i)}$ سرعت مربوط به آن نقطه است. با جاگذاری معادلات ۴ و ۵ در معادله ۲، فرم کلی معادله پری‌دینامیک حرکت به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\rho(\mathbf{x}) \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \int_H (\mathbf{t}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}, t) - \mathbf{t}'(\mathbf{u} - \mathbf{u}', \mathbf{x} - \mathbf{x}', t)) dH + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t) \quad (6)$$

که $\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t)$ شتاب مربوط به هر نقطه بوده و $\mathbf{t}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}, t)$ بردار چگالی نیروی بین دو نقطه $\mathbf{X}_{(k)}$ و $\mathbf{X}_{(j)}$ است و به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\mathbf{t}_{(j)(k)}(\mathbf{u}_{(k)} - \mathbf{u}_{(j)}, \mathbf{x}_{(k)} - \mathbf{x}_{(j)}, t) = \frac{1}{2} \frac{1}{V_{(j)}} \left(\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\partial W_{(i)(k)}}{\partial (\mathbf{y}_{(k)} - \mathbf{y}_{(j)})} V_{(i)} \right) \quad (7)$$

$W_{(i)(k)}$ میکروپتانسیلهای ایجاد شده به نقطه $\mathbf{X}_{(k)}$ و سایر نقاط $\mathbf{X}_{(i)}$ درون شعاع همسایگی آن می‌باشد.

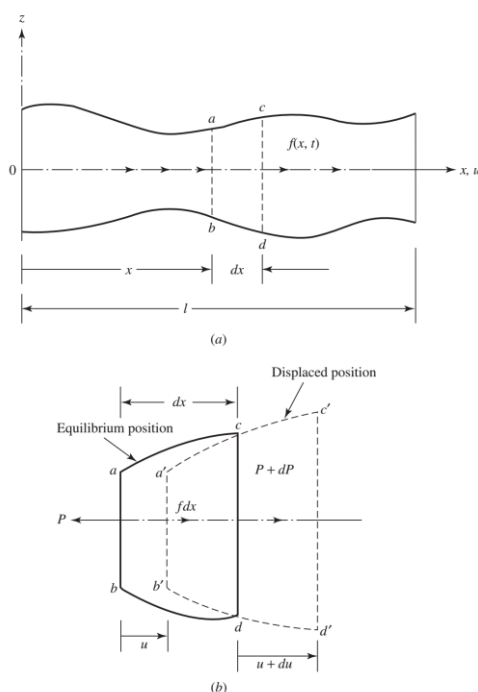
حل معادله پری‌دینامیک حرکت شامل انتگرالگیری زمانی و مکانی از معادله ۶ است. این حل به صورت عددی اعمال شده و لازم است شرایط اولیه و مرزی مساله مشخص باشد. گرچه فرم معادله پری‌دینامیک به صورت دینامیکی است، ولی می‌توان با استفاده از تکنیک وارفتگی وقفی دینامیکی^{۱۰} ارائه شده توسط آندروود [11] مسائل استاتیکی را نیز به روش پری‌دینامیک حل کرد.

¹⁰ Adaptive Dynamic Relaxation (ADR)

به طور کلی می‌توان روش پری‌دینامیک را به سه دسته تقسیم کرد که عبارتند از: باندبیس^{۱۱}، مبتنی بر حالت معمولی^{۱۲} و مبتنی بر حالت غیرمعمولی^{۱۳}. روش مبتنی بر حالت غیرمعمولی نسبت به دو دسته دیگر حالت کلی‌تری دارد و روش باندبیس برای سازه‌ها با رفتار محوری مناسب است.

۳- ارتعاش طولی اعضای محوری

مساله ارتعاش طولی میله در سال ۲۰۰۴ توسط راثو [12] بررسی شد. میله الاستیکی به طول l با سطح مقطع متغیر همانند شکل ۲ در نظر بگیرد.



شکل ۲: ارتعاش طولی عضو محوری [12]

نیروهای محوری وارده بر سطح مقطع دو طرف یک المان کوچک از میله به طول dx با P و $P+dP$ نشان داده می‌شود که در

آن:

$$P = \sigma A = E \varepsilon A = EA \frac{\partial u}{\partial x} \quad (۸)$$

¹¹ Bond-based

¹² Ordinary state-based

¹³ Non-ordinary state-based

که σ تنش محوری، E مدول یانگ، u جابجایی محوری و $\frac{\partial u}{\partial x}$ کرنش محوری است. اگر $f(x,t)$ نشان دهنده نیروی خارجی در واحد طول میله باشد، نیروی برآیند وارده بر المان میله در امتداد x برابر است با:

$$(P+dP) - P + f dx = dP + f dx \quad (9)$$

با بکارگیری قانون دوم حرکت نیوتن می توان نوشت:

$$\rho A dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = dP + f dx \quad (10)$$

که ρ چگالی میله و A سطح مقطع آن می باشد. با استفاده از رابطه $dP = (\partial P / \partial x) dx$ می توان نوشت:

$$\rho A dx \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[EA(x) \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right] + f(x,t) \quad (11)$$

که برای میله با سطح مقطع ثابت می توان به صورت زیر نوشت:

$$\rho A dx \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = EA \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t) \quad (12)$$

این معادله را می توان با استفاده از شرایط اولیه و مرزی مناسب حل کرد. به عنوان مثال در میله یک سر گیردار بدون اعمال بار خارجی، شرایط مرزی مساله به صورت زیر می باشد:

$$u(0,t) = 0, \quad t > 0 \quad \text{در انتهای گیردار:}$$

$$P = EA \frac{\partial u}{\partial x}(l,t) = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial u}{\partial x}(l,t) = 0 \quad \text{در انتهای آزاد:}$$

