

## تخمین مقاومت برشی تیرهای بتن آرمه مسلح به الیاف پلیمری؛ مقایسه شبکه عصبی مصنوعی و روابط آیین نامه ای

محمود اکبری<sup>۱\*</sup>، وحید جعفری دلیگانی<sup>۲</sup>، حمید نظامی نیا<sup>۳</sup>

۱- استادیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی سازه، دانشکده مهندسی، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

۳- کارشناس ارشد مهندسی سازه، دانشکده مهندسی، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

### چکیده

در سال‌های اخیر آزمایشات تجربی متعددی در خصوص تقویت برشی تیرهای بتن آرمه مسلح به الیاف پلیمری صورت گرفته است. در این راستا روابطی نیز برای تخمین مقاومت برشی تیرهای مسلح به الیاف پلیمری ارائه شده است. هدف از این مطالعه بررسی تخمین مقاومت برشی تیرهای مسلح به الیاف پلیمری بوسیله مدل شبکه عصبی مصنوعی پیش خور است. برای این منظور یک پایگاه داده متشکل از ۳۰۴ تیر بتن آرمه مسلح به الیاف پلیمری جهت ارزیابی رفتار برشی، از نتایج تجزیه و تحلیل مقالات موجود گردآوری شده است. متغیرهای ورودی مدل شبکه عصبی شامل ۱۱ متغیر دربرگیرنده مشخصات هندسی مقطع، میزان آرماتور، میزان الیاف پلیمری و مشخصات مصالح بتن و فولاد و الیاف پلیمری است و متغیر خروجی مقاومت برشی تیر است. بمنظور ارزیابی کارایی مدل شبکه عصبی در تخمین میزان ظرفیت برشی تیرهای تقویت شده، نتایج کسب شده از مدل شبکه عصبی با مقادیر روابط آیین نامه بتن ایران (نشریه ۳۴۵) و آیین نامه بتن امریکا (ACI440) مقایسه می‌شود. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که در مجموع دقت مدل شبکه عصبی نسبت به دقت هر دو آیین نامه بیشتر است. بطور مشخص برای داده های مورد بررسی، درصد میانگین نسبی مطلق خطای برآورد در مدل شبکه عصبی ۱۳ درصد، آیین نامه امریکا ۳۴ درصد و آیین نامه ایران ۳۹ درصد است.

کلمات کلیدی: تیر بتنی، پلیمرهای مسلح شده با الیاف، مقاومت برشی، شبکه عصبی مصنوعی، نشریه ۳۴۵، ACI440.

\*نویسنده مسئول: محمود اکبری

پست الکترونیکی: makbari@kashanu.ac.ir

DOI: 10.22065/jsce.2017.80891.1141

شناسه دیجیتال

<http://dx.doi.org/10.22065/jsce.2017.80891.1141>

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۱۲/۲۴، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۳/۲۵

## ۱- مقدمه

در سراسر جهان، پل‌ها و سازه‌های بتنی همزمان با نزدیک شدن به پایان عمر بهره برداری سازه، افزایش حجم بارهای ترافیکی، تغییر کاربری و زوال ناشی از خوردگی فولاد نیازمند بازسازی، ترمیم، تقویت و یا جایگزینی کامل می‌باشند [1,2]. استفاده از کامپوزیت‌های با زمینه پلیمری در بهسازی سازه‌های بتن آرمه در طی سالیان اخیر از رشد قابل توجهی برخوردار بوده است. پلیمرهای مسلح شده با الیاف بدلیل نسبت وزن به مقاومت بالا و ویژگی ضد خوردگی در رده مصالح بسیار مطلوب جهت تعمیر قرار دارد و می‌تواند منجر به افزایش عمر بهره برداری سازه شود [3]. بطور کلی مقاوم سازی سازه‌های بتنی موجود یا مرمت آنها به دلیل فقدان طراحی و ساخت مناسب، عدم نگهداری و تعمیر، پیشامدهای تصافی همچون زلزله، تحمل بارهای مضاعف طراحی، بهبود نارسایی‌های ناشی از فرسایش، افزایش شکل‌پذیری سازه یا سایر موارد با استفاده از مصالح مناسب و شیوه‌های اجرایی صحیح بطور متعارف انجام می‌گردد [4,5,6,7]. استفاده از مواد مرکب ساخته شده از الیاف در محیط رزین پلیمری به عنوان پلیمرهای مسلح شده با الیاف FRP به عنوان یک ضرورت در جایگزینی مصالح سنتی و شیوه‌های موجود معرفی شده است [8]. سیستم FRP بدین صورت تعریف می‌شود که الیاف و رزین‌ها برای ساخت چند لایه مرکب مورد استفاده قرار می‌گیرند، به نحوی که رزین‌های مصرفی به منظور چسباندن چند لایه مرکب به سطح بتن زیرین و پوشش‌ها به منظور محافظت مصالح ترکیب شده استفاده می‌شوند. پوشش‌های معمول که به منظور زیبایی ظاهری مورد استفاده قرار می‌گیرند بعنوان قسمتی از سیستم FRP در نظر گرفته نمی‌شوند [9]. مصالح FRP سبک، مقاوم در برابر خوردگی و دارای مقاومت کششی بالا می‌باشند. این مصالح به شکل‌های مختلف و در گستره‌ای از انواع ورقه‌های چند لایه کارخانه‌ای گرفته تا ورقه‌های خشک قابل پیچش روی اشکال مختلف سازه‌ای قبل از اضافه کردن رزین، قابل دسترس می‌باشند [9].

به دنبال گسترش نیاز و توجه به تقویت با استفاده از مصالح کامپوزیت و به منظور کاربردی نمودن دانش فنی، روش‌های طراحی نیز تدوین گردیده‌اند. تبیین روش‌های تحلیل و در نظر گرفتن ضرایب ایمنی در طراحی با ملاحظات اقتصادی منجر به تدوین دستورالعمل‌ها و آیین نامه‌های محاسباتی و اجرایی شدند که از آن جمله می‌توان به آیین نامه‌های ACI 440 آمریکا [9]، نشریه ۳۴۵ ایران [10]، FIB اروپا [11]، استاندارد انجمن مهندسی عمران ژاپن (JSCE) [12]، راهنمای موسسه بتن ژاپن (JCI) [13] و موسسه تحقیقات فنی راه آهن [14] (RTR) اشاره کرد. فدراسیون بین‌المللی سازه‌های بتنی (FIB) اخیراً اقدام به چاپ نشریه دستورالعمل طراحی روکش‌های تقویت کننده FRP برای سازه‌های بتن آرمه نموده است [11]. اداره استاندارد کشور کانادا (SCC) در توسعه و تدوین دستورالعمل برای سیستم‌های FRP فعال می‌باشد [15]. در ایالات متحده راهنمای ACI 440.2R به عنوان راهنمای طراحی و اجرای تقویت ساختمان‌های بتنی با سیستم‌های FRP منتشر شده است.

معادلات طراحی ارائه شده در دستورالعمل آیین نامه‌ها براساس نتایج تحقیقات روی ابعاد متعارف و اعضای متناسب منشوری می‌باشد، در حالی که سیستم‌های FRP بر روی سایر اعضا غیر منشوری نیز عملکردی موثر دارند. این دستورالعمل‌ها فقط شامل سیستم‌های مقاوم سازی با FRP که به عنوان تقویت‌های اضافی کششی مطرح می‌شوند، می‌باشد. در حال حاضر از این سیستم‌ها به عنوان تقویت‌های فشاری توصیه نمی‌گردد. اگر چه مصالح FRP می‌توانند تنش‌های فشاری را تحمل کنند، لیکن مسائل مختلفی پیرامون استفاده از FRP برای تحمل فشار از جمله امکان بروز پدیده کماتش موضعی الیاف در محلی که در رزین حباب وجود دارد و یا ساختار لایه‌ای به خوبی به سطح بتن چسبانیده و مهار نشده باشد، وجود دارد. لذا از مقاومت فشاری مصالح FRP صرف نظر می‌شود [9,10].

علت شکست برشی حتی برای المان‌های ساده بتن آرمه یک مکانیزم پیچیده می‌باشد حال آنکه این امر با بکارگیری الیاف پلیمری در المان‌های بتن آرمه، به نسبت شکل پیچیده‌تری به خود خواهد گرفت [16]. بدین دلیل تخمین مقاومت نهایی برشی تیرهای بتن آرمه

1 Fiber Reinforced Polymers

2 American Concrete Institute

3 International Federation for Structural Concrete

4 Japan Society of Civil Engineers

5 Japan Concrete Institute

6 Railway Technical Research Institute

7 Standards Council of Canada

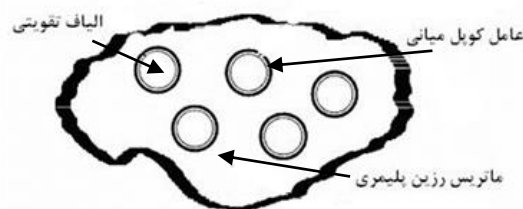
به‌خصوص در موارد طراحی بسیار مهم می‌باشد. در غالب الگوهای طراحی موجود، ارزیابی مقاومت برشی طراحی یک تیر بتن آرمه تقویت شده با الیاف پلیمری از مجموع مشارکت سهم بتن، سهم خاموت و سهم الیاف پلیمری حاصل می‌شود [20,19,18,17]. سهم دو مورد نخست می‌تواند مطابق با تمهیدات آیین‌نامه‌های طراحی موجود محاسبه شود. از اینرو تفاوت اصلی میان الگوهای طراحی موجود در چگونگی ارزیابی سهم الیاف پلیمری قرار دارد. در این خصوص روابط تجربی [20,19,18,21] و معادلات تحلیلی متعددی [20,17] با استفاده از آنالیز رگرسیون داده‌های آزمایشگاهی معرفی شده است. برای توسعه چنین مدل‌هایی می‌بایست ترکیب و قالبی برای روابط تجربی فرض نموده و سپس پارامترهای مجهول بدست آورده شوند. اگرچه شمار کثیر پارامترهای تاثیرگذار بر مقاومت تیر، موفقیت یک چنین روندی را با مشکل مواجه می‌سازد. در مقابل، استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی یک روش جایگزین را فراهم می‌آورد که بر این مشکلات غلبه می‌کند. شبکه عصبی مصنوعی شامل شبکه‌ای از عناصر پردازش ساده (نورون‌ها) است، که می‌تواند رفتار پیچیده کلی تعیین شده‌ای از ارتباط بین عناصر پردازش و پارامترهای سیستم را نمایش دهد. این ویژگی منحصر بفرد، شبکه عصبی را قادر به حل مسائل پیچیده‌ای می‌کند که با روش‌های تحلیلی موجود نمی‌توان بدان پرداخت. حتی این امر برای مسایلی که مدل‌های ریاضی و فیزیکی آنها چندان شناخته شده نیست صادق است. از این جهت شبکه عصبی می‌تواند در تخمین و ارزیابی میزان مقاومت برشی تیرهای تقویت شده با الیاف پلیمری مناسب واقع گردد.

