

## ویژه نامه نشریه مهندسی سازه و ساخت (علمی - پژوهشی)

www.jsce.ir

# ارائه مدل سه درجه آزادی برای بررسی تاثیر پارامترهای جرمی بر زمان تناوب طولی پل‌های دارای جداگر لرزه‌ای

محمودرضا شیراوند<sup>۱\*</sup>، مهسا رسولی<sup>۲</sup>

۱- استادیار، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

۲- دانشجوی دکتری مهندسی زلزله، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

### چکیده

جرم زیر سازه مولفه مهمی است که بر روی زمان تناوب و در نتیجه نیروها و جابجایی‌های پل‌های دارای جداگر لرزه‌ای اثر می‌گذارد. در حالیکه برخی آیین‌نامه‌های طراحی مانند آئین‌نامه آشتو، در روش ساده شده تحلیل، این جرم را نادیده گرفته‌اند. جرم زیر سازه از چهار مولفه شامل جرم پایه‌ها، جرم تیر سر ستون، ممان اینرسی دورانی پایه‌ها، و ممان اینرسی دورانی تیر سر ستون تشکیل شده‌است. در مقاله حاضر اثر مولفه‌های جرم زیرسازه بر روی زمان تناوب طولی پل‌های دارای جداگر لرزه‌ای بررسی شده‌است. بدین منظور مدل تحلیلی سه درجه آزادی پل دارای جداگر لرزه‌ای در جهت طولی و محاسبات زمان تناوب طولی در چهار حالت دقیق، با نادیده گرفتن ممان اینرسی دورانی، با نادیده گرفتن تیر سر ستون و در آخر با نادیده گرفتن کل مولفه‌های جرم زیر سازه (مدل پیشنهادی آئین‌نامه آشتو) ارائه و صحت سنجی شده‌است. نتایج نشان می‌دهد ممان اینرسی دورانی زیر سازه تاثیری بر روی زمان تناوب طولی ندارد، در حالیکه تاثیر جرم تیر سر ستون در پل‌های جداسازی شده با پایه‌های بلند قابل ملاحظه بوده و نادیده گرفتن آن منجر به ایجاد ۸٪ خطا در زمان تناوب طولی پل‌های نامبرده می‌گردد. همچنین روش‌های ساده شده‌ای که کل جرم زیر سازه را نادیده می‌گیرند، مشابه روش بکار گرفته شده در آئین‌نامه آشتو، در برخی پل‌ها نتایج دقیقی نداشته و هرچه نسبت سختی جداگر لرزه‌ای به سختی زیر سازه افزایش می‌یابد، خطای این روش‌ها در تخمین زمان تناوب افزایش یافته و به ۱۵٪ رسیده‌است.

کلمات کلیدی: پل‌های دارای جداگر لرزه‌ای، مدل تحلیلی، زمان تناوب طولی، پارامترهای موثر جرمی، روش ساده شده آئین‌نامه آشتو.

شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:			
doi:	چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
10.22065/jsce.2018.126518.1514	۱۳۹۷/۰۵/۳۰	۱۳۹۷/۰۵/۱۶	۱۳۹۷/۰۵/۱۶	۱۳۹۷/۰۴/۰۶	۱۳۹۷/۰۱/۲۰
http://dx.doi.org/10.22065/jsce.2018.126518.1514					
محمودرضا شیراوند			*نویسنده مسئول:		
m_shiravand@sbu.ac.ir			پست الکترونیکی:		

## Presentation of the Three Degree of Freedom Model to Study the Effect of Mass Parameters on the Longitudinal Period of Base Isolated Bridges

M. R. Shiravand<sup>1\*</sup>, M. Rasouli<sup>2</sup>

1-Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

2-PhD Student, Department of Civil Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

### ABSTRACT

The effects of mass parameters on the natural vibration period of the isolated bridges is discussable. Herein the substructure mass parameters have the special importance, because of the disagreement of different researchers about it. Whereas some bridge design codes such as AASHTO guide specification, ignore substructure mass in the simplified analysis method. This paper investigates the effects of substructure mass components on the longitudinal period of the base isolated bridges. These components include: pier mass, cap beam mass, pier rotational moments of inertia, and cap beam rotational moments of inertia. For this purpose, a three degree of freedom analytical model of isolated bridge in longitudinal direction is proposed and the natural vibration period of this model is calculated in four cases: (1) exact solution, (2) by ignoring the rotational moments of inertia, (3) by ignoring the cap beam mass, and (4) by ignoring the pier and cap beam mass (AASHTO model). The results showed the good conformity between the periods obtained from exact analytical models and those obtained from finite element models. The results also showed that the substructure rotational moments of inertia aren't a determinative parameter in the calculation of the first longitudinal period; while the cap beam mass have a significant impact on the longitudinal period of base isolated bridges with tall piers or stiff isolators. The ignorance of cap beam mass caused 8% error in the period of such isolated bridges. So the simplified method of AASHTO guide specification isn't applicable in some bridges and may cause more than 10% error. By increasing the stiffness ratio of the isolator to the substructure, the error of AASHTO model in determining the vibration period increases.

### ARTICLE INFO

Received: 09/04/2018

Revised: 27/06/2018

Accepted: 07/08/2018

### Keywords:

Base isolated bridges  
Analytical model  
Longitudinal period  
Effective mass parameters  
Simplified method of  
AASHTO guide  
specification

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: 10.22065/jsce.2018.126518.1514

\*Corresponding author: M. R. Shiravand.

Email address: m\_shiravand@sbu.ac.ir

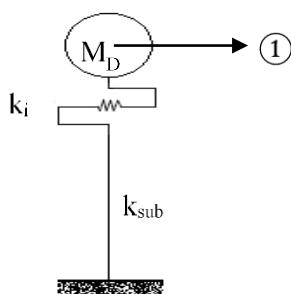
## ۱- مقدمه

پل‌ها از مولفه‌های مهم شبکه حمل و نقل و شریان‌های حیاتی یک کشور محسوب می‌شوند و در مدیریت بحران‌هایی مانند زلزله دارای اهمیت ویژه‌ای می‌باشند. علی‌رغم سادگی سازه‌ای پل‌ها، این سازه‌ها در زلزله‌های گذشته متحمل آسیب‌های جدی شده‌اند [۱-۳].

