

Comparison of pseudo-acceleration spectrum obtained from linear interpolation of excitation with pseudo-acceleration spectrum obtained from interpolation with cubic spline function for linear dynamic single degree of freedom systems

MasoudMahmoudabadi^{1*}, BabakTaghavi², MohammadRezaHasani³, MohammadJavadHosseiny⁴

1-2-4-Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Qom, Qom, Iran

3- Phd student, Department of Civil Engineering, Noshirvani University of Technology, Babol, Iran

ABSTRACT

In this paper, the pseudo-acceleration spectra of the three accelerograms of El Centro, Naghan and Tabas, which were obtained by the linear interpolation method of stimulation (Jennings's method) and also by using the cubic spline function, are compared with each other. Jennings' method is based on linear interpolation of excitation and is acceptable for short periods of time. In this research, three accelerograms of El Centro, Naghan and Tabas were considered, and their pseudo-acceleration response spectrum (base shear coefficient) was calculated for different damping values using linear interpolation method and interpolation with spline function. The considered damping were zero, two, five, ten and twenty percent. In order to determine the difference between the linear interpolation method and the spline function interpolation method, the time interval between the accelerometer points was divided into 2, 5, 10, 20, 50, 100, and 200 equal parts, respectively. Then, once with the linear interpolation method and again with the spline interpolation method, the internal points between the internal acceleration points were obtained and their pseudo-acceleration spectrum was calculated using the Jennings method and the interpolation method with the spline function. The calculation results showed that the pseudo-acceleration spectrum values calculated by the spline interpolation method in very short periods and low damping have a significant difference with the corresponding values of the pseudo-acceleration spectrum calculated by the linear interpolation method. It was also observed that for structures with a natural period of about 0.05 seconds or less, there is a significant difference between the spectral values obtained from the linear interpolation of the excitation and the corresponding spectral values obtained from the spline interpolation of the excitation. The maximum and minimum values of the difference are about 40 and 55%, respectively. It should be noted that the initial time interval between the accelerogram points of El Centro, Naghan and Tabas is 0.02 seconds.

ARTICLE INFO

Receive Date: 12 March 2023

Revise Date: 12 June 2023

Accept Date: 03 July 2023

Keywords:

Linearly interpolated
excitation

Cubic spline function

Single-degree-of-freedom
system

Normalized pseudo-
acceleration

Base shear coefficient

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: <https://doi.org/10.22065/jsce.2023.385707.3037>

*Corresponding author: Masoud Mahmoudabadi

Email address: m.mahmoudabadi@qom.ac.ir

مقایسه طیف شبه‌شتاب بدست آمده از درونیابی خطی تحریک با طیف شبه‌شتاب حاصل از درونیابی با تابع اسپلاین مکعبی برای سیستم‌های دینامیکی خطی یک درجه آزاد

مسعود محمودآبادی^۱، بابک تقوی^۲، سیدمحمدرضا حسینی^۳، سیدمحمدجواد حسینی^۴

۱- استادیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران.

۲- دانشجوی دکتری عمران سازه، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران.

۳- دانشجوی دکتری عمران سازه، دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل، ایران.

۴- دانشجوی کارشناسی ارشد عمران سازه، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران.

چکیده

در این مقاله، طیف‌های شبه‌شتاب سه شتابنگاشت السنترو، ناغان و طیس که با روش درونیابی خطی تحریک (روش جنینگز) و نیز با استفاده از تابع اسپلاین مکعبی بدست آمده بودند، با یکدیگر مقایسه شده‌اند. روش جنینگز مبتنی بر درونیابی خطی تحریک می‌باشد و برای بازه‌های زمانی کوتاه قابل قبول است. در این پژوهش، سه شتابنگاشت السنترو، ناغان و طیس در نظر گرفته شدند و طیف پاسخ شبه-شتاب همپایه شده (ضریب برش پایه) آنها برای مقادیر میرایی‌های مختلف با استفاده از روش درونیابی خطی و نیز درونیابی با تابع اسپلاین محاسبه گردیدند. میرایی‌های در نظر گرفته شده برابر با مقادیر صفر، دو، پنج، ده و بیست درصد بود. برای اینکه تفاوت روش درونیابی خطی و روش درونیابی با تابع اسپلاین مشخص شود، فاصله زمانی بین نقاط شتابنگاشت به ترتیب به ۱۰، ۵۰، ۲۰، ۱۰، ۵، ۲، ۱۰۰ و ۲۰۰ قسمت مساوی تقسیم گردید. سپس، یکبار با روش درونیابی خطی و بار دیگر با روش درونیابی اسپلاین، نقاط داخلی بین نقاط شتابنگاشتها بدست آورده شد و طیف شبه‌شتاب آنها با استفاده از روش جنینگز و روش درونیابی با تابع اسپلاین محاسبه گردید. نتایج محاسبات نشان داد که مقادیر طیف شبه‌شتاب محاسبه شده با روش درونیابی اسپلاین در دوره تناوبهای خیلی کوچک و میرایی‌های کم، اختلاف قابل ملاحظه‌ای با مقادیر متناظر طیف شبه‌شتاب محاسبه شده با روش درونیابی خطی تحریک دارد. همچنین مشاهده گردید برای سازه‌های با دوره تناوب حدود ۰/۰۵ ثانیه و یا کمتر از آن، اختلاف قابل توجهی بین مقادیر طیفی حاصل از درونیابی خطی تحریک و مقادیر متناظر طیفی حاصل از درونیابی اسپلاین تحریک وجود دارد که مقادیر بیشینه و کمینه اختلاف به ترتیب حدود ۴۰ و ۵۵ درصد است. لازم به ذکر است فاصله زمانی اولیه بین نقاط شتابنگاشت‌های السنترو، ناغان و طیس ۰/۲ ثانیه می‌باشد.

کلمات کلیدی:

شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:				
doi:	https://doi.org/10.22065/jsce.2023.385707.3037	چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
	10.22065/jsce.2023.385707.3037	۱۴۰۲/۱۲/۲۹	۱۴۰۲/۰۴/۱۲	۱۴۰۲/۰۴/۱۲	۱۴۰۲/۰۳/۲۲	۱۴۰۱/۱۲/۲۱
مسعود محمودآبادی m.mahmoudabadi@qom.ac.ir					*نویسنده مسئول: پست الکترونیکی:	

۱- مقدمه

با توجه به اینکه شتابنگاشت‌های ثبت شده در زلزله‌های مختلف به صورت اعدادی هستند که به فواصل زمانی کوتاه اندازه‌گیری شده‌اند، در نتیجه، ارزیابی عددی پاسخ دینامیکی سازه‌ها از اهمیت بالایی برخوردار است. روش مبتنی بر درونیابی خطی تحریک [۱] که بعضاً در مراجع فنی فارسی [۵-۲] از آن به روش جنینگز یاد می‌شود، روش متعارف و معمولی است که برای محاسبه پاسخ سازه‌ها در برابر زلزله در حوزه رفتار خطی از آن استفاده می‌شود. در روش درونیابی خطی تحریک، همانطوریکه از اسم آن مشخص است، نقاط با پاره خط‌هایی به یکدیگر متصل می‌شوند، در نتیجه، در محل اتصال پاره خط‌ها، شیب آنها لزوماً با یکدیگر برابر نمی‌باشد و فقط مقادیر تابع در محل اتصال آنها با یکدیگر برابر است. با توجه به اینکه درونیابی خطی تحریک یکی از ساده‌ترین روش‌های درونیابی است، در نتیجه، اگر بازه‌های زمانی بین نقاط نسبت به دوره تناوب طبیعی سازه کوچک باشد، درونیابی خطی قابل قبول بوده و دارای دقت کافی می‌باشد. اما اگر سازه مورد بحث، یک سازه با سختی زیاد باشد که دارای دوره تناوب بسیار کوچک و به عبارتی دیگر دارای فرکانس بسیار بالایی باشد، استفاده از روش درونیابی خطی تحریک می‌تواند دچار چالش گردد. در این تحقیق، علاوه بر استفاده از روش درونیابی خطی تحریک از روش درونیابی با تابع اسپلاین درجه سوم (مکعبی) نیز استفاده شده است. در کتب مربوط به روش‌های عددی، می‌توان جزئیات مربوط به درونیابی به روش اسپلاین را مشاهده نمود [۶، ۷]. همچنین، در کارهای تحقیقاتی زیادی از تابع اسپلاین استفاده شده است که در ادامه به چندین کار اشاره می‌شود. نعیم [۸] شتابنگاشت‌های ۲۰ ساختمان که در هنگام زلزله نورث‌ریج شتابشان ثبت شده بود را مورد بررسی و مطالعه قرار داد. با توجه به اینکه در تمام طبقات این ساختمان‌ها دستگاه شتابنگار نصب نشده بود، او با استفاده از درونیابی با تابع اسپلاین، شتاب سایر طبقات را برآورد نمود و سپس مقادیر برش و لنگر واژگونی پایه ساختمان‌ها را محاسبه کرد. وامواتسیکس و کرنل [۹] نقاط گسسته بدست آمده از تحلیل دینامیکی افزایشی را هم با استفاده از درونیابی خطی و هم با استفاده از درونیابی اسپلاین به یکدیگر متصل نمودند و سپس نمودارهای بدست آمده را مورد استفاده قرار دادند. یو و همکاران [۱۰] از یک طرح شبه درونیابی کوارتیک اسپلاین چندسطحی برای حل معادله غیرخطی (kdv) استفاده کردند که تعداد زیادی از پدیده‌های فیزیکی را نشان می‌داد. شجاعی و همکاران [۱۱] یک الگوریتم انتگرال‌گیری زمانی ضمنی بدون قید و شرط پایدار را با اصلاح روش کوارتیک بی‌اسپلاین ارائه نمودند. صفاری و همکاران [۱۲] روش جدیدی را برای تحلیل غیرخطی سازه‌ها با استفاده از روش تکراری برگرفته از قاعده یک چهارم بر اساس تابع اسپلاین ارائه نمودند. رستمی و شجاعی [۱۳] خانواده‌ای از الگوریتم‌های انتگرال‌گیری بی‌اسپلاین مکعبی با اتلاف و پراکندگی عددی قابل کنترل را برای دینامیک سازه پیشنهاد کردند. محمدی نیا و همکاران [۱۴] فرمولی ترکیبی از بی‌اسپلاین را ارائه کردند. آنها نوع جدیدی از توابع شکل کروی هانکل را برای مدلسازی مسائل الاستوستاتیک پیشنهاد کردند. مهدوی و همکاران [۱۵] در یک مطالعه مقایسه‌ای، کاربرد روش‌های چبیشف و اسپلاین را برای تحلیل هندسی غیرخطی سازه‌های خربایی ارزیابی کردند. غضنفری و همکاران [۱۶] از تئوری‌های تیر و توابع پایه بی‌اسپلاین برای تحلیل ارتعاش آزاد سازه‌های تیر چند لایه متقاطع استفاده کردند. رستمی و شجاعی [۱۷] یک روش انتگرال‌گیری زمانی مستقیم را بر اساس روش با هم‌گذاری بی‌اسپلاین کوارتیک توسعه دادند. شاهمرادی و عبداللهی [۱۸] یک روش همگرای بدون مربع برای حل عددی معادلات انتگرال فردهولم خطی بر اساس درونیابی هرمیت-اسپلاین ارائه کردند. ملک نژاد و دریلی [۱۹، ۲۰] با استفاده از روش ترکیبی با هم-گذاری اسپلاین و درونیابی لاگرانژ، حل عددی معادلات انتگرالی را ارائه کردند. لیو و همکاران [۲۱] از روش درونیابی مکعبی برای تقریب منحنی مقطع راداری تک استاتیک (RCS) روی مجموعه‌ای از گره‌های نمونه برداری غیریکنواخت استفاده

کردند. زرناکف و همکاران [۲۲] دقت محاسبه فرکانس‌های طبیعی یک تیر که بر پایه یک برونمایی نتایج عددی بدست آمده از توابع اسپلاین درجه ۵ حاصل گردیده بود را ارتقاء دادند.