هدف در نظر گرفته شده در این مطالعه، بررسی قابلیت استفاده از یک شبکه عصبی چند لایه پیش‌خور<sup>۸</sup> برای تخمین مقاومت برشی نهایی تیر بتن آرمه مسلح به فیبرهای پلیمری می‌باشد. برای این منظور یک پایگاه داده از گزارش نتایج تجزیه و تحلیل مقالات موجود گردآوری شده است. سپس بمنظور ارزیابی کارایی و عملکرد مدل شبکه عصبی در تخمین میزان ظرفیت برشی تیرهای تقویت شده، نتایج کسب شده از مدل شبکه عصبی با مقادیر روابط آیین‌نامه‌های ایران و امریکا مقایسه می‌شود.

## ۲- مواد و روش‌ها

### ۲-۱- مصالح FRP

سیستم تقویتی FRP یکی از مصالح کامپوزیت متشکل از دو بخش فیبر یا الیاف تقویتی است که به وسیله یک ماتریس رزین از جنس پلیمر احاطه شده است که در شکل ۱ نشان داده شده است [3]. فیبرهای FRP که دارای مشخصات فنی الاستیک و بسیار مقاوم هستند، جزء اصلی باربر در ماده FRP محسوب می‌شوند (بین ۴۰٪ تا ۷۰٪ حجم را تشکیل می‌دهند). رزین FRP نیز اصولاً به عنوان یک محیط چسباننده عمل می‌کند که فایبرها را در کنار یکدیگر نگاه می‌دارد [21]. از جمله متداول‌ترین رزین‌ها می‌توان به اپوکسی‌ها، وینیل استرها و پلی استرها اشاره کرد که در گستره وسیعی از شرایط محیطی به کار می‌روند. پرکاربردترین رزین‌ها اپوکسی است که برای اشباع کردن ورقه‌های خشک FRP و چسباندن آن به عضو بتن آرمه استفاده می‌شود [20]. نقش اصلی ماتریس رزین در انتقال برش از فیبر تقویتی به ماده مجاور، محافظت از فیبر در شرایط محیطی، جلوگیری از خسارات مکانیکی وارد بر الیاف و در آخر کنترل کمانش موضعی الیاف تحت فشار می‌باشد.



شکل ۱: اجزای تشکیل دهنده سیستم FRP.

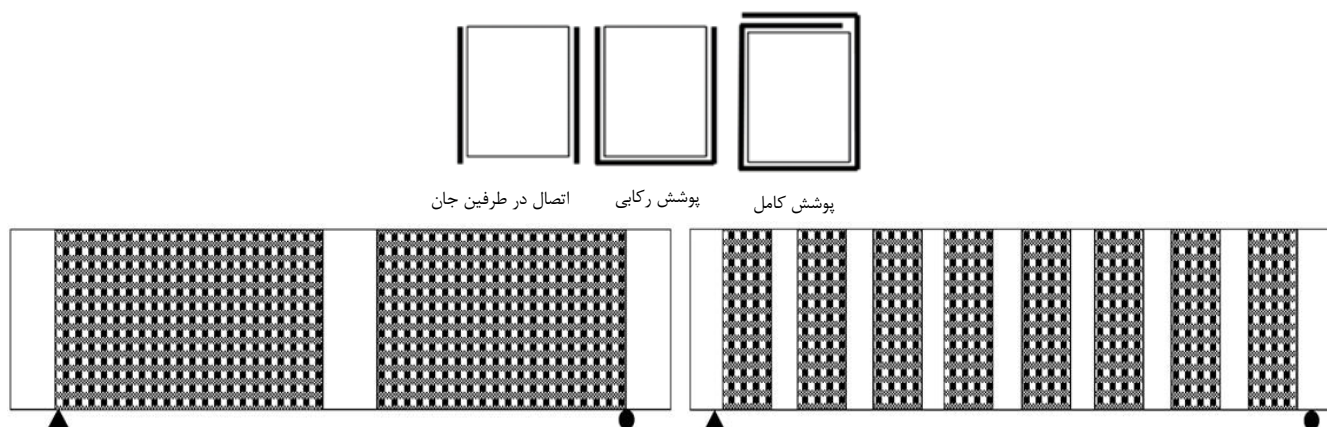
الیاف کامپوزیت FRP (FRP Sheets)، ورقه‌های با ضخامت چند میلیمتر از جنس FRP هستند. ورقه‌های FRP با چسب‌های مستحکم و مناسب به سطح بتن چسبانده می‌شوند. الیاف سختی و مقاومت سیستم FRP را تشکیل می‌دهد. به طور کلی ۴ نوع الیاف بافته شده FRP برای مقاوم سازی با FRP استفاده می‌شود که شامل الیاف کربن، شیشه، آرامید و بازالت می‌باشد. در تقویت کننده‌های FRP نباید به مقاومت در برابر بارهای فشاری آنها تکیه کرد. با این وجود می‌توان تحمل آنها را در مقابل فشار ناشی از اعمال لنگرهای خمشی متناوب یا تغییر در نحوه بارگذاری قابل بررسی دانست. اما در هر حال از مقاومت فشاری اجزای تقویت کننده FRP صرف نظر می‌شود [10]. توصیه‌های طراحی بر اساس اصول حالت طراحی حدی پایه گذاری شده است. ساختمان‌های بتنی مقاوم سازی یا بهسازی شده با مصالح FRP بر اساس توصیه‌های ارائه شده برای مقاومت و قابلیت خدمت رسانی طراحی می‌شوند و از ضرائب بار ارائه شده در آیین نامه بتن ایران "آبا" و نشریه ۳۴۵ برای محاسبات ایران و آیین نامه های ACI318 و ACI440 برای محاسبات امریکا استفاده می‌گردد، به دلیل شناخت کمتر از مشارکت مصالح تقویتی FRP در مقایسه با بتن آرمه و بتن پیش تنیده، ضرایب کاهش اضافی برای این مصالح ارائه می‌گردد. ضرایب کاهش مرتبط با FRP برای ایجاد شاخص اطمینان بالای ۳/۵ تنظیم می‌شوند. ضریب اطمینان بین ۳ و ۳/۵ می‌تواند در حالتی که نسبت کم فولاد با نسبت بالای تقویت کننده FRP استفاده شده باشد، بکار رود [9].

مقاومت بتن موجود عامل مهمی برای کاربری‌های چسبندگی بحرانی شامل مقاوم سازی خمشی یا برشی اعضا می‌باشد. بتن موجود باید مقاومت لازم را به منظور تحمل تنش‌های طراحی سیستم FRP از طریق چسب داشته باشد. بتن زیرکار شامل تمامی سطوح تعمیر شده و بتن اصلی باید از مقاومت کششی و برشی کافی به منظور انتقال نیرو به FRP برخوردار باشد. حداقل مقاومت کششی بتن ۱/۴ مگاپاسکال می‌باشد که با آزمایش کشش مطابق ACI 503R یا ASTM D 4541 اندازه گیری می‌شود. سیستم FRP نباید برای کاربری‌های چسبندگی بحرانی هنگامی که بتن دارای مقاومت فشاری کمتر از ۱۷ مگاپاسکال است، استفاده شود [23,22].

در مواقعی که ظرفیت خمشی عضو افزایش می‌یابد، سازه به بارگذاری نزدیک تری از حداکثر ظرفیت برشی خود می‌رسد. تالاجستن<sup>۹</sup> در یک آزمایش با مقیاس کامل نشان داده است که تقویت خمشی می‌تواند منجر به شکست برشی شود [16]. از طرف دیگر یک سازه با شکست ترد در برش می‌تواند مقاوم سازی شود، بطوریکه مد شکست به یک مد با شکل پذیرتری بیشتر و نرم تری تغییر کند. یک تیر می‌بایستی یک حاشیه مطمئن امنی در برابر برش داشته باشد، از آنجایی که شکست برشی خطرناک تر بوده و کمتر از شکست خمشی قابل پیش بینی است [16,24].

چندین روش برای مقاوم سازی در برش مانند آرماتورهای اضافی پوشیده شده با شاتکریت و مهار آن با فولاد و چسبانیدن خارجی CFRP وجود دارد. برای استفاده بهینه و از ظرفیت مصالح FRP در هنگام مقاوم سازی برشی اعضای بتن آرمه بوسیله FRP، چسباندن تقویت کننده‌های خارجی در راستای اصلی الیاف‌ها، موازی با ماکزیمم تنش‌های کششی اصلی صورت می‌گیرد. FRP های استفاده شده برای تقویت و تعمیر برشی می‌توانند در سه ترکیب بندی پوش کامل، پوش رکابی U شکل<sup>۱۰</sup> یا اتصال در طرفین جان [25] بکار برده شوند. پوشش کامل: در این روش تعمیر، ورق FRP بطور کامل سطح مقطع تیر را در امتداد طول دهانه با الیافی که در جهت عرضی ثابت گردیده‌اند می‌پوشاند که در شکل ۲ نشان داده شده است. موقعی که تیر بطور کامل پوشانیده می‌شود، احتمال جدایش اندک بوده و می‌توان از کل ظرفیت ورق FRP استفاده کرد (موثرترین حالت). پوشش رکابی U شکل: در این روش، ورق FRP بعلاوه آنکه وجه بالایی قابل دسترسی نیست در سه وجه از سطح مقطع تیر بکار برده می‌شود. اتصال در وجهین: از روش اتصال FRP تنها در دو طرف جان وقتی استفاده می‌شود که وجه زیرین تیر قابل دسترسی نباشد. اتصال ورق FRP تنها در دو وجه از تیر انجام می‌شود.

9 Täljsten  
10 Full wrapping  
11 U-Wrapping



شکل ۲: طرح های تقویت برشی [8].

جدایش FRP فرآیندی است که در آن یک ورقه FRP از سطح بتنی که به آن چسبیده است کنده می‌شود. هر دو حالت پوشش رکابی و طرفین جان تمایل دارند که پیش از آنکه ورق FRP به ظرفیت نهایی کششی خود برسد از سطح بتن جدا شوند [26, 27]. گسیختگی FRP زمانی رخ می‌دهد که مصالح به مقاومت کششی نهایی خود رسیده باشند که موجب شکستگی الیاف شوند.

## ۲-۲ شبکه عصبی

شبکه عصبی مصنوعی آیا به اختصار ANN ایده‌ای است برای پردازش اطلاعات که از سیستم عصبی زیستی الهام گرفته شده و مانند مغز به پردازش اطلاعات می‌پردازد. ANN ها، نظیر انسانها با استفاده از مثال‌ها آموزش می‌بینند. یک ANN برای انجام وظیفه‌ای مشخص، مانند شناسایی الگوها، دسته بندی اطلاعات و تقریب تابع در طول یک پروسه یادگیری، تنظیم می‌شود.

