نشریه علمی – پژوهشی مهندسی سازه و ساخت، دوره ۷، شماره ویژه ۲، سال ۱۳۹۹، صفحه ۱۴۲ تا ۱۵۷

Journal of Structural and Construction Engineering
JSCE
نشریه علمی-پژوهشی مهندسی سازه و ساخت

نشریه مهندسی سازه و ساخت
(علمی – پژوهشی)

www.jsce.ir

انجمن مهندسی سازه ایران
ISSE

مقایسه‌ی عملکرد بهینه‌ی مدل‌های ویسکوز و ویسکوالاستیک کلوین-وُیت در سیستم مهار بازویی میرا شده در ساختمان‌های بلند تحت ارتعاش جانبی

بهادر خانلری [۱]، مجید امین افشار [۲*]، محمد مهدی معمارپور [۳]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی عمران گرایش سازه، دانشگاه بین المللی امام خمینی(ره)، قزوین، ایران
۲- استادیار، مهندسی عمران، دانشگاه بین المللی امام خمینی(ره)، قزوین، ایران
۳- استادیار، مهندسی عمران، دانشگاه بین المللی امام خمینی(ره)، قزوین، ایران

چکیده

استفاده از سیستم هسته‌ی مرکزی، ستون پیرامونی و مهاربازویی و به‌کارگیری مستهلک کننده‌های انرژی نظیر میراگر ویسکوز، از راه-کارهای کاهش تغییرمکان جانبی سازه می‌باشد. سیستم ترکیبی هسته‌ی مرکزی و مهار بازویی میرا شده تحت بارهای لرزه‌ای، با ارتعاش عرضی تیر طره دارای لنگر متمرکز ناشی از سیستم فنر-میراگر ، قابل ارزیابی می‌باشد. در این مقاله دو مدل برای مهار بازویی میراشده ارائه شده است. پس از دستیابی به معادله‌ی دیفرانسیل حاکم بر حرکت ارتعاشی تیر در اندرکنش با مهار بازویی میرا شده به دو شیوه‌ی مدل ویسکوز و ویسکوالاستیک و تحلیل مقدار ویژه، معادله مشخصه‌ی مدل‌ها استخراج شد. سپس، فرکانس‌ها و مدهای ارتعاشی مختلط سیستم بر حسب پارامترهای بی‌بعد نسبت میرایی و موقعیت مهار بازویی، محاسبه گردید و نتایج به صورت رویه‌های نسبت میرایی مُدال بر حسب موقعیت ارتفاعی مهار بازویی و نسبت میرایی میراگرها، ارائه و مقادیر بهینه‌ی هر یک از این پارامترها در مدهای مختلف سازه مشخص شد. مکان بهینه‌ی مهار بازویی در مدل ویسکوز و ویسکوالاستیک به ترتیب در نسبت‌های ارتفاعی ۰.۴۷ و ۰.۵۰ در مود اول بدست آمد. این مقادیر برای مود دوم در هر دو مدل برابر ۰.۸ می‌باشد. با تحلیل مدل اجزای محدود یک سازه‌ی ۴۰ طبقه و مقایسه‌ی پاسخ فرکانسی سیستم‌های مهار بازویی میرا شده در حالت بهینه با حالت غیر بهینه و نیز مدل مهار بازویی میرا نشده و سیستم فاقد مهار بازویی، صحت نتایج بدست آمده تایید گردید. حداکثر تغییرمکان جانبی بام در مدل‌های بهینه ویسکوز و ویسکوالاستیک به ترتیب ۱۶.۴ و ۱.۱ سانتی متر می‌باشد درحالیکه مدل‌های فاقد مهار بازویی و میرا نشده دارای تغییرمکان بزرگ‌تر از نسبت یک چهارصدم ارتفاع سازه می‌باشند. علی‌رغم بالا بودن میرایی مُدال در مدل ویسکوز نسبت به مدل ویسکوالاستیک، عملکرد مدل ویسکوالاستیک در کنترل تغییرمکان مناسب‌تر می‌باشد و این موضوع حاکی از غیر واقعی بودن مدل ویسکوز می‌باشد.

کلمات کلیدی: سازه بلند، مهار بازویی میراشده ، بهینه یابی، کنترل سازه، تحلیل مقدار ویژه، فرکانس مختلط.

سابقه مقاله:					شناسه دیجیتال:
دریافت	بازنگری	پذیرش	انتشار آنلاین	چاپ	10.22065/JSCE.2019.138049.1601
۱۳۹۷/۰۴/۰۹	۱۳۹۷/۰۹/۰۳	۱۳۹۷/۱۰/۱۴	۱۳۹۹/۰۴/۰۱	۱۳۹۹/۰۴/۰۱	doi: 10.22065/JSCE.2019.138049.1601

*نویسنده مسئول: مجید امین افشار

پست الکترونیکی: mafshar@eng.ikiu.ac.ir

Optimal performance comparison of tall buildings with damped outrigger system by viscous and viscoelastic Kelvin-Voigt models under lateral vibration

Majid Amin Afshar[*1] ,mohammad mahdi memarpour 2 ,Bahador Khanlari [3]

1 Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Imam Khomeini International university, Qazvin, Iran
2 Department of civil engineering, faculty of engineering, Imam Khomeini international university, Qazvin, Iran
3 Department of Civil Engineering, Faculty of engineering, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran

ABSTRACT

Using central core system with peripheral columns and outrigger and employing the energy dissipation devices, such as viscous damper, is one of the structure lateral displacement mitigation's methods. The central core system with the damped outrigger under seismic loads can be assessed by transverse vibration of a cantilever beam subjected to a concentrated moment due to spring-damper system. In this paper, two models are proposed for damped outrigger. After obtaining differential equation of vibration of a beam interacted with damped outrigger modeled as viscous and viscoelastic, and eigen value analysis, characteristic equations are derived. Complex frequencies and mode shapes are obtained with respect to non-dimensional parameters such as damping ratio and outrigger location and results are presented as modal damping ratio surfaces versus damping ratio and outrigger location and so optimal of these parameters for each mode are attained. The optimal locations of outrigger at first mode are 0.47 and 0.5 of the building height for viscous and viscoelastic models, respectively. In second mode, this value is 0.8 for both models. Analyzing a finite element model of a 40-story building and comparing frequency responses of the optimal and non-optimized models and the undamped models including the traditional outrigger and traditional core system without outrigger, validity of the proposed method is verified. The maximum of roof displacement in viscous and viscoelastic models are respectively about 16.4 cm and 1.1 cm, while it exceeds than the criteria of 1/400 of building's height in the undamped models. In spite of greater modal damping ratio of viscous model, performance of the viscoelastic model is better. This is an indication of unrealistic viscosity model.

ARTICLE INFO

Received: 30 June 2018
Revised: 24 November 2018
Accepted: 04 January 2019

Keywords:
Tall building, Damped outrigger, optimization, structural control, Eigen value Analysis, Complex frequency

doi: 10.22065/JSCE.2019.138049.1601

*Corresponding author: Majid Amin Afshar
Email address: mafshar@eng.ikiu.ac.ir

۱- مقدمه

در سیستم‌های سازه‌ای مورد استفاده در ساختمان‌های بلند مرتبه که دارای هسته‌ی مرکزی می‌باشند، به منظور تحلیل اولیه‌ی سیستم و بررسی رفتار کلی سازه، هسته‌ی سازه عمدتا به صورت تیر طره[1] در نظر گرفته می‌شود که با عملکرد خمشی خود در مقابل بارهای جانبی نظیر باد و زلزله، مقاومت می‌نماید. این نوع سیستم دارای تغییر مکان‌های جانبی قابل توجهی می‌باشد که به منظور کاهش آن، ایده‌ی استفاده از مهار بازویی[2] در این سیستم ارائه شده است [1]. مهار بازویی همانند تیری صلب، هسته‌ی سازه را به ستون‌های پیرامونی متصل می‌نماید. تغییر شکل خمشی هسته ناشی از بارهای جانبی منجر به دوران مهار بازویی می‌شود و از آنجا که اتصال مهار بازویی به ستون‌های پیرامونی مفصلی در نظر گرفته می‌شود، دوران صلب مهار بازویی باعث ایجاد کوپل نیرو محوری در ستون‌های پیرامونی خواهد شد. کوپل نیروی ایجاد شده در ستون‌ها، لنگر خمشی هسته در تراز قرارگیری مهار بازویی را کاهش خواهد داد. سیستم هسته‌ی مرکزی همراه با مهار بازویی به عنوان یکی از سیستم‌های رایج سازه‌ای در ساختمان‌های بلند شناخته می‌شود. کاهش ارتعاش جانبی این سیستم تحت بارهای دینامیکی جانبی، نظیر باد و زلزله، همواره یکی از موضوعات مهم در زمینه‌ی طرح سازه‌ها می‌باشد. از همین رو با هدف کاهش ارتعاش جانبی سازه‌های بلند دارای این سیستم و کنترل رفتار آن‌ها، ایده‌ی استفاده از ابزارهای کنترلی در این سیستم پیشنهاد شده است [2]. افزون بر این مطالعاتی مبنی بر تاثیر استفاده از مهار بازویی بر کاهش تغییر مکان جانبی انتهای هسته‌ی سازه، صورت گرفته است [3]. استفاده از مهار بازویی منجر به افزایش تغییر مکان محوری المان‌های پیرامونی متصل به آن (ستون‌ها) خواهد شد. بنابراین محققان ایده‌ی استفاده از میراگرهای ویسکوز را در راستای المان‌های پیرامونی به صورت قائم، با توجه به سرعت خطی نسبتا بالای مربوط به تغییر مکان محوری ستون‌ها، ناشی از دوران صلب مهار بازویی، ارائه نمودند [4]. با وجود روش‌های محاسباتی نوین و سریع کامپیوتری برای حل عددی مسائل مقادیر ویژه در تحلیل حوزه‌ی فرکانسی این سیستم‌ها، لزوم ارائه‌ی حل تحلیلی این مسائل همواره احساس می‌شود. با توجه به این موضوع که رفتار هسته‌ی سازه به منظور ساده سازی، به صورت یک تیر طره فرض می‌شود، می‌توان از روش‌های تحلیلی برای بررسی ارتعاش هسته، استفاده نمود. جهت حل تحلیلی و مطالعه رفتار مکانیکی این سازه‌ها، از مدل ساده شده؛ جرم-فنر-میراگر، در تحقیقات گسترده‌ای بهره گرفته شده است [5,6]. در زمینه‌ی سیستم‌های میراشده نیز می‌توان به مطالعه‌ای پیرامون ارتعاش محوری میله‌ی یک سرگیردار که انتهای آزاد آن به میراگر ویسکوز متصل شده بود، اشاره نمود که با استفاده از این روش فرکانس-های مختلط سیستم محاسبه شد [7]. پژوهشی دیگر با هدف بررسی ارتعاش جانبی تیر دو سر ساده، که در دو تکیه‌گاه دارای میراگرهای ویسکوز پیچشی بود، صورت گرفت [8]. از جمله کارهای تحلیلی دیگر نیز می‌توان به مطالعه‌ای پیرامون مشخصات دینامیکی تیر طره با افزودن میرایی به صورت سراسری در طول تیر و در انتهای آزاد آن، اشاره نمود [9,10].