جداسازی لرزه‌ای<sup>۱</sup> یک تکنیک طراحی سازه به منظور کاهش یا حذف خرابی‌های ناشی از زلزله است که امروزه به طور گسترده در پل‌ها استفاده می‌شود. مزایای جداگر لرزه‌ای به عنوان یک ابزار کنترل غیر فعال که به طراحان اجازه می‌دهد نیروهای لرزه‌ای وارد بر پایه‌ها و کوله‌های پل‌ها را کاهش دهند، به خوبی شناخته شده است. در پل‌های دارای جداگر لرزه‌ای، با جداسازی راس سازه<sup>۲</sup> از زیر سازه<sup>۳</sup>، محافظت از زیر سازه به عنوان مولفه آسیب پذیر پل صورت می‌گیرد. مهم‌ترین مکانیزم سیستم جداگر لرزه‌ای که منجر به کاهش تنش‌های داخلی در سازه می‌گردد، افزایش زمان تناوب<sup>۴</sup> اصلی سازه است، که بستگی به ویژگی‌های دینامیکی سیستم دارد. همچنین این سیستم، نیروهای لرزه‌ای را به نحو بهتری بین پایه‌های مختلف توزیع می‌کند [۴]. به منظور اجتناب از جابجایی‌های بزرگ در سیستم جداگر، وجود میرایی در این سیستم‌ها می‌تواند مفید باشد. میرایی در سیستم جداگر می‌تواند ناشی از رفتار هیستریزیس باشد، مانند جداگرهای لاستیکی با هسته سربی که امروزه به طور گسترده استفاده می‌شوند.

ابتدا به نظر می‌رسد که تنها روش‌های تحلیل غیر خطی برای طراحی سیستم جداگر مناسب هستند. اما تعدادی روش معادل خطی برای تحلیل و طراحی این سیستم‌ها وجود دارد. این روش‌ها به جای استفاده از ویژگی‌های غیر خطی جداگر، معادل خطی آن‌ها را به کار می‌گیرند. روش‌های ساده شده از یک مدل یک درجه آزادی<sup>۵</sup> با سختی موثر و نسبت میرایی معادل جداگر، برای پیش بینی تقاضای جابجایی، با توجه به طیف پاسخ مورد نظر استفاده می‌کنند. این روش در راهنمای آئین نامه آشتو<sup>۶</sup> برای طراحی جداگر لرزه‌ای [۵] به کار گرفته شده است. در ادامه روش ساده شده آئین نامه آشتو برای پل‌های دارای جداگر لرزه‌ای شرح داده شده است.

روش ساده شده آئین نامه آشتو مبتنی بر یک مدل یک درجه آزادی<sup>۷</sup> به نمایندگی از رفتار دینامیکی پل جداسازی شده در مود اصلی ارتعاش پل می‌باشد. مدل یک درجه آزادی استفاده شده در آئین نامه آشتو برای یک پل یک دهانه در شکل ۱ نشان داده شده است. در این مدل، تنها درجه آزادی پل، جابجایی عرشه است. همانطور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، در این مدل جرم زیر سازه کاملاً نادیده گرفته شده و تنها جرم روسازه در نظر گرفته شده است.



شکل ۱: مدل یک درجه آزادی ارائه شده در آئین نامه آشتو برای پل جداسازی شده.

در شکل ۱،  $M_D$  جرم عرشه،  $k_i$  سختی برشی موثر جداگرهای موجود بر روی پایه، و  $k_{sub}$  سختی افقی زیر سازه است. در آئین نامه آشتو، زمان تناوب اصلی پل ( $T$ ) از رابطه (۱) محاسبه می‌شود.

<sup>1</sup> Base isolation

<sup>2</sup> Superstructure

<sup>3</sup> Substructure

<sup>4</sup> Natural vibration period

<sup>5</sup> Single degree of freedom

<sup>6</sup> AASHTO

<sup>7</sup> degree of freedom

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M_D}{K}} \quad (1)$$

که در آن  $K$  سختی کل سازه است که از طریق رابطه (۲) محاسبه می‌شود. رابطه (۱) می‌تواند در هر دو جهت طولی و عرضی پل اعمال گردد به شرطی که سختی زیر سازه در جهت مورد نظر در رابطه جایگذاری شود. مقدار سختی زیر سازه پل به طور صریح در آئین نامه آشتو بیان نشده است، اما می‌توان آن را با استفاده از سختی المان تیر تخمین زد. در مقاله حاضر به بررسی پل در جهت طولی پل بسنده شده و سختی زیر سازه در جهت طولی معادل سختی المان طره در نظر گرفته شده است. در این مقاله منظور از زمان تناوب طولی، زمان تناوب مود اول ارتعاش پل در راستای طولی است.

$$K = \sum \frac{k_t k_{sub}}{k_t + k_{sub}} \quad (2)$$

در روش آشتو، بعد از محاسبه زمان تناوب، شتاب طیفی در این زمان تناوب با توجه به طیف مورد نظر محاسبه شده، سپس نیروی استاتیکی معادل زلزله و در نتیجه تقاضای نیرو و جابجایی تخمین زده می‌شود. بنابراین فرض بدون جرم در نظر گرفتن زیر سازه ممکن است باعث ایجاد خطا در تخمین زمان تناوب پل و در نتیجه تقاضای نیروها و جابجایی‌های پل شود؛ به ویژه در پل‌هایی که سختی جداگر لرزه‌ای نسبت به سختی زیر سازه قابل توجه است. در مود اول ارتعاش این پل‌ها، علاوه بر روسازه، زیر سازه نیز نسبت به زمین ارتعاش خواهد کرد و لذا جرم زیر سازه موثر خواهد بود. بنابراین روش آشتو با دست کم گرفتن جرم، زمان تناوب چنین پل‌هایی را کمتر از مقدار واقعی تخمین می‌زند. هدف مقاله حاضر بررسی اثر مولفه‌های جرم زیر سازه شامل: جرم پایه‌ها، جرم تیر سر ستون، ممان اینرسی دورانی پایه‌ها و ممان اینرسی دورانی تیر سر ستون، بر روی زمان تناوب طولی پل‌های دارای جداگر لرزه‌ای و بررسی میزان خطای رابطه ارائه شده توسط آئین نامه آشتو است. بدین منظور یک مدل تحلیلی سه درجه آزادی در چهار حالت مختلف در نظر گرفته شده است، که عبارتند از: (حالت اول) با در نظر گرفتن تمام مولفه‌های جرم زیر سازه، (حالت دوم) با صرف نظر کردن از ممان اینرسی دورانی پایه‌ها و تیر سر ستون، (حالت سوم) با صرف نظر کردن از جرم تیر سر ستون، و (حالت چهارم) با صرف نظر کردن از تمام مولفه‌های جرم زیر سازه. به منظور صحت سنجی مدل تحلیلی ارائه شده، مدل اجزا محدود ۲۰ پل در نرم افزار SAP 2000 [۶] توسعه یافته و زمان تناوب استخراج شده از نرم افزار با زمان تناوب بدست آمده از مدل تحلیلی مقایسه شده است. سپس با مقایسه حالت‌های مختلف مدل تحلیلی، تاثیر مولفه‌های مختلف جرم زیر سازه بر روی زمان تناوب طولی پل بررسی شده است. در آخر به عنوان یک نتیجه مهم، میزان خطای رابطه آشتو (حالت چهارم مدل تحلیلی) در تخمین زمان تناوب طولی پل‌های دارای جداگر لرزه‌ای بررسی شده است.