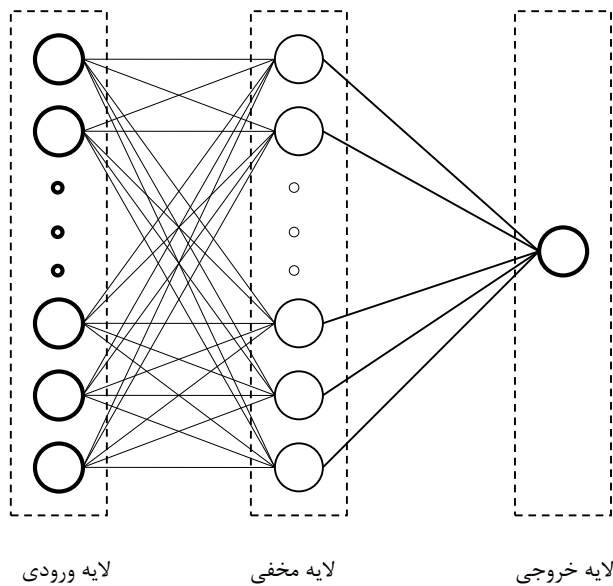
مهمترین کاربرد شبکه های عصبی مصنوعی در مهندسی عمران تخمین توابع غیر خطی با دقتی مناسب می‌باشد. معمولاً با استفاده از داده‌های واقعی، خروجی شبکه عصبی مصنوعی به خروجی هدف تعیین شده سوق می‌یابد و شبکه عصبی مصنوعی آموزش می‌بیند. شبکه بر مبنای مقایسه بین خروجی شبکه و خروجی هدف تعدیل می‌شود، تا هنگامی که خروجی با هدف مطابقت کند.

مدل‌های شبکه عصبی از سه بخش اصلی لایه ورودی، لایه پنهان و لایه خروجی تشکیل شده است که هر لایه وظیفه دریافت داده ها، پردازش و تولید کمیت خروجی را بر عهده دارد. هر نورون در لایه ورودی به نورون‌های لایه پنهان متصل می‌باشد و باید توجه شود که هیچ اتصالی بین نورون‌ها در یک لایه وجود ندارد. تعداد نورون‌ها در هر لایه به عوامل متعددی بستگی دارد که تعداد نورون‌های لایه ورودی و خروجی به پارامترهای ورودی و خروجی مورد نظر در مدلسازی بستگی داشته و معمولاً تعداد نورون‌ها در لایه پنهان به کمک روش‌های مختلف بر اساس پیچیدگی مسئله مورد نظر تعیین می‌شود. در ضمن تمام لایه‌های شبکه با اتصالاتی با وزن‌های متفاوت بهم وصل هستند.

متداول‌ترین نوع شبکه های عصبی، شبکه‌های چند لایه پرسپترون<sup>۱۲</sup> (MLP) پیش خور<sup>۱۳</sup> است که از یک لایه ورودی، یک و یا چند لایه پنهان و یک لایه خروجی تشکیل شده‌اند. متناسب با هر اتصال یک وزن در نظر گرفته می‌شود. لایه ورودی داده‌های ورودی را دریافت می‌کند و به نورون‌های لایه پنهان انتقال می‌دهد. سپس داده‌ها پس از پردازش، به لایه خروجی وارد می‌شوند. خروجی نورون‌های لایه خروجی پیش بینی شبکه عصبی متناسب با داده های ورودی می‌باشد.

روش منطقی و جامعی برای بدست آوردن تعداد نورون‌ها و لایه‌های مورد نیاز هر مسئله وجود ندارد و برای آن باید بر اساس تجربه و آزمون و خطا عمل کرد. نمونه‌ای از یک شبکه عصبی چند لایه پیش خور در شکل ۳ نشان داده شده است.

12 Artificial Neural Network  
13 Multi Layers Perceptron  
14 Feed-Forward



شکل ۳: شمای شماییک شبکه پرسپترون ۳ لایه.

با توجه به شکل ۳، خروجی در لایه آخر از رابطه ۱ بدست می آید.

$$O = f(\sum_q g(\sum_p x_i w_{ij}^I) w_j^H) \quad (1)$$

که در آن،  $I$  و  $H$  به ترتیب نشان دهنده لایه ورودی و لایه مخفی بوده و منظور از  $w$  همان وزن های لایه ها می باشد.  $p$  و  $q$  بترتیب تعداد نورون های لایه ورودی و مخفی،  $F$  تابع انتقال لایه خروجی و  $g$  تابع انتقال لایه مخفی است.

الگوریتم پس انتشار خطا<sup>۱۵</sup> یکی از پرکاربردترین الگوریتم ها برای آموزش شبکه های عصبی مصنوعی چند لایه پیش خور می باشد. در این روش از تکنیک کاهش شیب تابع خطا<sup>۱۶</sup> استفاده می شود که طی آن خطاها از لایه خروجی به سمت لایه ورودی پخش شده و وزن ها به گونه ای اصلاح می شوند که خطا کمینه شود. بنابراین، فرآیند آموزش شامل اصلاح تدریجی وزن ها در جهت کمینه کردن تابع خطا می باشد. این عمل تا زمانی که یکی از معیارهای توقف ارضا شود ادامه می یابد.

پیش از شروع شبیه سازی، باید داده های ورودی را به سه گروه تقسیم نمود [15]:

۱- داده های آموزش: این داده ها از میان داده های برچسب دار و به منظور هدایت پروسه آموزش به کار گرفته می شوند، همچنین این داده ها برای بروز کردن وزن های شبکه عصبی به هنگام آموزش مورد استفاده قرار می گیرند. عمدتاً از میان کل داده ها ۶۰٪ تا ۷۰٪ آن ها را (به طور تصادفی یا با یک پیش فرض) به عنوان داده های آموزش انتخاب می کنند. پس از آنکه شبکه توسط این داده ها آموزش دید، وزن ها مقدار نهایی خود را یافته اند به نحوی که شبکه برای داده های آموزش، کمترین خطا را بدست می دهد.

۲- داده های اعتبارسنجی: برای مونیاتور کردن (نظارت کردن) کیفیت مدل شبکه عصبی از سیستم به هنگام فرآیند یادگیری و تعیین شرط توقف یادگیری برای فرآیند آموزش استفاده می شود (۲۰٪ کل داده ها).

۳- داده‌های تست: پس از آن که شبکه توسط داده‌های آموزش تا رسیدن به حداقل خطا آموزش یافت، مابقی داده‌ها (% ۲۰ باقی مانده) که در آموزش نقشی نداشته‌اند به عنوان ورودی به شبکه داده شده و پاسخ شبکه با پاسخ مطلوب (برجسب آن‌ها) مقایسه می‌گردد و بدین ترتیب راندمان شبکه آموزش دیده محک زده می‌شود.

### ۳- متودولوژی‌های تخمین مقاومت برشی تیرهای بتنی مسلح به FRP

امروزه به دلیل افزایش بکارگیری مصالح FRP، آیین‌نامه‌ها و توصیه‌نامه‌های متعددی در کشورهای مختلف جهان برای طراحی سازه‌های بتنی مسلح یا مقاوم شده با الیاف پلیمری منتشر و به چاپ رسیده است [9,10,11]. فصول مورد بحث در این آیین‌نامه‌ها شامل توصیه‌های طراحی برای تقویت خمشی تیرها و دال‌ها، تقویت برشی تیرها و ستون‌ها و تقویت خمشی و فشاری ستون‌ها می‌باشد. به نظر می‌رسد که در این آیین‌نامه‌ها تقویت خمشی بخوبی مستند گردیده، گرچه برخی نقاط مبهم کماکان باقی است. این در حالی است که درک رفتاری سازه‌های بتن آرمه که بمنظور تقویت برشی طراحی می‌شوند کماکان در مرحله‌ای است که قواعد طراحی مشابه یا وجود نداشته یا به صورت مختصر به آن پرداخته شده است [28,29,30,31,32,33,34,35]. برای مثال کارولین و تالچستن<sup>۷</sup> نشان داده اند که تنش در ورق کامپوزیت در موقعی که در دو سمت تیر چسبانیده می‌شوند بطور یکسان و همگون توزیع نشده و بیشتر از آن میدان کرنشی می‌بایستی برای فهم رفتار یک عضو تقویت شده در برش بیشتر مورد مطالعه قرار گیرد [16,28,35].

مطابق شکل ۲، استفاده از FRP به صورت دورپیچ (سه حالت دورپیچ کامل، پوشش رکابی  $U$  شکل و در دو طرف جان) و قرارگیری الیاف آن در امتداد عرضی مقطع یا عمود بر راستای ترک‌های محتمل برشی، به‌طور مؤثری سبب افزایش مقاومت برشی المان‌های بتنی می‌گردد. اضافه مقاومت برشی ایجاد شده به این روش به پارامترهای مختلفی مانند: ابعاد المان، حالت دورپیچ، مقاومت بتن موجود و ... وابسته است. لذا همواره میزان این افزایش مقاومت بسته به ضوابط بهره برداری و متناسب با شرایط باربری عضو محدود است. در سال‌های اخیر چندین دستورالعمل و توصیه‌نامه طراحی برای تخمین مقاومت برشی تیرهای بتن آرمه در مواقعی که با الیاف پلیمری تقویت می‌شوند پیشنهاد شده است. در تمامی طرح‌های پیشنهادی موجود مقاومت برشی طراحی،  $V_d$ ، یک تیر بتنی تقویت شده با الیاف پلیمری از رابطه ۲ محاسبه می‌گردد:

$$V_d = V_c + V_s + V_f \quad (2)$$

در رابطه ۲،  $V_c$  سهم بتن،  $V_s$  سهم فولاد عرضی (خاموت) و  $V_f$  سهم مشارکت FRP در مقاومت برشی تیر است. در این رابطه  $V_c$  و  $V_s$  با استفاده از روابط آیین‌نامه‌های موجود قابل حصول است، بنابراین تفاوت اصلی میان طرح‌های پیشنهادی موجود به نحوه محاسبه  $V_f$  باز می‌گردد. در ادامه به تبیین هر کدام از این پارامترها در آیین‌نامه امریکا (ACI 440) و آیین‌نامه ایران (نشریه ۳۴۵) پرداخته خواهد شد. بعلاوه نحوه شبیه سازی رفتار برشی تیرهای بتن آرمه مسلح به الیاف پلیمری به کمک شبکه عصبی تشریح می‌شود.

