

Numerical modeling of steel beams strengthened with CFRP sheets under fatigue loading

Amin Hasheminasab¹, Mohammadreza Tavakkolizadeh^{2*}

1- M.Sc. Student in Structural Engineering, Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

2- Assistant Professor, Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

ABSTRACT

Analysis of structural components under fatigue loading due to the complexity of the loading is one of the most challenging problems in civil and structural engineering field. In order to find the fatigue life of a structural member, the costly and time-consuming experiments must be conducted while the collected data is very scattered and cannot be used for other conditions and problems. Therefore, finding effective numerical models to analyze a member subjected to fatigue load, could reducing time and expenses while could offer a systematic and general solution in variety of conditions. In this research, using the findings of a previous experimental study, the behavior of CFRP retrofitted and unretrofitted notched steel beams under fatigue loading has been studied by finite element by numerical modeling in a commercial finite element software. In this study, 11 notched CFRP retrofitted and unretrofitted steel beams (hot-rolled W5×10 made of A36 steel) were modeled and fatigue loaded until failure with stress range between 207 and 379 MPa under frequency of 5 to 10 Hz. The results of numerical modeling were compared with the results of previous experimental study and several equations were presented to estimate the fatigue life of unretrofitted and retrofitted specimens. The normalized stiffness losses of specimens were investigated as well. The verifications showed that numerical models and extracted equations have good agreement with the experimental results.

ARTICLE INFO

Receive Date: 22 April 2022

Revise Date: 08 June 2022

Accept Date: 21 August 2022

Keywords:

Strengthening

Fatigue

Steel beam

CFRP

Numerical modeling

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: <https://doi.org/10.22065/jsce.2022.338200.2786>

*Corresponding author: Mohammadreza Tavakkolizadeh

Email address: drt@um.ac.ir

مدل سازی عددی تیرهای فولادی تقویت شده با نوارهای CFRP تحت بارگذاری خستگی

امین هاشمی نسب^۱، محمدرضا توکلی زاده^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران-سازه، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

۲- استادیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

چکیده

تحلیل اجزای سازه‌ای تحت بارگذاری خستگی به علت پیچیدگی رفتار تحت این نوع از بارگذاری یکی از چالش برانگیزترین مسائل در حوزه مهندسی عمران و سازه است. برای یافتن عمر خستگی یک عضو سازه‌ای باید از آزمایش‌های زمان‌بر و هزینه‌بر استفاده شود و این در حالی است که داده‌های به دست آمده دارای پراکندگی زیادی هستند و برای شرایط متفاوت قابل استفاده نیستند. بنابراین ارزیابی یک مدل برای شبیه‌سازی شرایط خستگی ضمن کاهش هزینه‌های انجام آزمایش و صرفه‌جویی در زمان، می‌تواند یک راه‌حل جامع و نظام‌مند را برای شرایط گوناگون ارزیابی کند. بر این اساس، در پژوهش پیش رو، با بهره‌گیری از یافته‌های یک پژوهش آزمایشگاهی موجود، رفتار تیرهای فولادی تقویت نشده و تقویت شده تحت بارگذاری خستگی، با شبیه‌سازی در یک مدل عددی مورد بررسی قرار گرفته است. در این مطالعه، یازده تیر فولادی با بال کششی بریده شده (نیم‌رخ $W5 \times 10$ از جنس فولاد A36) تقویت نشده و تقویت شده با نوارهای CFRP، در نرم‌افزار اجزای محدود مدل سازی شدند و در محدوده‌های تنش ۲۰۷ تا ۳۷۹ مگاپاسکال با فرکانس ۵ تا ۱۰ هرتز تحت بارگذاری خستگی قرار گرفتند. نتیجه‌ها حاصل از مدل سازی عددی با نتیجه‌ها پژوهش آزمایشگاهی پیشین مقایسه و رابطه‌هایی جهت تخمین عمر خستگی نمونه‌های تقویت نشده و تقویت شده ارزیابی شد. روند افت سختی نسبی نمونه‌ها در مدل عددی نیز مورد بررسی قرار گرفت. نتیجه‌ها حاصل از درست آزمایی نشان داد که مدل عددی و رابطه‌های استخراج شده از دقت مناسبی برخوردار هستند.

کلمات کلیدی: خستگی، مقاوم‌سازی، پل، تیر فولادی، وصله CFRP، مدل سازی عددی

شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:			
دریافت	بازنگری	پذیرش	انتشار آنلاین	چاپ	شناسه دیجیتال:
۱۴۰۱/۰۲/۰۲	۱۴۰۱/۰۳/۱۸	۱۴۰۱/۰۵/۳۰	۱۴۰۱/۰۵/۳۰	۱۴۰۲/۰۳/۳۱	https://doi.org/10.22065/jsce.2022.338200.2786
					doi: 10.22065/jsce.2022.338200.2786
محمدرضا توکلی زاده drt@um.ac.ir					*نویسنده مسئول: پست الکترونیکی:

۱- مقدمه

بارگذاری خستگی در برخی از سازه‌ها مانند پل‌ها هم از لحاظ پیچیدگی در انجام تحلیل و طراحی و هم به لحاظ حساسیت این نوع از بارگذاری همواره یکی از چالش‌برانگیزترین مسائل برای مهندسان سازه بوده است. پیچیدگی محاسبه‌ی عمر خستگی سبب می‌شود تا آیین‌نامه‌ها عموماً با استفاده از نتیجه‌ها آزمایشگاهی حدود و چهارچوب‌های طراحی را مشخص کنند درحالی‌که معمولاً نتیجه‌ها حاصل از مشاهدات آزمایشگاهی نیز بسیار متفاوت و پراکنده هستند و تکیه بر این یافته‌ها همواره با مقداری زیادی عدم قطعیت همراه است.