## ۲- کارهای انجام شده

برخی از مدل‌های تحلیلی پیشنهاد شده توسط پژوهشگران برای ارائه رفتار دینامیکی پل جداسازی شده در این بخش ارائه شده است: پریستلی<sup>۸</sup> در سال ۱۹۹۶ [۴] یک مدل یک درجه آزادی برای ارائه رفتار دینامیکی پل جداسازی شده در مود اول ارتعاش ارائه کرد. این مدل مشابه مدل ارائه شده توسط آئین نامه آشتو است، با این تفاوت که جرم زیر سازه را با اضافه کردن یک سوم جرم پایه‌ها به جرم عرشه، در محاسبات لحاظ می‌کند. واضح است که این مدل، زمان تناوب اصلی را در پل‌های با پایه کوتاه بیشتر از مقدار موجود، و در پل‌های با پایه بلند، کمتر از مقدار موجود تخمین می‌زند. الموس<sup>۹</sup> در سال ۲۰۱۱ [۷] از یک مدل دو درجه آزادی برای ارائه رفتار دینامیکی پل جداسازی شده استفاده کرد. درجات آزادی اول و دوم به ترتیب مرتبط با جابجایی جرم عرشه و جابجایی مشارکت جرم زیر سازه موجود در سر ستون است. مشارکت جرم زیر سازه در این مدل برابر با نصف جرم زیر سازه در نظر گرفته شده است. مدل دو درجه آزادی مشابه دیگری توسط وی<sup>۱۰</sup> در سال ۲۰۱۳ [۸] ارائه شده است، که در آن مشارکت جرم زیر سازه برابر با یک سوم جرم زیر سازه در نظر گرفته شده است.

<sup>8</sup> Priestley

<sup>9</sup> Olmos

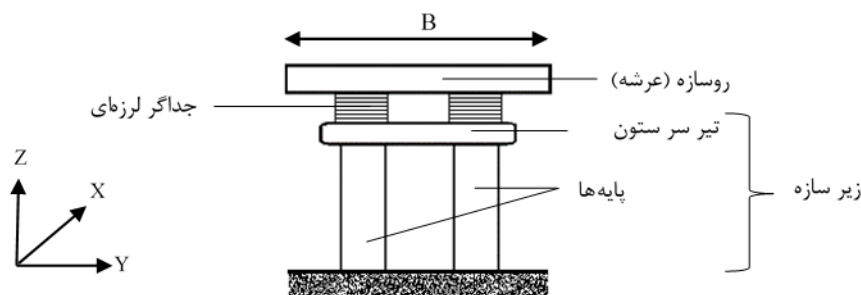
<sup>10</sup> Wei

همچنین ما<sup>۱۱</sup> و همکاران در سال ۲۰۱۷ [۹] مدل دیگری پیشنهاد کردند که در آن جرم زیر سازه به صورت گسترده در راستای پایه در نظر گرفته شده است. این مدل به منظور تخمین صحیح تقاضای برش و لنگر در پای ستون پل‌های جداسازی شده دارای پایه‌های حجیم توسعه یافته است.

با مقایسه مدل‌های نامبرده می‌توان دریافت که تفاوت تمامی مدل‌ها در جرم زیر سازه است، بر خلاف مدل آشتو که این جرم را نادیده گرفته است، هر یک از مدل‌های نامبرده این جرم را به نحوی در مدل لحاظ کرده‌اند؛ برخی با افزودن درصدی از آن به جرم عرشه، برخی دیگر با در نظر گرفتن درصدی از آن را به عنوان یک درجه آزادی مستقل در سر ستون، و یا به صورت یک جرم گسترده در سراسر ستون. بنابراین به نظر می‌رسد علی‌رغم نظرهای متفاوتی که بر روی مشارکت جرم زیر سازه در مدل تحلیلی پل وجود دارد، بیان صریحی در رابطه با میزان تاثیر مولفه‌های مختلف جرم زیر سازه بر روی زمان تناوب و متعاقباً تقاضای نیرو و جابجایی‌ها در پل‌های دارای جداگر لرزه‌ای وجود ندارد. لذا در مقاله حاضر اثر مولفه‌های مختلف جرم زیر سازه (جرم پایه‌ها، جرم تیر سر ستون، ممان اینرسی دورانی جرم زیر سازه، و ممان اینرسی دورانی جرم تیر سرستون) بر روی زمان تناوب طولی پل‌های دارای جداگر لرزه‌ای مطالعه شده و در نهایت میزان دقت رابطه ارائه شده توسط آئین نامه آشتو برای تخمین زمان تناوب طولی بررسی شده است.

### ۳- روش تحقیق

در شکل ۲ مقطع عرضی یک پل دارای جداگر لرزه‌ای نشان داده شده است. در این شکل،  $B$ ، عرض پل می‌باشد. مقاله حاضر اثر مولفه‌های جرم زیر سازه بر روی زمان تناوب اصلی پل دارای جداگر لرزه‌ای در مود اول ارتعاش طولی را مورد مطالعه قرار می‌دهد. لذا در ادامه، ابتدا مدل تحلیلی سیستم زیر سازه، و سپس مدل تحلیلی کل سیستم پل دارای جداگر لرزه‌ای شامل روسازه و زیر سازه در جهت طولی ارائه شده است.