### ۳-۱- تعیین مقاومت برشی تیرهای بتن آرمه مسلح به FRP با آیین‌نامه امریکا (ACI 440) [9]

با توجه به فصل ۱۱ این آیین‌نامه تقویت برشی اعضا به دلیل آنکه افزایش مقاومت برشی منجر به شکست خمشی عضو شده که در اینصورت ذاتاً رفتار شکل پذیرتری تا شکست برشی دارد اهمیت دارد. این آیین‌نامه تصریح می‌دارد که مقاومت برشی طراحی عضو بتنی تقویت شده با سیستم FRP ( $\phi V_n$ )، می‌بایستی از برش ضریبدار ( $V_u$ )، در مقطع مورد بررسی بیشتر باشد. مقاومت برشی طراحی از حاصل ضرب مقاومت برشی اسمی ( $V_n$ )، در ضریب کاهش مقاومت مطابق رابطه ۳ محاسبه می‌شود:

$$\phi V_n \geq V_u \quad (3)$$

مطابق آیین نامه بتن امریکا ضریب کاهش مقاومت  $\phi$  برابر ۰,۸۵ در حالت برش یا پیچش در نظر گرفته می‌شود. مقاومت برشی اسمی یک عضو بتنی تقویت شده با سیستم FRP از مجموع مشارکت سهم بتن، فولاد برشی و الیاف پلیمری حاصل می‌شود. همچنین یک اضافه ضریب کاهش،  $(\Psi_f)$ ، به سهم مشارکت FRP اعمال می‌شود، که مطابق با رابطه ۴ است:

$$V_n = \phi(V_c + V_s + \Psi_f V_f) \quad (4)$$

در رابطه ۴  $\Psi_f$  برای حالتی که الیاف پلیمری دورپیچ کامل دارند برابر ۰,۹۵ و برای دورپیچ  $u$  و دو طرف جان مقدار ۰,۸۵ در نظر گرفته می‌شود.

$V_c$  که برابر مقاومت برشی تامین شده توسط بتن برای اعضای غیر پیش تنیده در حالتی که صرفاً تحت اثر برش و خمش قرار دارند می‌باشد با استفاده از روابط ۵ و ۶ و  $V_s$  که برابر با مقاومت برشی اسمی تامین شده توسط میلگردهای برشی است با توجه به رابطه ۷ مطابق با آیین نامه بتن امریکا [9] مستخرج می‌شود.

$$V_c = 0.17\sqrt{f_c}b_w d \quad (5)$$

$$V_c = (0.16\sqrt{f_c} + 17\rho_w \frac{V_u d}{M_u})b_w \quad (6)$$

$$V_s = \frac{A_v f_{yt}(\sin \alpha + \cos \alpha)d}{s} \quad (7)$$

در روابط ۵ و ۶،  $f_c$  مقاومت مشخصه فشاری بتن بر حسب مگاپاسکال،  $b_w$  عرض جان بر حسب میلیمتر،  $d$  فاصله آخرین تار فشاری تا مرکز سطح میلگردهای طولی کششی بر حسب میلیمتر،  $M_u$  ممان ضریب‌دار در مقطع بر حسب نیوتن میلیمتر،  $V_u$  برش ضریب‌دار در مقطع بر حسب نیوتن، و در آخر نسبت  $\rho_w = A_s/b_w d$  که در آن  $A_s$  سطح مقطع میلگردهای طولی کششی غیر پیش تنیده بر حسب میلیمتر مربع می‌باشد. در رابطه ۷،  $A_v$  سطح مقطع میلگردهای برشی با فاصله  $s$  می‌باشد زاویه  $\alpha$ ، زاویه بین خاموت مایل با محور طولی عضو است.  $f_{yt}$  تنش تسلیم میلگردهای برشی بر حسب مگاپاسکال می‌باشد.

سهم مشارکت سیستم FRP در مقاومت برشی عضو بر اساس امتداد الیاف و الگوی ترک فرضی قرار دارد. مقاومت برشی تأمین شده توسط الیاف پلیمری می‌تواند با تعیین نیروی منتجه از تنش کششی ایجاد شده در الیاف گذرنده از ترک فرضی محاسبه شود. بنابراین سهم برشی FRP توسط رابطه ۸ قابل محاسبه است:

$$V_f = \frac{A_{fv} f_{fe}(\sin \alpha + \cos \alpha)d_{fv}}{s_f} \quad (8)$$

در جایی که  $A_{fv}$  سطح تقویت برشی FRP با فاصله  $s_f$  بوده که مقدار آن مساوی  $2nt_f w_f$  بر حسب میلیمترمربع می‌باشد که در آن  $n$  تعداد لایه‌های مصالح FRP،  $t_f$  قطر اسمی یک لایه از مصالح FRP و  $w_f$  عرض لایه‌های مصالح FRP بر حسب میلیمتر می‌باشد.  $d_{fv}$  عمق مؤثر تقویت برشی FRP بر حسب میلیمتر و  $\alpha$  زاویه نوار تقویتی برشی FRP با محور طولی عضو می‌باشد.  $f_{fe}$  تنش مؤثر در FRP بوده که از سطح تنشی که در مقطع گسیخته شده ایجاد می‌شود و از رابطه ۹ بدست می‌آید.

$$f_{fe} = \varepsilon_{fe} E_f \quad (9)$$

در رابطه ۹،  $\varepsilon_{fe}$  برابر با کرنش مؤثر است و با توجه به آرایش‌های مختلف ورق‌های FRP با توجه به روابط ۱۰ و ۱۱ محاسبه می‌شود. برای اعضای تیر و ستون بتن آرمه که بطور کامل با FRP پوشانیده شده‌اند، از میان رفتن قفل و بست مصالح بتن در کرنشی کمتر از کرنش نهایی FRP اتفاق می‌افتد. برای جلوگیری از وقوع چنین مد شکستی، ماکزیمم کرنش مورد استفاده برای مقاصد طراحی می‌بایست به کوچکترین مقدار ۰,۰۰۴ و ۰,۷۵ میزان کرنش شکست طراحی ( $\varepsilon_{fu}$ ) محدود شود. در این حالت کرنش مؤثر از رابطه ۱۰ محاسبه می‌شود.

$$\varepsilon_{fe} = 0.75\varepsilon_{fu} \leq 0.004 \quad (10)$$



در اعضای که سیستم FRP کلیه وجوه مقطع را نمی پوشاند (اعضای با پوشش رکابی  $U$  شکل و یا در دو طرف جان)، دیده شده است که جداسازی ورقه های FRP از سطح بتن قبل از زوال قفل و بست مصالح دانه ای رخ می دهد. به همین خاطر، تنش چسبندگی مورد بررسی قرار گرفته تا کارآمدی این سیستم ها تعیین و کرنش موثر مطابق رابطه ۱۱ بدست آورده شود:

$$\varepsilon_{fe} = K_v \varepsilon_{fu} \leq 0.004 \quad (11)$$

لازم به ذکر است در روابط ۱۰ و ۱۱ از  $\varepsilon_{fu}$  حاصل ضرب ضریب کاهش شرایط محیطی در کرنش نهایی شکست گزارش شده توسط کارخانه بدست می آید. این ضریب برای شرایط محیطی ملایم و نوع الیاف کربن و شیشه به ترتیب برابر ۰.۹۵ و ۰.۷۵ در نظر گرفته می شود. ضریب کاهش چسبندگی،  $K_v$ ، تابعی از مقاومت بتن، نوع آرایش FRP مورد استفاده و سختی ورقه های FRP خواهد بود و از رابطه ۱۲ بدست می آید:

$$K_v = \frac{k_1 k_2 L_e}{11900 \varepsilon_{fu}} \leq 0.75 \quad (12)$$

طول باند فعال ( $L_e$ )، طولی است که در آن اکثریت تنش چسبندگی حفظ شده است. این طول توسط رابطه ۱۳ محاسبه می شود:

$$L_e = \frac{23300}{(n t_f \varepsilon_f)^{0.58}} \quad (13)$$

ضریب کاهش چسبندگی همچنین به دو ضریب اصلاحی متکی است،  $k_1$  و  $k_2$ ، که مقاومت بتن و نوع آرایش مورد استفاده را توجیه می کند. برای محاسبه  $K_v$  از رابطه ۱۴ و برای محاسبه  $k_2$ ، در حالتی که رکابی  $U$  شکل مورد استفاده قرار گیرد از رابطه ۱۵ و برای اتصال تنها در دو وجه جانبی تیر از رابطه ۱۶ استفاده می شود.

$$k_1 = \left(\frac{f'_c}{27}\right)^{2/3} \quad (14)$$

$$k_2 = \frac{d_{fv} - L_e}{d_{fv}} \quad (15)$$

$$k_2 = \frac{d_{fv} - 2L_e}{d_{fv}} \quad (16)$$

لازم به ذکر است مجموع مقاومت برشی تامین شده توسط میلگرد برشی و سیستم FRP می بایستی از رابطه ۱۷ پیروی کند.

$$V_s + V_f \leq 0.66 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (17)$$

### ۳-۲- تعیین مقاومت برشی تیرهای بتن آرمه مسلح به FRP با آیین نامه ایران (نشریه ۳۴۵) [10]

فصل ۹ این راهنما در بردارنده ضوابط کلی استفاده از مصالح FRP به عنوان رکابی های خارجی، به منظور افزایش مقاومت برشی و پیچشی مقاطع بتن آرمه می باشد. بر این اساس مقاومت برشی نهایی مقطع،  $V_r$ ، با استفاده از رابطه ۱۸ محاسبه می شود:

$$V_r = \varphi_c V_c + \varphi_s V_s + \varphi_{frp} V_{frp} \quad (18)$$

که در آن  $\varphi_c$  و  $\varphi_s$  و  $\varphi_{frp}$  به ترتیب ضریب جزیی ایمنی بتن (برابر ۰.۶)، فولاد (برابر ۰.۸۵) و مصالح FRP برابر با ۰.۸۵ می باشد. مقاومت برشی نهایی تامین شده توسط بتن،  $V_c$ ، و مقاومت برشی نهایی تامین شده توسط آرماتور برشی،  $V_s$ ، از آیین نامه بتن ایران "آبا" بدست می آیند که مقاومت برشی تامین شده توسط مصالح FRP ( $V_{frp}$ ) برای لحاظ کردن سهم تقویت برشی FRP به آن اضافه شده است.