در سال‌های اخیر نیز مطالعاتی با استفاده از این روش برای مدل سازی مهار بازویی میراشده و بررسی ارتعاش آن، صورت گرفته است [11]. تارانات به منظور تحلیل رفتار سازه‌ی بلند، مدل ساده‌ای شامل یک تیر خمشی به عنوان هسته، مهار بازویی و ستون‌هایی با عملکرد محوری ارائه نمود [12]. مک ناب و همکارانش از همین ایده برای یافتن مکان بهینه‌ی مربوط به دو مهار بازویی با هدف کنترل جابجایی، استفاده نمودند [13]. حمیدی و همکارانش با ترسیم منحنی‌های شکنندگی و مقایسه آن‌ها نشان دادند که استفاده از سیستم کمربند خرپایی و مهاربازویی در قاب‌های دو بعدی ۳۰ و ۵۰ طبقه، به طور متوسط به میزان ۱۲ تا ۲۸ درصد باعث کاهش احتمال فراگذشت دریفت ماکزیمم طبقات، از آستانه‌های تعریف شده می‌گردد [14].

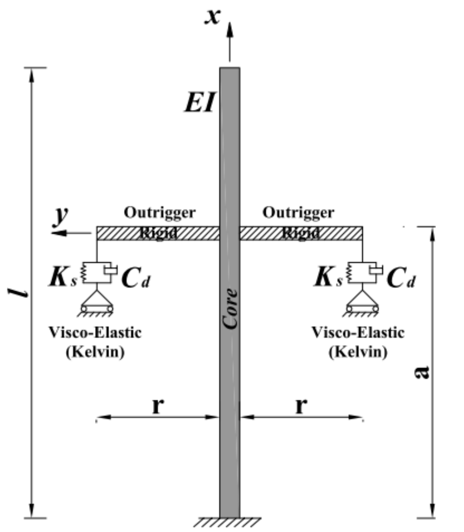
در این مقاله به منظور کاهش پاسخ تغییر مکان جانبی مربوط به انتهای سازه، از مهار بازویی صلب استفاده شده است. مهار بازویی همانند یک المان صلب به صورت گیردار[3] به هسته متصل شده است. به منظور افزایش عملکرد این سیستم تکیه‌گاه انتهای دیگر مهار بازویی با دو مدل ویسکوز و ویسکوالاستیک کلوین-ویت، شبیه سازی شده است. این مدل‌ها در واقعیت نقش ستون‌های پیرامونی سازه را ایفا می‌کنند. در مدل ویسکوز تنها تاثیر میراگر ویسکوز لحاظ شده و در مدل ویسکوالاستیک علاوه بر تاثیر میراگر ویسکوز، تاثیر سختی

[1] Cantilever
[2] Outrigger
[3] Clamped

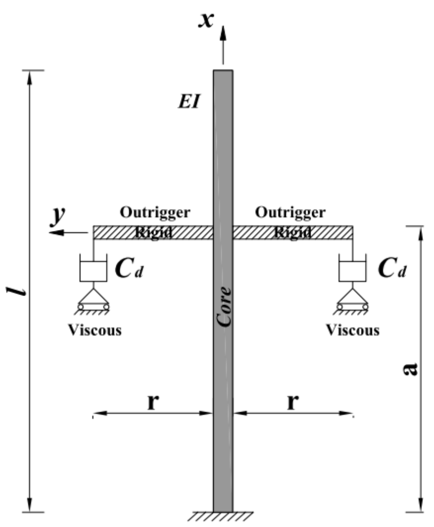
محوری ستون پیرامونی نیز با استفاده از مدل کلوین-ویت، لحاظ شده است. با فرض تغییر مکان محوری مربوط به سیستم فنر-میراگر به صورت هارمونیک، و محاسبه‌ی نیروی مقاوم مربوطه، با نوشتن معادلات دیفرانسیل جزئی مربوط به حرکت تیر در فضای پیوسته با اعمال این نیروی مقاوم در معادله دیفرانسیل، تحلیل مقادیر ویژه‌ی سیستم، مورد بررسی قرار گرفته است. با بی‌بعد سازی طول تیر و تعریف پارامتر بی‌بعد میرایی و پارامتر بی‌بعد مربوط به فرکانس، پاسخ معادله‌ی دیفرانسیل مربوطه، بدست آمده است. با توجه به اینکه موقعیت مهار بازویی و میراگرهای متصل به آن، به عنوان یکی از اهداف بهینه‌یابی در نظر گرفته شده است، با استفاده از تابع ضربه[4]، موقعیت ارتفاعی مهار بازویی و میراگرها مشخص شده و اثر مهار بازویی و میراگرها به صورت حاصل ضرب تابع ضربه در گشتاور خمشی ناشی از نیروی ایجاد شده در میراگرها، در معادله دیفرانسیل وارد شده است. پس از حل معادلات مربوط به دو مدل، با اعمال شرایط مرزی تغییر - مکانی و نیرویی مناسب، ماتریس ضرایب دستگاه معادلات مربوط به هر سیستم تشکیل شده است. با استفاده از تحلیل مقادیر ویژه، معادله-ی مشخصه‌ی مربوط به هر مدل، که به صورت دترمینان ماتریس ضرایب مربوطه می‌باشد، تشکیل شده و با یافتن ریشه‌های این معادلات مشخصه، به ازای مقادیر مختلف پارامترهای بی‌بعد یاد شده، مقادیر ویژه (فرکانس‌های طبیعی) مربوط به هر مدل محاسبه شده است. با تعریف پارامتر نسبت میرایی مُدال سیستم و محاسبه‌ی آن برحسب مقادیر مختلف سایر پارامترهای بی‌بعد و یافتن ماکزیمم نسبت میرایی مُدال، مقادیر بهینه برای پارامترهای بهینه هر یک از مدل‌ها برای مدهای مختلف گزارش شده است.

۲- تحلیل مقادیر ویژه معادلات مربوط به دو مدل

مدل‌های مورد نظر شامل سیستم مهار شده با مدل ویسکوز در شکل ۱ و سیستم مهارشده با مدل کلوین-ویت، در شکل ۲ نشان داده شده است. با نوشتن معادلات حاکم بر هر یک از مدل‌ها مطابق با تئوری اولر-برنولی، ارتعاش هر سیستم بررسی خواهد شد.



شکل۲ : سیستم مهار بازویی میرا شده با مدل کلوین-ویت



شکل۱ : سیستم مهار بازویی میرا شده با مدل ویسکوز

با توجه به شکل ۱ و شکل ۲، پیکر بندی سیستم و نحوه‌ی قرارگیری میراگرها مشخص می‌باشد. دستگاه مختصات مفروض در تراز مهار بازویی تعبیه شده است. ابتدا معالات حاکم بر رفتار هر مدل به صورت جداگانه استخراج می‌شود و سپس تاثیر مهار بازویی و میراگرهای متصل به آن به صورت نیروی مقاوم در سمت راست معادلات دیفرانسیل لحاظ خواهد شد.

[4] Impulse

۲-۱- سیستم مهاربازویی میرا شده با مدل ویسکوز

معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار این سیستم مطابق رابطه‌ی (۱) می‌باشد.