روش‌های مختلفی برای برونمایی یک تابع در یک بازه وجود دارد که هر کدام نسبت به دیگری دارای محاسن و معایبی می‌باشند. تقریب یک تابع دلخواه روی یک بازه بسته به دلیل طبیعت نوسانی چند جمله‌ای‌ها می‌تواند خطای زیادی داشته‌باشد. علاوه بر این، تغییر کوچک تابع در یک زیر بازه می‌تواند تاثیر زیادی در چند جمله‌ای درونیاب داشته‌باشد. به همین دلیل در عمل ترجیح داده می‌شود که بازه را به زیربازه‌های کوچک تقسیم کرده و تا جای ممکن درجه چند جمله‌ای درونیاب را کاهش دهند. این رهیافت، تقریب قطعه به قطعه با چند جمله‌ای‌ها نامیده می‌شود. ساده‌ترین این چندجمله‌ای‌ها، چند جمله‌ای‌های خطی (درجه یک) هستند. نمودار این توابع یک خط شکسته است که مجموعه نقاط (x_0, y_0) ، (x_1, y_1) ، ... و (x_n, y_n) را به هم وصل می‌کند. یکی از معایب این روش عدم مشتق‌پذیری در انتهای زیربازه‌ها می‌باشد. تعبیر هندسی این مطلب همان عدم همواری نمودار است. برای فائق آمدن بر این مشکل، در روش اسپلاین مکعبی، از توابع چند جمله‌ای درجه ۳ برای هر زیر بازه استفاده می‌شود. با مساوی قرار دادن مقادیر این توابع و نیز مشتقات اول و دوم آنها در نقاط اتصال، معادلاتی برای محاسبه ضرایب مجهول این چندجمله‌ای‌ها بدست می‌آید. البته، در نقاط ابتدا و انتهای بازه نیز باید مقادیر تابع را جایگذاری کرد تا دو معادله دیگر بر حسب ضرایب مجهول چندجمله‌ای‌های درجه ۳ بدست آید. همچنین، در نقاط ابتدا و انتهای بازه باید از شرایط مرزی آزاد (صفر قرار دادن مشتق دوم توابع درجه ۳ در ابتدا و انتهای بازه) یا شرایط مرزی مقید (صفر قرار دادن مشتق اول توابع درجه ۳ در ابتدا و انتهای بازه) استفاده کرد تا دو معادله دیگر نیز بر حسب ضرایب مجهول چندجمله‌ای‌های درجه ۳ بدست آید. با در نظر گرفتن تمام این معادلات، ضرایب مجهول چندجمله‌ای‌های درجه ۳ محاسبه می‌شود. لازم به ذکر است که در این تحقیق از شرایط مرزی آزاد استفاده شده است. در بخش‌های بعدی مقاله، ابتدا روش جنینگز با جزئیات شرح داده شده است و بدنبال آن روش برونمایی اسپلاین مکعبی بطور مفصل توضیح داده شده‌است. بعد از آن، سه شتابنگاشت السنتر، ناغان و طیس در نظر گرفته شده‌اند و با استفاده از روش برونمایی خطی تحریک و نیز روش برونمایی با تابع اسپلاین مکعبی، طیف پاسخ شبه‌شتاب آنها محاسبه شده و نتیجه‌گیری‌های لازم به عمل آمده‌است.

۲- روش جنینگز (محاسبه پاسخ یک سیستم یک درجه آزاد خطی به روش برونمایی خطی تحریک)

معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت یک سیستم جرم-فنر-میراگر یک درجه آزاد خطی عبارت است از:

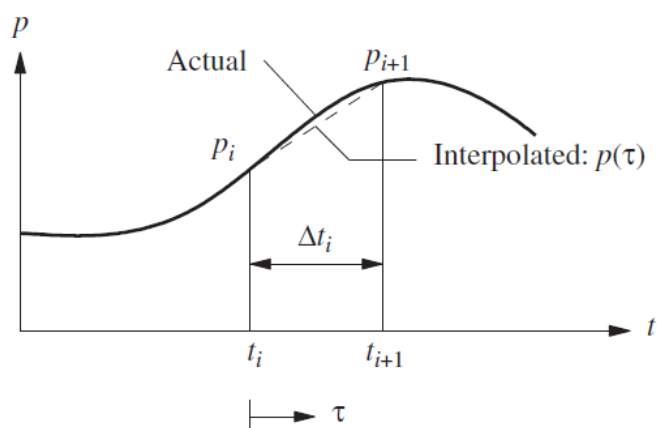
$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (1)$$

که در این معادله u ، \dot{u} و \ddot{u} به ترتیب مقادیر جابجایی، سرعت و شتاب جرم m می‌باشند. در حالتی که بجای نیروی $p(t)$ ، سیستم یک درجه آزاد مورد بحث، تحت اثر حرکت افقی $u_g(t)$ زمین قرار گرفته باشد، در مرجع [۱] ثابت شده است که معادله (۱) به شکل زیر در می‌آید:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g(t) \quad (2)$$

در معادله (۲)، u ، \dot{u} و \ddot{u} به ترتیب مقادیر جابجایی نسبی، سرعت نسبی و شتاب نسبی جرم m نسبت به زمین (تکیه‌گاه) می‌باشند و $\ddot{u}_g(t)$ نیز شتاب حرکت زمین است. شتاب حرکت زمین که بوسیله دستگاه‌های شتابنگار اندازه‌گیری می‌شود معمولاً به صورت یک مجموعه اعداد می‌باشند که به فواصل زمانی مشخص Δt از یکدیگر قرار دارند. به عنوان مثال، فواصل زمانی بین نقاط شتابنگاشت‌های السنترو، ناغان و طیس که در این تحقیق از آنها استفاده شده است برابر با 0.2 ثانیه می‌باشد.

روش جنینگز، روشی عددی برای حل معادله دیفرانسیل (۱) یا (۲) می‌باشد. این روش همانطوریکه در شکل (۱) مشخص شده است، مبتنی بر درونیابی خطی تابع تحریک $p(t)$ است.



شکل ۱ - نمادهای مورد استفاده در درونیابی خطی تحریک [۱]

تابع تحریک $p(\tau)$ در بازه زمانی $t_i \leq t \leq t_{i+1}$ را می‌توان به صورت یک تابع خطی بر حسب τ به شکل زیر بیان کرد:

$$p(\tau) = p_i + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} \tau \quad (3)$$

که در آن $\Delta p_i = p_{i+1} - p_i$ می‌باشد و متغیر τ از صفر تا Δt_i تغییر می‌کند. پاسخ $u(\tau)$ سیستم یک درجه آزاد مورد بحث در بازه زمانی $0 \leq \tau \leq \Delta t_i$ حاصل جمع سه قسمت است: (۱) ارتعاش آزاد تحت جابجایی اولیه u_i و سرعت اولیه \dot{u}_i در $\tau = 0$ ، (۲) پاسخ به نیروی پله‌ای p_i با شرایط اولیه صفر و (۳) پاسخ به نیروی شیب‌دار $\frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} \tau$ با شرایط اولیه صفر. با جمع پاسخ‌های سه قسمت فوق‌الذکر، پاسخ $u(\tau)$ بدست می‌آید. با جایگذاری $\tau = \Delta t_i$ در $u(\tau)$ و $\dot{u}(\tau)$ ، جابجایی u_{i+1} و سرعت \dot{u}_{i+1} که به ترتیب جابجایی و سرعت جرم m در زمان t_{i+1} هستند، بدست می‌آید. جزئیات کار در مرجع [۱] توضیح داده شده است و در نهایت در این مرجع، معادلات بازگشتی زیر برای محاسبه u_{i+1} و \dot{u}_{i+1} ارائه شده است:

$$u_{i+1} = Au_i + B\dot{u}_i + Cp_i + Dp_{i+1} \quad (4)$$

$$\dot{u}_{i+1} = A'\dot{u}_i + B'\ddot{u}_i + C'p_i + D'p_{i+1} \quad (5)$$

مقادیر هشت ضریب A, B, C, \dots, D' که در سمت راست روابط (4) و (5) وجود دارند، در مرجع [1] آورده شده‌اند. این ضرایب بستگی به پارامترهای k, ω_n و ζ سیستم یک درجه آزاد دارند. همچنین، آنها وابسته به بازه زمانی $\Delta t \equiv \Delta t_i$ نیز هستند. لازم به ذکر است که، $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ، $\zeta = \frac{c}{2m\omega_n}$ و $\omega_D = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ می‌باشد. همچنین، در حالتی که گام زمانی $\Delta t \equiv \Delta t_i$ ثابت باشد، کافی است که هشت ضریب A, B, C, \dots, D' فقط یکبار محاسبه شوند.

۳- درونیابی به روش اسپلاین مکعبی

فرض کنید که $n+1$ نقطه از داده‌ها و در نتیجه n بازه وجود داشته باشد. منظور از درونیابی به روش اسپلاین مکعبی این است که برای هر بازه، یک چندجمله‌ای درجه ۳ به شکل $f_i(x) = a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d_i$ بدست آورده شود. در نتیجه، در مجموع به $4n$ معادله احتیاج است که با حل آنها ضرایب مجهول a_i, b_i, c_i و d_i بدست می‌آید. این $4n$ معادله به صورت زیر بدست آورده می‌شوند:

(الف) مقادیر توابع f_i ها باید در نقاط داخلی با مقادیر داده‌ها برابر باشند که اعمال این شرایط، معادل با بدست آمدن $2n - 2$ معادله است.