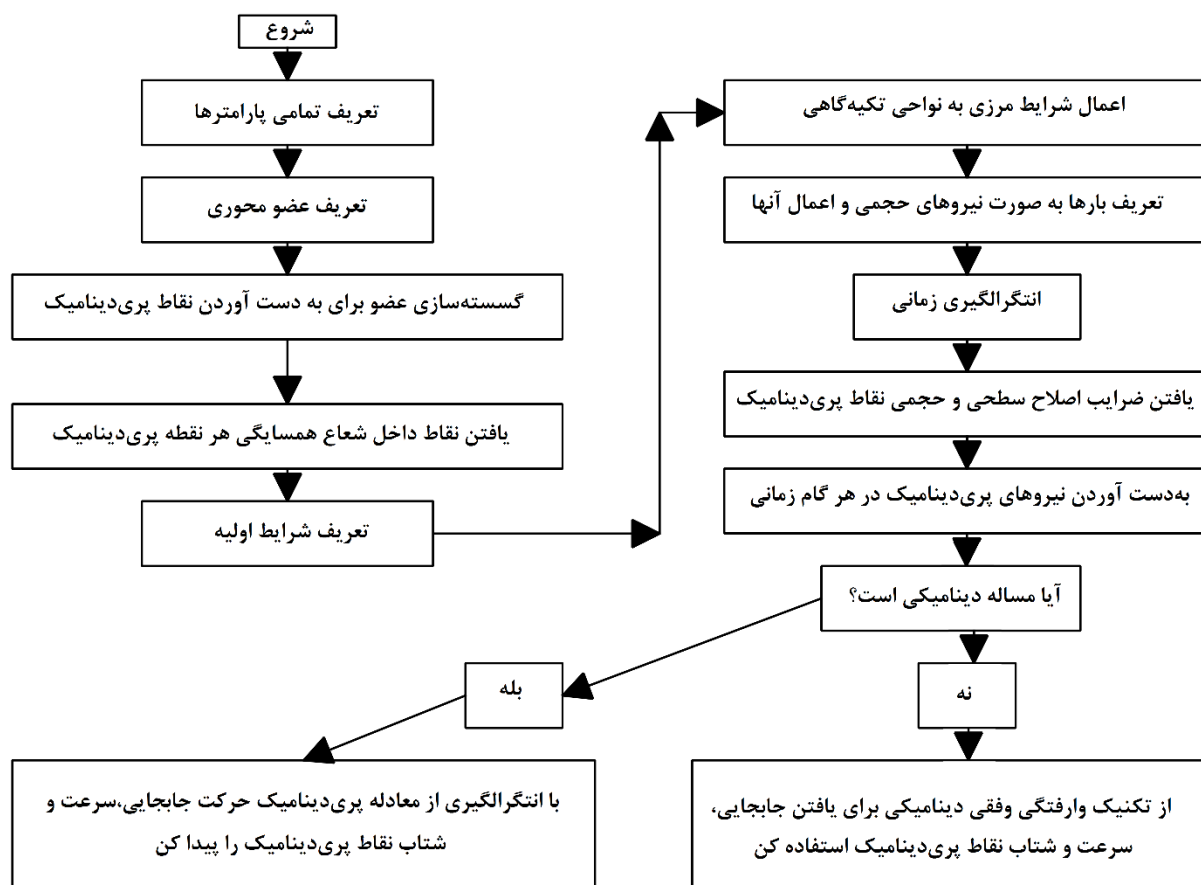
شرایط اولیه نیز مربوط به انتهای آزاد میله است که با حل معادله ۱۲ با شرایط اولیه و مرزی موجود جواب به دست آمده به صورت زیر خواهد شد:

$$u_x(x,t) = \frac{\lambda \varepsilon L}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \sin\left(\frac{(2n+1)\pi x}{2L}\right) \cos\left(\sqrt{\frac{E}{\rho}} \frac{(2n+1)\pi}{2L} t\right) \quad (13)$$

ε کرنش اولیه ایجاد شده جهت ارتعاش طولی میله می باشد.

۴- تحلیل پری دینامیک ارتعاش طولی اعضای محوری

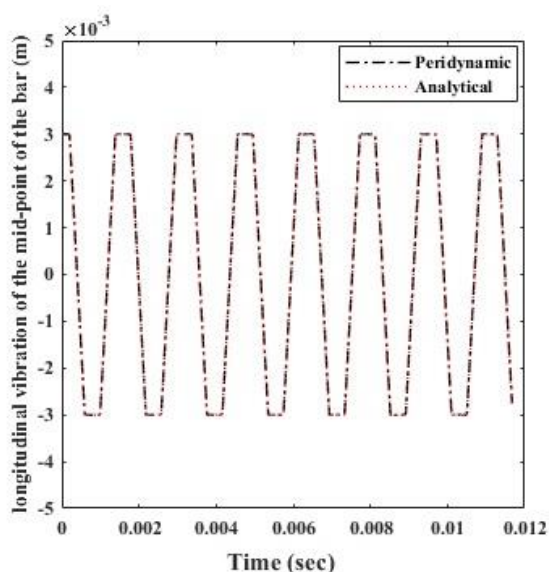
همانطور که ذکر شد، روش پری دینامیک ماهیت دینامیکی دارد و می توان سازه را تحت اثرات مختلف از جمله بار و دما مورد بررسی قرار داد. برای حل با این روش نیاز به کدنویسی است که می توان این کار را در نرم افزارهای حل عددی همچون فرترن، متلب، پایتون و .. انجام داد که در صورت استفاده از الگوریتم مناسب حل مساله، کدنویسی در هر کدام از نرم افزارها به نتیجه یکسانی منجر خواهد شد. در این مقاله از نرم افزار متلب برای این کار استفاده شده است. خلاصه الگوریتم حل مساله ارتعاش طولی اعضای محوری به روش پری-دینامیک در فلوجارت شکل ۳ نشان داده شده است. به طور خلاصه مراحل مدلسازی پری دینامیک شامل مدلسازی نقاط، اعمال شرایط مرزی و اولیه، انتگرالگیری زمانی و در نهایت یافتن جابجایی، سرعت و شتاب هر نقطه پری دینامیک می باشد.