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -m\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial M_d}{\partial x} \tag{۱}$$

که در آن y تغییر مکان جانبی هسته می‌باشد که نسبت به زمان t و ارتفاع x متغیر می‌باشد. m جرم واحد طول تیر، EI سخت خمشی هسته و M_d گشتاور خمشی ناشی از میراگر ویسکوز با ضریب میرایی C_d می‌باشند که مطابق رابطه‌ی (۲) با توجه به سرعت خطی ناشی از دوران انتهای مهار بازویی محاسبه شده است. از آنجا که گشتاور محاسبه شده به صورت متمرکز در تراز مهار بازویی وارد می‌شود برای اعمال تاثیر آن در معادله حرکت سیستم در فضای پیوسته، از تابع ضربه (دیراک)[5]، استفاده شده است. پارامتر r طول بازوی مهار بازویی می‌باشد که در شکل‌های ۱ و ۲ مشخص شده است.

$$M_d = -2C_d r^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t}\delta(x) \tag{۲}$$

با جایگذاری معادله‌ی (۲) در معادله‌ی (۱)، رابطه‌ی (۳) حاصل می‌شود.

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -m\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2C_d r^2\left[\frac{\partial^3 y}{\partial x^2 \partial t}\delta(x) + \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial y}\frac{d\delta(x)}{dx}\right] \tag{۳}$$

با استفاده از ویژگی تابع هموار همچون $\varphi(x)$ و استفاده از خواص توزیع پذیری دلتای دیراک رابطه‌ی (۴) برقرار می‌شود [15].

$$\varphi(x)\frac{d}{dx}\delta(x) = \varphi(0)\frac{d}{dx}\delta(x) - \delta(x)\frac{d}{dx}\varphi(x) \tag{۴}$$

بنابراین رابطه‌ی (۳) با استفاده از خواص دلتای دیراک و هموار بودن تابع تغییر مکان (یعنی تابع تغییرمکان جانبی به مراتب کافی مشتق پذیر و پیوسته باشد) به صورت رابطه‌ی (۵) نوشته می‌شود.

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -m\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2C_d r^2 \left.\frac{\partial^3 y}{\partial x^2 \partial t}\right|_{x=0}\frac{d\delta(x)}{dx} \tag{۵}$$

به منظور حل معادله‌ی دیفرانسیل ارائه شده در رابطه‌ی (۵) از روش تفکیک متغیرها استفاده می‌شود و پاسخ آن مطابق رابطه‌ی (۶) در نظرگرفته می‌شود.

$$y = Y(x)\,e^{i\omega t} \tag{۶}$$

با توجه به این موضوع که تغییر مکان مربوط به میراگرها به صورت هارمونیک فرض شده، دوران هسته در تراز مهار بازویی به صورت هارمونیک در نظر گرفته شده است.

$$\frac{\partial}{\partial x}y(0,t) = C_1 e^{i\omega t} \tag{۷}$$

که در آن ω فرکانس زاویه‌ای ارتعاش می‌باشد. با توجه به رابطه‌های (۶) و (۷) و اعمال آن‌ها در رابطه‌ی (۵) خواهیم داشت؛

---
[5] Dirac

$$\begin{cases} \dfrac{d^4Y(x)}{dx^4} - i\dfrac{2C_1C_dr^2\omega}{EI}\left[\dfrac{d}{dx}\delta(x)\right] - \dfrac{m\omega^2}{EI}Y(x) = 0 \\ \dfrac{d}{dx}Y(0) = C_1 \end{cases} \qquad (۸)$$

رابطه‌ی (۸) با استفاده از پارامترهای بی‌بعد ارائه شده در رابطه‌ی (۹) به صورت بی‌بعد مطابق رابطه‌ی (۱۰) ارائه می‌شود.

$$\bar{x} = x/l \ , \ \bar{Y} = Y/l \ , \ c = \frac{C_d r^2}{l\sqrt{mEI}} \ , \ \lambda^4 = \omega^2 \frac{ml^4}{EI} \qquad (۹)$$

λ و c به ترتیب، پارامترهای بی‌بعد مربوط به فرکانس و میرایی می‌باشند [16].

$$\begin{cases} \dfrac{d^4\bar{Y}(\bar{x})}{d\bar{x}^4} - 2iC_1c\lambda^2\left[\dfrac{d}{dx}\delta(\bar{x})\right] - \lambda^4\bar{Y}(\bar{x}) = 0 \\ \dfrac{d}{d\bar{x}}\bar{Y}(0) = C_1 \end{cases} \qquad (۱۰)$$

با حل تحلیلی معادله دیفرانسیل موجود در رابطه‌ی (۱۰)، پاسخ آن به صورت رابطه‌ی (۱۱) ارائه می‌شود.

$$\left\{\bar{Y}(\bar{x}) = C_1\frac{1}{\lambda}sin(\lambda\bar{x}) + C_2\left[e^{\lambda\bar{x}} - sin(\lambda\bar{x})\right] + C_3\,cos(\lambda\bar{x}) + C_4\left[sin(\lambda\bar{x}) + e^{-\lambda\bar{x}}\right] + C_1ic[cos\,h(\lambda\bar{x}) - cos(\lambda\bar{x})]H(\bar{x})\right. \qquad (۱۱)$$

که در آن $H(\bar{x})$ تابع پله[۶] می‌باشد. با اعمال شرایط مرزی رابطه‌ی (۱۲) در رابطه‌ی (۱۱)، ماتریس ضرایب A مربوط به ثابت‌های موجود در رابطه‌ی (۱۱) شامل؛ $\boldsymbol{C} = \{C_1, C_2, C_3, C_4\}^T$، محاسبه می‌شود.

$$\begin{cases} \bar{Y}(-\alpha) = 0 \\ \dfrac{d}{d\bar{x}}\bar{Y}(-\alpha) = 0 \\ \dfrac{d^2}{d\bar{x}^2}\bar{Y}(1-\alpha) = 0 \\ \dfrac{d^3}{d\bar{x}^3}\bar{Y}(1-\alpha) = 0 \end{cases} \quad ; \ \alpha = \frac{a}{l} > 0 \qquad (۱۲)$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \qquad (۱۳)$$

$$AC = 0 \qquad (۱۴)$$

درایه‌های مربوط به ماتریس ضرایب موجود در رابطه‌ی (۱۳) در رابطه‌ی (آ) بخش پیوست ارائه شده است. به منظور دستیابی به پاسخ غیر بدیهی مربوط به معادله‌ی (۱۴) می‌بایست دترمینان ماتریس ضرایب را برابر صفر قرار داد تا معادله‌ی مشخصه‌ی سیستم مطابق رابطه‌ی (۱۵) حاصل شود.

$$\begin{aligned} {}_{cous}(\lambda) = -2ic\lambda^6[&sin(\lambda)\,cosh(2\alpha\lambda-\lambda) + cosh(\lambda)\,sin(\lambda) + 2\,cos(\alpha\lambda)\,sinh(\alpha\lambda) + 2\,sin(\alpha\lambda)\,cosh(\alpha\lambda) \\ &+ cos(\lambda)\,sinh(\lambda) + 2\,cosh(\alpha\lambda-\lambda)\,sin(\alpha\lambda-\lambda) + 2\,sinh(\alpha\lambda-\lambda)\,cos(\alpha\lambda-\lambda) \\ &+ sinh(\lambda)\,cos(2\alpha\lambda-\lambda)] - 2\lambda^5[2\,cosh(\lambda)\,cos(\lambda)+2] = 0 \end{aligned} \qquad (۱۵$$

۲-۲- سیستم مهاربازویی میرا شده با مدل ویسکوالاستیک کلوین-ویت

معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار این سیستم در رابطه‌ی (۱۶) ارائه شده است.

[6] Heaviside step function

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -m\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial M_d}{\partial x} - \frac{\partial M_s}{\partial x} \qquad (۱۶)$$

M_s گشتاور خمشی ناشی از فنرها (ستون‌ها) می‌باشد که با توجه به سختی محوری ستون‌ها $K_s = \frac{EA}{a}$ و تغییر مکان محوری آن-ها، مطابق رابطه‌ی (۱۷) بدست آمده است.

$$M_s = -2\frac{EAr^2}{a}\frac{\partial y}{\partial x}\delta(x) \qquad (۱۷)$$

با روندی مشابه روش حل ارائه شده برای مدل ویسکوز، پاسخ معادله‌ی دیفرانسیل موجود در رابطه‌ی (۱۶) در فضای بی‌بعد به صورت رابطه‌ی (۱۸) ارائه می‌شود. در رابطه‌ی (۱۸) علاوه بر پارامترهای بی‌بعد ارائه شده در رابطه‌ی (۹)، پارامتر بی‌بعد p که بیانگر نسبت سختی خمشی هسته به سختی پیچشی ناشی از مقاومت محوری ستون‌ها می‌باشد نیز، به کار گرفته شده و در رابطه‌ی (۱۹) معرفی شده است.

$$\bar{Y}(\bar{x}) = C_1\frac{1}{\lambda}\sin(\lambda\bar{x}) + C_2\left[e^{\lambda\bar{x}} - \sin(\lambda\bar{x})\right] + C_3\cos(\lambda\bar{x}) + C_4\left[\sin(\lambda\bar{x}) + e^{-\lambda\bar{x}}\right] + C_1\left(ic + \frac{1}{2\alpha p\lambda^2}\right)[\cosh(\lambda\bar{x}) - \cos(\lambda\bar{x})]H(\bar{x}) \qquad (۱۸)$$

$$p = \frac{EI}{E_C A_C r^2} \qquad (۱۹)$$

با اعمال شرایط مرزی موجود در رابطه‌ی (۱۲) در رابطه‌ی (۱۸)، ماتریس ضرایب سیستم کلوین-ویت به صورت رابطه‌ی (۲۰) نوشته شده است و درایه‌های آن در رابطه‌ی (ب) بخش پیوست ارائه شده است.