(ب) اولین و آخرین از توابع f_i ها (f_1 و f_n) باید از نقطه ابتدا و انتهای داده‌ها عبور کنند که اعمال این دو شرط، معادل با بدست آمدن ۲ معادله است.

(پ) مشتق اول f_i ها باید در نقاط داخلی با یکدیگر برابر باشند که اعمال این شرایط، معادل با بدست آمدن $n - 1$ معادله است.

(ت) مشتق دوم f_i ها باید در نقاط داخلی با یکدیگر برابر باشند که اعمال این شرایط، معادل با بدست آمدن $n - 1$ معادله است.

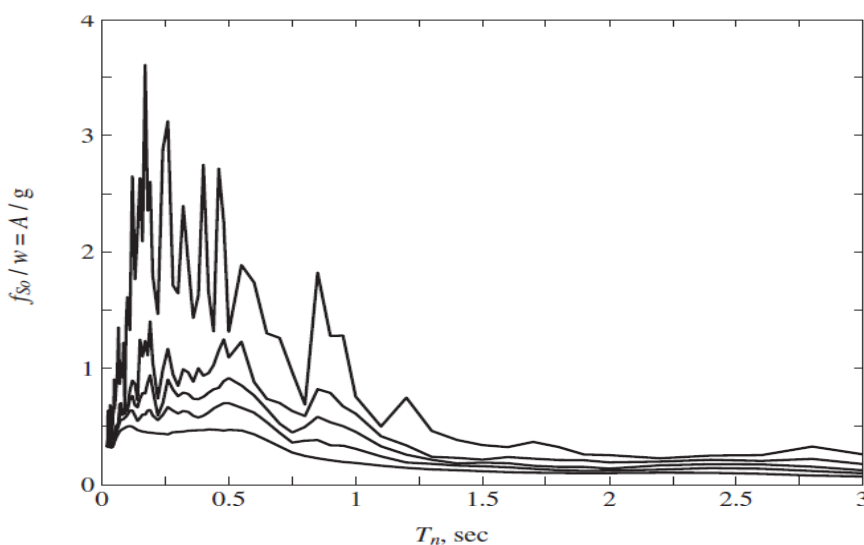
(ث) مشتق دوم اولین و آخرین از f_i ها (f_1 و f_n) باید در نقطه ابتدا و انتهای داده‌ها برابر صفر باشد که اعمال این دو شرط، معادل با بدست آمدن ۲ معادله است.

۴- محاسبه طیف شبه‌شتاب شتابنگاشت‌ها با استفاده از روش جنینگز و روش درونیابی اسپلاین

در این بخش، سه شتابنگاشت السنترو، ناغان و طیس در نظر گرفته شده‌اند. اعداد مربوط به شتابنگاشت السنترو از مرجع [1] و اعداد مربوط به شتابنگاشت‌های ناغان و طیس از مرجع [23] اخذ گردیده‌اند. بیشینه شتاب زلزله السنترو برابر

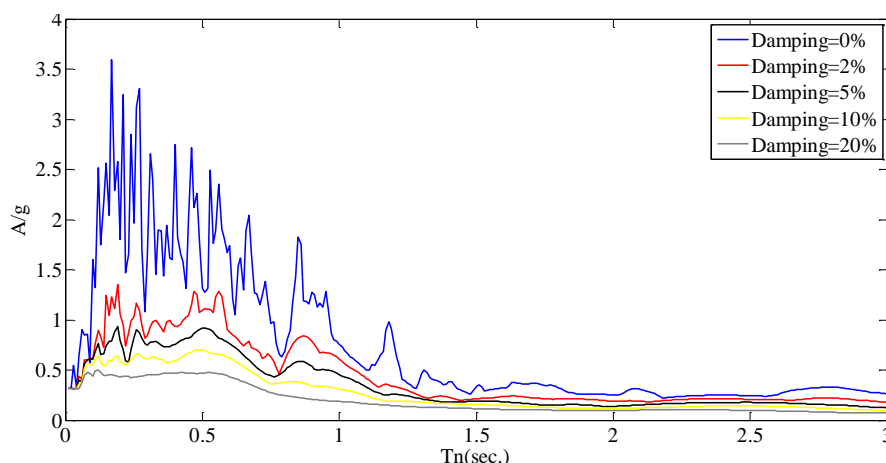
۳/۱۳ متر بر مجذور ثانیه و بیشینه شتاب زلزله‌های ناغان و طیس به ترتیب ۷/۰۹ و ۹/۱۵ متر بر مجذور ثانیه می‌باشد. فواصل زمانی بین نقاط شتابنگاشت برای هر سه شتابنگاشت برابر ۰/۰۲ ثانیه است. تعداد نقاط شتابنگاشت‌های السنترو، ناغان و طیس به ترتیب برابر با ۱۵۶۱، ۲۵۱ و ۱۲۵۱ نقطه می‌باشد.

در شکل (۲) طیف پاسخ شبه‌شتاب همپایه‌شده به شتاب جاذبه زمین (ضریب برش پایه) زلزله السنترو برای نسبت‌های میرایی صفر، ۲، ۵، ۱۰ و ۲۰ درصد آورده شده‌است. این شکل از مرجع [۱] برداشت شده‌است. با استفاده از روش جنینگز و با برنامه‌نویسی در محیط MATLAB طیف‌های پاسخ شبه‌شتاب همپایه‌شده شتابنگاشت السنترو محاسبه شد. این طیف‌ها برای نسبت‌های میرایی صفر، ۲، ۵، ۱۰ و ۲۰ درصد و به ازای مقادیر T_n از ۰/۰۱ تا ۳ ثانیه و با افزایش ۰/۰۱ ثانیه محاسبه شده‌است. نمودارهای مربوطه در شکل (۳) ترسیم گردیده‌اند. هر کدام از این طیف‌ها شامل ۳۰۰ نقطه می‌باشد. با مقایسه این طیف‌ها با طیف‌های متناظرشان که در شکل (۲) رسم گردیده‌اند، مشخص می‌شود که تطابق نسبتاً خوبی بین طیف‌های متناظر در شکل‌های (۲) و (۳) وجود دارد. لازم به ذکر است که شکل (۲) از مرجع [۱] اخذ شده‌است و در این مرجع ذکر نشده‌است که هر طیف شامل چند نقطه است. در نتیجه، علت اختلافی که بین طیف‌های شکل‌های (۲) و (۳) مخصوصاً برای میرایی‌های کم یا صفر وجود دارد می‌تواند ناشی از این موضوع باشد که تعداد نقاط طیف‌های شکل (۲) و شکل (۳) با یکدیگر برابر نباشند. با استفاده از روش جنینگز و مشابه شتابنگاشت السنترو، طیف‌های شتابنگاشت‌های ناغان و طیس نیز محاسبه گردیدند.



شکل ۲- طیف پاسخ شبه‌شتاب همپایه‌شده به شتاب جاذبه زمین (ضریب برش پایه) برای زلزله السنترو

به ازای نسبت‌های میرایی صفر، ۲، ۵، ۱۰ و ۲۰ درصد [۱]



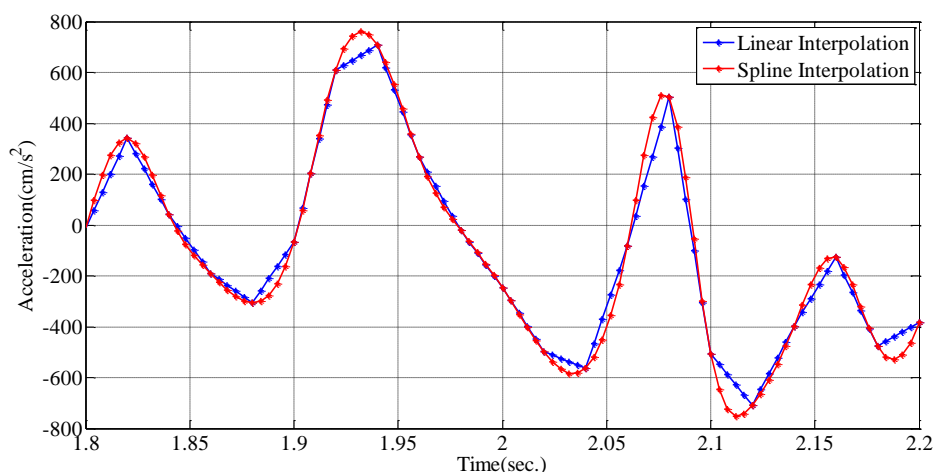
شکل ۳- طیف پاسخ شبه شتاب همپایه شده به شتاب جاذبه زمین برای زلزله السنترو

به ازای نسبت‌های میرایی صفر، ۲، ۵، ۱۰ و ۲۰ درصد محاسبه شده به روش جنینگز

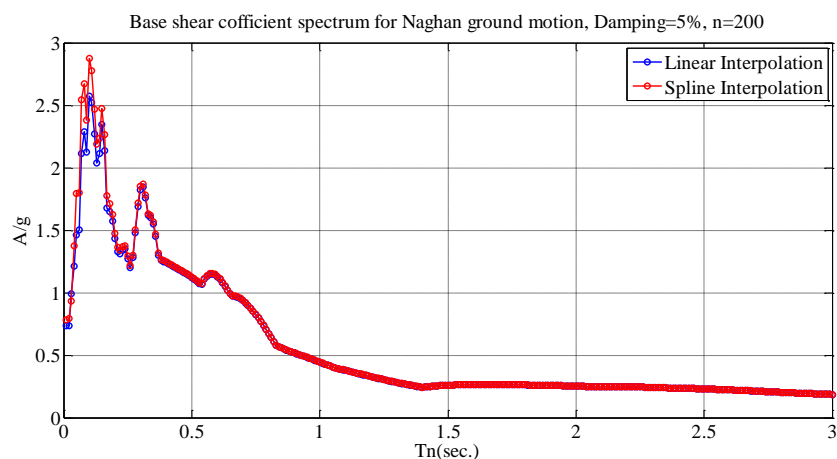
در نمودارهای طیفی رسم شده در شکل (۳)، همانطوریکه گفته شد از روش جنینگز که همان روش درونیایی خطی تحریک است برای محاسبه طیف‌ها استفاده گردیده است. فاصله زمانی بین نقاط هر سه شتابنگاشت السنترو، ناغان و طبس برابر ۰/۰۲ ثانیه است. در این مرحله، برای اینکه تفاوت روش درونیایی خطی و روش درونیایی با تابع اسپلاین مشخص شود، فاصله زمانی بین نقاط شتابنگاشت که برای هر سه زلزله برابر ۰/۰۲ ثانیه بود به ترتیب به ۲، ۵، ۱۰، ۲۰، ۵۰، ۱۰۰ و ۲۰۰ قسمت مساوی تقسیم گردید. سپس، یکبار با روش درونیایی خطی و بار دیگر با روش درونیایی اسپلاین نقاط بین دو نقطه شتابنگاشت بدست آورده شد. به عنوان مثال، برای $\eta = 5$ ، یکبار با درونیایی خطی، نقاط بین ابتدا و انتهای هر بازه بدست آورده شد که در شکل (۴) با ستاره‌های آبی مشخص شده‌اند. یکبار دیگر نیز با درونیایی اسپلاین، نقاط بین ابتدا و انتهای هر بازه بدست آورده شد که در شکل (۴) با ستاره‌های قرمز مشخص شده‌اند. سپس، با روش جنینگز، طیف پاسخ این دو شتابنگاشت که در شکل (۴) با ستاره‌های آبی و قرمز مشخص شده‌اند و فاصله زمانی بین نقاط آن برابر ۰/۰۰۴ ثانیه می‌باشد، محاسبه گردید. به ازای $\eta = 5$ ، اگر از ابتدای بازه شروع شود، بعد از ۴ نقطه، (در حالت کلی بعد از $\eta - 1$ نقطه) مقادیر شتابنگاشت‌هایی که از درونیایی خطی بدست می‌آیند با مقادیر متناظرشان که با درونیایی اسپلاین بدست می‌آیند، برابر خواهند شد. بدیهی است که با افزایش η ، نقاط بکار گرفته شده در روش اسپلاین، به سمت وضعیتی میل پیدا می‌کنند که مشتق اول و دوم آنها در محل اتصالشان با یکدیگر برابر خواهند بود.