$V_c$  و  $V_s$  از روابط ۱۹ و ۲۰ محاسبه می شوند:

$$V_c = 0.2 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (19)$$

$$V_s = A_v f_y \frac{d}{s} \quad (20)$$

سهام مصالح FRP از برش با توجه به روابط ۲۱ و ۲۲ تعیین می‌شود:

$$V_f = \frac{E_{frp} \varepsilon_{frpe} A_{frp} d_{frp} (\sin \beta + \cos \beta)}{s_{frp}} \quad (21)$$

$$A_{frp} = 2 t_{frp} w_{frp} \quad (22)$$

عمق موثر رکابی‌های FRP،  $d_{frp}$ ، فاصله انتهای آزاد زیر دال یا تیر تا زیر خاموت‌های فولادی در نظر گرفته می‌شود و در حالتی که مقطع بطور کامل دور پیچ شده باشد برابر  $h$  (ارتفاع تیر) فرض می‌شود. کرنش موثر مصالح FRP،  $\varepsilon_{frpe}$ ، از طریق آزمایش و نیز بکار بستن معادلات ۲۳ و ۲۶ بدست می‌آید و در هر صورت کمترین مقدار بدست آمده از دو روش فوق در نظر گرفته می‌شود. لیکن باید کرنش موثر  $\varepsilon_{frpe}$  به مقدار ۰/۰۴ محدود شود، زیرا در محدوده بالاتر کرنش، قفل و بست سنگدانه‌های بتن بدلیل بازشدگی ترکها از دست می‌رود.

$$\varepsilon_{frpe} = R \varepsilon_{frpu} \quad (23)$$

$R$ ، نسبت کرنش موثر به کرنش نهایی در رکابی‌های FRP از رابطه ۲۸ و نسبت تقویت برشی FRP،  $\rho_{frp}$ ، از رابطه ۲۵ بدست می‌آید:

$$R = 0.8 \lambda_1 \left( \frac{f_c^{\frac{2}{3}}}{\rho_{frp} E_{frp}} \right)^{\lambda_2} \quad (24)$$

$$\rho_{frp} = \frac{2 t_{frp} w_{frp}}{b_w s_{frp}} \quad (25)$$

در رابطه ۲۴، ضرائب  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  برای الیاف کربن:  $\lambda_1 = 1.35$  و  $\lambda_2 = 0.3$  الیاف آرامید و شیشه:  $\lambda_1 = 1.23$  و  $\lambda_2 = 0.47$  است.

$$\varepsilon_{frpu} = \frac{\varphi_{frp} k_1 k_2 L_e}{9525} \quad (26)$$

به منظور در نظر گرفتن امکان جدایش ورقه‌های FRP، کرنش موثر برابر کمترین سه مقدار الف، ب و ج در نظر گرفته می‌شود:

الف) حد کرنش موثر  $\varepsilon_{frpe}$  (ب) مقدار بدست آمده از رابطه ۱۰ (ج) مقدار ارائه شده در رابطه ۱۱

$$k_1 = \left[ \frac{f_c'}{27.65} \right]^{2/3} \quad (27)$$

$$k_2 = \frac{d_{frp} - n_e L_e}{d_{frp}} \quad (28)$$

در رابطه ۲۷ و ۲۸،  $k_1$  شاخصی از مقاومت برشی بتن و  $k_2$  شاخصی برای نحوه قرارگیری و آرایش مصالح FRP می‌باشد. در رابطه (۲۸)،  $n_e$  تعداد انتهای آزاد رکابی‌های FRP در یک سمت تیر می‌باشد. در صورتی که تنها در ۲ وجه جانبی تیر FRP داشته باشیم  $n_e = 2$  و اگر رکابی FRP به صورت U شکل باشد  $n_e = 1$  اختیار می‌شود. هرگاه  $k_2 \leq 0$  باشد، سیستم FRP در برش ناکارآمد است، مگر اینکه مهار FRP به روش مناسب تامین گردد. طول مهارهای موثر،  $L_e$ ، با استفاده از رابطه ۲۹ که براساس داده‌های تجربی پیشنهاد شده است، محاسبه می‌شود:

$$L_e = \frac{25350}{(t_{frp} E_{frp})^{0.58}} \quad (29)$$

لازم به ذکر است مقاومت برشی نهایی مقطع به رابطه ۳۰ محدود می‌شود:

$$V_r = V_c + V_s + V_{frp} \leq V_c + 0.8 \varphi_c \sqrt{f_c'} b_w d \quad (30)$$

## ۳-۳- تخمین مقاومت برشی تیرهای بتن آرمه مسلح به FRP با شبکه عصبی

در این پژوهش یک بازبینی جامع و گسترده‌ای از مقالات چاپ شده از منابع 36 تا 58 برای گردآوری 304 تیر بتن آرمه تقویت شده در برش با استفاده از ورق‌های FRP به عمل آمده است. این نتایج آزمایشگاهی برای فراهم آوردن پایگاه داده برای مدل ANN مورد استفاده قرار گرفته است. 304 نمونه تیر مورد بررسی به طور تصادفی در سه گروه تقسیم بندی می شود: الف) مجموعه داده‌های آموزشی مشتمل بر 60٪ کل مجموعه داده‌ها (182 داده)؛ ب) مجموعه داده‌های اعتبار سنجی مشتمل بر 20٪ کل مجموعه داده‌ها (61 داده)؛ ج) مجموعه داده‌های تست مشتمل بر 20٪ کل مجموعه داده‌ها (61 داده).

تمامی تیرها بصورت تکیه گاه ساده بوده و تحت دو بار نقطه‌ای متقارن نسبت به خط مرکزی دهانه تیر قرار گرفته‌اند. در گردآوری داده‌ها کلیه حالات تقویت برشی برای تیر بتن آرمه در نظر گرفته شده است (پوشش دورپیچ کامل، پوشش رکابی U شکل یا اتصال در طرفین جان). ورقه های FRP به دو صورت نوارهای متناوب (همانند خاموت ها) و یا یک ورق ممتد در طول دهانه عضو بکار برده شده‌اند. اضافه بر آن پارامترهای موجود در پایگاه داده‌های آزمایشگاهی رنج وسیعی از آرایش بارگذاری، هندسه مقطع، خواص مصالح، نسبت میلگردها و همچنین هندسه، آرایش و خواص مکانیکی تقویت کننده خارجی FRP را دارا می باشد. از اینرو طیف گسترده‌ای از بارهای شکست خواهیم داشت. در ساختار شبکه عصبی مطابق جدول 1 کلیه متغیرهای موثر و موجود در داده ها به عنوان متغیرهای ورودی به مدل در نظر گرفته می‌شود. تعداد لایه‌های مخفی برابر واحد و تعداد نورون‌های لایه مخفی برابر با 10 انتخاب گردید. همچنین در آموزش شبکه عصبی از الگوریتم آموزشی انتشار بازگشتی خطای لوبنبرگ-مارکواردت<sup>18</sup> تابع انتقال سیگموئید در لایه مخفی و تابع انتقال خطی در لایه خروجی استفاده شده است.

جدول 1: دامنه متغیرهای ورودی و خروجی

شماره ورودی	متغیر ورودی	نمونه	حداقل	حداکثر	میانگین
1	عرض تیر/ دال، میلیمتر	b	75	600	172/09
2	عمق موثر، میلیمتر	d	124/6	720	304/1
3	مقاومت فشاری استوانه ایی بتن، مگاپاسکال	fC	10/6	71/4	34/8
4	سطح مقطع فولاد عرضی بر واحد طول mm2/mm	Asv/S	0	2/01	0/24
5	تنش تسلیم فولاد عرضی، مگاپاسکال	fY90	0	650	225/02
6	تعداد انتهای آزاد رکابی‌های FRP *	Ne	-	-	-
7	مدول الاستیسیته الیاف FRP، مگاپاسکال	Ef	5/3	640	201/23
8	مقاومت کششی الیاف FRP، مگاپاسکال	ffd	112	4500	3032/89
9	عمق موثر رکابی‌های FRP، میلیمتر**	dfv	80	800	306/97
10	عرض موثر نوار تقویت برشی FRP در راستای طولی تیر به فاصله مرکز تا مرکز رکابی‌های FRP	Wf/Sf	0/11	1/5	0/73
11	تعداد لایه‌های FRP در ضخامت هرلایه، میلیمتر	nf*tf	0/04	2/1	0/43
شماره خروجی	خروجی				
1	مقاومت برشی نهایی آزمایشگاهی، کیلونیوتن	VU-exp	45/9	881/2	173/8

\* ne تعداد انتهای آزاد رکابی‌های FRP در یک سمت تیر می باشد (در صورتیکه تنها در 2 وجه جانبی تیر FRP داشته باشیم ne = 2، اگر رکابی FRP به صورت U شکل باشد ne = 1 و اگر پوشش کامل باشد ne=0 اختیار می‌شود).

\*\* عمق موثر رکابی‌های FRP، dfv، فاصله انتهای آزاد زیر دال یا تیر تا زیر خاموت‌های فولادی در نظر گرفته می‌شود و در حالتی که مقطع بطور کامل دور پیچ شده باشد برابر h (ارتفاع تیر) فرض می‌شود.

## ۳-۴- معیارهای کارایی مدل‌ها

برای ارزیابی عملکرد مدل‌های تخمین و پیش‌بینی، شاخص‌های عملکردی مختلفی وجود دارد. در ادامه به بیان معیارهای سنجش میزان خطای پیش‌بینی پرداخته می‌شود.

ضریب همبستگی R بیان‌کننده میزان همبستگی بین نتایج برآورد شده مدل و داده‌های واقعی می‌باشد که بر اساس رابطه ۳۱ محاسبه می‌شود. در واقع ضریب همبستگی ارتباط خطی بین دو متغیر را اندازه‌گیری می‌کند، بدیهی است که هر چه مقدار آن به یک نزدیک‌تر باشد، نشان‌دهنده نزدیکی بیشتر مقادیر برآورد شده به مقادیر واقعی است.

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (V_{e,i} - \bar{V}_e)(V_{p,i} - \bar{V}_p)}{[\sum_{i=1}^n (V_{e,i} - \bar{V}_e)^2 \sum_{i=1}^n (V_{p,i} - \bar{V}_p)^2]^{0.5}} \quad (31)$$

درصد میانگین نسبی مطلق خطا MARE، میانگین مطلق خطا MAE، میانگین مربعات خطا MSE، جذر میانگین مربعات خطا RMSE و جذر میانگین مربعات خطای نسبی RRMSE می‌باشند و برای محاسبه آنها از روابط ۳۲ تا ۳۶ استفاده می‌شود که می‌تواند از صفر در عملکرد عالی، تا بی‌نهایت در عملکرد بسیار ضعیف تغییر کنند.

$$MARE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|V_{e,i} - V_{p,i}|}{V_{e,i}} \times 100 \quad (32)$$

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |V_{e,i} - V_{p,i}|}{n} \quad (33)$$

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (V_{e,i} - V_{p,i})^2}{n} \quad (34)$$

$$RMSE = \sqrt{MSE} \quad (35)$$

$$RRMSE = \frac{RMSE}{\bar{V}_e} \quad (36)$$

در روابط فوق،  $V_{e,i}$  مقادیر برش آزمایشگاهی،  $\bar{V}_e$  متوسط مقادیر برش آزمایشگاهی،  $V_{p,i}$  مقادیر برش پیش‌بینی شده توسط روابط آیین‌نامه و یا مدل شبکه عصبی و  $\bar{V}_p$  متوسط مقادیر برش پیش‌بینی شده می‌باشند.  $n$  نیز تعداد نمونه‌های مورد بررسی می‌باشد.