$$A_{Kelvin} = \begin{bmatrix} A_{11_K} & A_{12_K} \\ A_{21_K} & A_{22_K} \end{bmatrix} \qquad (۲۰)$$

با محاسبه‌ی دترمینان مربوط به ماتریس موجود در رابطه‌ی (۲۰)، معادله مشخصه‌ی مربوط به مدل کلوین-ویت به صورت رابطه-ی (۲۱) ارائه می‌شود.

$$\begin{aligned} {}_{n}(\lambda) = {} & 2ic\lambda^6[\sin(\lambda)\cosh(\lambda) + 2\cos(\alpha\lambda-\lambda)\sinh(\alpha\lambda-\lambda) + 2\sin(\alpha\lambda-\lambda)\cosh(\alpha\lambda-\lambda) + \cos(\lambda)\sinh(\lambda) + \cos(2\alpha\lambda-\lambda)\sinh(\lambda) \\ & + 2\cos(\alpha\lambda)\sinh(\alpha\lambda) + \sin(\lambda)\cosh(2\alpha\lambda-\lambda) + 2\sin(\alpha\lambda)\cosh(\alpha\lambda)] + 4\lambda^5[1+\cos(\lambda)\cosh(\lambda)] \\ & + \frac{\lambda^4}{\alpha p}[2\cos(\alpha\lambda-\lambda)\sinh(\alpha\lambda-\lambda) + 2\sin(\alpha\lambda-\lambda)\cosh(\alpha\lambda-\lambda) + \cos(\lambda)\sinh(\lambda) + \sin(\lambda)\cosh(\lambda) \\ & + \cos(2\alpha\lambda-\lambda)\sinh(\lambda) + 2\cos(\alpha\lambda)\sinh(\alpha\lambda) + \sin(\lambda)\cosh(2\alpha\lambda-\lambda) + 2\sin(\alpha\lambda)\cosh(\alpha\lambda)] = 0 \end{aligned} \qquad (۲۱)$$

با توجه به آنکه پارامتر α و c به صورت بی‌بعد در بازه‌ی صفر تا یک متغیر می‌باشند، و پارامتر p نیز به صورت مقادیر بدون بعد مشخصی اتخاذ می‌گردد، معادله‌ی مشخصه‌ی سیستم‌ها را می‌توان به صورت تابعی از پارامتر بی‌بعد مربوط به فرکانس (λ) در نظر گرفت. با حل معادله مشخصه‌ی سیستم‌ها و محاسبه‌ی ریشه‌ها، با استفاده از رابطه‌ی (۲۲) می‌توان فرکانس‌های مختلط سیستم را محاسبه نمود [17].

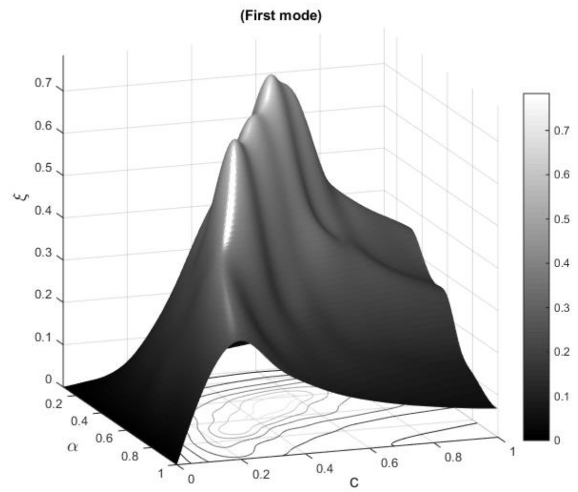
$$i\omega = i\lambda^2\sqrt{\frac{EI}{ml^4}} = -\xi\omega_n + i\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n \qquad (۲۲)$$

در رابطه‌ی (22) ω_n فرکانس طبیعی سیستم میرا نشده و ξ نسبت میرایی معادل (مدال) سیستم، می‌باشند.

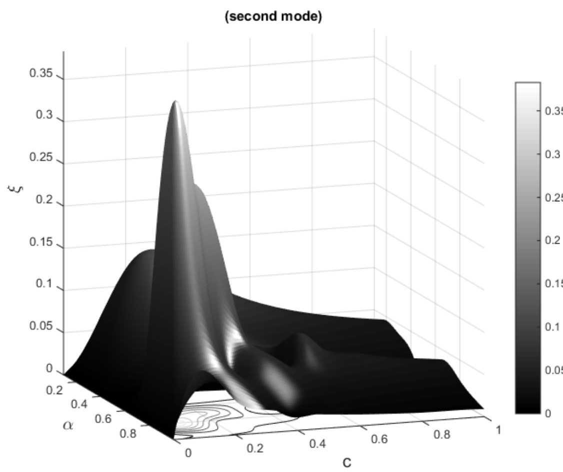
۳- حل معادلات

با استفاده از حل معادلات مشخصه برای پارامترهای بدون بعد در بازه‌ی صفر تا یک، ریشه‌های معادلات مشخصه (λ) بدست خواهد آمد. با توجه با این ریشه‌ها و جایگذاری آن‌ها در رابطه‌ی (۲۲) فرکانس‌های طبیعی میرا نشده و نسبت میرایی مُدال محاسبه خواهد شد. با ترسیم نسبت میرایی مُدال بر حسب مقادیر مختلف پارامترهای α و c، می‌توان مقدار بهینه‌ی این پارامترها را که منجر به بیشینه شدن نسبت میرایی مُدال می‌شوند، یافت. در شکل ۳ مقادیر نسبت میرایی مدال در برابر دو پارامتر یاد شده برای مد اول از مدل ویسکوز نشان داده شده است.

با توجه به شکل ۳ مشخص می‌باشد که مقدار میرایی بهینه (c) در مدل ویسکوز برای مد اول در حدود ۰.۵۰۵ و موقعیت بهینه مربوط به مهار صلب (α) برابر ۰.۴۷ گزارش شده است. در واقع افزایش میرایی همواره منجر به افزایش نسبت میرایی مدال سیستم (ξ) نخواهد شد و با افزایش میرایی فراتر از حد بهینه عملکرد سیستم مهار بازویی مفید واقع نمی‌شود.



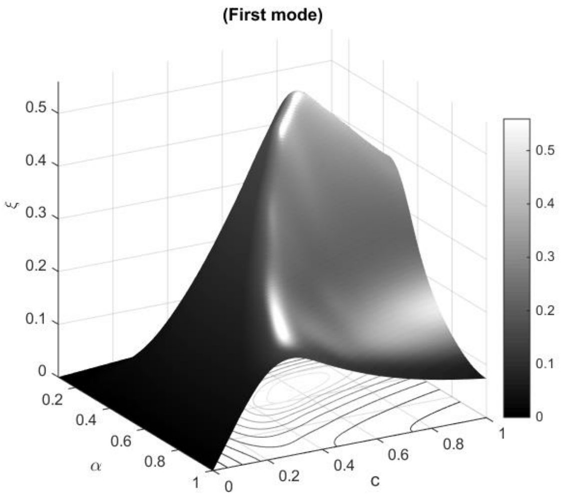
شکل۳ : نسبت میرایی مُدال در مدل ویسکوز برای مد اول



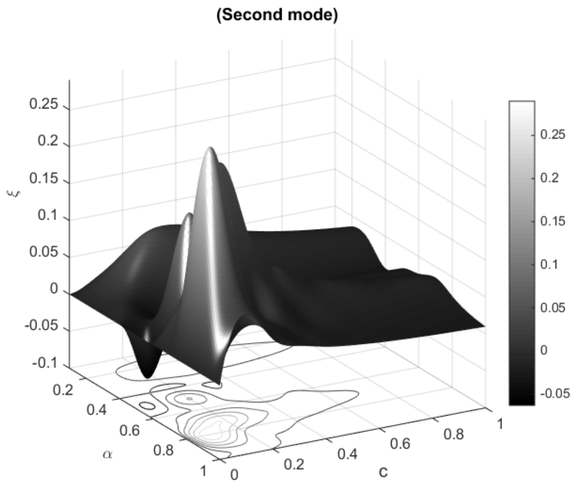
شکل۴ : نسبت میرایی مُدال در مدل ویسکوز برای مد دوم

در شکل ۴ نیز نتایج نسبت میرایی مُدال برای مدل ویسکوز مربوط به مد دوم در مقابل نسبت میرایی و موقعیت مهار بازویی ارائه شده است و نتایج نشان می‌دهد که نسبت میرایی بهینه در مد دوم برابر ۰.۰۸ و موقعیت بهینه‌ی مهار صلب برابر نسبت ارتفاع ۰.۸ می‌باشد. علاوه براین مشاهده می‌شود که نسبت میرایی مدال در مد دوم نسبت به مد اول کم‌تر می‌باشد و نیز تراز بهینه‌ی مربوط به مهار صلب در نیمه‌ی بالایی سازه بدست آمده است.

نتایج مربوط به مدل کلوین-ویت نیز شکل‌های ۵ و ۶ ارائه شده است. با توجه به شکل ۵ نتایج مد اول برای نسبت سختی واحد (p=1) در مدل کلوین-ویت مطابقت زیادی با نتایج مربوط به مدل ویسکوز دارد (شکل ۳).