برای شتابنگاشت‌های السنترو، ناغان و طبس و به ازای میرایی‌های صفر، ۲، ۵، ۱۰ و ۲۰ درصد، طیف پاسخ شبه شتاب این زلزله‌ها به ازای مقادیر مختلف η محاسبه شد. مانند طیف‌های رسم شده در شکل (۳)، هر طیف شامل ۳۰۰ نقطه بود. به عبارتی دیگر، بازه تغییرات $0.1 \text{ sec} \leq T_n \leq 3 \text{ sec}$ و با میزان افزایش ۰/۰۱ ثانیه بود. به عنوان مثال، طیف پاسخ شبه‌شتاب زلزله ناغان به ازای $\eta = 200$ و میرایی ۵ درصد در شکل (۵) رسم گردیده است. منحنی آبی رنگ، معرف طیف پاسخ بدست آمده از درونیایی خطی و منحنی قرمز رنگ، معرف طیف پاسخ بدست آمده از درونیایی با تابع اسپلاین است. بیشینه اختلاف طیف بدست آمده از درونیایی اسپلاین با طیف بدست آمده از درونیایی خطی برابر ۲۲/۶۹ درصد است که مربوط به دوره تناوب ۰/۰۵ ثانیه می‌باشد. کمینه اختلاف طیف بدست آمده از درونیایی اسپلاین با طیف بدست آمده از

درونیابی خطی نیز برابر $6/23$ درصد است که مربوط به دوره تناوب $0/03$ ثانیه می‌باشد. مقدار میانگین اختلاف طیف حاصل از درونیابی اسپلاین با طیف حاصل از درونیابی خطی برابر $0/82$ درصد است که نشان می‌دهد این دو طیف در مجموع اختلاف چندانی با هم ندارند و در دوره تناوب‌های پایین است که تفاوت این دو طیف قابل ملاحظه می‌شود. در جداول (۱) الی (۳) مقادیر بیشینه اختلاف طیف شبه‌شتاب حاصل از درونیابی اسپلاین با طیف شبه‌شتاب حاصل از درونیابی خطی به ازای میرایی پنج درصد به ترتیب برای شتابنگاشت‌های السنترو، ناغان و طبس آورده شده‌است. همچنین، در این جداول مقادیر کمینه، میانگین و انحراف معیار اختلاف دو طیف نیز درج گردیده‌است.



شکل ۴ - نمودار شتابنگاشت زلزله ناغان با درونیابی خطی و نیز درونیابی با تابع اسپلاین مکعبی به ازای $n = 5$



شکل ۵ - طیف پاسخ شبه‌شتاب همپایه شده زلزله ناغان به ازای نسبت میرایی ۵ درصد و $n = 200$

که با روش درونیابی خطی و درونیابی اسپلاین محاسبه شده‌است.

جدول ۱ - مقادیر بیشینه، کمینه، میانگین و انحراف معیار اختلاف طیف شبه شتاب زلزله السنترو حاصل از درونیابی با تابع اسپلاین نسبت به طیف متناظر بدست آمده با درونیابی خطی به ازای تعداد تقسیمات مختلف و میرایی ۵ درصد

تعداد تقسیمات (n)	۲	۵	۱۰	۲۰	۵۰	۱۰۰	۲۰۰
بیشینه اختلاف (%)	۱۵/۶۹	۱۸/۹۱	۱۹/۶۶	۲۰/۰۵	۲۰/۰۶	۲۰/۰۷	۲۰/۰۷
دوره تناوب مربوطه به بیشینه اختلاف (ثانیه)	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵
کمینه اختلاف (%)	-۱۱/۳۳	-۷/۹۳	-۷/۳۸	-۷/۶۶	-۷/۶۱	-۷/۶۲	-۷/۶۲
دوره تناوب مربوطه به کمینه اختلاف (ثانیه)	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳
میانگین اختلاف (%)	۰/۴۷	۰/۶۴	۰/۶۷	۰/۶۷	۰/۶۸	۰/۶۸	۰/۶۸
انحراف معیار اختلاف (%)	۱/۸۲	۲/۲۷	۲/۳۴	۲/۳۸	۲/۳۸	۲/۳۸	۲/۳۸

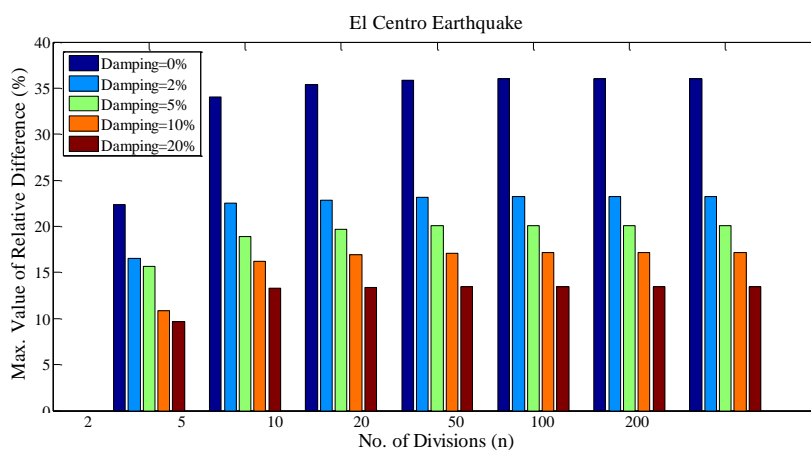
جدول ۲ - مقادیر بیشینه، کمینه، میانگین و انحراف معیار اختلاف طیف شبه شتاب زلزله ناغان حاصل از درونیابی با تابع اسپلاین نسبت به طیف متناظر بدست آمده با درونیابی خطی به ازای تعداد تقسیمات مختلف و میرایی ۵ درصد

تعداد تقسیمات (n)	۲	۵	۱۰	۲۰	۵۰	۱۰۰	۲۰۰
بیشینه اختلاف (%)	۱۴/۳۳	۲۱/۲۲	۲۲/۳۳	۲۲/۶۰	۲۲/۶۶	۲۲/۶۸	۲۲/۶۹
دوره تناوب مربوطه به بیشینه اختلاف (ثانیه)	۰/۰۷	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵
کمینه اختلاف (%)	-۰/۴۰	-۴/۸۷	-۶/۹۱	-۶/۲۸	-۶/۲۲	-۶/۲۳	-۶/۲۳
دوره تناوب مربوطه به کمینه اختلاف (ثانیه)	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳
میانگین اختلاف (%)	۰/۵۹	۰/۷۹	۰/۸۱	۰/۸۲	۰/۸۲	۰/۸۲	۰/۸۲
انحراف معیار اختلاف (%)	۱/۹۴	۲/۷۲	۲/۸۴	۲/۸۶	۲/۸۷	۲/۸۷	۲/۸۷

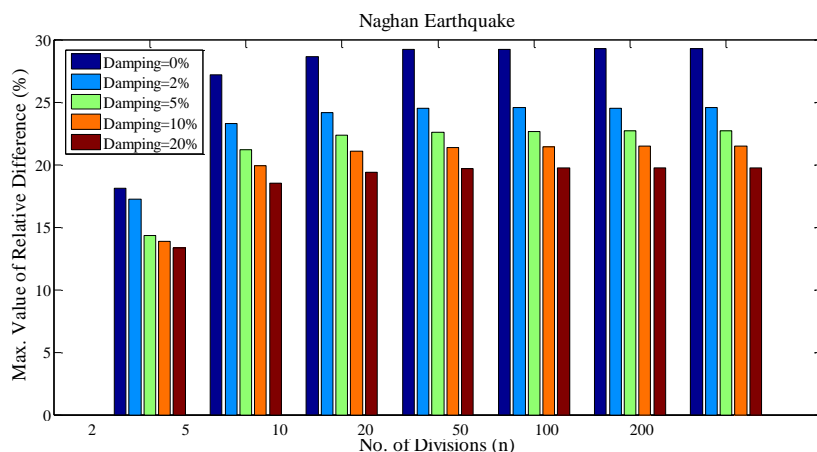
جدول ۳ - مقادیر بیشینه، کمینه، میانگین و انحراف معیار اختلاف طیف شبه شتاب زلزله طبس حاصل از درونیابی با تابع اسپلاین نسبت به طیف متناظر بدست آمده با درونیابی خطی به ازای تعداد تقسیمات مختلف و میرایی ۵ درصد

تعداد تقسیمات (n)	۲	۵	۱۰	۲۰	۵۰	۱۰۰	۲۰۰
بیشینه اختلاف (%)	۱۴/۳۸	۲۲/۴۷	۲۳/۶۵	۲۳/۹۰	۲۴/۰۱۵	۲۴/۰۱۱	۲۴/۰۱۶
دوره تناوب مربوطه به بیشینه اختلاف (ثانیه)	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵
کمینه اختلاف (%)	-۱/۸۳	۰/۰۰۵۶	۰/۰۰۵۸	۰/۰۰۵۷	۰/۰۰۵۸	۰/۰۰۵۸	۰/۰۰۵۸
دوره تناوب مربوطه به کمینه اختلاف (ثانیه)	۰/۰۳	۲/۶۵	۲/۶۵	۲/۶۵	۲/۶۵	۲/۶۵	۲/۶۵
میانگین اختلاف (%)	۰/۴۹	۰/۷۳	۰/۷۴	۰/۷۵	۰/۷۵	۰/۷۵	۰/۷۵
انحراف معیار اختلاف (%)	۱/۷۲	۲/۴۷	۲/۵۴	۲/۵۸	۲/۵۹	۲/۵۹	۲/۵۹