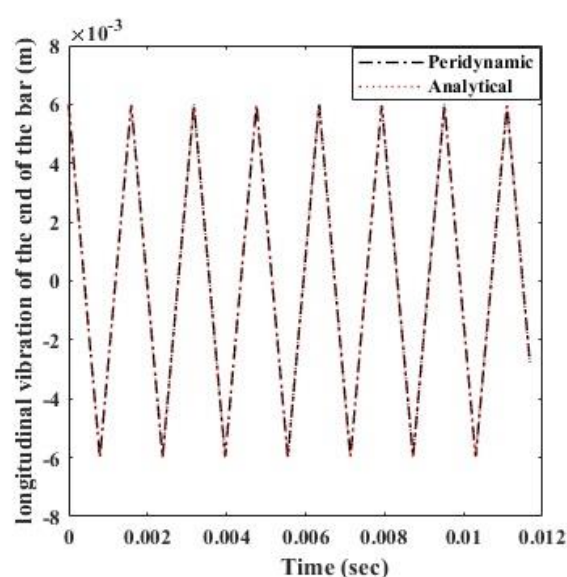
شکل ۳: فلوچارت حل پری‌دینامیک.

برای صحت‌سنجی مدل‌سازی پری‌دینامیک و اشاره به قابلیت‌های این روش، مساله ارتعاش طولی میله ۲ متری حل شده و نتایج به دست آمده با نتایج تحلیلی مقایسه شده است. این میله در یک انتها بسته شده و در انتهای دیگر برای مدت کوتاهی تحت کرنش کشش اولیه $0/003$ قرار گرفته و سپس رها شده است. برای ساده‌تر شدن مساله از اثرات میرایی صرف‌نظر شده و رفتار آن به صورت خطی فرض شده است. سطح مقطع، نسبت پواسون، جرم حجمی و مدول الاستیسیته میله به ترتیب $10^{-6} m^2$ ، $0/25$ ، $7850 kg/m^3$ و $200 GPa$ در نظر گرفته شده است. ارتعاش میله را می‌توان با فرض 1000 جمله از سری رابطه تحلیلی ۱۳ به دست آورد.

برای یافتن جوابهای پری‌دینامیک لازم است که میله به نقاطی با حجم مشخص تبدیل گردد. با در نظر گرفتن فاصله نقاط به اندازه $0/001$ متر، کل میله به 2000 نقطه تبدیل می‌شود. شعاع همسایگی نقاط مساوی $0/003015$ فرض شده و تعداد 60000 گام زمانی با اندازه گام زمانی برابر $1/94598 \times 10^{-7} s$ برای دستیابی به جواب حالت پایدار در نظر گرفته شده است. جوابهای تحلیلی و پری‌دینامیک ارتعاش نقطه وسط میله در شکل ۴ الف و نقطه انتهای میله در شکل ۴ ب نشان داده شده است. همانطور که دیده می‌شود، کاملا واضح است که شبیه‌سازی PD، ارتعاش طولی مورد انتظار از میله‌ای که تحت کرنش اولیه قرار گرفته را به طور موفقیت‌آمیزی نتیجه می‌دهد. همانطور که دیده می‌شود، جهت ارتعاش نقطه انتهایی میله بلافاصله عوض می‌شود، در حالی که نقاط داخلی همانند نقطه میانی میله تاخیر زمانی برای تغییر جهت ارتعاش دارد. دامنه ارتعاش مربوط به نقطه میانی بین $0/003$ و $-0/003$ و برای نقطه انتهایی میله بین $0/006$ و $-0/006$ می‌باشد.



(الف)



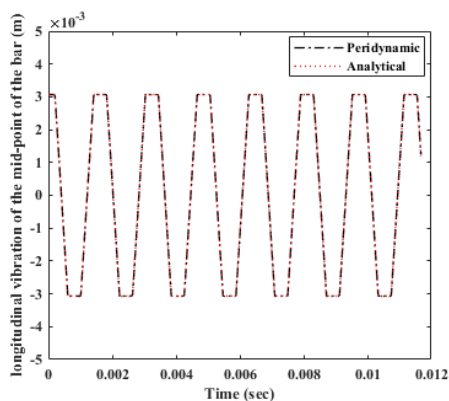
(ب)

شکل ۴: ارتعاش طولی میله تحت کرنش اولیه به روش تحلیلی و پری‌دینامیک (الف) وسط میله (ب) انتهای میله.

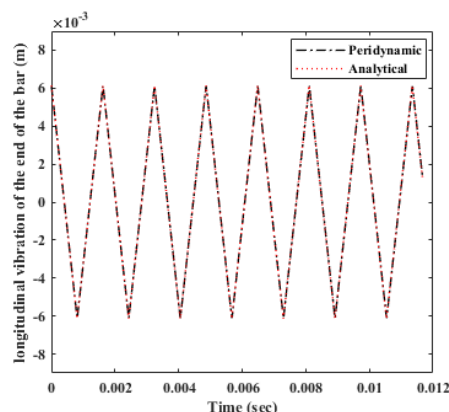
حال اگر این میله با ضریب انبساط حرارتی $\frac{1}{C} \times 10^{-5}$ ابتدا تحت افزایش دمای ۱۰۰ درجه سانتیگراد قرار گرفته و سپس کرنش اولیه به آن اعمال گشته و رها شود. جواب تحلیلی مساله از رابطه ۱۴ با جاگذاری $L + \alpha \Delta T L$ به جای طول L در رابطه ۱۳ حاصل می‌شود که در آن ΔT مقدار تغییر دما و α ضریب انبساط حرارتی میله می‌باشد.

$$u_x(x, t) = \frac{\lambda \varepsilon (1 + \alpha \Delta T) L}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \sin\left(\frac{(2n+1)\pi x}{2(1 + \alpha \Delta T)L}\right) \cos\left(\sqrt{\frac{E}{\rho}} \frac{(2n+1)\pi}{2(1 + \alpha \Delta T)L} t\right) \quad (14)$$

در یافتن جواب پری‌دینامیک بایستی اثر حرارت در مختصات اولیه نقاط پری‌دینامیک تاثیر داده شده و بعد از آن، کل میله تحت کرنش اولیه قرار گرفته و رها گردد. جواب تحلیلی و پری‌دینامیک در این حالت برای نقاط وسط و انتهای میله به صورت شکل ۵ می‌باشد. منطبق بودن جوابهای پری‌دینامیک و تحلیلی را می‌توان از این شکل دریافت. جواب به دست آمده با جواب میله‌ای به طول $L + \Delta L$ تحت تاثیر کرنش محوری اولیه تفاوتی نخواهد داشت که ΔL تغییر طول ناشی از تغییر دمای یکنواخت میله می‌باشد. در این حالت دامنه ارتعاش نقطه انتهایی میله بین $0/006138$ و $-0/006138$ متغیر می‌باشد.