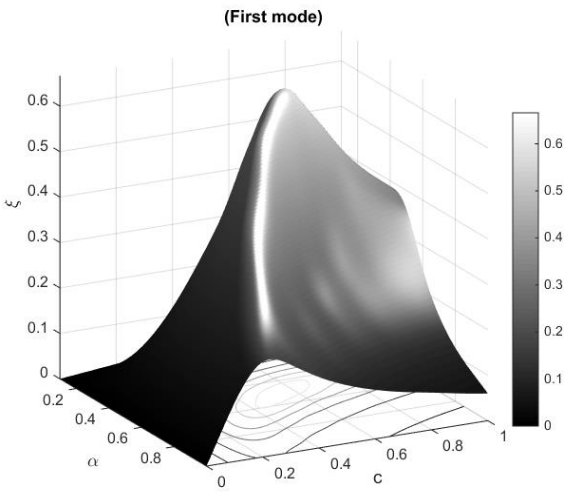
شکل۵ : نسبت میرایی مُدال در مدل کلوین-ویت برای مد اول (p=1)



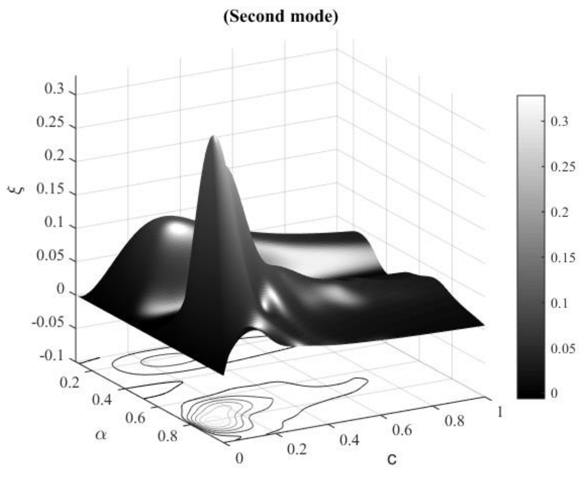
شکل۶ : نسبت میرایی مُدال در مدل کلوین-ویت برای مد دوم (p=1)

در این مدل تراز بهینه‌ی مهار صلب در نسبت ارتفاع ۰.۴۹۵ بدست آمده است و نسبت میرایی بهینه نیز برابر ۰.۶۲۵ می‌باشد. با مقایسه‌ی نتایج مربوط به مدل ویسکوز (شکل ۳) و مدل کلوین-ویت (شکل ۵) مشاهده می‌شود که مقدار نسبت میرایی مُدال بیشینه در مدل کلوین-ویت اندکی کوچک‌تر از مقدار گزارش شده برای مدل ویسکوز در شکل ۳ می‌باشد. این موضوع در مقایسه‌ی نتایج مربوط به مد دوم نیز قابل مشاهده می‌باشد (شکل ۶).

در شکل ۷ نیز نتایج مربوط به مدل کلوین-ویت در مد اول با فرض آنکه نسبت سختی هسته دو برابر سختی ستون‌ها باشد، ارائه شده است (p=2). مشاهده می‌شود که با افزایش سختی هسته، نسبت میرایی مُدال بهینه افزایش یافته است. نتایج مربوط به مد دوم نیز در شکل ۸ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که نسبت میرایی مُدال مربوط به مد دوم نسبت به مد اول کوچک‌تر می‌باشد، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که مد اول در عملکرد سازه تعیین کننده می‌باشد. افزون براین، موقعیت بهینه‌ی مهار بازویی برای مد اول در هر دو مدل به صورت تقریبی نیمه‌ی ارتفاع سازه ارائه شده است.

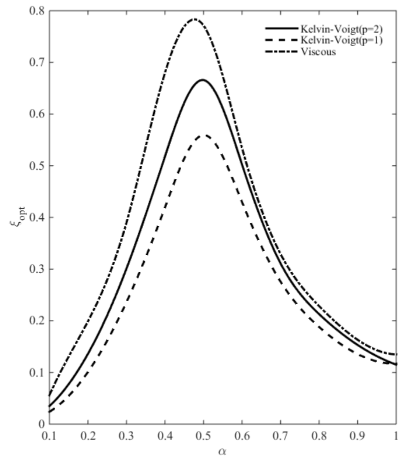


شکل۷ : نسبت میرایی مُدال در مدل کلوین-ویت برای مد اول (p=2)

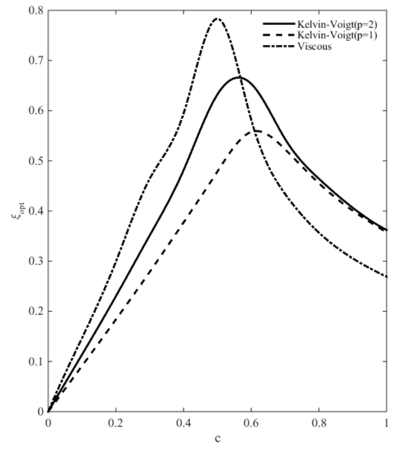


شکل۸ : نسبت میرایی مُدال در مدل کلوین-ویت برای مد دوم (p=2)

در شکل ۹ نتایج مربوط به مقایسه‌ی مدل‌ها در مد اول به صورت نسبت میرایی مُدال بیشینه با توجه به موقعیت مهار بازویی نشان داده شده و در شکل ۱۰ نیز این نتایج با توجه به نسبت میرایی مشخص شده است.

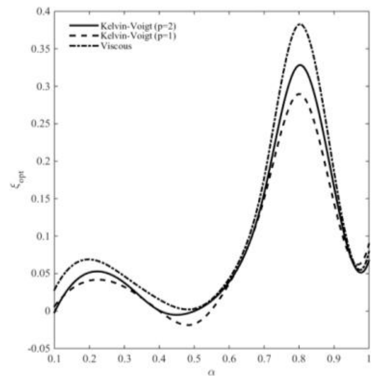


شکل۹ : موقعیت بهینه‌ی مهار بازویی در مد اول

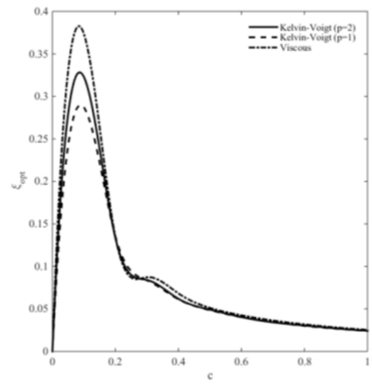


شکل۱۰ : نسبت میرایی بهینه در مد اول

در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ نتایج نسبت میرایی مُدال بیشینه در مد دوم، به ترتیب در مقابل، موقعیت مهار بازویی و نسبت میرایی ترسیم شده است. با توجه به این نمودارها موقعیت بهینه‌ی مهار بازویی و نسبت میرایی بهینه مربوط به هر مدل مشخص خواهد شد. مشاهده می‌شود که با افزایش سختی هسته نسبت به ستون‌ها (p) نسبت میرایی مُدال افزایش یافته است. نسبت میرایی مُدال بیشینه در مود اول برای مدل ویسکوز از مقادیر بیشنه‌ی مدل کلوین-ویت بزرگ‌تر گزارش شده است. دلیل این امر را می‌توان این‌گونه بیان نمود که مدل ویسکوز یک مدل ایده‌آل و غیر واقعی می‌باشد و در عمل استفاده از این مدل میسر نمی‌باشد. افزون براین با توجه به این‌که در مدل ویسکوز تنها میراگر وجود دارد، بنابراین امکان دوران مهار بازویی بیش‌تر می‌باشد و دوران‌های بزرگ منجربه تولید کوپل نیروی بزرگ‌تری در تراز هسته (تیر طره) خواهد شد و در نتیجه عملکرد سیستم مهار بازویی میرا شده بهبود می‌یابد و درنتیجه نسبت میرایی مُدال بزرگ‌تر خواهد شد. با افزودن سختی ستون در مدل کلوین-ویت دوران مهار بازویی محدود می‌شود اما این مدل دقیق‌تر می‌باشد.



شکل۱۱ : موقعیت بهینه‌ی مهار بازویی در مد دوم



شکل۱۲ : نسبت میرایی بهینه در مد دوم

در جدول ۱ نتایج بهینه مربوط به نسبت میرایی مودال، نسبت میرایی میراگرها و موقعیت بهینه‌ی مهار بازویی میرا شده برای هر یک از دو مدل ارائه شده است. با توجه به این نتایج مشاهده می‌شود که هر دو مدل در مود اول، موقعیت بهینه‌ی مهار بازویی میرا شده را در نیمه‌ی ارتفاع سازه ارائه می‌دهند که این موضوع با نتایج حاصل از مطالعات محققان پیشین نیز، مطابقت دارد [11,18].