## ۴- ارائه نتایج

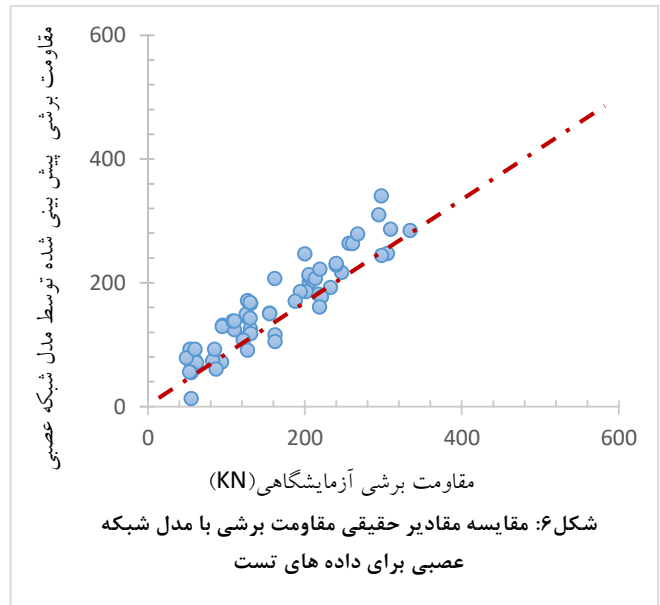
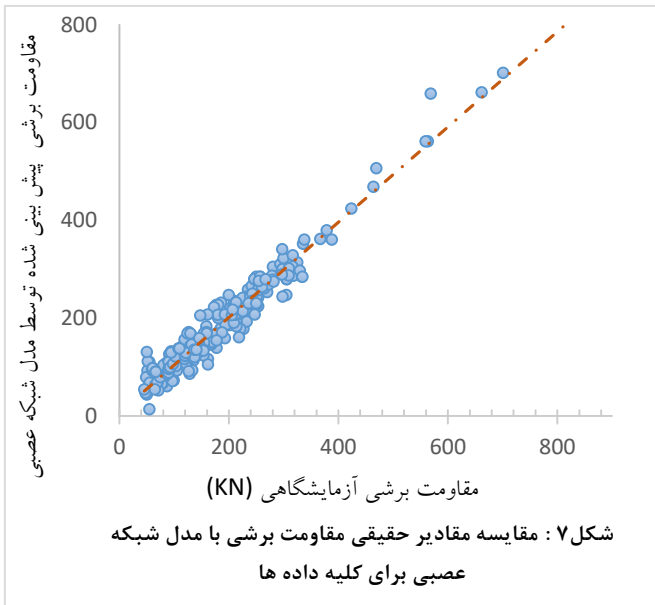
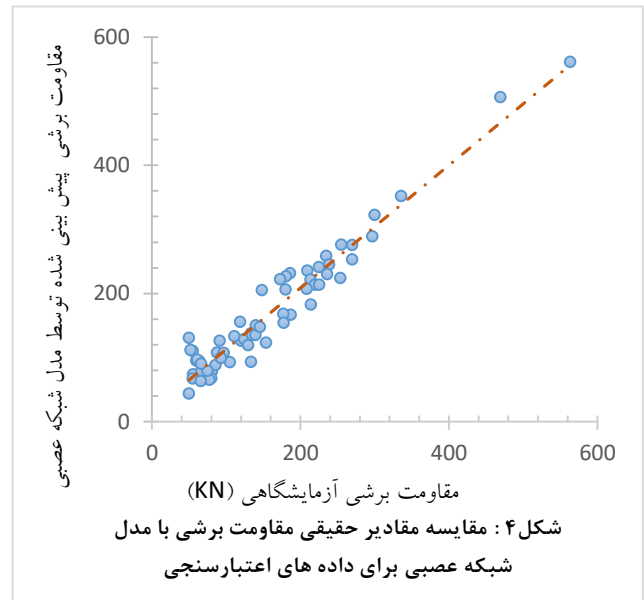
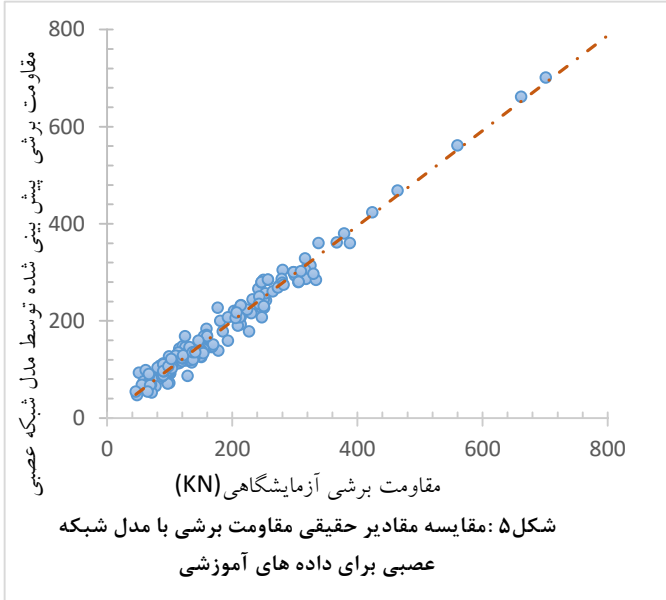
در جدول شماره ۲ معیارهای کارایی مدل شبکه عصبی و همچنین دو آیین‌نامه ایران و آمریکا برای کلیه داده‌ها نشان داده شده است.

جدول ۲: معیارهای کارایی مدل‌های تخمین مقاومت برشی برای کلیه داده‌ها

رابطه / مدل	رابطه	MARE%	MAE	MSE	RMSE	RRMSE	R
ACI 318-05 & 440.2 / 2008	۳	۳۴/۲۴	۶۲/۱۳	۷۲۶۱/۵۲	۸۵/۲۱	۰/۴۹	۰/۸۴۱۹
نشریه شماره ۳۴۵ - ABA	۱۷	۳۸/۹۴	۶۹/۹۳	۸۲۶۸/۹۴	۹۴/۷	۰/۵۴۵	۰/۸۴۱۸
ANN MODEL	مدل	۱۳/۴۶	۱۶/۹۷	۵۱۱/۳۸	۲۲/۶۱	۰/۱۳	۰/۹۸۱۱

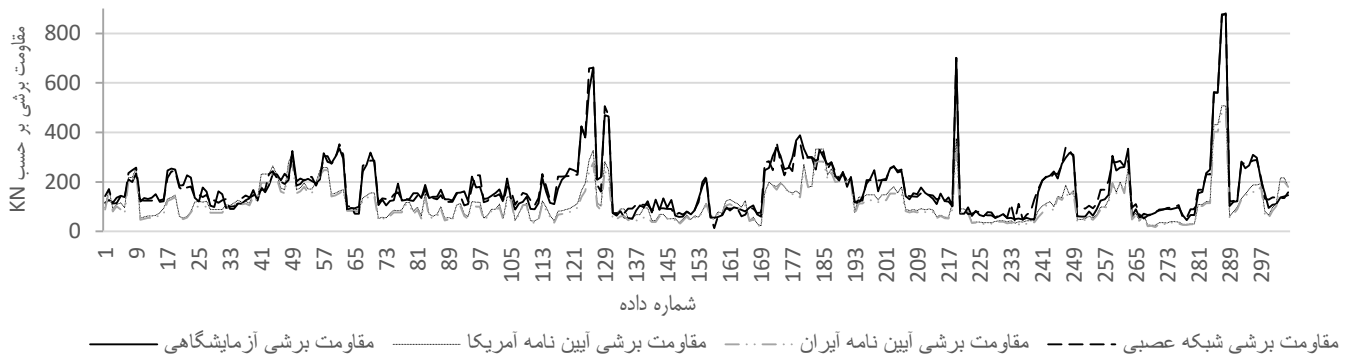
همانطور که از جدول ۲ مشخص است کلیه معیارهای کارایی برای مدل شبکه عصبی در مقایسه با هر دو آیین‌نامه بهتر است بنحوی که بطور نمونه ضریب همبستگی مدل شبکه عصبی نزدیک به ۱ است، درحالی‌که این معیار برای دو آیین‌نامه مقادیر مناسبی ندارد. همچنین در مقایسه دو آیین‌نامه، با ملاحظه کلیه معیارهای کارایی، نتایج آیین‌نامه آمریکا نسبت به آیین‌نامه ایران از دقت بالاتری برخوردار است.

اشکال شماره ۴، ۵ و ۶ مقادیر پیش بینی شده مدل شبکه عصبی در مقایسه با مقادیر حقیقی (آزمایشگاهی) آن، بترتیب برای سه دسته مجموعه داده‌های اعتبار سنجی و تست و آموزشی را نشان می‌دهد. در شکل ۷ مقادیر پیش بینی شده مدل شبکه عصبی در مقایسه با مقادیر حقیقی آن برای کلیه داده‌ها نشان داده شده است.



در نمودارهای اشکال ۴ تا ۷ محور قطری نشان داده شده در جایی قرار دارد که مقادیر پیش بینی شده و آزمایشگاهی مقدار یکسانی دارند. از اینرو تراکم هرچه بیشتر نقاط حول محور قطری، مقادیر پیش بینی شده دقیق تری را نشان می دهد. همانطور که انتظار می رفت پیش بینی بهتری برای مجموعه داده‌های آموزشی در مقایسه با دو مجموعه دیگر حاصل شده است و پراکندگی داده ها حول محور قطری در این مجموعه کمتر است.

در شکل ۸ نمودار مقادیر حقیقی مقاومت برشی در مقایسه با خروجی آیین نامه ها و مدل شبکه عصبی برای کلیه داده ها ارائه شده است. همانطور که از نمودار مشخص است مدل شبکه عصبی در مقایسه با خروجی آیین نامه ها از تطابق بیشتری با مقادیر حقیقی بهره می برد.



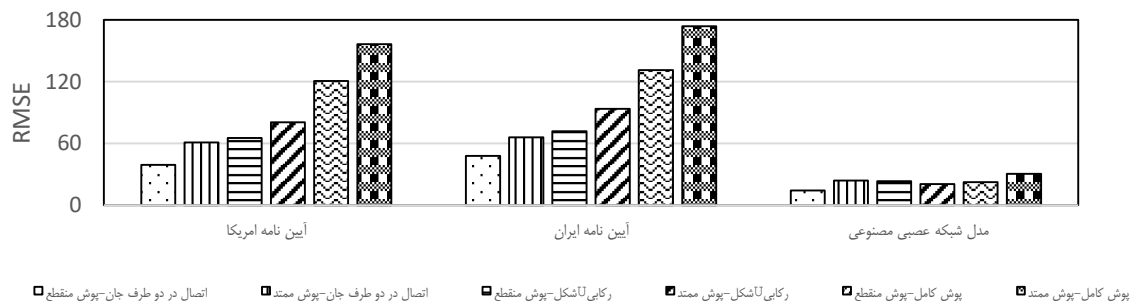
شکل ۸: مقادیر حقیقی برش در مقایسه با نتایج مدل ANN و خروجی آیین نامه ها برای کلیه داده ها .