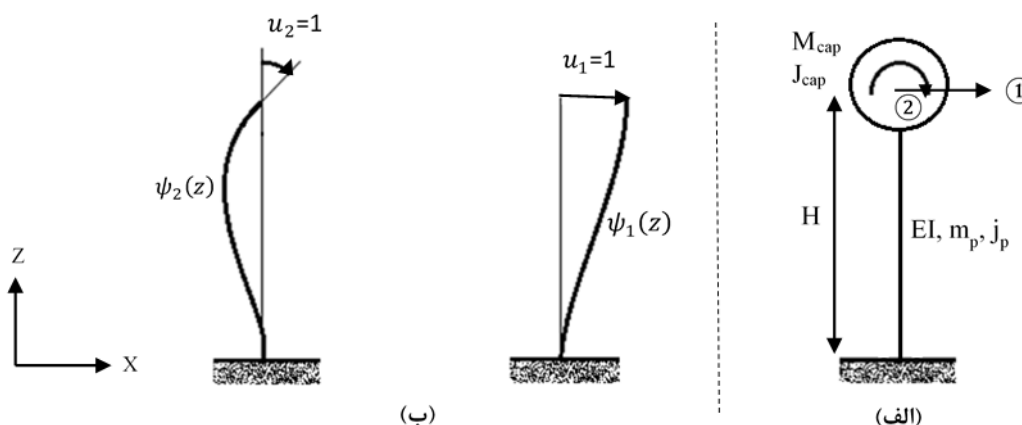


شکل ۲: مقطع عرضی یک پل دارای جداگر لرزه‌ای.

زیر سازه پل شامل جرم گسترده پایه‌ها و جرم متمرکز تیر سرستون می‌باشد، بنابراین دارای بی نهایت درجه آزادی است. برای کاربردهای عملی بهتر است زیر سازه تبدیل به یک سیستم با درجات آزادی محدود شود. اگر بالا و پایین ستون به عنوان گره در نظر گرفته شوند، با صرف نظر کردن از تغییر شکل محوری، گره بالای ستون، دارای دو درجه آزادی است: درجه آزادی انتقالی و درجه آزادی دورانی. با فرض گیردار بودن پای ستون، گره واقع در پایین ستون درجه آزادی ندارد. بنابراین زیر سازه به عنوان یک سیستم دو درجه آزادی تعمیم یافته، و تغییر مکان‌های گره‌ای II به عنوان مختصات تعمیم یافته در نظر گرفته می‌شود. به ازای هر درجه آزادی یک تابع درونیابی انتخاب می‌شود. شکل ۳ سیستم دو درجه آزادی تعمیم یافته زیر سازه و توابع درونیابی<sup>۱۲</sup> را نشان می‌دهد.

<sup>11</sup> Mao

<sup>12</sup> Interpolation functions



شکل ۳: سیستم دو درجه آزادی تعمیم یافته زیر سازه، (الف) درجات آزادی سیستم زیر سازه، (ب) توابع درونیایی در درجه آزادی اول و دوم.

در شکل ۳،  $M_{cap}$  و  $J_{cap}$  به ترتیب جرم و ممان اینرسی دورانی تیر سر ستون،  $H$  ارتفاع زیر سازه از سطح زمین تا مرکز تیر سرستون،  $EI$  صلبیت خمشی مقطع ترک نخورده پایه،  $m_p$  و  $j_p$  به ترتیب جرم و ممان اینرسی دورانی واحد طول پایه می‌باشد. تغییرشکل پایه  $(x(z, t))$  مطابق رابطه (۳) به عنوان ترکیب خطی ماتریس توابع درونیایی  $\psi(z)$  و ماتریس مختصات گرهی  $u(t)$  نوشته می‌شود.

$$x(z, t) = u(t) \psi(z) \quad (3)$$

$$\text{که در آن } u(t) = [u_1(t) \quad u_2(t)] \text{ و } \psi(z) = \begin{bmatrix} \psi_1(z) \\ \psi_2(z) \end{bmatrix}$$

معادله حاکم بر ارتعاش زیر سازه ناشی از اعمال نیروهای خارجی در جهت طولی، با استفاده از اصل تغییر مکان مجازی بدست می‌آید. می‌توان نشان داد که معادله حرکت در فرم ماتریسی مطابق رابطه (۴) می‌باشد.

$$\tilde{M}_{sub} \ddot{u} + \tilde{K}_{sub} u = \tilde{P}_{sub}(t) \quad (4)$$

که در آن  $\tilde{M}_{sub}$  و  $\tilde{K}_{sub}$  به ترتیب ماتریس‌های جرم تعمیم یافته و سختی تعمیم یافته زیر سازه، و  $\tilde{P}_{sub}(t)$  بردار نیروی تعمیم یافته اعمال شده به زیر سازه است. عناصر ماتریس‌های  $\tilde{M}_{sub}$  و  $\tilde{K}_{sub}$  به ترتیب مطابق روابط (۵) و (۶) می‌باشد.

$$\tilde{M}_{sub\,ij} = \int_0^H m_p \psi_i(z) \psi_j(z) dz + \int_0^H j_p \psi'_i(z) \psi'_j(z) dz + M_{cap} \psi_i(H) \psi_j(H) + J_{cap} \psi'_i(H) \psi'_j(H) \quad (5)$$

$$\tilde{K}_{sub\,ij} = \int_0^H EI \psi''_i(z) \psi''_j(z) dz \quad (6)$$

در این مقاله، از تغییر شکل دقیق زیر سازه به دلیل شرایط مرزی اعمال شده، به عنوان توابع درونیایی در نظر گرفته شده است. روابط (۷) و (۸) به ترتیب توابع درونیایی مرتبط با درجات آزادی اول و دوم را ارائه می‌کنند.

$$\psi_1(z) = 3\left(\frac{z}{H}\right)^2 - 2\left(\frac{z}{H}\right)^3 \quad (7)$$

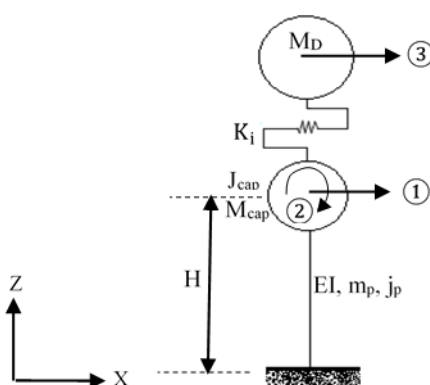
$$\psi_2(z) = -H\left(\frac{z}{H}\right)^2 + H\left(\frac{z}{H}\right)^3 \quad (8)$$