(الف)



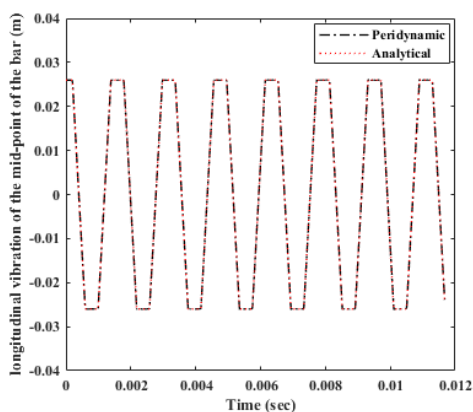
(ب)

شکل ۵: ارتعاش طولی میله حرارت داده شده تحت کرنش اولیه به روش تحلیلی و پری‌دینامیک (الف) وسط میله (ب) انتهای میله.

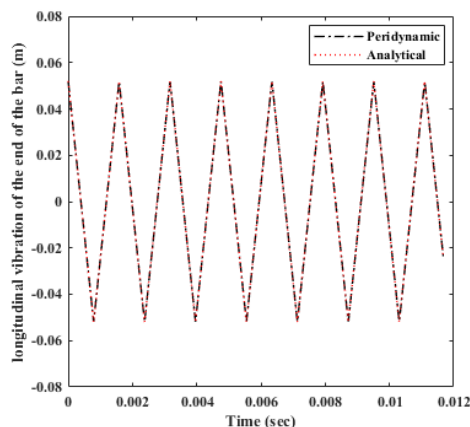
حال اگر تغییر دما به صورت شوک حرارتی همزمان با اعمال کرنش اولیه ایجاد شده و در لحظه رهاسازی میله حذف گردد، برای یافتن جواب تحلیلی ارتعاش طولی میله بایستی در رابطه ۱۳ به جای ϵ ، $\epsilon_0 + \alpha \Delta T$ قرار داده شود.

$$u_x(x,t) = \frac{\lambda(\epsilon_0 + \alpha \Delta T)L}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \sin\left(\frac{(2n+1)\pi x}{2L}\right) \cos\left(\sqrt{\frac{E}{\rho}} \frac{(2n+1)\pi}{2L} t\right) \quad (15)$$

با توجه به قابلیت روش پری‌دینامیک برای در نظر گرفتن اثرات مختلف، حل پری‌دینامیک مساله در این حالت نیز امکان پذیر می‌باشد. در این حالت بایستی تغییر دما جزو شرایط اولیه مساله در کد پری‌دینامیک اعمال گردد. جواب‌های تحلیلی و پری‌دینامیک نشان داده شده در شکل ۶ برای مساله ارتعاش میله در این حالت نیز همخوانی مناسبی با هم دارند. جواب‌های این حالت با حالت قبل اختلاف فاحشی دارد و از مقایسه نمودارهای شکل ۵ و ۶ می‌توان فهمید که اثر شوک حرارتی به مراتب بیشتر از ایجاد همان حرارت و سپس اعمال کرنش اولیه است. در این حالت دامنه ارتعاش نقطه انتهایی میله بین $0/052$ و $-0/052$ است که خیلی بیشتر از حالات قبل می‌باشد.



(الف)

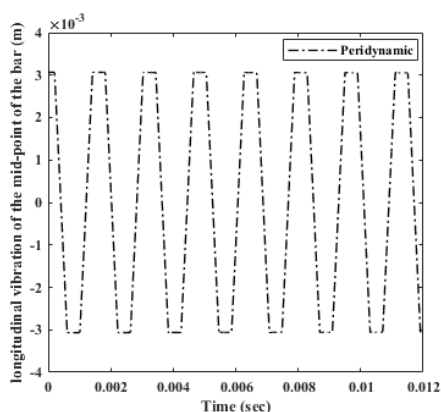


(ب)

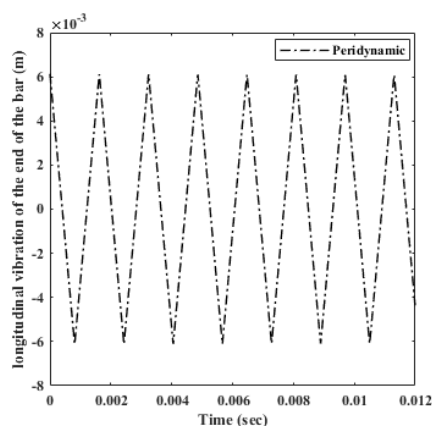
شکل ۶: ارتعاش طولی میله تحت کرنش اولیه و شوک حرارتی به روش تحلیلی و پری‌دینامیک (الف) وسط میله (ب) انتهای میله.