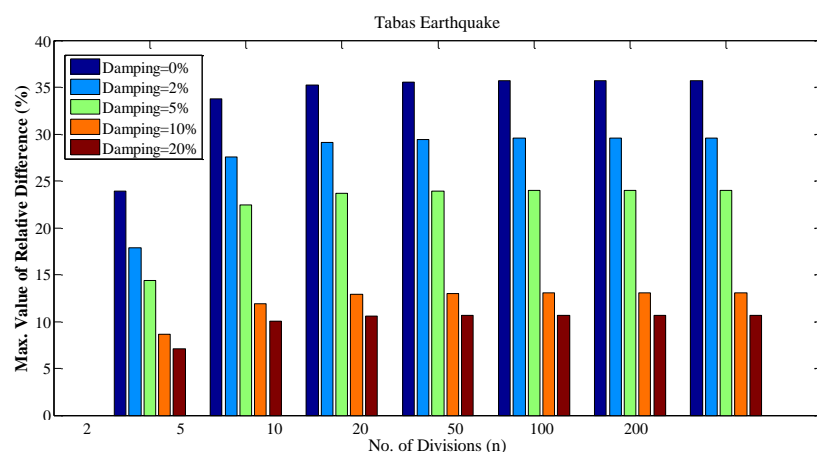
در شکل‌های (۶) الی (۸) نمودارهای میله‌ای مقادیر بیشینه اختلاف طیف‌های شبه‌شتاب حاصل از درونیابی اسپلاین با طیف‌های متناظرشان که از درونیابی خطی بدست آمده‌اند، به ترتیب برای شتابنگاشت‌های السنترو، ناغان و طبس رسم گردیده‌اند. در این نمودارها، مقادیر بیشینه اختلاف بر حسب مقادیر مختلف n و به ازای میرایی‌های صفر، ۲، ۵، ۱۰ و ۲۰ درصد رسم شده‌اند.



شکل ۶- نمودار میله‌ای بیشینه اختلاف طیف پاسخ شبه‌شتاب زلزله السنترو حاصل از درونیابی اسپلاین نسبت به طیف متناظرش که با درونیابی خطی محاسبه شده‌است بر حسب تعداد تقسیمات و میرایی‌های مختلف



شکل ۷- نمودار میله‌ای بیشینه اختلاف طیف پاسخ شبه‌شتاب زلزله ناغان حاصل از درونیابی اسپلاین نسبت به طیف متناظرش که با درونیابی خطی محاسبه شده‌است بر حسب تعداد تقسیمات و میرایی‌های مختلف



شکل ۸- نمودار میله‌ای بیشینه اختلاف طیف پاسخ شبه‌شتاب زلزله طبس حاصل از درونیابی اسپلاین نسبت به طیف متناظرش که با درونیابی خطی محاسبه شده‌است بر حسب تعداد تقسیمات و میرایی‌های مختلف

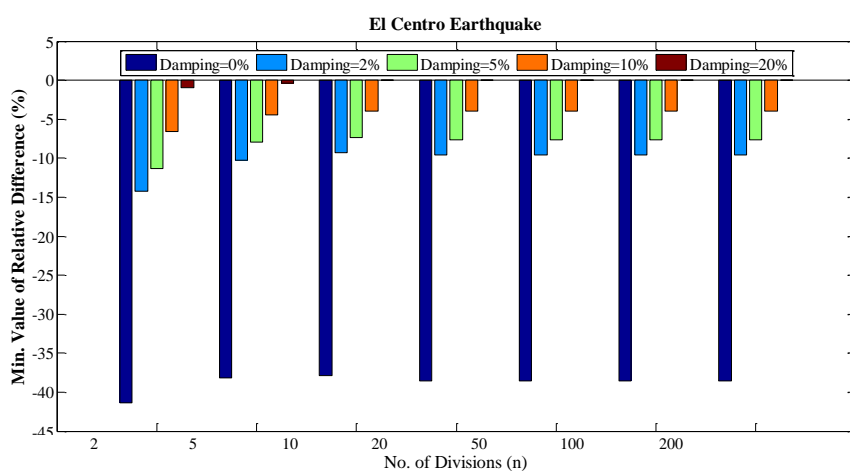
با دقت در این شکل‌ها و نیز با ملاحظه جداول (۱) الی (۳) نتایج زیر بدست می‌آید:

الف) به ازای یک n مشخص، مقادیر بیشینه اختلاف که همگی اعداد مثبتی هستند، با افزایش میرایی بدون استثناء کاهش می‌یابند. یعنی به ازای میرایی صفر، مقادیر بیشینه اختلاف، بیشترین مقدار خود را دارند و به ازای میرایی ۲۰ درصد، مقادیر بیشینه اختلاف به ازای یک n مشخص، کمترین مقدار خود را دارا می‌باشند.

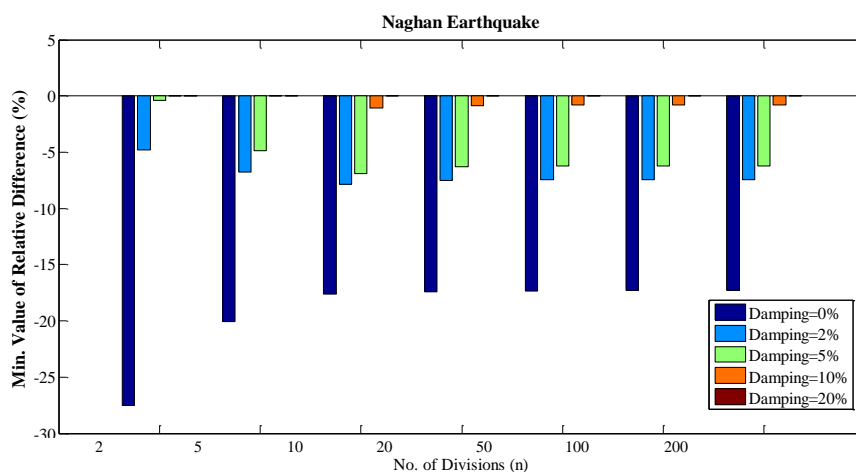
ب) به ازای یک میرایی مشخص، با افزایش n از ۲ به ۵، ۱۰، ۲۰، ۵۰، ۱۰۰ و ۲۰۰، مقدار بیشینه اختلاف افزایش می‌یابد. میزان افزایش به ازای n های کوچک قابل توجه می‌باشد، اما به ازای n های بزرگ خیلی کم و ناچیز است. به عبارتی دیگر با افزایش n ، مقدار بیشینه اختلاف به ازای یک میرایی مشخص به یک حد ثابتی میرسد.

ج) حداکثر مقدار بیشینه اختلاف برای شتابنگاشت السنترو به ازای میرایی صفر و $n = 200$ می باشد که برابر با $36/01$ درصد است. این کمیت برای شتابنگاشتهای ناغان و طبس به ترتیب اعداد $29/25$ و $35/68$ درصد می باشند. ملاحظه می شود که مقادیر بیشینه اختلاف شتابنگاشتهای السنترو و طبس در حدود هم هستند، اما مقدار بیشینه اختلاف شتابنگاشت ناغان حدود $6/4$ تا $6/8$ درصد کمتر از مقادیر متناظر دو شتابنگاشت دیگر است.

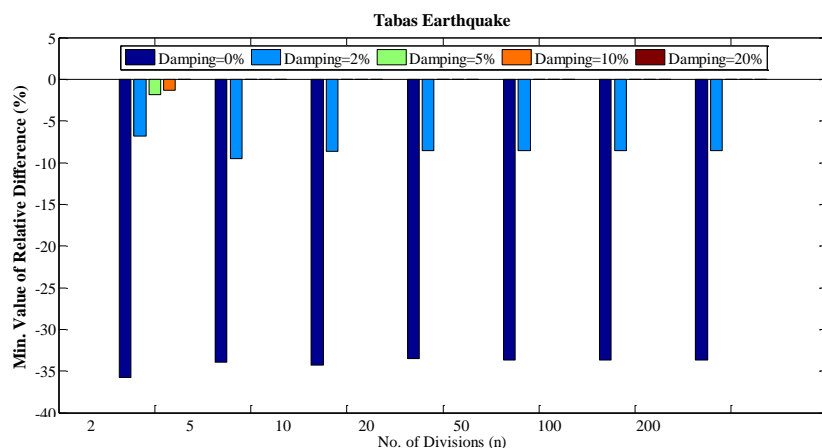
در شکل‌های (۹) الی (۱۱) نمودارهای میله‌ای مقادیر کمینه اختلاف طیفهای شبه شتاب حاصل از درونیابی اسپلاین با طیفهای متناظرشان که از درونیابی خطی بدست آمده‌اند، به ترتیب برای شتابنگاشتهای السنترو، ناغان و طبس رسم گردیده‌اند. در این نمودارها، مقادیر کمینه اختلاف بر حسب مقادیر مختلف n و به ازای میرایی‌های صفر، ۲، ۵، ۱۰ و ۲۰ درصد رسم شده‌اند.



شکل ۹- نمودار میله‌ای کمینه اختلاف طیف پاسخ شبه‌شتاب زلزله السنترو حاصل از درونیابی اسپلاین نسبت به طیف متناظرش که با درونیابی خطی محاسبه شده‌است بر حسب تعداد تقسیمات و میرایی‌های مختلف



شکل ۱۰- نمودار میله‌ای کمینه اختلاف طیف پاسخ شبه‌شتاب زلزله ناغان حاصل از درونیابی اسپلاین نسبت به طیف متناظرش که با درونیابی خطی محاسبه شده‌است بر حسب تعداد تقسیمات و میرایی‌های مختلف



شکل ۱۱- نمودار میله‌ای کمینه اختلاف طیف پاسخ شبه‌شتاب زلزله طیس حاصل از درونیایی اسپلین نسبت به طیف متناظرش که با درونیایی خطی محاسبه شده‌است بر حسب تعداد تقسیمات و میرایی‌های مختلف

با دقت در این شکلها و نیز با ملاحظه جداول (۱) الی (۳) نتایج زیر بدست می‌آید:

الف) کمینه اختلاف بر خلاف پیشینه اختلاف، دارای علامت واحدی نیست. به عبارتی دیگر، به ازای بعضی از مقادیر میرایی و n ، قدرمطلق آن منفی و به ازای بعضی دیگر از مقادیر میرایی و n ، قدرمطلق آن مثبت است. لازم به ذکر است که مقادیر مثبت آن در مقایسه با مقادیر منفی آن بسیار ناچیز و کوچک است.

ب) به ازای یک n مشخص، مقادیر قدرمطلق کمینه اختلاف، با افزایش میرایی در بیشتر موارد کاهش می‌یابند. موارد نقض مربوط به میرایی‌های نسبتاً زیاد می‌باشد که در این موارد، قدرمطلق کمینه اختلاف بسیار کوچک است.