جدول ۳ برای ارزیابی و مقایسه روابط آیین نامه ایران و آمریکا و همچنین مدل پیش بینی شبکه عصبی در استفاده از انواع آرایش های FRP (سه حالت دورپیچ کامل، پوشش رکابی U شکل و در دو طرف جان، هر کدام بصورت جداگانه برای حالتی که نوار اتصال FRP بصورت پیوسته یا منقطع به عضو متصل شده باشد) تنظیم گردیده است. برای ساخت این جدول کلیه داده ها در دسته آرایش مشخص خود جای گرفته و با استفاده از شاخص های آماری خطای بین مقادیر خروجی آیین نامه ایی یا مدل شبکه عصبی با مقادیر واقعی آن برآورد شده است.

شکل ۹ بصورت گرافیکی خطای پیش بینی مدل شبکه عصبی، آیین نامه ایران و آیین نامه آمریکا را برحسب معیار میانگین مربعات خطا برای انواع آرایش های مختلف FRP نشان می دهد. از جدول ۳ و شکل ۹ می توان استنباط کرد که در کلیه داده ها و نیز در تمام الگوهای تقویت برشی تیر در تمامی حالات، مدل شبکه عصبی با اختلاف زیادی از بقیه دارای کمترین میزان خطای برآورد می باشد و نشان دهنده نزدیکی هرچه بیشتر خروجی این مدل به مقادیر واقعی مقاومت برشی نهایی تیر دارد. پس از مدل شبکه عصبی مصنوعی، مقادیر تخمینی رابطه آیین نامه آمریکا میزان خطای برآورد کمتری را تا رابطه متناظر ایرانی خود پیش بینی می کند. در آیین نامه های آمریکا و ایران و همچنین در مدل شبکه عصبی از یک نقطه نظر کلی و با صرف نظر کردن از نوع پوشش اتصال کمترین میزان خطای برآورد متعلق به اتصال تنها در دو طرف جان بوده و پس از آن رکابی U شکل و در آخر دورپیچ کامل قرار دارد. در حالتی که تیر بصورت دورپیچ کامل تقویت شود، آیین نامه ها بیشترین میزان خطا را نشان می دهند که از دلایل عمده آن می توان به محدود کردن مجموع ظرفیت برشی میلگردها و الیاف FRP به  $0.66\sqrt{f_c'} b_w d$  برای رابطه آیین نامه آمریکا و مقدار  $4 \times 0.2 \times \sqrt{f_c'} b_w$  برای رابطه نشریه ۳۴۵ اشاره کرد. این در حالی است که در چنین مواردی مقاومت برشی حقیقی از آنچه روابط آیین نامه ایی پیش بینی می کنند بالاتر می باشد. شایان ذکر است در کلیه حالاتی که نوار اتصال FRP بصورت منقطع به عضو متصل شده باشد، روابط آیین نامه ایی مقدار خطای کمتری نسبت به حالت مشابه پوشش اتصال ممتد نشان می دهند. این تفاوت بخصوص در رابطه نشریه بهسازی ایران کاملاً مشهود است.

جدول ۳: مقایسه روابط آیین نامه ایران و امریکا و همچنین مدل پیش بینی شبکه عصبی در استفاده از انواع آرایش های FRP

رابطه / مدل	MARE%	MAE	MSE	RMSE	RRMSE	R
ACI 318-05 & 440.2 / 2008						
اتصال تنها در دو وجه جانبی تیر- پوشش منقطع	27.1	29.6	1541.3	39.3	0.39	0.41
اتصال تنها در دو وجه جانبی تیر- پوشش ممتد	32.2	50.2	3725.1	61.0	0.38	0.82
رکابی U شکل - پوشش منقطع	33.9	50.7	4286.8	65.5	0.44	0.89
رکابی U شکل - پوشش ممتد	32.5	62.1	6498.8	80.6	0.43	0.83
دورپیچ کامل مقطع تیر - پوشش منقطع	40.1	91.8	14565.6	120.7	0.53	0.9
دورپیچ کامل مقطع تیر - پوشش ممتد	46.9	130.9	24436.7	156.3	0.56	0.66
نشریه شماره ۳۴۵ - ABA						
اتصال تنها در دو وجه جانبی تیر- پوشش منقطع	35.2	38.4	2302.2	48.0	0.48	0.44
اتصال تنها در دو وجه جانبی تیر- پوشش ممتد	35.2	54.5	4342.2	65.9	0.41	0.84
رکابی U شکل - پوشش منقطع	39.1	56.8	5149.3	71.8	0.48	0.89
رکابی U شکل - پوشش ممتد	36.5	71.6	8739.2	93.5	0.50	0.79
دورپیچ کامل مقطع تیر - پوشش منقطع	44.9	102.1	17256.3	131.4	0.58	0.91
دورپیچ کامل مقطع تیر - پوشش ممتد	50.5	142.8	30185.0	173.7	0.62	0.66
مدل شبکه عصبی						
اتصال تنها در دو وجه جانبی تیر- پوشش منقطع	12.8	11.0	210.4	14.5	0.14	0.90
اتصال تنها در دو وجه جانبی تیر- پوشش ممتد	13.1	17.6	576.1	24.0	0.15	0.96
رکابی U شکل - پوشش منقطع	19.1	17.5	555.1	23.6	0.16	0.97
رکابی U شکل - پوشش ممتد	10.4	16.1	429.2	20.7	0.11	0.979
دورپیچ کامل مقطع تیر - پوشش منقطع	11.1	18.4	509.6	22.6	0.10	0.99
دورپیچ کامل مقطع تیر - پوشش ممتد	10.8	23.5	938.2	30.6	0.11	0.978



شکل ۹: مقایسه خطای پیش بینی هر یک از حالات تقویت برشی در آیین نامه ها و مدل شبکه عصبی.

## ۱۰- نتیجه گیری

در این مطالعه مقاومت برشی تیرهای بتن آرمه مسلح به FRP با حالت‌های مختلف آرایش توسط شبکه عصبی مصنوعی بررسی شده است. برای مدلسازی شبکه عصبی، ۱- عرض تیر ۲- ارتفاع تیر ۳- مقاومت مشخصه بتن ۴- نسبت سطح آرماتورهای عرضی به فواصل میان آنها ۵- تنش تسلیم آرماتورهای عرضی ۶- تعداد انتهای آزاد رکابی های FRP ۷- مدول الاستیسیته FRP ۸- مقاومت کششی FRP ۹- عمق موثر رکابی های FRP ۱۰- عرض موثر نوار تقویت برشی FRP در راستای طولی تیر به فاصله مرکز تا مرکز رکابی‌های FRP ۱۱- تعداد لایه‌های FRP ضربدر ضخامت هر لایه به عنوان ۱۱ متغیر ورودی و مقدار مقاومت کل برشی تیر به عنوان متغیر خروجی در نظر گرفته شده است.

با مقایسه نتایج بر اساس معیار کارایی مدل‌های مبتنی بر داده می‌توان استنباط کرد که در تمام الگوهای تقویت برشی تیر(شامل سه حالت دورپیچ کامل، پوشش رکابی U شکل بصورت پیوسته یا منقطع و همچنین در دو طرف جان بصورت پیوسته یا منقطع)، مدل شبکه عصبی با اختلاف زیادی از بقیه دارای کمترین خطا و پس از آن رابطه آیین نامه بتن آمریکا ACI440 با خطای کمتر نسبت به رابطه متناظر ایرانی خود در جایگاه دوم قرار دارد. بطور مشخص مقادیر ضریب همبستگی برای شبکه عصبی مصنوعی، آیین نامه بتن آمریکا و آیین نامه بتن ایران به ترتیب برابر با ۰,۹۸۱۱، ۰,۸۴۱۹ و ۰,۸۴۱۸ است. بعلاوه درصد میانگین نسبی مطلق خطا در مدل شبکه عصبی حدود ۱۳ درصد است که نسبت به نتایج آیین نامه آمریکا و ایران به ترتیب ۲۱ و ۲۶ درصد کمتر است. بعلاوه در هر سه روش، از یک نقطه نظر کلی و با صرف نظر کردن از نوع پوشش اتصال، کمترین میزان خطای برآورد متعلق به اتصال تنها در دو طرف جان بوده و پس از آن رکابی U شکل و در آخر دورپیچ کامل قرار دارد.

در نهایت می‌توان گفت به دلیل پیچیدگی مکانیزم برشی تیرهای بتنی و انواع پارامترهای موثر بر آن ایجاد یک مدل کلی برای ارائه برآورد مقاومت برشی دشوار است. از اینرو مقادیر دقیق مقاومت برشی در دست نیست. آیین نامه‌هایی مانند آیین نامه بتن آمریکا و آیین نامه بتن ایران هر کدام از فرمول‌های تجربی ارائه شده برای مجموعه ای از داده‌های خاص استفاده می‌کنند، اما استفاده از مدل شبکه عصبی با بهره گیری از مجموعه داده‌های آزمایشگاهی از دقت بالاتری در برآورد مقاومت برشی برخوردار است.

## مراجع

- [1] Noel, M. and Soudki, K. (2011) Evaluation of FRP posttensioned slab bridge strips using AASHTO-LRFD Bridge design specifications *Journal of Bridge Engineering*, Vol. 16, pp. 839-846 .
- [2] Esfahani, M R., Kianoush, M R., Tajari (2007) Flexural behaviour of reinforced concrete beams strengthened by CFRP sheets . *Engineering Structures*. No. 29, pp. 2428--2444.
- [3] Mabsout, M., Tarhini, K., Jabakhanji R and Awwad E. (2004) Wheel load distribution in simply supported concrete slab bridges *Journal of Bridge Engineering*, Vol. 9, No. 2, pp. 147-155.
- [4] Gamino, A. L., Sousa, J. L. A. O., Manzoli O. L. and Bittencourt, T. N. (2010) R/C Structures strengthened with CFRP Part II: Analysis of shear models . *IBRACON Struct. Mater. J.*, Vol. 3, No. 1, pp. 24 – 49.
- [5] Sobuz, H. R., Ahmed, E., Hasan, N. M. S., and Uddin M, A (2011). Use of carbon fiber laminates for strengthening reinforced concrete beams in bending . *International Journal of Civil and Structural Engineering*. Vol. 2, No. 1, pp. 89-102.
- [6] Shahawy, M A., Arockiasamy, Beitelmant T. (2010). Reinforced concrete rectangular beams strengthened with CFRP laminates . *Composites Part B: Engineering*, Vol. 27, No. 3-4, pp. 225-233.
- [7] Rahimi, Allan Hutchinson (2001). Concrete beams strengthened with externally bonded FRP plastes. *Journal of Composites for Construction*, Vol. 5, No. 1, pp. 59-68.