با توجه به توابع درونیایی انتخاب شده، ماتریس‌های جرم تعمیم یافته و سختی تعمیم یافته زیر سازه به ترتیب مطابق روابط (۹) و (۱۰) می‌باشند.

$$\tilde{M}_{sub} = \begin{bmatrix} \frac{78m_p H}{210} + \frac{36j_p}{30H} + M_{cap} & \frac{-11m_p H^2}{210} - \frac{3j_p}{30} \\ \frac{-11m_p H^2}{210} - \frac{3j_p}{30} & \frac{2m_p H^3}{210} + \frac{4j_p H}{30} + J_{cap} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\tilde{K}_{sub} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{H^3} & \frac{-6EI}{H^2} \\ \frac{-6EI}{H^2} & \frac{4EI}{H} \end{bmatrix} \quad (10)$$

به دلیل صلیبیت بالای روسازه، از درجه آزادی دورانی آن صرف نظر شده است و با توجه به توزیع تمام جرم روسازه در راستای افق، می توان آن را به صورت یک جرم متمرکز دارای یک درجه آزادی انتقالی در نظر گرفت. بنابراین مدل تحلیلی پل دارای جداگر لرزه‌ای، دارای سه درجه آزادی است. شکل ۴ مدل سه درجه آزادی پل دارای جداگر لرزه‌ای را در جهت طولی نشان می‌دهد. در شکل ۴،  $M_D$  جرم عرشه و  $K_i$  سختی برشی تمام جداگرهای لرزه‌ای موجود بر روی پایه‌ها و کوله‌ها می‌باشد.



شکل ۴: مدل سه درجه آزادی پل دارای جداگر لرزه‌ای در جهت طولی.

به منظور مقایسه اثر مولفه‌های مختلف جرم زیر سازه از قبیل جرم پایه‌ها، جرم تیر سرستون، ممان اینرسی دورانی پایه‌ها و ممان اینرسی دورانی تیر سرستون، ماتریس جرم کل مدل سه درجه آزادی ( $M$ ) در چهار حالت مختلف به شرح زیر محاسبه می‌شود:

حالت اول: این حالت، حل دقیق بوده و اثر تمامی مولفه‌های جرم زیر سازه را در محاسبه زمان تناوب طولی پل در نظر گرفته می‌گیرد. رابطه (۱۱) ماتریس جرم را در حالت اول ارائه می‌کند.

$$M = \begin{bmatrix} \frac{78m_p H}{210} + \frac{36j_p}{30H} + M_{cap} & \frac{-11m_p H^2}{210} - \frac{3j_p}{30} & 0 \\ \frac{-11m_p H^2}{210} - \frac{3j_p}{30} & \frac{2m_p H^3}{210} + \frac{4j_p H}{30} + J_{cap} & 0 \\ 0 & 0 & M_D \end{bmatrix} \quad (11)$$

حالت دوم: این حالت به منظور بررسی میزان خطای ناشی از نادیده گرفتن ممان اینرسی‌های دورانی پایه‌ها و تیرهای سرستون در نظر گرفته شده است. به عبارتی ماتریس جرم در این حالت، با برابر صفر قرار دادن  $J_{cap}$  و  $j_p$  در ماتریس جرم حالت اول بدست می‌آید. رابطه (۱۲) ماتریس جرم را در حالت دوم ارائه می‌کند.

$$M = \begin{bmatrix} \frac{78m_p H}{210} + M_{CAP} & \frac{-11m_p H^2}{210} & 0 \\ \frac{-11m_p H^2}{210} & \frac{2m_p H^3}{210} & 0 \\ 0 & 0 & M_D \end{bmatrix} \quad (12)$$

حالت سوم: این حالت، برای بررسی میزان خطای ناشی از نادیده گرفتن جرم تیر سر ستون توسعه یافته است. ماتریس جرم در این حالت با برابر صفر قرار دادن  $M_{cap}$  در ماتریس جرم حالت دوم ایجاد می‌شود. رابطه (۱۳) ماتریس جرم را در حالت سوم ارائه می‌کند.

$$M = \begin{bmatrix} \frac{78m_p H}{210} & \frac{-11m_p H^2}{210} & 0 \\ -\frac{11m_p H^2}{210} & \frac{2m_p H^3}{210} & 0 \\ \frac{210}{0} & \frac{210}{0} & M_D \end{bmatrix} \quad (13)$$

حالت چهارم: این حالت به منظور بررسی میزان دقت رابطه آشتو در پل‌های با هندسه مختلف توسعه یافته است. در واقع در این حالت، مشابه با مدل پیشنهادی رابطه آشتو، تمامی مولفه‌های جرم زیر سازه نادیده گرفته شده و به جرم روسازه بسنده شده است. رابطه (۱۴) ماتریس جرم را در این حالت ارائه می‌کند.

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_D \end{bmatrix} \quad (14)$$

ماتریس سختی کل سازه در تمامی چهار حالت یکسان بوده و مطابق رابطه (۱۵) می‌باشد.

$$K = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{H^3} + K_i & \frac{-6EI}{H^2} & -K_i \\ \frac{-6EI}{H^2} & \frac{4EI}{H} & 0 \\ -K_i & 0 & K_i \end{bmatrix} \quad (15)$$

اکنون با استفاده از ماتریس‌های جرم و سختی کل سازه، و استفاده از رابطه (۱۶) فرکانس‌های طبیعی ارتعاش<sup>۱۳</sup> و اشکال مودی<sup>۱۴</sup> قابل محاسبه هستند. معادله مشخصه فرکانس‌ها دارای سه ریشه متمایز، حقیقی و مثبت خواهد بود که کوچکترین آن‌ها، فرکانس مود اول ارتعاش (۰) در جهت طولی می‌باشد. بدین ترتیب زمان تناوب طولی پل قابل محاسبه است.

$$\det[K - M\omega^2] = 0 \quad (16)$$

### • مثال عددی

مشخصات هندسی چهار گروه پل بتن مسلح دارای جداگر لرزه‌ای در جدول ۱ ارائه شده است. سیستم روسازه در تمام پل‌ها از نوع دال-شاهتیر می‌باشد. طراحی پل‌ها طبق آئین نامه آشتو [۱۰] انجام شده است. در تمامی پل‌ها عرشه پیوسته بر روی جداگرهای موجود بر روی پایه‌ها و کوله‌ها قرار گرفته است. همانطور که مشاهده می‌شود، پل‌های مورد مطالعه دارای محدوده گسترده‌ای از ارتفاع پایه (از ۶ متر تا ۲۵ متر) هستند. جداگرهای موجود بر روی پایه‌ها و کوله‌ها دارای ویژگی‌های مشابه می‌باشند. لازم به ذکر است منظور از سختی جداگر در پل‌ها سختی معادل خطی جداگر می‌باشد. به منظور بررسی اثر نسبت سختی جداگر به سختی زیر سازه بر روی دقت روابط ارائه شده، برای هر گروه پل، ۵ سختی متفاوت جداگر مطابق جدول ۲ در نظر گرفته شده است.