ج) به ازای یک میرایی مشخص، با افزایش n از ۲ به ۵، ۱۰، ۲۰، ۵۰، ۱۰۰ و ۲۰۰، مقدار قدرمطلق کمینه اختلاف همیشه کاهش نمی‌یابد و در بعضی موارد دارای نوساناتی است. اما با رسیدن n به ۲۰۰، قدرمطلق کمینه اختلاف مانند مقدار پیشینه اختلاف به یک حد ثابتی می‌رسد.

د) مقدار قدرمطلق کمینه اختلاف برای شتابنگاشت السنترو به ازای میرایی صفر و $n = 200$ برابر با $38/51$ درصد است. مقادیر متناظر این کمیت برای شتابنگاشت‌های ناغان و طیس به ترتیب اعداد $17/31$ و $33/64$ درصد است. مشاهده می‌شود اعداد مربوط به شتابنگاشت‌های السنترو و طیس اختلاف کمتری با یکدیگر در مقایسه با عدد مربوط به شتابنگاشت ناغان دارند.

با مراجعه به شکل (۶) و نیز بررسی جداول (۱) الی (۳) مشاهده می‌شود که طیف بدست آمده با استفاده از درونیایی اسپلین در مقایسه با طیف بدست آمده از درونیایی خطی، در دوره تناوب‌های کوچک با هم اختلاف قابل توجهی دارند. در نتیجه، تصمیم گرفته شد که بازه $0/3 \text{ sec} \leq T_n \leq 0/01 \text{ sec}$ با دقت بیشتری مورد بررسی قرار گیرد. بنابراین، در این بازه، ۳۰۰ نقطه طیفی که فاصله آنها از یکدیگر برابر با $0/001$ ثانیه بود محاسبه گردید. به عبارتی دیگر، طیف‌های شبه شتاب سه زلزله السنترو، ناغان و طیس در این بازه و برای میرایی‌های صفر، ۲، ۵، ۱۰ و ۲۰ درصد با استفاده از درونیایی اسپلین و نیز

درونیایی خطی محاسبه شدند. مقادیر بیشینه، کمینه، میانگین و انحراف معیار اختلاف طیف شبه‌شتاب حاصل از درونیایی اسپلاین با طیف شبه‌شتاب بدست آمده از درونیایی خطی در بازه $0.001 \text{ sec} \leq T_n \leq 0.3 \text{ sec}$ در جداول (۵) الی (۷) به ترتیب برای شتابنگاشت‌های السنترو، ناغان و طبس درج گردیده‌است. لازم به ذکر است که مقادیر این کمیتها به ازای تعداد تقسیمات برابر با $n = 200$ محاسبه شده‌اند.

جدول ۴ - مقادیر بیشینه، کمینه، میانگین و انحراف معیار اختلاف طیف شبه‌شتاب زلزله السنترو حاصل از درونیایی با تابع اسپلاین نسبت به طیف متناظر بدست آمده با درونیایی خطی به ازای میرایی‌های مختلف و تعداد تقسیمات برابر با $n = 200$ در بازه $0.001 \text{ sec} \leq T_n \leq 0.3 \text{ sec}$

میرایی (%)	بیشینه اختلاف (%)	دوره تناوب مربوطه به بیشینه اختلاف (ثانیه)	کمینه اختلاف (%)	دوره تناوب مربوطه به کمینه اختلاف (ثانیه)	میانگین اختلاف (%)	انحراف معیار اختلاف (%)
۰	۴۰/۱۲	۰/۰۴۸	-۵۱/۷۹	۰/۰۲۳	۶/۱۱	۱۱/۹۱
۲	۲۳/۲۶	۰/۰۵۱	-۱۶/۷۷	۰/۰۲۷	۵/۴۴	۶/۸۲
۵	۲۰/۲۵	۰/۰۴۲	-۱۲/۴۳	۰/۰۲۷	۵/۳۳	۶/۰۵
۱۰	۱۷/۱۶	۰/۰۵۱	-۷/۸۶	۰/۰۲۶	۵/۱۹	۵/۱۳
۲۰	۱۳/۶۱	۰/۰۵۴	-۱/۸۵	۰/۰۲۶	۴/۹۷	۳/۹۵

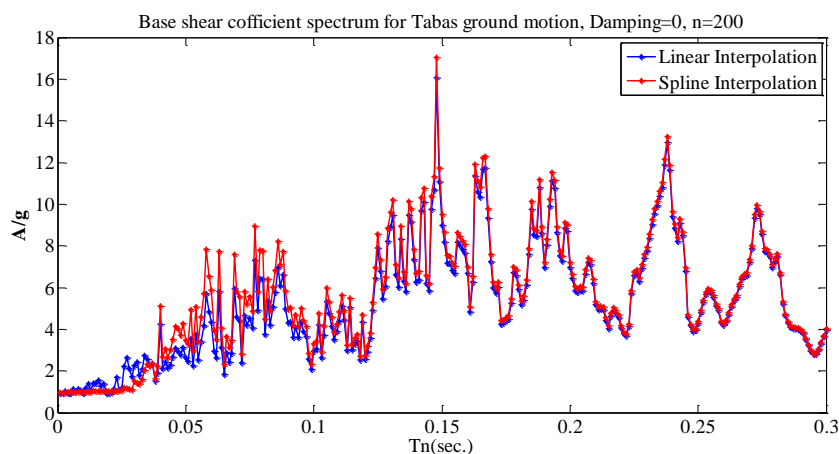
جدول ۵ - مقادیر بیشینه، کمینه، میانگین و انحراف معیار اختلاف طیف شبه‌شتاب زلزله ناغان حاصل از درونیایی با تابع اسپلاین نسبت به طیف متناظر بدست آمده با درونیایی خطی به ازای میرایی‌های مختلف و تعداد تقسیمات برابر با $n = 200$ در بازه $0.001 \text{ sec} \leq T_n \leq 0.3 \text{ sec}$

میرایی (%)	بیشینه اختلاف (%)	دوره تناوب مربوطه به بیشینه اختلاف (ثانیه)	کمینه اختلاف (%)	دوره تناوب مربوطه به کمینه اختلاف (ثانیه)	میانگین - اختلاف (%)	انحراف معیار اختلاف (%)
۰	۳۹/۲۱	۰/۰۴۷	-۵۵/۷۸	۰/۰۲۶	۵/۶۴	۱۳/۰۳
۲	۲۸/۲۰	۰/۰۵۳	-۲۸/۰۴	۰/۰۲۶	۶/۰۸	۸/۷۷
۵	۲۴/۵۲	۰/۰۵۳	-۱۵/۴۴	۰/۰۲۶	۶/۳۰	۷/۱۴
۱۰	۲۱/۸۹	۰/۰۵۲	-۳/۱۱	۰/۰۲۵	۶/۵۹	۶/۰۰
۲۰	۱۹/۷۵	۰/۰۵۱	۱/۰۵	۰/۳۰۰	۶/۷۱	۵/۴۸

جدول ۶ - مقادیر بیشینه، کمینه، میانگین و انحراف معیار اختلاف طیف شبه‌شتاب زلزله طبس حاصل از درونیابی با تابع اسپلاین نسبت به طیف متناظر بدست آمده با درونیابی خطی به ازای میرایی‌های مختلف و تعداد تقسیمات برابر با $n = 200$ در بازه $0.001 \text{ sec} \leq T_n \leq 0.3 \text{ sec}$

میرایی (%)	بیشینه اختلاف (%)	دوره تناوب مربوطه به بیشینه اختلاف (ثانیه)	کمینه اختلاف (%)	دوره تناوب مربوطه به کمینه اختلاف (ثانیه)	میانگین اختلاف (%)	انحراف معیار اختلاف (%)
۰	۳۹/۱۹	۰/۰۵۲	-۵۵/۷۸	۰/۰۲۷	۶/۰۱	۱۳/۷۲
۲	۲۹/۵۴	۰/۰۵۰	-۹/۰۰	۰/۰۳۲	۶/۲۶	۷/۲۱
۵	۲۴/۰۲	۰/۰۵۰	-۴/۷۵	۰/۰۱۳	۵/۷۸	۵/۷۴
۱۰	۱۷/۷۳	۰/۰۵۳	-۲/۰۲	۰/۰۱۳	۴/۸۰	۳/۶۴
۲۰	۱۰/۷۶	۰/۰۵۸	۰/۶۹	۰/۰۱۳	۴/۴۸	۲/۹۳

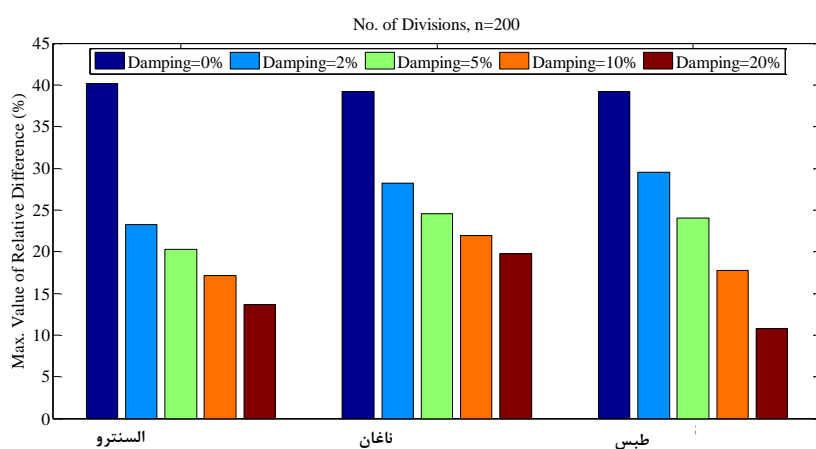
در شکل (۱۲) طیف شبه‌شتاب زلزله طبس در بازه $0.001 \text{ sec} \leq T_n \leq 0.3 \text{ sec}$ و برای میرایی صفر رسم شده است. طیف قرمز رنگ با استفاده از درونیابی اسپلاین محاسبه شده است و طیف آبی رنگ با استفاده از درونیابی خطی بدست آمده است. فاصله افقی بین نقاط طیف برابر 0.001 ثانیه است. با مراجعه به جدول (۶) مشاهده می‌شود که مقدار بیشینه اختلاف بین طیف بدست آمده از درونیابی اسپلاین و طیف حاصل از درونیابی خطی برابر $39/19$ درصد است که مربوط به دوره تناوب 0.052 ثانیه است. همچنین با مراجعه به همین جدول، مشاهده می‌شود که مقدار اختلاف بین طیف قرمز رنگ و آبی رنگ رسم شده در شکل (۱۲) برابر $-55/78$ می‌باشد که مربوط به دوره تناوب 0.027 ثانیه است. مقادیر میانگین و انحراف معیار اختلاف نیز به ترتیب برابر $6/01$ و $13/72$ درصد است.