- [8] Abdel-Jaber, M. S., Walker, P. R., and Hutchinson, A. R. (2003). Shear strengthening of reinforced concrete beams using different configurations of externally bonded carbon fiber reinforced plates. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, Vol. 36, pp. 291-301.
- [9] American Concrete Institute, ACI 440.2R, (2008). *Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structure*. Farmington Hills, Mich: ACI Committee 440.
- [10] Publication No. 345, (2006). *The guideline for design specification of strengthening RC buildings using fiber reinforced polymers (FRP)*. Office of Technical Affairs Deputy Technical, Criteria Codification and Earthquake Risk Reduction Affairs Bureau.
- [11] Fib bulletin 14(2001). *Externally bonded FRP reinforcement for RC structures, design and use of externally bonded fibre reinforced polymer reinforcement (FRP EBR) for reinforced concrete structures*. Technical Report, Lausanne, Switzerland: The International Federation for Structural Concrete
- [12] JSCE Guidelines for Concrete, Standard specifications for concrete structures (2007). Materials and Construction.
- [13] Japan Concrete Institute.
- [14] Railway Technical Research Institute (1994-2017).
- [15] Standards Council of Canada, (2016). 55 Metcalfe Street, Suite 600, Ottawa, ON K1P 6L5 Canada.
- [16] Taljsten, Bjorn (2003). Strengthening concrete beams for shear with CFRP sheets. *Constr. Build. Mater.* Vol. 17, No. 1, pp. 16-27.
- [17] Khalifa, A., A Nanni (2002). Rehabilitation of rectangular simply supported RC beams with shear deficiencies using CFRP composites. *Construction and Building materials*, Vol. 16, No. 3, pp. 135-146 .
- [18] Triantafillou, T. C و C. P Antonopoulos (2001). Design of concrete flexural members strengthened in shear with FRP ". *J. Compos. Constr.*, Vol. 4, No. 4, pp.198-205.
- [19] Zhang., Zhichao, Hsu, Cheng-Tzu. Thomas. And Moren, J (2004). Shear strengthening of reinforced concrete deep beams using carbon fiber reinforced polymer laminates. *Journal of Composites for Construction*, Vol. 8, No. 5. pp. 398-412.
- [20] Chaallal, O., Nollet, M. J., Perraton, D., (1988). Shear strengthening of RC beams by externally bonded side CFRP strips *J. Compos. Constr.*, Vol. 2, No. 2, pp.111-113.
- [21] Triantafillou, T.C., Plevris, N., (1992). Strengthening of RC beams with epoxy-bonded fibre-composite materials. *Materials and Structures*, NO. 25, pp. 211-219.
- [22] Taerwe, ed. (1995). Non-Metallic (FRP) Reinforcement for concrete structures. *Proceedings of the Second International RILEM Symposium (FRPRCS-2)*. pp. 169-181.
- [23] Sayed, AM., Wang, X., and Wu, Z. (2013). Modeling of shear capacity of RC beams strengthened with FRP sheets based on FE simulation *J. Compos. Constr.*, Vol. 17, No. 5, pp. 687-701.
- [24] Norris, T., Saadatmanesh, H. and Ehsani, M. R (1997). Shear and flexural strengthening of R/C beams with carbon fiber sheets *J. Struct. Eng.*, Vol. 123, No. 7, pp. 903-911.
- [25] Kobayashi, K., Kanakubo, T & Jinno, Y (2007). Seismic retrofit of structures using carbon fibres *s.l., s.n.*, pp. 1-21 .
- [26] El-Maaddawy, T., A. Chahrour, K. A and Soudki (2006). Effect of FRP-wraps on corrosion activity and concrete cracking in chloride-contaminated concrete cylinders. *Journal of Composites for Construction*, Vol. 10, No. 2, pp. 139-147.
- [27] Chajes, M. J., Thomson Jr, T. A., Januszka, T. F., and Finch Jr, W. W (1994). Flexural strengthening of concrete beams using externally bonded composite materials. *Construction and Building Materials*. Vol. 8 NO. 3, pp. 48-57.
- [28] Carolin, A و B Taljsten (2005). Experimental study of strengthening for increased shear bearing capacity. *Journal of Composites for Construction*, Vol. 9, No. 6, pp. 27-39.
- [29] Chen, J F., J G Teng (2003). Shear capacity of FRP-strengthened RC beams: FRP debonding. *Construction and Building Materials*, No. 17, pp. 27-41.
- [30] Arduini, M و A Nanni (1997). Behavior of pre-cracked RC beams strengthened with carbon FRP sheets. *Journal of Composites in Construction*, Vol. 1, No. 2, pp. 63-70 .
- [31] Lu, X. Z., Teng, J. G., Ye, L. P & Jiang, J. J. (2007). Intermediate crack debonding in FRP-strengthened RC beams: FE Analysis and Strength Model. *Journal of Composites for Construction*, Vol. 11, No. 2, pp. 161-174 .

- [32] Teng, J. G., Chen, G. M., Chen, J. F., Rosenboom, O. A. and Lam, L (2009). Behavior of RC beams shear strengthened with bonded or behavior of RC beams shear strengthened with bonded. *Journal of Composites for Construction*, Vol. 13, No. 5, pp. 248-260.
- [33] Sundararaja, C. M., and Rajamohan, S (2009). Strengthening of RC beams in shear using GFRP inclined strips – An experimental study. *Construction and Building Materials*, No. 8, pp. 856-864.
- [34] Stergiou, Christos و Dimitrios Siganos (2008). *Neural Networks 180* Queen's Gate, London SW7 2BZ, UK: SURPRISE Journal volume 4. Imperial College of Science Technology and Medicine.
- [35] MathWorks Inc (2013). *MatLab the language of technical computing*. Natick, MA, USA: MathWorks Inc; Version R2013b.
- [36] Tanarslan, H. M., Ertutar, Y. and Altin, S (2008). The effects of CFRP strips for improving shear capacity of RC beam. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 27, No. 12, pp. 1269-1285.
- [37] Adhikary, Babu, B., Mutsuyoshi, H., (2004). Behavior of concrete beams strengthened in shear with carbon-fiber sheets. *Journal of Composites for Construction*, Vol. 8, No. 3, pp. 271-285.
- [38] Bousselham, A., and Chaallal, O (2006). Effect of transverse steel and shear span on the performance of RC beams strengthened in shear with CFRP. *Compos. Part B*, Vol. 37, No. 1, pp. 37-46.
- [39] Ianniruberto, U ,Imbimbo, M., (2004). Role of fiber reinforced plastic sheets in shear response of reinforced concrete beams: Experimental and analytical results. *J. Compos. Constr.*, Vol. 8, No. 5, pp. 218-425.
- [40] Beber, A. J., and Filho, A. C. (2005). CFRP composites on the shear strengthening of reinforced concrete beams. *Ibracon Struct. J.*, Vol. 1, No. 2, pp. 128-134.
- [41] Pellegrino, C. and Modena, C (2008). An experimentally based analytical model for the shear capacity of FRP-strengthened reinforced concrete beam. *Mechanics of Composite Materials*, Vol. 44, No. 3, pp.103-112.
- [42] Monti, G., Menegotto, M & Littoa, M. A (2009). Modelling shear mechanism INFRP- strengthened R/C beam. *Architecture Civil Engineering Environment*
- [43] Diagana, C., Li, A., Gedalia, B., and Delmas, Y (2003). Shear strengthening effectiveness with CFF strips. *Eng. Struct.* Vol. 25, No. 4, pp. 507-516.
- [44] Bukhari, A. I., Vollum, R., Ahmad, S., Sagaseta, J (2013). Shear strengthening of short span reinforced concrete beams with CFRP sheets. *Arabian Journal for Science and Engineering*. Vol. 38, No. 3, pp. 523-536 .
- [45] Mofidi, A., Thivierge, S., Chaallal, O. and Shao, Y (2014). Behavior of reinforced concrete beams strengthened in shear using L-shaped CFRP plates: experimental investigation. *J. Compos. Constr.* No.6, pp. 314-329.
- [46] Singh, B. S (2013). Shear response and design of RC beams strengthened using CFRP laminates. *International Journal of Advanced Structural Engineering*. No. 5, pp. 86-98.
- [47] Cao, S. Y., Chen, J. F., Teng, J. G., Hao, Z., and Chen, J (2005). Debonding in RC beams shear strengthened with complete FRP wraps. *Journal of Composites for Construction*, Vol. 9, No. 5, pp. 217-428.
- [48] Li, L. J., Guo, Y. C., Liu, F. and Bungey, J. H (2005). An experimental and numerical study of the effect of thickness and length of CFRP on performance of repaired reinforced concrete beams. *Construction and Building Materials*, No. 20, pp. 901-909.
- [49] Alzate, A., Arteaga, A., de Diego, A., Cisneros, D., and Perera, R (2013). Shear strengthening of reinforced concrete members with CFRP sheets. *Materiales de Construcción*, Vol. 63, No. 10, pp. 251-265.
- [50] Umezu, K., Fujita, M., Nakai, H. and Tamaki, K. (1997). Shear behavior of RC beams with aramid fiber sheet. *Proc. 3rd Symp. on Non Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-3)*, Vol. 1, pp. 491-498.
- [51] Ozden, S., Atalay, M. H., Akpınar, E., Erdogan, H., and Vulas, Z. Y (2014). Shear strengthening of reinforced concrete T-beams with fully or partially bonded fibre-reinforced polymer composites. *Structural Concrete*, Vol. 15, No. 2, pp. 14-27.
- [52] Garden, H. N., Quantrill, R. J., Hollaway, L. C., Thorne, A. M. and Parke, G. A. R. (1998). An experimental study of the anchorage length of carbon fibre composite plates used to strengthen reinforced concrete beams. *Construction and Building Materials*, No. 12, pp. 203-219.
- [53] Ozden, S., Atalay, M. H., Akpınar, E., Erdogan, H., and Vulas, Z. Y (2014). Shear strengthening of reinforced concrete T-beams with fully or partially bonded fibre-reinforced polymer composites. *Structural Concrete*, Vol.15, No. 2, pp. 1-19.

- [54] Panda, K. C., Bhattacharyya, S. K. and Barai, S. V (2011). Shear strengthening of RC T-beams with externally side bonded GFRP sheet *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, No.۱۶, pp. 1139-1154.
- [55] Kim, G., Sim, J. and Oh, H. (2008). Shear strength of strengthened RC beams with FRPs in shear. *Construction and Building Materials*, No.22 . pp. 1261-1270.
- [56] Islam, M. R., Mansur, M. A. and Maalej, M. (2005). Shear strengthening of RC deep beams using externally bonded FRP systems. *Cement & Concrete Composites*, No. 27, pp. 413-420.
- [57] Manos, G. C., Kourtides, V. and Matsukas, P. (2007). Investigation of the flexural and shear capacity of simple R/C beam specimens including repair schemes with fiber reinforced plastics. *Proceedings of the eighth international symposium on fibre-reinforced polymer (FRP) reinforcement for concrete structures (FRPRCS-8)*. No. 129, pp.16-28.
- [58] Sundarraja, C. M., and Rajamohan, S. (2009). Strengthening of RC beams in shear using GFRP inclined strips – An experimental study. *Construction and Building Materials*, No.4, pp. 856-564.