جدول ۱: مشخصات پل‌های بتن مسلح.

نام گروه پل	تعداد دهانه	طول دهانه (m)	عرض پل (m)	مصالح شاهی‌ها	جرم عرشه (kg)	تعداد پایه‌های هر قاب	ارتفاع پایه‌ها (m)	قطر پایه‌ها (m)	جرم تیر سرستون (kg)
الف	۳	۳*۲۰	۱۱٫۸	بتن	۹۰۰۰۰	۳	۶	۱٫۲	۱۱۰۰۰
ب	۲	۲*۳۶	۱۳٫۸	فولاد	۶۵۰۰۰	۳	۱۰	۱٫۴	۱۰۰۰۰
پ	۳	۳۰+۴۰+۳۰	۱۳٫۸	فولاد	۱۱۵۰۰۰	۳	۱۵	۱٫۸	۲۵۰۰۰
ت	۲	۲*۳۰	۱۳٫۶	بتن	۱۰۳۰۰۰	۳	۲۵	۲	۱۷۰۰۰

<sup>13</sup> Natural vibration frequency

<sup>14</sup> Mode shapes



جدول ۲: سختی موثر یک جداگر در هر گروه پل (ki (kN/m)).

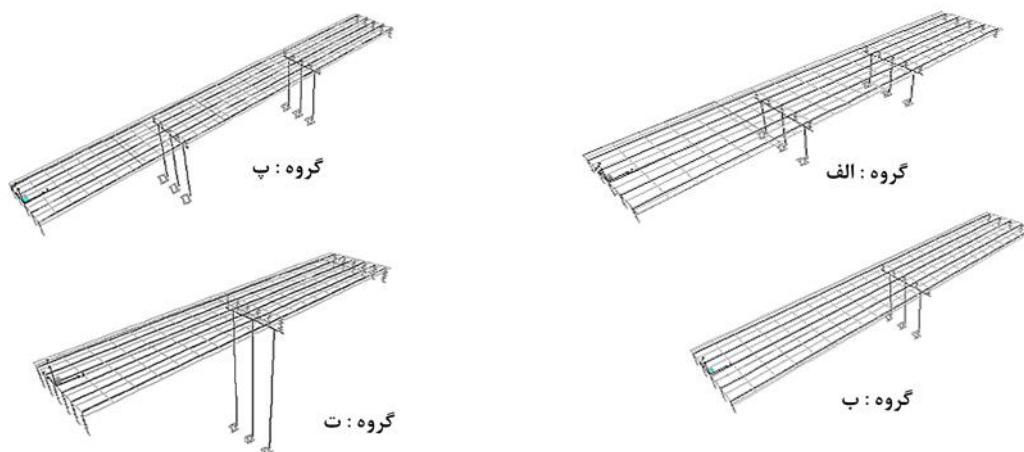
نام پل				
X-۵	X-۴	X-۳	X-۲	X*-۱
۱۰۰۰۰	۷۵۰۰	۵۵۰۰	۳۵۰۰	۱۵۰۰

\* نام گروه پل (الف، ب، پ، ت)

به منظور صحت سنجی مدل تحلیلی ارائه شده، مدل اجزا محدود پل‌های معرفی شده در جدول‌های ۱ و ۲ در نرم افزار اجزا محدود SAP 2000 ایجاد شده است. پایه‌ها، شاهتیرها، تیرهای سر ستون و دال بتنی پل از طریق المان قاب، و جداگرهای لرزه‌ای به کمک فنرهای خطی با سختی موثر مدل شده‌اند. مشخصات مصالح در جدول ۳ و مدل اجزا محدود پل‌های مختلف در شکل ۵ نشان داده شده است. به منظور محاسبه زمان تناوب طولی پل‌ها در نرم افزار اجزا محدود، آنالیز مودال انجام شده است. زمان تناوب این پل‌ها همچنین، طبق مدل تحلیلی ارائه شده در چهار حالت مختلف محاسبه شده و به منظور بررسی اثر مولفه‌های مختلف جرم زیر سازه بر روی زمان تناوب طولی پل دارای جداگر لرزه‌ای، با یکدیگر مقایسه شده است.

جدول ۳: ویژگی‌های مصالح.

ویژگی مصالح	بتن	فولاد
جرم واحد حجم ( $\text{kg/m}^3$ )	۲۲۵	۸۰۰
مدول الاستیسیته (MPa)	$۲,۵ \times 10^4$	$۲,۱ \times 10^5$
ضریب پواسون	۰,۲	۰,۳
مقاومت مشخصه بتن (MPa)	۲۸	-
مقاومت جاری شدن فولاد (MPa)	-	۳۲۰
مقاومت نهایی فولاد (MPa)	-	۵۱۰



شکل ۵: مدل اجزا محدود گروه‌های مختلف پل‌ها.