جدول۱ : پارامترهای بهینه مدل‌ها در دو مد اول

مدل	مد	(ξ_{opt})	(c_{opt})	(α_{opt})
ویسکوز	اول	0.78	0.51	0.47
	دوم	0.38	0.10	0.80
کلوین-ویت	اول	0.55	0.60	0.50
(p=1)	دوم	0.29	0.11	0.80
کلوین-ویت	اول	0.68	0.58	0.50
(p=2)	دوم	0.33	0.10	0.80

۴- مدهای ارتعاشی

با استفاده از رابطه‌ی (۱۳) و یافتن بردارهای ویژه، مد شکل‌های ارتعاشی سازه محاسبه خواهد شد. با توجه به رابطه‌ی (۱۴) خواهیم داشت؛

$$A_{11}\begin{Bmatrix}C_1\\C_2\end{Bmatrix}+A_{12}\begin{Bmatrix}C_3\\C_4\end{Bmatrix}=0 \qquad (۲۳)$$

$$A_{21}\begin{Bmatrix}C_1\\C_2\end{Bmatrix}+A_{22}\begin{Bmatrix}C_3\\C_4\end{Bmatrix}=0 \qquad (۲۴)$$

$$\begin{Bmatrix}C_3\\C_4\end{Bmatrix}=H_1\begin{Bmatrix}C_1\\C_2\end{Bmatrix}\ ,H_1=-(A_{12})^{-1}A_{11} \qquad (۲۴)$$

$$\begin{Bmatrix}C_3\\C_4\end{Bmatrix}=H_1\begin{Bmatrix}C_1\\C_2\end{Bmatrix}\ ,H_1=-(A_{12})^{-1}A_{11} \qquad (۲۵)$$

$$H=A_{21}+A_{22}H_1\ \rightarrow\ H\begin{Bmatrix}C_1\\C_2\end{Bmatrix}=0 \qquad (۲۶)$$

با استفاده از رابطه‌های (۲۳-۲۶) پاسخ معادله دیفرانسیل $\bar{Y}(\bar{x})$ به صورت رابطه‌ی (۲۷) نوشته می‌شود.

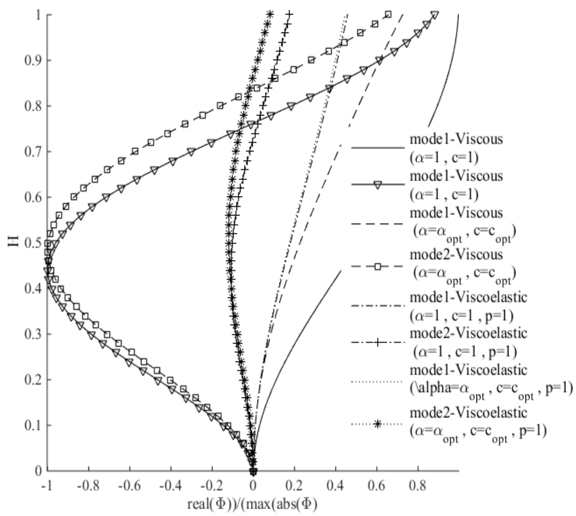
$$\bar{Y}(\bar{x})=[F_1\quad F_2]\begin{Bmatrix}G_1\\G_2\end{Bmatrix}C_1\ ,\quad \begin{cases}G_1=\begin{bmatrix}1\\\mu\end{bmatrix}\\ G_2=H_1\begin{bmatrix}1\\\mu\end{bmatrix}\\ \mu=-\dfrac{H_{1,1}}{H_{1,2}}\end{cases} \qquad (۲۷)$$

در رابطه‌ی (۲۷) درایه‌های بلوکی F_1 و F_2 برای هر دو مدل به صورت رابطه‌ی (پ) در بخش پیوست معرفی شده است. در رابطه-ی (۲۷) $H_{1,1}$ بیانگر درایه‌ی مربوط به سطر اول و ستون اول و $H_{1,2}$ بیانگر درایه‌ی سطر اول و ستون دوم از ماتریس H می‌باشند. بنابراین مد شکل‌های مختلط ($\Phi^j(\bar{x})$) به صورت رابطه‌ی (۲۸) خواهد بود که با توجه به پارامتر بی‌بعد مربوط به هر فرکانس(λ_j) قابل محاسبه می-باشد.

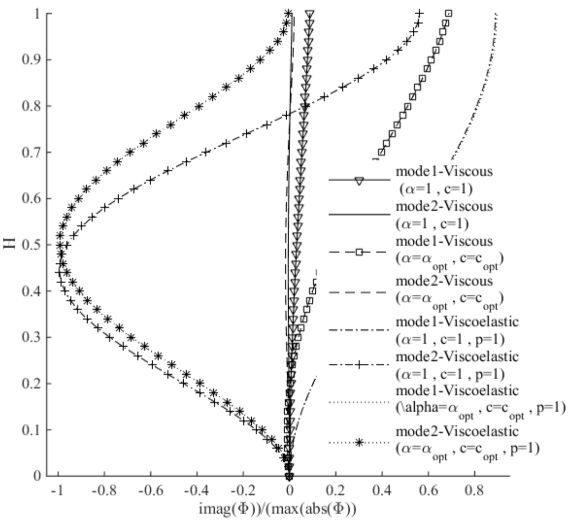
$$\Phi^j(\bar{x})=[F_1\quad F_2]\begin{Bmatrix}G_1\\G_2\end{Bmatrix}_{\lambda=\lambda_j} \qquad (۲۸)$$

با توجه به مختلط بودن مد شکل‌ها، در شکل ۱۳ بخش حقیقی مد شکل‌های مربوط به دو مد اول در مدل‌ها برای موقعیت مهار بازویی در انتهای سازه ($\alpha = 1$) و در نسبت میرایی بیشینه ($c = 1$) و مقادیر بهینه‌ی این پارامترها و همچنین در شکل ۱۴ نیز بخش موهومی آن‌ها ترسیم شده است. ترسیم مد شکل‌ها به صورت نسبتی از اندازه‌ی مد شکل صورت گرفته است. مشاهده می‌شود که با افزایش میرایی، بخش موهومی مد شکل‌ها به سمت صفر میل خواهد نمود (شکل ۱۴). در واقع با افزایش میرایی، میراگر همچون عضو صلب عمل نموده و عملکرد سیستم مهار بازویی میرا شده کاهش می‌یابد چرا که با توجه به شکل ۳ نسبت میرایی مُدال برای $\alpha = 1$ و $c = 1$ برابر ۰.۰۵ ارائه شده است.

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش میرایی فراتر از مقدار بهینه، عملکرد سیستم مهار بازویی میراشده از بین خواهد رفت. به عبارت دیگر با توجه به نسبت میرایی مُدال محاسبه شده برای سیستم با میرایی بیشینه ($c = 1$) که در حدود ۰.۰۵ می‌باشد، مشخص می‌شود که وجود میراگرها، تاثیری در افزایش میرایی سازه نداشته است چراکه نسبت میرایی ذاتی سازه‌ها در حدود ۰.۰۵ فرض می‌شود. از سوی دیگر در تراز بهینه و میرایی بهینه با توجه به نتایج مندرج در جدول ۱، مشاهده می‌شود که نسبت میرایی مُدال سیستم مقادیر قابل توجهی بدست آمده است. این موضوع حاکی از صحت مقادیر بهینه‌ی بدست آمده با روش ارائه شده می‌باشد چراکه در واقع با افزایش میرایی فراتر از مقدار بهینه‌ی بدست آمده، نسبت میرایی مُدال سیستم کاهش می‌یابد. با توجه به شکل ۱۳ مشاهده می‌شود که در مدل کلوین-ویت، افزایش سختی هسته تاثیر قابل توجهی بر مود شکل‌های سیستم نداشته است به طوری که منحنی‌های مربوط به هریک از مدها بر هم منطبق شده است. این موضوع در شکل ۱۴ نیز مشخص می‌باشد.



شکل۱۳ : بخش حقیقی مد شکل‌ها در مدل‌های مختلف



شکل۱۴ : بخش موهومی مد شکل‌ها در مدل‌های مختلف

۵- صحت سنجی با استفاده از بررسی پاسخ فرکانسی مدل اجزای محدود

به منظور بررسی صحت نتایج بدست آمده برای مقادیر بهینه‌ی موقعیت مهاربازویی و نسبت میرایی میراگرها، مدل عددی اجزای محدود یک سازه‌ی ۴۰ طبقه از هر یک از سیستم‌ها تهیه شده و عملکرد آن‌ها در حالت بهینه در کاهش جابه‌جایی جانبی بام سازه، مورد مطالعه قرار گرفته است. افزون براین، با مقایسه پاسخ فرکانسی مدل‌های ارائه شده در حالت بهینه با مدل‌های بهینه نشده و همچنین مدل‌های دارای مهار بازویی میرا نشده و مدل فاقد مهار بازویی، صحت روش پیشنهادی بررسی می‌شود. در مدل اجزای محدود مورد نظر ارتفاع طبقات $4\,m$، سختی خمشی هسته $EI = 1.6 \times 10^{13} N.m^2$، سختی محوری ستون‌ها $EA = 3 \times 10^{10} N$، جرم واحد طول هسته

$2.3 \times 10^4\ kg$، ممان اینرسی دورانی طبقات $6.7 \times 10^6 kg.m^2$ و طول مهار بازویی در هر سوی هسته برابر با $16.6\ m$ می‌باشد. بررسی پاسخ سیستم در حوزه‌ی فرکانس تحت بار متناوب مختلط $\hat{P}e^{i\omega t}$ صورت گرفته است. معادله دیفرانسیل ارتعاش اجباری سیستم به صورت رابطه‌ی (۲۹) ارائه می‌شود.

$$M\ddot{y} + K_{eq}\,y = \hat{P}e^{i\omega t} \tag{۲۹}$$

با فرض پاسخ خصوصی $\hat{y}e^{i\omega t}$ مشابه با بار وارده و جایگذاری آن در رابطه‌ی (29)، رابطه‌ی (30) بدست می‌آید.