شکل ۱۲ - طیف پاسخ شبه‌شتاب همپایه شده زلزله طبس به ازای نسبت میرایی صفر و $n = 200$

که با روش درونیابی خطی و درونیابی اسپلاین محاسبه شده است در بازه $0.001 \text{ sec} \leq T_n \leq 0.3 \text{ sec}$

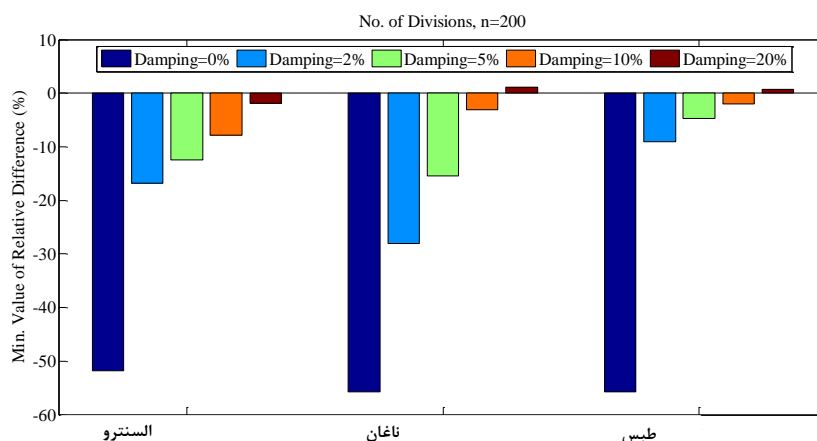
در شکل (۱۳) نمودار میله‌ای تغییرات مقادیر بیشینه اختلاف طیف شبه‌شتاب بدست آمده از درونیابی اسپلاین با طیف حاصل از درونیابی خطی برای شتابنگاشت‌های السنترو، ناغان و طبس نمایش داده شده‌است. در این نمودار، تغییرات کمیت بیشینه اختلاف برای میرایی‌های صفر، ۲، ۵، ۱۰ و ۲۰ درصد نشان داده شده‌است. با دقت در شکل (۱۳) و نیز بررسی جداول (۴) الی (۶) مشخص می‌شود که با افزایش میرایی، مقدار بیشینه اختلاف برای هر سه شتابنگاشت کاهش می‌یابد. حداکثر مقدار بیشینه اختلاف برای سه شتابنگاشت السنترو، ناغان و طبس به ترتیب مقادیر ۴۰/۱۲، ۳۹/۱۲ و ۳۹/۱۹ درصد است که همگی مربوط به میرایی صفر می‌باشند. مشاهده می‌شود مقادیر این سه عدد خیلی نزدیک به یکدیگر هستند. حداقل مقدار بیشینه اختلاف برای سه شتابنگاشت السنترو، ناغان و طبس به ترتیب مقادیر ۱۳/۶۱، ۱۹/۷۵ و ۱۰/۷۶ درصد است که همگی مربوط به میرایی ۲۰ درصد می‌باشند. مشاهده می‌شود بر خلاف ۳ عدد قبلی، مقادیر این سه عدد تفاوت قابل ملاحظه‌ای با یکدیگر دارند.



شکل ۱۳- نمودار میله‌ای بیشینه اختلاف طیف پاسخ شبه‌شتاب حاصل از درونیابی اسپلاین نسبت به طیف متناظرش که با درونیابی خطی محاسبه شده‌است برای شتابنگاشت‌های السنترو، ناغان و طبس به ازای تعداد تقسیمات برابر با $\pi = 200$ و میرایی‌های صفر، ۲، ۵، ۱۰ و ۲۰ درصد در بازه

$$0.001 \text{ sec} \leq T_n \leq 0.3 \text{ sec}$$

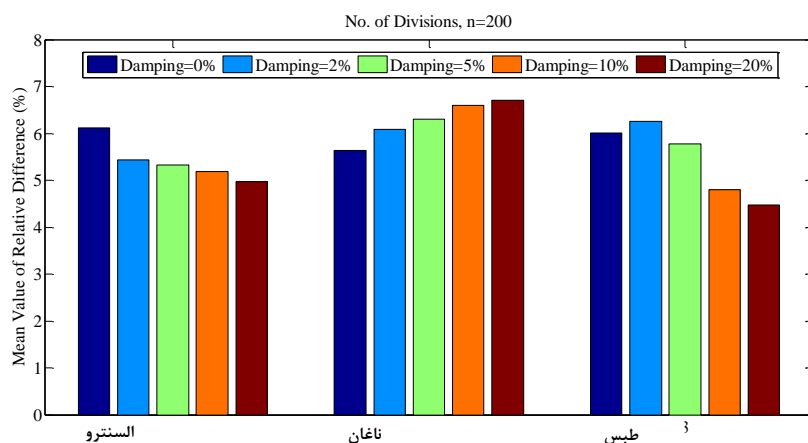
در شکل (۱۴) نمودار میله‌ای تغییرات مقادیر کمینه اختلاف طیف شبه‌شتاب بدست آمده از درونیابی اسپلاین با طیف حاصل از درونیابی خطی برای شتابنگاشت‌های السنترو، ناغان و طبس نمایش داده شده‌است. در این نمودار، تغییرات کمیت کمینه اختلاف برای میرایی‌های صفر، ۲، ۵، ۱۰ و ۲۰ درصد نشان داده شده‌است. با دقت در شکل (۱۴) و نیز بررسی جداول (۴) الی (۶) مشخص می‌شود که با افزایش میرایی، مقادیر قدرمطلق کمینه اختلاف برای هر سه شتابنگاشت کاهش می‌یابد. حداکثر مقدار قدرمطلق کمینه اختلاف برای سه شتابنگاشت السنترو، ناغان و طبس به ترتیب مقادیر ۵۵/۷۸، ۵۱/۷۹ و ۵۵/۷۸ درصد است که همگی مربوط به میرایی صفر می‌باشند. مشاهده می‌شود دو عدد مربوط به شتابنگاشت ناغان و طبس با یکدیگر برابر هستند، اما عدد مربوط به زلزله السنترو مقداری کمتر می‌باشد. حداقل مقدار قدرمطلق کمینه اختلاف برای سه شتابنگاشت السنترو، ناغان و طبس به ترتیب مقادیر ۱/۸۵، ۱/۰۵ و ۰/۶۹ درصد است که همگی مربوط به میرایی ۲۰ درصد می‌باشند. مشاهده می‌شود این سه عدد کوچک هستند. همچنین، دو عدد مربوط به شتابنگاشت‌های ناغان و طبس از لحاظ علامت مثبت می‌باشند.



شکل ۱۴- نمودار میله‌ای کمینه اختلاف طیف پاسخ شبه‌شتاب حاصل از درونیابی اسپلاین نسبت به طیف متناظرش که با درونیابی خطی محاسبه شده‌است برای شتابنگاشت‌های سنترو، ناغان و طبس به ازای تعداد تقسیمات برابر با $n = 200$ و میرایی‌های صفر، ۲، ۵، ۱۰ و ۲۰ درصد در بازه

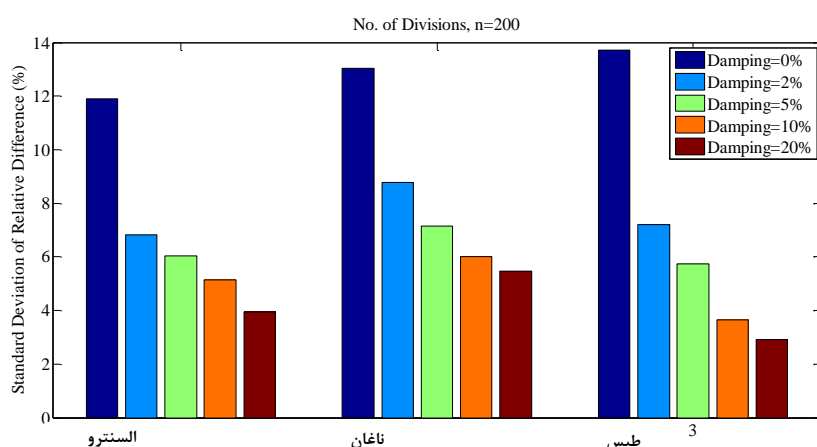
$$0.001 \text{ sec} \leq T_n \leq 0.3 \text{ sec}$$

در شکل (۱۵) نمودار میله‌ای تغییرات مقادیر میانگین اختلاف طیف شبه‌شتاب بدست آمده از درونیابی اسپلاین با طیف حاصل از درونیابی خطی برای شتابنگاشت‌های سنترو، ناغان و طبس نمایش داده شده‌است. در این نمودار، تغییرات کمیت میانگین اختلاف برای میرایی‌های صفر، ۲، ۵، ۱۰ و ۲۰ درصد نشان داده شده‌است. با دقت در شکل (۱۵) و نیز بررسی جداول (۴) الی (۶) مشخص می‌شود که مقادیر میانگین اختلاف در تمام موارد مثبت می‌باشد. مثبت بودن میانگین اختلاف در تمام حالات حاکی از این موضوع است که طیف شبه‌شتاب حاصل از در نظر گرفتن درونیابی اسپلاین در مجموع بزرگتر از طیف متناظرش می‌باشد که با استفاده از درونیابی خطی بدست می‌آید. همچنین، مشاهده می‌شود با افزایش میرایی، مقادیر میانگین اختلاف برای دو شتابنگاشت سنترو و طبس کاهش می‌یابد. البته در مورد شتابنگاشت طبس یک مورد نقض وجود دارد. در مورد شتابنگاشت ناغان مشاهده می‌شود بر خلاف دو شتابنگاشت دیگر با افزایش میزان میرایی، مقدار میانگین اختلاف افزایش می‌یابد. همچنین، مشاهده می‌شود بازه تغییرات کمیت میانگین اختلاف برای این سه شتابنگاشت و به ازای تمام میرایی‌ها بین ۴/۴۸ تا ۶/۱۱ درصد است که زیر ده درصد است و البته بازه تغییرات نیز خیلی زیاد نیست.