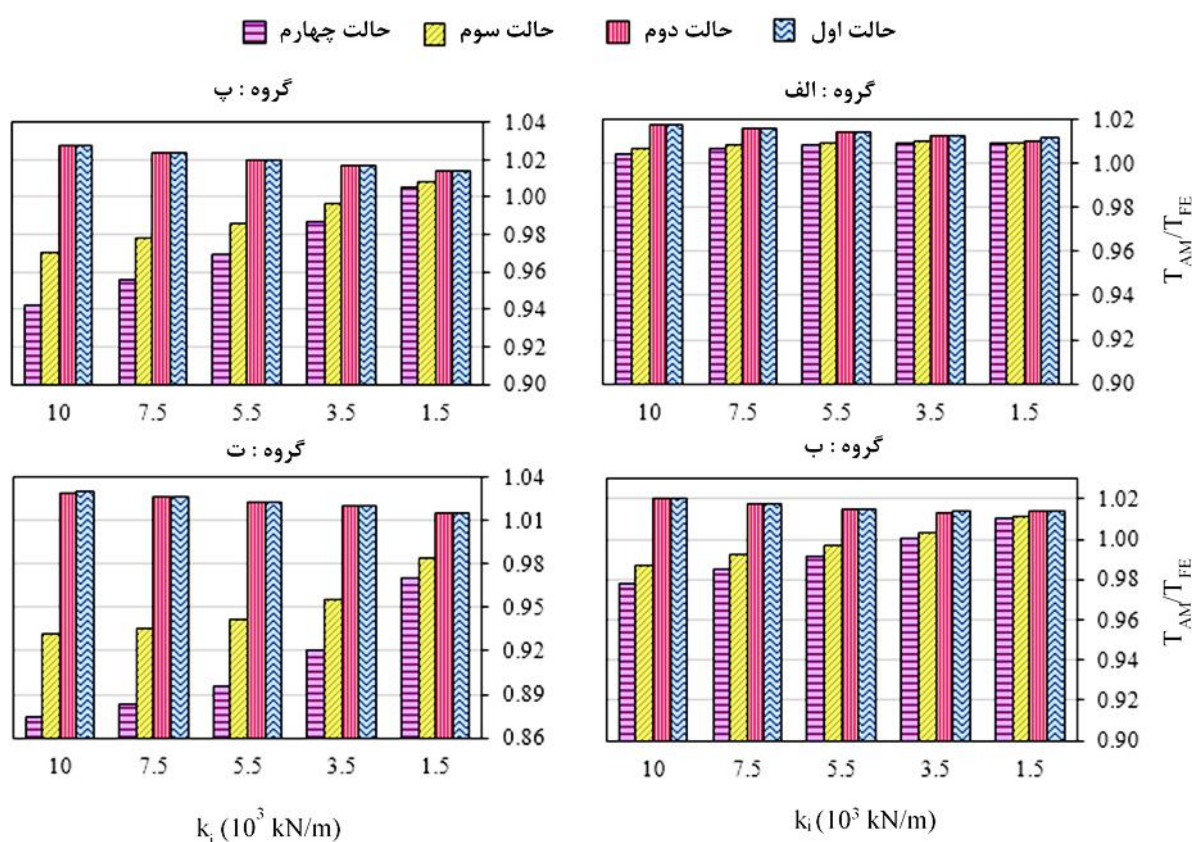
#### ۴- بحث بر روی نتایج

زمان تناوب‌های طولی پل‌های معرفی شده در جدول‌های ۱ و ۲، که از نرم افزار اجزا محدود SAP 2000 بدست آمده، در جدول ۴ ارائه شده است.

جدول ۴: زمان تناوب طولی پل‌های مختلف بدست آمده از نرم افزار اجزا محدود.

گروه پل	$k_i$ (kN/m)			
	الف	ب	پ	ت
۱۵۰۰	۱,۱۰	۱,۱۰	۱,۲۹	۱,۳۹
۳۵۰۰	۰,۷۴	۰,۷۵	۰,۹۱	۱,۰۰
۵۵۰۰	۰,۶۰	۰,۶۲	۰,۷۶	۰,۸۴
۷۵۰۰	۰,۵۲	۰,۵۴	۰,۶۸	۰,۷۳
۱۰۰۰۰	۰,۴۶	۰,۴۸	۰,۶۱	۰,۶۵

نسبت زمان تناوب طولی بدست آمده از مدل تحلیلی در چهار حالت مختلف، به زمان تناوب طولی بدست آمده از مدل اجزا محدود در شکل ۶ نشان داده شده است. خط افقی متناظر با عدد ۱، نشان دهنده زمان تناوب بدست آمده از مدل اجزا محدود است و زمان تناوب‌های بدست آمده از مدل تحلیلی هرچه به این خط نزدیک‌تر باشند، دقت بیشتری دارند.



شکل ۶: نسبت زمان تناوب طولی بدست آمده از مدل تحلیلی به زمان تناوب طولی بدست آمده از مدل اجزا محدود پل‌های معرفی شده در جدول‌های ۱ و ۲.

همانطور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، زمان تناوب بدست آمده از حالت اول مدل تحلیلی، در تمامی پل‌ها تطابق خوبی با زمان تناوب بدست آمده از مدل اجزا محدود دارد و خطای حالت اول نسبت به مدل اجزا محدود، ناچیز (کمتر از ۰.۳٪) است. این مساله، صحت مدل تحلیلی را تأیید می‌کند. نکته حائز اهمیت دیگری که در شکل ۶ به چشم می‌خورد، برابر بودن زمان تناوب حاصل از حالت اول و حالت دوم مدل تحلیلی است. به عبارتی ممان اینرسی دورانی پایه‌ها و تیرهای سرستون تأثیری بر روی زمان تناوب طولی پل دارای جداگر لرزه‌ای ندارد و می‌توان از آن صرف نظر کرد.

با ملاحظه زمان تناوب بدست آمده از حالت سوم در شکل ۶، که برای بررسی اثر جرم تیر سرستون در نظر گرفته شده است، مشاهده می‌شود جرم تیر سرستون بر خلاف ممان اینرسی دورانی، می‌تواند بر روی زمان تناوب طولی پل تأثیر بگذارد. با افزایش ارتفاع پایه

پل و یا افزایش سختی جداگر لرزه‌ای، تاثیر جرم تیر سر ستون بر روی زمان تناوب افزایش می‌یابد. زیرا در چنین پلهایی به دلیل سختی زیاد جداگر لرزه‌ای نسبت به زیر سازه، عمل جداسازی روسازه از زیرسازه به درستی انجام نمی‌شود. به عبارتی در مود اصلی ارتعاش این پل‌ها، علاوه بر روسازه، زیر سازه نیز نسبت به زمین ارتعاش می‌کند و محافظت از زیر سازه به درستی صورت نمی‌گیرد. خطای ناشی از نادیده گرفتن جرم تیر سر ستون در این پل‌ها تا ۸٪ می‌رسد.