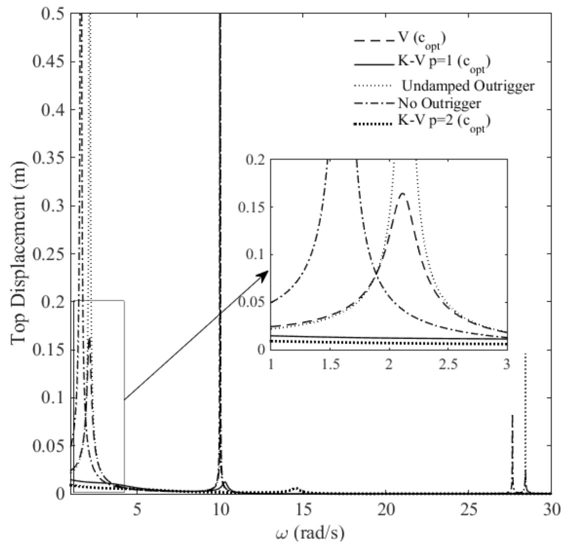
$$\left(K_{eq} - \omega^2 M\right)\hat{y} = \hat{P}\ ,\hat{K} = \left(K_{eq} - \omega^2 M\right) \tag{۳۰}$$

با توجه به رابطه‌ی (۳۰) می‌توان تغییر مکان جانبی سیستم را به صورت رابطه‌ی (۳۱) محاسبه نمود. با توجه به مختلط بودن پاسخ‌ها، بزرگی تغییرمکان مربوط به بام سازه به صورت رابطه‌ی (۳۲) محاسبه می‌شود.

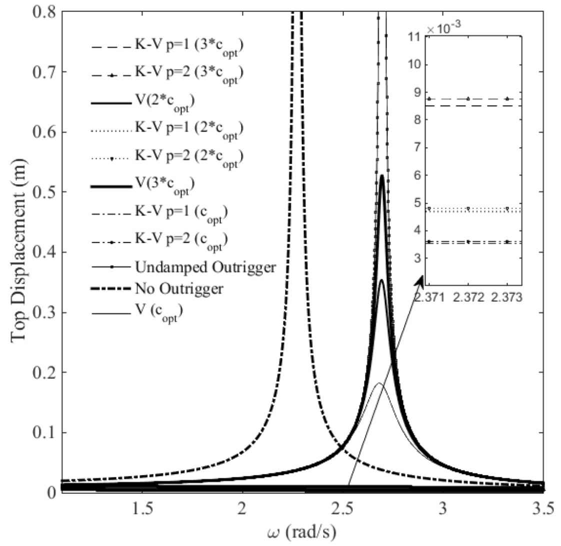
$$\hat{y} = \hat{K}^{-1}\hat{P} \tag{۳۱}$$

$$\hat{y}_{Top} = \sqrt{(\hat{y}_{Top})_{real}{}^2 + (\hat{y}_{Top})_{imaginary}{}^2} \tag{۳۲}$$

نتایج مربوط به پاسخ فرکانسی جابه‌جایی انتهای سازه به ازای مقادیر بهینه‌ی مربوط به میرایی و موقعیت مهار صلب، در شکل ۱۵ نشان داده شده است. در بازه‌ی فرکانسی مورد نظر سه مد تشدید مشاهده می‌شود که به دلیل هم فاز شدن فرکانس تحریک (ω) و فرکانس سازه در سه مد اول، رخ داده است. در شکل ۱۵ افزون بر مدل‌های ارائه شده، نتایج مربوط به سیستم هسته مرکزی فاقد مهار (تیر طره) و سیستم هسته و مهار صلب میرا نشده، نیز ارائه شده است.



شکل۱۵: پاسخ تغییرمکان بام سازه در حوزه‌ی فرکانس برای تمامی مدل‌ها در حالت بهینه



شکل۱۶ : مقایسه‌ی پاسخ تغییرمکان بام سازه برای تمامی مدل‌ها با افزایش نسبت میرایی

همان طور که مشخص می‌باشد مدل کلوین-ویت بهترین عملکرد در کاهش تغییر مکان مربوط به بام سازه را دارا می‌باشد. با توجه به نتایج مربوط به مدل مهار بازویی میراشده مشخص می‌باشد که در این مدل‌ها فرکانس سیستم نسبت به مدل دارای مهار بازویی میرا نشده و مدل فاقد مهار بازویی، اندکی افزایش یافته است و این موضوع حاکی از بهبود پاسخ سازه می‌باشد. مدل ویسکوز نیز نتایج قابل قبولی نسبت به مدل‌های فاقد میرایی و فاقد مهار بازویی ارائه نموده است. با توجه به اینکه بازه‌ی فرض شده برای فرکانس به منظور مشاهده‌ی مدهای مختلف سازه و بررسی پدیده‌ی تشدید، نسبتا وسیع در نظر گرفته شده است، در شکل ۱۵ نتایج مربوط به مد اول به صورت مجزا نمایش داده شده است. همچنین تاثیر افزایش سختی هسته در کاهش تغییر مکان جانبی برای مدل ویسکوالاستیک کلوین-ویت، قابل مشاهده می‌باشد. همان طور که عنوان شد، برخلاف این‌که مدل ویسکوز نسبت میرایی مُدال بزرگ‌تری در مقایسه با مدل کلوین-ویت ارائه داده است، نتایج مربوط به پاسخ سازه در مدل کلوین-ویت برای کنترل تغییر مکان جانبی بهتر می‌باشد و دلیل این امر دقیق بودن مدل کلوین-ویت می‌باشد.

به منظور بررسی صحت بهینه بودن نسبت میرایی‌های بدست آمده با روش ارائه شده در بخش۲، در شکل ۱۶ نتایج تغییر مکان جانبی بام برای تمامی مدل‌ها در حالت بهینه (c_{opt})، و حالت‌های غیر بهینه ($2c_{opt}$ و $3c_{opt}$) نشان داده شده است. همان طور که در شکل مشاهده می‌شود، با افزایش میرایی نسبت به حالت بهینه، مقدار تغییر مکان در مدل‌ها زیاد می‌شود. تاثیر تغییرات میرایی به طور مشهود در نتایج مدل ویسکوز (V) قابل مشاهده می‌باشد. همانطور که مشخص می‌باشد، در مدل ویسکوز با افزایش دو برابر و سه برابر میرایی نسبت به حالت بهینه، مقدار حداکثر تغییر مکان بام به ترتیب ۱.۹۴ و ۲.۸۹ برابر شده است. در مدل‌های کلوین-ویت (K-V) نیز این مقادیر به طور متوسط برابر با ۱.۴۱ و ۲.۴۵ می‌باشد. در واقع همان طور که با افزایش میرایی نسبت به حالت بهینه، مقدار نسبت میرایی مُدال کاهش می‌یابد (شکل‌های ۱۰ و ۱۲)، پاسخ تغییر مکان بام سازه نیز به شدت به نسبت میرایی وابسته بوده و با تغییرات آن نسبت به مقدار بهینه، تغییر مکان بام افزایش می‌یابد.

افزون براین با توجه به شکل ۱۶ مشاهده می‌شود که تغییر مکان بام سازه در مدل‌های بهینه‌ی ویسکوز و ویسکوالاستیک از حد مجاز یک چهارصدم ارتفاع سازه که معادل ۴۰ سانتی متر می‌باشد، کمتر است. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت میرایی در مدل ویسکوز مقدار تغییر مکان جانبی افزایش یافته به نحوی که در نسبت میرایی $3c_{opt}$ تغییر مکان بام از حد مجاز فراتر رفته است.

۶- جمع بندی و نتیجه گیری

به منظور بررسی رفتار ساختمان‌های بلند دارای سیستم سازه‌ای نوین هسته‌ی مرکزی و مهار بازویی میراشده، مدلی شامل تیر طره به عنوان هسته و دو مهار بازویی متصل به میراگر با استفاده از دو مدل ویسکوز و ویسکوالاستیک (کلوین-ویت)، ارائه شد. با اعمال تاثیر میراگرها و ستون‌ها در معادله‌ی تعادل دینامیکی سیستم، معادله‌ی دیفرانسیل جزئی حاکم بر حرکت سیستم بدست آمد. با یافتن ریشه-های مختلط معادله مشخصه بدست آمده از روش تحلیل مقدار ویژه، فرکانس‌ها و مد شکل‌های مختلط سیستم تعیین و به منظور یافتن میرایی بهینه و موقعیت بهینه‌ی مهار بازویی میراشده، نسبت میرایی مُدال سیستم محاسبه شد سپس با توجه به آن پارامترهای بهینه‌ی سیستم شامل نسبت میرایی و موقعیت مهار بازویی میراشده در هر مد برای مدل‌ها مشخص گردید. در پایان با ارائه‌ی مدل اجزای محدود یک سازه‌ی ۴۰ طبقه و بررسی پاسخ فرکانسی سیستم‌ها، صحت یافته‌های بهینه‌ی بدست آمده با روش تحلیل مقدار ویژه پیشنهادی، بررسی و تایید گردید. نتایج این پژوهش به اختصار به شرح زیر می‌باشد:

- موقعیت بهینه‌ی مهار بازویی در تمامی مدل‌ها برای مد اول در نیمه‌ی ارتفاع سازه و برای مد دوم در نسبت ارتفاعی ۰.۸ ارئه شده است.
- نسبت میرایی بهینه برای مدل ویسکوز در مود اول و دوم به ترتیب برابر با ۰.۵ و ۰.۱ بدست آمده است. این مقادیر در مدل ویسکوالاستیک برابر با ۰.۶ و ۰.۱ می‌باشد.