شکل ۱۵- نمودار میله‌ای میانگین اختلاف طیف پاسخ شبه‌شتاب حاصل از درونیایی اسپلاین نسبت به طیف متناظرش که با درونیایی خطی محاسبه شده‌است برای شتابنگاشت‌های الاسترو، ناغان و طبس به ازای تعداد تقسیمات برابر با $n = 200$ و میرایی‌های صفر، ۲، ۵، ۱۰ و ۲۰ درصد در بازه $0.001 \text{sec} \leq T_n \leq 0.3 \text{sec}$

در شکل (۱۶) نمودار میله‌ای تغییرات مقادیر انحراف معیار اختلاف طیف شبه‌شتاب بدست آمده از درونیایی اسپلاین با طیف حاصل از درونیایی خطی برای شتابنگاشت‌های الاسترو، ناغان و طبس نمایش داده شده است. در این نمودار، تغییرات کمیت انحراف معیار اختلاف برای میرایی‌های صفر، ۲، ۵، ۱۰ و ۲۰ درصد نشان داده شده‌است. با دقت در شکل (۱۶) و نیز بررسی جداول (۴) الی (۶) مشخص می‌شود که با افزایش میزان میرایی، مقدار انحراف معیار اختلاف برای هر سه شتابنگاشت کاهش می‌یابد. حداکثر مقدار انحراف معیار اختلاف برای سه شتابنگاشت الاسترو، ناغان و طبس به ترتیب مقادیر ۱۱/۹۱، ۱۳/۰۳ و ۱۳/۷۲ درصد است که همگی مربوط به میرایی صفر می‌باشند. حداقل مقدار بیشینه انحراف معیار اختلاف برای سه شتابنگاشت الاسترو، ناغان و طبس نیز به ترتیب مقادیر ۳/۹۵، ۵/۴۸ و ۲/۹۳ درصد است که همگی مربوط به میرایی ۲۰ درصد می‌باشند.



شکل ۱۶- نمودار میله‌ای انحراف معیار اختلاف طیف پاسخ شبه‌شتاب حاصل از درونیایی اسپلاین نسبت به طیف متناظرش که با درونیایی خطی محاسبه شده‌است برای شتابنگاشت‌های الاسترو، ناغان و طبس به ازای تعداد تقسیمات برابر با $n = 200$ و میرایی‌های صفر، ۲، ۵، ۱۰ و ۲۰ درصد در بازه $0.001 \text{sec} \leq T_n \leq 0.3 \text{sec}$

۵- بحث و نتیجه گیری

در این تحقیق، سه شتابنگاشت السنترو، ناغان و طیس انتخاب شدند و طیف شبه شتاب آنها با استفاده از روش درونیابی تحریک تابع اسپلاین و نیز درونیابی خطی تحریک به ازای میرایی‌های مختلف محاسبه شد و سپس طیف‌های بدست آمده از این دو روش با یکدیگر مقایسه شدند. نتایج این پژوهش مشتمل بر موارد زیر است:

۱. به ازای یک n مشخص، همواره بیشینه اختلاف مقدار طیفی شبه شتاب درونیابی تحریک با روش اسپلاین از مقدار متناظر طیفی شبه شتاب حاصل از درونیابی خطی به ازای تمام میرایی‌ها مقداری مثبت می‌باشد. با افزایش میرایی، مقدار این اختلاف کاهش می‌یابد.
 ۲. کمینه اختلاف مقدار طیفی شبه شتاب درونیابی تحریک با روش اسپلاین با مقدار متناظر طیفی شبه شتاب حاصل از درونیابی خطی بر خلاف بیشینه اختلاف، دارای علامت واحدی نیست. به عبارتی دیگر، به ازای بعضی از مقادیر میرایی و n ، قدرمطلق آن منفی و به ازای بعضی دیگر از مقادیر میرایی و n ، قدرمطلق آن مثبت است. لازم به یادآوری است که مقادیر مثبت آن در مقایسه با مقادیر منفی آن بسیار ناچیز و کوچک است.
 ۳. به ازای یک n مشخص، مقادیر قدرمطلق کمینه اختلاف، با افزایش میرایی در بیشتر موارد کاهش می‌یابند. موارد نقض مربوط به میرایی‌های نسبتاً زیاد می‌باشد که در این موارد، قدرمطلق کمینه اختلاف بسیار کوچک است.
 ۴. در سازه‌های با دوره تناوب کمتر و یا حدود 0.5 ثانیه، اختلاف بین طیف‌های حاصل از درونیابی خطی و درونیابی اسپلاین کاملاً مشهود است و بیشینه و کمینه اختلاف به ترتیب حدود 40 و 55 درصد می‌باشد.
 ۵. با افزایش میرایی مقدار قدرمطلق بیشینه و کمینه اختلاف بین دو طیف مذکور کاهش می‌یابد.
- علت اختلاف مقادیر طیفی بدست آمده از روش درونیابی خطی تحریک نسبت به مقادیر متناظر طیفی بدست آمده از روش درونیابی اسپلاین تحریک این است که در روش درونیابی خطی تحریک، برای هر بازه زمانی همانطوریکه قبلاً ذکر گردید صرفاً از مقادیر P_i و P_{i+1} برای بازه زمانی Δt_i و نیز سرعت و تغییر مکان اولیه در ابتدای بازه زمانی استفاده می‌شود. درحالیکه در درونیابی اسپلاین تحریک از تمام نقاط P_i برای محاسبه ضرایب a_i ، b_i ، c_i و d_i چندجمله‌ای مکعبی آن بازه استفاده می‌شود و لذا درونیابی تحریک با استفاده از روش اسپلاین مکعبی دارای دقت بالاتری می‌باشد و علت اختلاف مقادیر طیفی شبه شتاب که با این دو روش محاسبه می‌شوند به این دلیل می‌باشد.

با توجه به اینکه دقت بالاتر درونیابی اسپلاین نسبت به درونیابی خطی از نظر ریاضی ثابت گردیده، لذا مقادیر طیفی بدست آمده از این روش نسبت به روش درونیابی خطی تحریک دقیقتر می‌باشند. در نتیجه، پیشنهاد می‌گردد در تحقیقات تکمیلی، شتابنگاشت‌های بیشتری در نظر گرفته شوند و بر روی طیف غیرخطی نیز مشابه طیف خطی کار شود. همچنین، سعی شود شتابنگاشت‌هایی انتخاب شوند که فواصل زمانی بین نقاط آنها 0.2 ثانیه نباشد.

مراجع

- [1] Chopra, A. K., (1995). *Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Fifth Edition. Berkeley: Prentice-Hall.
- [2] Hoseini Hashemi, B., Hoseini, M. and Khanlari, K., (2002). Effect of P-delta on Dynamic Analysis of Structures, Second Order Analysis of Structures under Dynamic Loads, *Journal of Seismology and Earthquake Engineering*, Year 4, No. 4, pp. 2-10. (in Persian).

- [3] Izadi-nia, M. and Jamshidi, J., (2016). Controlling the Dynamic Vibration of Adjacent Structures by Establishing a Connection, *Second International on Geotechnics and Seismic Engineering*, Tabriz, Iran. (in Persian).
- [4] Esmailabadi, R., Bahar, A. and Azimi-Nejad, A., (2015). "Presentation of new relationships of hysteresis damping capacity of steel bending frames at the level of life safety performance required by direct design based on displacement", *Scientific Research Quarterly of Earthquake Science and Engineering*, year 3, number 4, p. 43- 59. (in Persian).
- [5] Shafiee-fard, M. R., (2019). Second-order Analysis of Structures under Dynamic Loads by Jennings Numerical Method, *Publisher: Moalefine Talae*. (in Persian).
- [6] Chapra, S. C., and Canale, R. P., (2006). *Numerical Methods for Engineers*, Fifth Edition, McGraw-Hill, New York.
- [7] Burden, R. L., and Faires, J. D., (2011). *Numerical Analysis*, Ninth Edition, Books/Cole.
- [8] Naeim, F., (1996). *Respense of Instrumented Buildings to 1994 Northridge Earthquake*, Draft Report CSMIP.
- [9] Vamvatsikos, D., and Cornell, C. A., (2004). Applied Incremental Dynamic Analysis, *Earthquake Spectra*, Vol. 20, No. 2, pp. 523–553.
- [10] Yu, R., Wang, R. and Zhu, C., (2013). A Numerical Method for Solving KdV Equation with Multilevel Bspline Quasi-interpolation, *Applicable Analysis*, Vol. 92, No. 8, pp. 1682-1690.
- [11] Shojaee, S., Rostami, S. and Abbasi, A., (2015). An Unconditionally Stable Implicit Time Integration Algorithm: Modified Quartic B-Spline Method, *Computers and Structures*, Vol. 153, pp. 98-111.
- [12] Saffari, H., Shojaee, S., Rostami, S. and Malekinejad, M., (2014). Application of Cubic Spline on Large Deformation Analysis of Structures, *International Journal of Steel Structures*, Vol. 14, No.1, pp. 165-172.
- [13] Rostami, S. and Shojaee, S., (2017). A Family of Cubic B-Spline Direct Integration Algorithms with Contorllabe Numerical Dissipation and Dispersion for Structural Dynamics, *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, Vol. 42, pp. 17-32.
- [14] Mohammadi Nia, M., Shojaee S. and Hamzehei-Javaran, S., (2020). A Mixed Formulation of B-Spline and a New Class of Spherical Hankel Shape Functions for Modeling Elastostatic Problems, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 77, pp. 602-616.
- [15] Mahdavi, S. H., Razak, H. A., Shojaee, S. and Mahdavi, M. S., (2015). A Comparative Study on Application of Chebyshev and Spline Methods for Geometrically Non-linear Analysis of Truss Structures, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 101-102, pp. 241-251.
- [16] Ghazanfari, S., Hamzehei-Javaran, S., Alesadi A. and Shojaee, S., (2019). Free Vibration Analysis of Cross-Ply Laminated Beam Structures using Refined Beam Theories and B-Spline Basis Functions, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, pp. 467-475.
- [17] Rostami, S. and Shojaee, S., (2019). Development of a Direct Integration Method on Quartic B-Spline Collocation Method, *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, Vol. 43, pp. 615-636.
- [18] Shahmorad, S. and Abdollahi, A., (2007). A Quadrature Free Convergent Method for the Numerical Solution of Linear Fredholm Integral Equations Based on Hermite-Spline Interpolation, *Proceeding in Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 7, Issue 1, pp. 41-42.
- [19] Maleknejad, K., and Derili, H., (2007). Numerical Solution of Hammerstein Integral Equatins by using Combination of Spline-Collocation Method and Lagrange Interpolation, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 190, Issue 2, pp. 1557-1562.
- [20] Maleknejad, K., and Derili, H., (2006). Numerical Solution of Integral Equatins by using Combination of Spline-Collocation Method and Lagrange Interpolation, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 175, Issue 2, pp. 1235-1244.
- [21] Liu, Z. W., Chen R. S. and Chen J. Q., (2008). Adaptive Sampling Cubic-Spline Interpolation Method for Efficient Calculation of Monostatic RCS, *Microwave and Optical Technology Letters*, Vol. 50, Issue 3, pp. 751-755.
- [22] Zhernakov, V. S., Pavlov, V. P., and Kudoyarova, V. M., (1988). "The Enhanced Spline-Method for Numerical Results of Natural Frequencies of Beams", *Procedia Engineering*, Vol. 176, pp. 438-450, 2017.
- [23] Iranian Code for Seismic Resistant Design of Buildings, *Building and Housing Research Center*, First Edition. (in Persian).