در حالت قبل فرض شده که اعمال و حذف کرنش حرارتی به صورت آنی همزمان با رها کردن میله رخ دهد که ایجاد و اعمال چنین حالتی به لحاظ عملی بسیار مشکل است. عملی‌ترین حالت به این صورت است که افزایش یا کاهش دما به تدریج رخ دهد. اگر تغییرات دما به

صورت تدریجی رخ دهد، یافتن جواب با استفاده از رابطه پیشنهادی راتو [12] امکان پذیر نخواهد بود؛ در حالی که با اعمال تغییرات در کد پری دینامیک می توان پاسخ ارتعاش طولی را به دست آورد. برای این کار بایستی در هر گام زمانی مختصات نقاط با توجه به مقدار کاهش یل افزایش دما به روز رسانی شود. به عنوان مثال اگر میله تحت تغییر دمای ۱۰۰ درجه قرار گرفته و بعد از اعمال کرنش اولیه و رهاسازی، کاهش دما به صورت تدریجی رخ داده و به صفر برسد، جواب ارتعاش میله برای نقاط انتها و وسط میله به صورت شکل ۷ خواهد بود. همانطور که دیده می شود تغییرات تدریجی دما تاثیر اندکی بر دامنه ارتعاش میله نسبت به شوک حرارتی نشان داده شده در شکل ۶ دارد. به طوری که حداکثر دامنه ارتعاش در لحظه اولیه ارتعاش از ۰/۰۰۶۱۳۸ به ۰/۰۰۶ متر بعد از صفر شدن دما می رسد. در حالی که همانطور که در حالت قبل عنوان شد، اگر همین مقدار دما به صورت شوک حرارتی اعمال و حذف شود دامنه نوسان به شدت افزایش خواهد یافت.



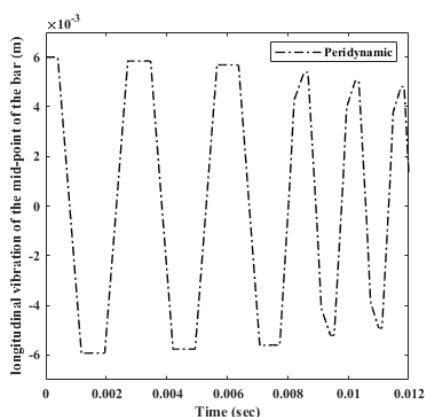
(الف)



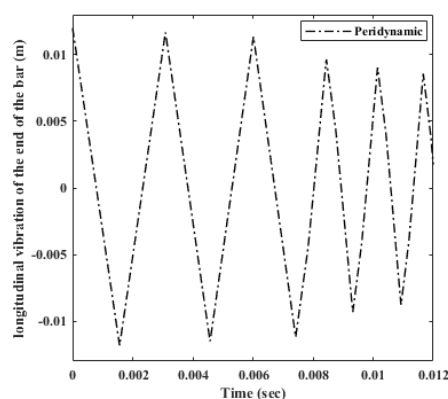
(ب)

شکل ۷: ارتعاش طولی میله تحت کرنش اولیه و کاهش دمای تدریجی از ۱۰۰ درجه به صفر درجه به روش پری دینامیک (الف) وسط میله (ب) انتهای میله.

برای بهتر دیده شدن تغییرات دامنه ارتعاش با کاهش یا افزایش تدریجی دما اگر ضریب انبساط حرارتی و میزان حرارت اعمالی به میله به ترتیب ۰/۰۰۱ و ۱۰۰۰ در نظر گرفته شده و مساله کاهش تدریجی دما حل شود، شکل ۸ به دست می آید که در آن اثر کاهش تدریجی دما در کاهش دامنه ارتعاش میله کاملاً مشهود است.



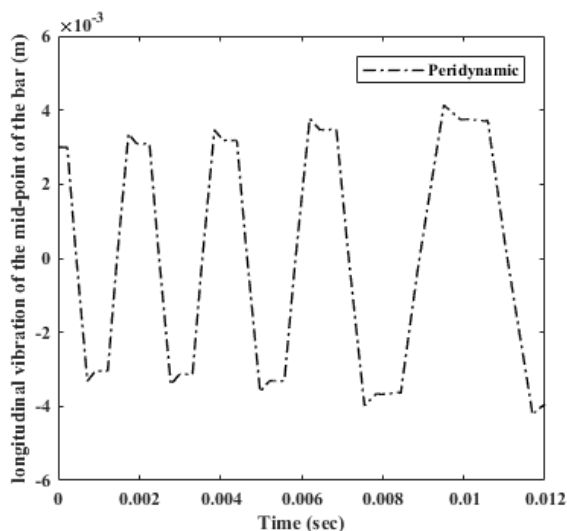
(الف)



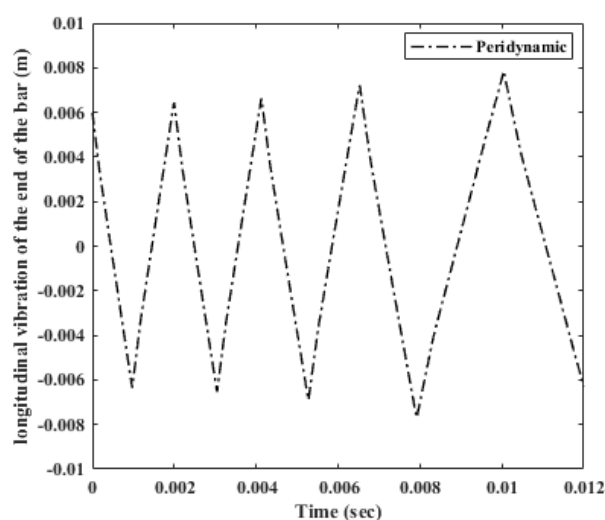
(ب)

شکل ۸: ارتعاش طولی میله تحت کرنش اولیه و کاهش دمای تدریجی از ۱۰۰۰ درجه به صفر درجه به روش پری دینامیک (الف) وسط میله (ب) انتهای میله.

به همین ترتیب اثر افزایش تدریجی دما در حین ارتعاش میله را می‌توان با روش پری‌دینامیک به دست آورد. اگر دمای میله بعد از شروع ارتعاش به تدریج افزایش داده شده و از صفر به ۱۰۰۰ درجه سانتیگراد برسد، شکل ۹ حاصل می‌شود که ابتدای نمودار این شکل بر انتهای نمودار شکل قبل منطبق می‌باشد.