حالت چهارم مدل تحلیلی با نادیده گرفتن کل جرم زیرسازه، به منظور بررسی دقت رابطه ارائه شده در آئین نامه آشتو توسعه یافته است. همانطور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، نادیده گرفتن کل جرم زیرسازه می‌تواند منجر به ایجاد خطای قابل توجهی در زمان تناوب شود. این خطا با افزایش نسبت سختی جداگر لرزه‌ای به سختی زیر سازه افزایش می‌یابد و در محدوده پل‌های مورد مطالعه تا ۱۵٪ می‌رسد. در نتیجه، رابطه ارائه شده در آئین نامه آشتو، در پل‌های با پایه‌های بلند یا سختی زیاد جداگر، به دلیل نادیده گرفتن جرم زیر سازه دقت خوبی ندارد و بهتر است جرم زیر سازه در این مدل لحاظ شود.

## ۵- جمع بندی

جرم زیر سازه مولفه مهمی است که می‌تواند بر روی زمان تناوب طولی و در نتیجه پاسخ‌های پل‌های دارای جداگر لرزه‌ای اثر بگذارد، این در حالیست که در مدل ارائه شده در روش ساده شده تحلیل در آئین نامه آشتو، جرم زیر سازه نادیده گرفته شده است. تا کنون مدل‌های تحلیلی مختلفی برای پل‌های دارای جداگر لرزه‌ای ارائه شده‌است که تفاوت اصلی این مدل‌ها در جرم زیر سازه است. جرم زیر سازه از چهار مولفه شامل جرم پایه‌ها، جرم تیر سر ستون، ممان اینرسی دورانی پایه‌ها و ممان اینرسی دورانی تیر سر ستون تشکیل شده‌است. در مقاله حاضر با ارائه یک مدل تحلیلی سه درجه آزادی شامل تمامی مولفه‌های جرم زیر سازه، اثر این مولفه‌ها بر روی زمان تناوب بررسی شده‌است. نتایج حاصل از این تحقیق به شرح زیر است:

مدل تحلیلی ارائه شده در حالت دقیق (حالت اول)، با در نظر گرفتن تمامی مولفه‌های جرم زیر سازه، قادر است زمان تناوب طولی پل‌های دارای جداگر لرزه‌ای را با دقت خوبی پیش بینی کند. خطای این مدل در پیش بینی زمان تناوب، نسبت به مدل اجزا محدود، در ۲۰ پل مورد بررسی کمتر از ۳٪ بوده که قابل قبول می‌باشد.

ممان اینرسی دورانی پایه‌ها و تیر سر ستون هیچ تاثیری بر روی زمان تناوب مود اول طولی ندارد و می‌توان از آن صرف نظر کرد، بدون آنکه خطایی رخ دهد. دلیل این مساله، انتقالی بودن مود اول ارتعاش طولی پل دارای جداگر لرزه‌ای، و ناچیز بودن دوران زیر سازه در این مود است.

اثر جرم تیر سر ستون بر روی زمان تناوب طولی برخی پل‌ها قابل ملاحظه است. هرچه ارتفاع پایه پل و یا سختی جداگر لرزه‌ای افزایش یابد، تاثیر جرم تیر سر ستون بر روی زمان تناوب طولی بیشتر می‌شود و در محدوده پل‌های مورد مطالعه تا ۸٪ می‌رسد. زیرا با افزایش نسبت سختی جداگر لرزه‌ای به سختی زیرسازه، اثر بخشی جداسازی لرزه‌ای به عنوان ابزاری برای جدا کردن روسازه از زیرسازه کاهش می‌یابد و لذا زیرسازه در مود اصلی ارتعاش، صلب باقی نمانده و دارای حرکت نسبت به زمین می‌باشد.

نادیده گرفتن کل جرم زیر سازه اعم از جرم پایه‌ها و تیرهای سرستون، و یک درجه آزادی در نظر گرفتن مدل تحلیلی پل، مشابه مدلی که در روش ساده شده آئین نامه آشتو پیشنهاد شده است، در پل‌های با نسبت بالای سختی جداگر لرزه‌ای به سختی زیر سازه، دقت خوبی ندارد. خطای ناشی از این مدل در پیش بینی زمان تناوب طولی در محدوده پل‌های مورد مطالعه تا ۱۵٪ می‌رسد. بنابراین استفاده از رابطه ساده شده آئین نامه آشتو در این پل‌ها توصیه نمی‌شود و لازم است از مدل‌های دقیق‌تر با لحاظ کردن جرم زیر سازه استفاده شود.

## مراجع

[1] Buckle, I. Goodson, M. Cassano, R. Douglas, B. Hegemier, G. Imbsen, R. Jones, D. Liu, D. Mayes, R. North, P. Priestley, N. Rojahn, C. Seible, F. Selna, L. and Viest, I. (1990). BRIDGE STRUCTURES. *Earthquake Spectra*, 6 (S1), 151-187.

- [2] Moehle, J. Fenves, G. Mayes, R. Moehle, J. Priestley, N. Seible, F. Uang, C. Werner, S. and Aschheim M. (1995) HIGHWAY BRIDGES AND TRAFFIC MANAGEMENT. *Earthquake Spectra*, 11(S2), 287-372.
- [3] Wallace, J. Eberhard, M. Hwang, S. Moehle, J. Post, T. Roblee, C. Stewart, J. and Yashinsky M. (2001) Highway Bridges. *Earthquake Spectra*, 17 (S1), 131-152.
- [4] Priestley, M. Seible, F. and Calvi, G. (1996). *Seismic design and retrofit of bridges*. New York: Wiley, 1-57.
- [5] AASHTO. (2014). *Guide Specifications for Seismic Isolation Design*. Washington, D C, 15-19.
- [6] SAP2000, version 14.2.4, [Computer software]. Berkeley, CA, Computers and Structures, Inc.
- [7] Olmos, B. Jara, J. and Roesset, J. (2011). Effects of isolation on the seismic response of bridges designed for two different soil types. *Bull Earthquake Engineering*, 9 (2), 641-656.
- [8] Wei, C. Al-Ani, M. and Buckle, I. (2013). An improved simplified method for the analysis of seismically isolated highway bridge with heavy substructure. In: *7th National Seismic Conference on Bridges and Highways*. Oakland, CA, 1-7.
- [9] Mao, Y. Tremblay, R. Leger, P. and Li, J. (2017). New simplified method for designing seismically isolated highway bridges with massive piers. *Journal of Bridge Engineering*, 22 (8), 04017041.
- [10] AASHTO, L. R. F. D. (2012). *Bridge design specification*. Washington, D C, 308-601.