- با افزایش نسبت میرایی فراتر از مقدار بهینه‌ی بدست آمده برای هر یک ار مدل‌ها، نسبت میرایی مُدال سیستم کاهش یافته به طوری که در نسبت میرایی واحد مقدار نسبت میرایی مُدال به صفر میل می‌کند و عملکرد سیستم مهار بازویی از بین می‌رود.
- عملکرد مناسب مدل‌های بهینه‌ی دارای مهار بازویی میرا شده در کاهش تغییر مکان جانبی سازه نسبت به مدل فاقد مهار بازویی، مدل فاقد میراگر و نیز مدل‌های میرا شده‌ی غیر بهینه، صحت روش پیشنهادی را تایید می‌نماید.
- با دو برابر کردن نسبت سختی خمشی هسته به سختی ستون‌ها در مدل ویسکوالاستیک، نسبت میرایی مُدال ۲۳.۶۸ درصد افزایش یافته و در نتیجه، حداکثر تغییر مکان جانبی بام به مقدار ۴۸.۲۱ درصد کاهش یافته است.
- برخلاف بزرگ‌تر بودن نسبت میرایی مُدال در مدل ویسکوز در مقایسه با مدل ویسکوالاستیک، عملکرد مدل ویسکوالاستیک مناسب‌تر می‌باشد. این امر به سبب غیر واقعی بودن مدل ویسکوز با توجه به نادیده گرفتن اثر ستون‌ها در آن می‌باشد.

۷- پیوست

$$A_{11_V}=\begin{bmatrix}-\dfrac{sin(\lambda\alpha)}{\lambda} & e^{-\lambda\alpha}+sin(\lambda\alpha)\\ cos(\lambda\alpha) & \lambda[e^{-\lambda\alpha}-cos(\lambda\alpha)]\end{bmatrix}$$

$$A_{12_V}=\begin{bmatrix}cos(\lambda\alpha) & +e^{\lambda\alpha}-sin(\lambda\alpha)\\ \lambda\,sin(\lambda\alpha) & \lambda[-e^{\lambda\alpha}+cos(\lambda\alpha)]\end{bmatrix}$$

$$A_{21_V}=\begin{bmatrix}-\lambda\,sin(\lambda-\lambda\alpha)+ic\lambda^2[cosh(\lambda-\lambda\alpha)+cos(\lambda-\lambda\alpha)] & \lambda^2[e^{\lambda-\lambda\alpha}+sin(\lambda-\lambda\alpha)]\\ -\lambda^2 cos(\lambda-\lambda\alpha)+ic\lambda^3[sinh(\lambda-\lambda\alpha)-sin(\lambda-\lambda\alpha)] & \lambda^3[e^{\lambda-\lambda\alpha}+cos(\lambda-\lambda\alpha)]\end{bmatrix} \qquad (آ)$$

$$A_{22_V}=\begin{bmatrix}-\lambda^2 cos(\lambda-\lambda\alpha) & \lambda^2[e^{-\lambda+\lambda\alpha}-sin(\lambda-\lambda\alpha)]\\ \lambda^3 sin(\lambda-\lambda\alpha) & \lambda^3[-e^{-\lambda+\lambda\alpha}-cos(\lambda-\lambda\alpha)]\end{bmatrix}$$

$$A_{11_K}=\begin{bmatrix}-\dfrac{sin(\lambda\alpha)}{\lambda} & e^{-\lambda\alpha}+sin(\lambda\alpha)\\ cos(\lambda\alpha) & \lambda[e^{-\lambda\alpha}-cos(\lambda\alpha)]\end{bmatrix}$$

$$A_{12_K}=\begin{bmatrix}cos(\lambda\alpha) & +e^{\lambda\alpha}-sin(\lambda\alpha)\\ \lambda\,sin(\lambda\alpha) & \lambda[-e^{\lambda\alpha}+cos(\lambda\alpha)]\end{bmatrix}$$

$$A_{21_K}=\begin{bmatrix}-\lambda\,sin(\lambda-\lambda\alpha)+(ic\lambda^2+\dfrac{1}{2\alpha p})[cosh(\lambda-\lambda\alpha)+cos(\lambda-\lambda\alpha)] & \lambda^2[e^{\lambda-\lambda\alpha}+sin(\lambda-\lambda\alpha)]\\ -\lambda^2 cos(\lambda-\lambda\alpha)+(ic\lambda^3+\dfrac{\lambda}{2\alpha p})[sinh(\lambda-\lambda\alpha)-sin(\lambda-\lambda\alpha)] & \lambda^3[e^{\lambda-\lambda\alpha}+cos(\lambda-\lambda\alpha)]\end{bmatrix} \qquad (ب)$$

$$A_{22_K}=\begin{bmatrix}-\lambda^2 cos(\lambda-\lambda\alpha) & \lambda^2[e^{-\lambda+\lambda\alpha}-sin(\lambda-\lambda\alpha)]\\ \lambda^3 sin(\lambda-\lambda\alpha) & \lambda^3[-e^{-\lambda+\lambda\alpha}-cos(\lambda-\lambda\alpha)]\end{bmatrix}$$

$$F_1=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{\lambda}sin(\lambda\bar{x})+ic[cos\,h(\lambda\bar{x})-cos(\lambda\bar{x})]H(\bar{x}) & e^{\lambda\bar{x}}-sin(\lambda\bar{x})\end{bmatrix} \qquad (پ)$$

$$F_2=\begin{bmatrix}cos(\lambda\bar{x}) & sin(\lambda\bar{x})+e^{-\lambda\bar{x}}\end{bmatrix}$$

سپاسگزاری

نویسندگان این مقاله از اعضای کمیته علمی **انجمن مهندسی سازه ایران** کمال سپاسگزاری را دارند.

مراجع

[1] Smith, B. S., & Salim, I. (1981). Parameter study of outrigger-braced tall building structures. *Journal of the Structural Division*, *107*(10), 2001-2014.
[2] Smith, R. J., & Willford, M. R. (2007). The damped outrigger concept for tall buildings. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, *16*(4), 501-517.
[3] Moudarres, F. R. (1984). Outrigger-braced coupled shear walls. *Journal of Structural Engineering*, *110*(12), 2876-2890.
[4] O'Neill, J. C. (2006). *Application of damping in high-rise buildings* (Doctoral dissertation, Massachusetts Institute of Technology).
[5] Banerjee, J. R., & Williams, F. W. (1985). Exact Bernoulli–Euler dynamic stiffness matrix for a range of tapered beams. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, *21*(12), 2289-2302.
[6] Richards, T. H., & Leung, Y. T. (1977). An accurate method in structural vibration analysis. *Journal of Sound Vibration*, *55*, 363-376.
[7] Singh, R., Lyons, W. M., & Prater Jr, G. (1989). Complex eigensolution for longitudinally vibrating bars with a viscously damped boundary. *Journal of sound and vibration*, *133*(2), 364-367.
[8] Oliveto, G., Santini, A., & Tripodi, E. (1997). Complex modal analysis of a flexural vibrating beam with viscous end conditions. *Journal of Sound and Vibration*, *200*(3), 327-345.
[9] Gürgöze, M., & Erol, H. (2006). Dynamic response of a viscously damped cantilever with a viscous end condition. *Journal of Sound and Vibration*, *298*(1-2), 132-153.
[10] Chen, Y., McFarland, D. M., Spencer Jr, B. F., & Bergman, L. A. (2016). A beam with arbitrarily placed lateral dampers: Evolution of complex modes with damping. *Journal of Vibration and Control*, 1077546316641592.
[11] Fang, C. J., Tan, P., Chang, C. M., & Zhou, F. L. (2015). A general solution for performance evaluation of a tall building with multiple damped and undamped outriggers. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, *24*(12), 797-820.
[12] Taranath, B. S. (1975). Optimum belt truss location for high-rise structures. *Structural Engineer*, *53*(8), 18-21.
[13] McNabb, J. W., & Muvdi, B. B. (1975). Drift reduction factors for belted high-rise structures. *ENGINEERING JOURNAL-AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION INC*, *12*(3), 88-91.
[14] Hamidi, H., Pakdaman, J., Jahani, E., & Rajabnejad, H. (2017). The Assessment and Comparison of Tall Buildings with Outrigger and Belt Truss Systems Using Fragility Curves. *Journal of Structural and Construction Engineering (JSCE)*, doi: 10.22065/jsce.2017.71179.1026.
[15] Li, C. K. (2007). A review on the products of distributions. In *Mathematical methods in engineering* (pp. 71-96). Springer, Dordrecht.
[16] Chen, Y., McFarland, D. M., Wang, Z., Spencer Jr, B. F., & Bergman, L. A. (2010). Analysis of tall buildings with damped outriggers. *Journal of Structural Engineering*, *136*(11), 1435-1443.
[17] Pacheco, B. M., & Fujino, Y. (1989). Perturbation technique to approximate the effect of damping nonproportionality in modal dynamic analysis. *Doboku Gakkai Ronbunshu*, *1989*(404), 191-200.
[18] Tan, P., Fang, C. J., Chang, C. M., Spencer, B. F., & Zhou, F. L. (2015). Dynamic characteristics of novel energy dissipation systems with damped outriggers. *Engineering Structures*, *98*, 128-140.