(الف)



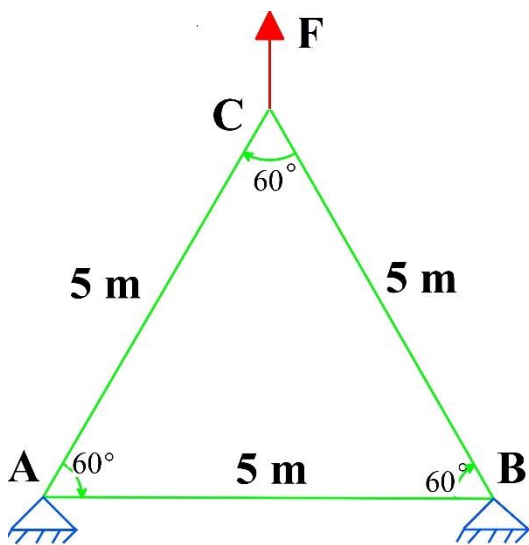
(ب)

شکل ۹: ارتعاش طولی میله تحت کرنش اولیه و افزایش دمای تدریجی از صفر درجه به ۱۰۰۰ درجه به روش پری‌دینامیک (الف) و وسط میله (ب) انتهای میله.

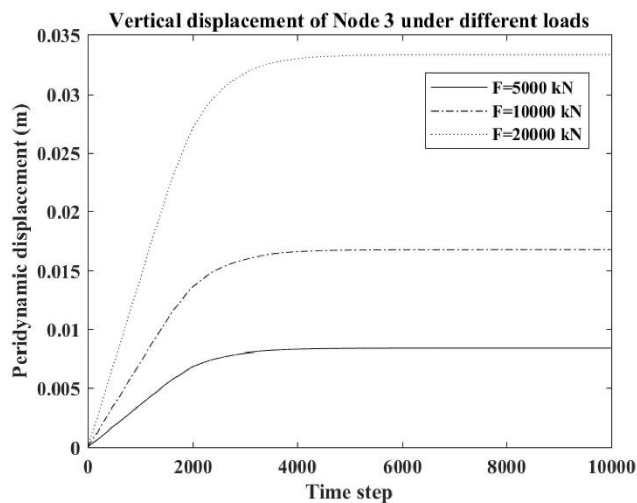
۴- تحلیل پری‌دینامیک خرپاها

خرپاها سازه‌هایی هستند که تمامی اعضای آنها به صورت محوری رفتار می‌کنند. جهت انجام تحلیل پری‌دینامیک خرپاها لازم است که اعضای داخلی خرپا نیز گسسته‌سازی شده و اندرکنش تمامی نقاط در انجام تحلیل پری‌دینامیک در نظر گرفته شود. اهمیت کم بودن فاصله بین نقاط پری‌دینامیک را می‌توان با تحلیل پری‌دینامیک یک میله با تعداد نقاط کم و زیاد دریافت. موقعی که تعداد گسسته‌سازی کم باشد، جوابهای پری‌دینامیک نادرست خواهد شد. معمولاً فاصله نقاط گسسته‌سازی بسیار کم می‌باشد؛ در حالی که طول اعضای خرپا در پروژه‌های واقعی به چندین متر می‌رسد. بنابراین فقط در نظر گرفتن گره‌های خرپا به عنوان نقاط پری‌دینامیک همانند تحقیق لی و همکاران [8] به نتایج درستی منجر نخواهد شد. همچنین به منظور کسب نتایج درست از مدلسازی پری‌دینامیک خرپاها لازم است که معادلات پری‌دینامیک دوبعدی برای گره‌های خرپا و یک بعدی برای سایر نقاط حل شود.

به منظور کنترل صحت مدلسازی پری‌دینامیک خرپاها، چند مثال هم با روش پری‌دینامیک و هم روش المان محدود در نرم‌افزار متلب حل شده و نتایج کار با هم مقایسه شده است. ساده‌ترین مثال سازه خرپایی، خرپای سه عضوی همانند شکل ۱۰ می‌باشد که در آن طول اعضا ۵ متر و سطح مقطع آنها ۱۰۰ سانتیمتر مربع در نظر گرفته شده است. مدول الاستیسیته ۲۰۰۰۰۰ مگاپاسکال بوده و ضریب پواسون ۰/۳ فرض شده است. بار وارده بر خرپا به صورت استاتیکی در نظر گرفته شده است. به همین دلیل برای یافتن حل پری‌دینامیک لازم از وارفتگی و فقی دینامیکی استفاده شده و اندازه گام‌های زمانی برابر یک ثانیه در نظر گرفته شود. در شکل ۸ مقادیر تغییر مکان قائم نقطه C به دست آمده از حل پری‌دینامیک در مقابل گام‌های زمانی وارده به ازای بارهای مختلف نشان داده شده است. از مدلسازی پری‌دینامیک مشاهده می‌شود که حل پری‌دینامیک بعد از ۶۰۰۰ گام زمانی به حالت پایدار رسیده است.



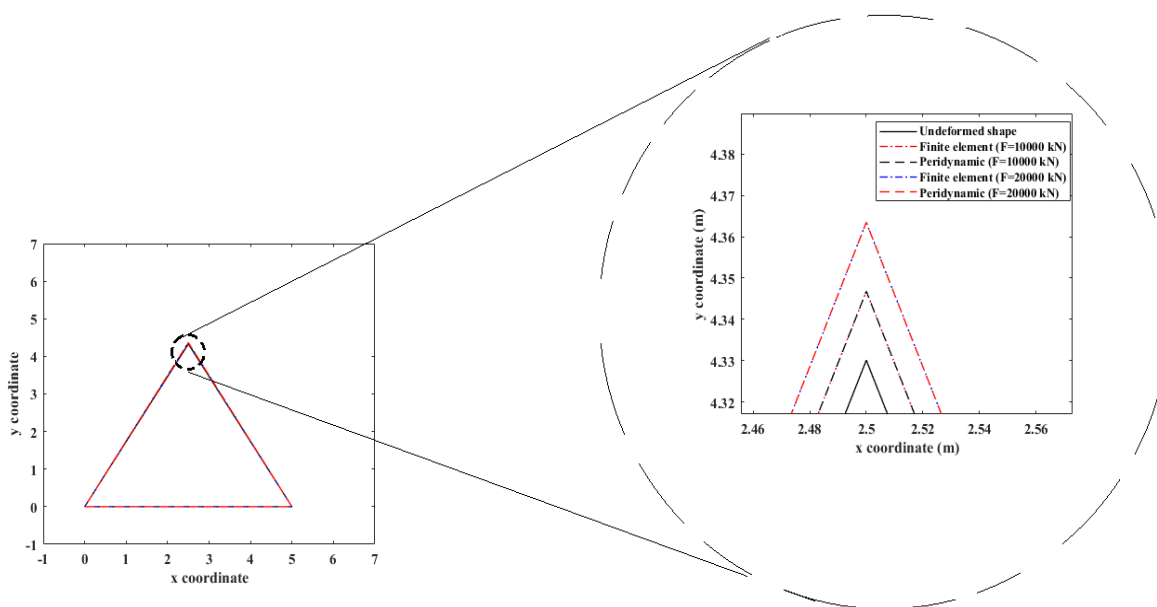
(الف)



(ب)

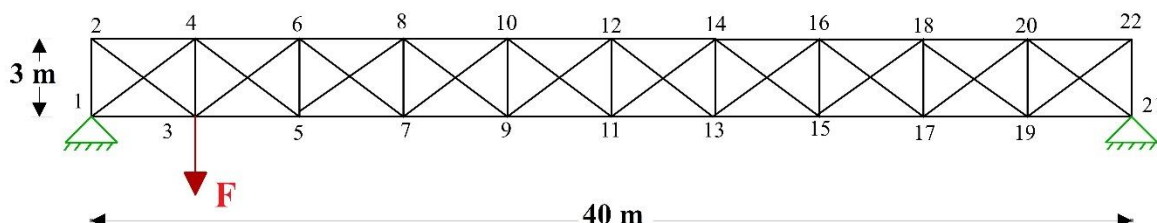
شکل ۱۰: الف) خرابی سه عضوی تحت اثر نیروی کششی ب) جابجایی قائم نقطه C در مقابل گامهای زمانی

جابجایی قائم گره C را می توان از روش المان محدود یا روشهای تحلیلی همانند کار مجازی نیز به دست آورد. در شکل ۱۱ شکل اولیه و تغییر یافته با استفاده از روشهای پری دینامیک و المان محدود نشان داده شده است. مشاهده می شود که نتایج همخوانی بسیار خوبی با هم داشته و روش پری دینامیک توانایی پیش بینی مناسب تغییر شکل خرپا را دارد.



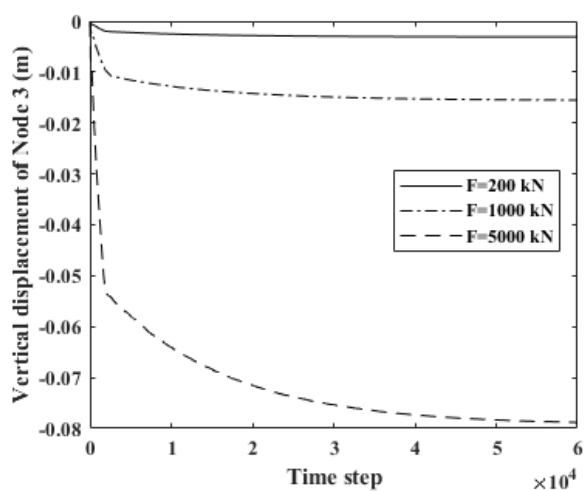
شکل ۱۱: شکل اولیه خرپا به همراه حالت تغییر شکل یافته در اثر بارهای وارده به روش پری دینامیک و المان محدود

برای نشان دادن قابلیت روش پری دینامیک، تحلیل خرپاهای چند دهانه نامعین در نظر گرفته شده است. این خرپای ده دهانه و ابعاد آن در شکل ۱۲ نشان داده شده است. همانطور که در این شکل مشاهده می شود، خرپای مورد نظر، نامعین بوده و بار به گره شماره ۳ اعمال شده است. در روش پری دینامیک تفاوتی بین تحلیل خرپای معین و نامعین وجود ندارد و تمامی مراحل حل مشابه است. مشخصات اعضای این خرپا نیز مشابه مثال قبلی فرض شده است.

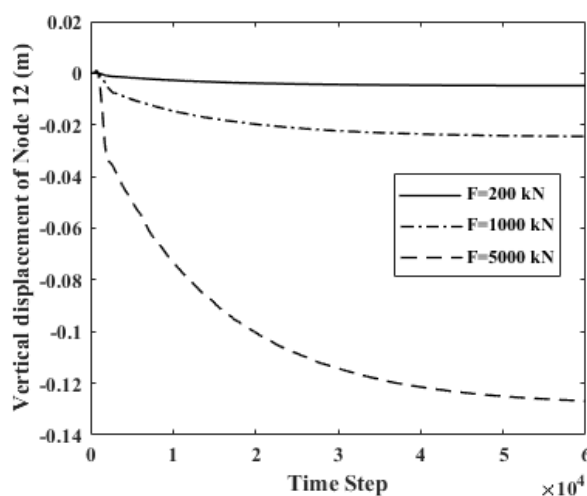


شکل ۱۲: خرپای چند دهانه تحت بار متمرکز

حل پری دینامیک با فرض فاصله نقاط برابر ۱۰ سانتیمتر به دست آمده است. در شکل ۱۳ تغییر مکان قائم گره های شماره ۳ و ۱۲ با افزایش گام زمانی برای سه نیروی مختلف نشان داده شده است. تعداد گام های زمانی برای دستیابی به حل پایدار ۶۰۰۰ گام زمانی است.



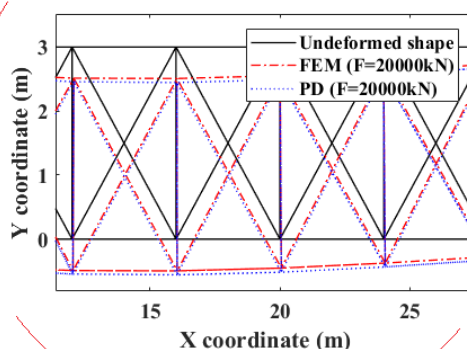
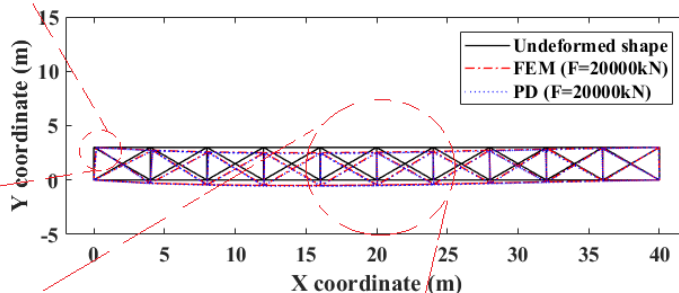
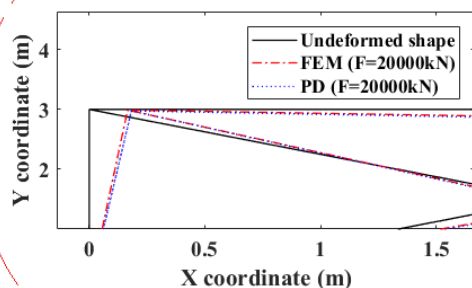
(الف)



(ب)

شکل ۱۳: تغییر مکان پری دینامیک گره های ۳ و ۱۲ با افزایش گام های زمانی

در شکل ۱۴ شکل اولیه و حالت تغییر شکل یافته به دست آمده از روش پری دینامیک و المان محدود نشان داده شده است. مقایسه نتایج همخوانی بسیار مناسب نتایج را نمایان می کند و قابلیت روش پری دینامیک برای پیش بینی مناسب تغییر شکلها و شیب اعضای خرپا را نشان می دهد.



شکل ۱۴: شکل اولیه و تغییر شکل یافته به دست آمده از روش پری دینامیک و المان محدود

با توجه به مسائل حل شده در این بخش می توان به قابلیت روش پری دینامیک در مدلسازی خراباها نیز پی برد. همچنین اثرات ارتعاش ذکر شده در بخش قبل را نیز می توان به خراباها هم تعمیم داده و انواع خراباها را تحت بارهای دینامیکی تحلیل کرده و اثر ارتعاش روی اعضای محوری خرپا را مورد ارزیابی قرار داد. مثال بارز از وقوع چنین حالتی گذر قطار از روی پلهای خرابایی است.

۵- نتیجه گیری

این مقاله برای نشان دادن قابلیت روش پری دینامیک در پیش بینی ارتعاش اعضای محوری و تحلیل سازه های مشبک همچون خرپاها ارائه شده است. بررسیها نشان داد که این روش توانایی پیش بینی ارتعاش طولی اعضا محوری را دارا بوده و برخلاف رابطه تحلیلی موجود، می توان اثرات تدریجی افزایش یا کاهش دما در حین ارتعاش اعضا را نیز با این روش مدلسازی کرد. همچنین به منظور استفاده از

این روش برای تحلیل خرابیها اولاً بایستی گسسته‌سازی بر روی اعضای خرابی خرابی صورت گرفته، ثانیاً رفتار نقاط پری‌دینامیک روی اعضا به صورت یک‌بعدی و رفتار گره‌های خرابی به صورت دوبعدی در مدل پری‌دینامیک منظور گردد.

مراجع

- [1] Silling, S. A., (2000). "Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long range forces," *J. Mech. Phys. Solids*, 48(1), pp. 175–209.
- [2] Silling, S. A. and Askari, E., (2004). "Peridynamic Modeling of Impact Damage," *Problems Involving Thermal Hydraulics, Liquid Sloshing, and Extreme Loads on Structures*, 489, pp. 197–205.
- [3] Gerstle, W., Sau, N., and Silling, S., (2005). "Perydynamic modeling of plain and reinforced concrete structures," *18th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 18)*, No. SMiRT 18, pp. 1–15.
- [4] Askari, E., Xu, J., and Silling, S., (2006). "Peridynamic Analysis of Damage and Failure in Composites," *44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, pp. 1–12.
- [5] Kilic, B., and Madenci, E., (2010). "Coupling of peridynamic theory and the finite element method," *J. Mech. Mater. Struct.*, 5(5), pp. 707–733.
- [6] Amani, J., Oterkus, E., Areias, P., Zi, G., Nguyen-Thoi, T., and Rabczuk, T., (2016). "A non-ordinary state-based peridynamics formulation for thermoplastic fracture," *Int. J. Impact Eng.*, 87, pp. 83–94.
- [7] Madenci, E., Kefal, A., Dorduncu, M., Barut, A. and Yildiz, M., (2018). "Isogeometric analysis using peridynamics and XFEM," *2018 AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*.
- [8] Li, H., Zhang, H., Zheng, Y., and Zhang, L., (2016). "A peridynamic model for the nonlinear static analysis of truss and tensegrity structures," *Comput. Mech.*, 57(5), pp. 843–858.
- [9] Silling, S.A., and Lehoucq, R.B., (2008). "Force Flux and the Peridynamic Stress Tensor," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 56(4), pp. 1566–1577.
- [10] Madenci, E., and Oterkus, E., (2014), "*Peridynamic Theory and Its Applications*," New York, NY: Springer New York, 297 pages.
- [11] Underwood, P., (1986) "Dynamic Relaxation," *Computational Methods for Transient Analysis*, 1st ed., T. Belytschko and T. J. R. Hughes, Eds. Amsterdam: Elsevier B.V., pp. 245–265.
- [12] Rao, S.S., (2007). "*Vibration of Continuous Systems*," John Wiley & Sons, Inc., New Jersey, 737 pages.