صرف‌نظر از مسئله طراحی یک سازه در برابر بارهای تکرارشونده (مانند پل‌ها و دکل‌ها)، چالش بعدی این حوزه تقویت و بهسازی سازه‌های مذکور است. اگرچه روش‌ها و مواد گوناگونی برای انجام این امر در اختیار مهندسان قرار دارد، پلیمرهای مسلح شده با الیاف کربن (CFRP) می‌توانند گزینه‌ی بسیار مناسبی باشند. CFRPها مقاومت بسیار بالایی در برابر خستگی دارند و قادر هستند تا بیش از یک میلیون چرخه‌ی بارگذاری، در محدوده‌ی تنش نصف مقاومت نهایی خود را تحمل کنند [۱]. افزون بر این وزن کم و مقاومت مناسب در برابر خوردگی - که خود یکی از مسائل چالش‌برانگیز در طراحی و ترمیم سازه‌ها است - سبب می‌شود تا طراحان به این مصالح به عنوان یکی از گزینه‌های برتر برای تقویت و بهسازی سازه‌ها بنگرند.

متأسفانه عدم وجود آیین‌نامه‌های طراحی و بهسازی برای کاربرد مصالح CFRP مخصوصاً در سازه‌های فولادی چالش بزرگی در این عرصه به وجود آورده است. در چنین مواردی طراحان عموماً از نتیجه‌ها پژوهش‌های انجام‌شده و یا پیشنهاد‌های شرکت‌های تولیدکننده این محصولات مواد بهره می‌گیرند [۲]. با این حال طراحی انجام‌شده با استفاده از منابع اطلاعاتی نامبرده محافظه‌کارانه خواهد بود. ضمن آنکه اکثر پژوهش‌های مرتبط با رفتار تیرهای تقویت‌شده با مصالح CFRP تحت بارگذاری خستگی، مربوط به تیرهای بتن‌آرمه است و شمار اندکی از این پژوهش‌ها تیرهای فولادی را مورد بررسی قرار داده‌اند.

در این پژوهش تلاش شده تا با استفاده از یک نرم‌افزار تجاری اجزای محدود و در دسترس، یک مدل رایانه‌ای مناسب برای شبیه‌سازی بارگذاری و رفتار خستگی ارائه شود. در این راستا تعدادی تیر فولادی تقویت‌نشده و تقویت‌شده با نوارهای CFRP که پیش‌تر در یک پژوهش آزمایشگاهی تحت بارگذاری خستگی قرار گرفتند و نتیجه‌ها آن در دسترس است، انتخاب و پس از مدل‌سازی در نرم‌افزار اجزای محدود، عمر خستگی هر یک تعیین و با نتیجه‌ها آزمایشگاهی موجود مقایسه و درست آزمایی شد.

۲- پژوهش‌های پیشین

در پژوهش انجام‌شده توسط توکلی‌زاده و سعادت‌منش [۳] پنج نمونه تیر فولادی تقویت‌نشده و شش نمونه تقویت‌شده با صفحات CFRP به طول ۱/۳ متر در محدوده‌های مختلف تنش تحت بارگذاری خستگی قرار گرفتند. در بال پایین تمام نمونه‌ها دو بریدگی به طول ۱۲/۷ و عرض ۰/۹ میلی‌متر ایجاد شده بود و تعداد چرخه‌های لازم برای ایجاد ترک، رشد ترک و کاهش سختی نسبی نمونه‌ها مورد بررسی قرار گرفته بود. دو رابطه‌ی لگاریتمی برای تعیین طول عمر خستگی نمونه‌ها در دو حالت تقویت‌شده و تقویت‌نشده بر اساس محدوده‌های تنش وارده در بال پایین و تعداد چرخه‌ها نیز ارائه شده بود. البته این رابطه‌ها تنها برای تیرهای فولادی مشابه با نمونه‌های آزمایش‌شده (نیم‌رخ W5×10 از جنس فولاد A36) معتبر است. رابطه‌های ارائه شده با رابطه‌های مندرج در آیین‌نامه‌ی انجمن مدیران بزرگراه‌های ایالتی و حمل و نقل آمریکا (AASHTO) مقایسه شده و ثابت‌های محاسبه‌شده در هر دو مورد با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

در پژوهش انجام شده توسط ژائو و همکاران [۴] رفتار تیرهای فولادی تحت بارگذاری خستگی که با سه روش جوش، جوش به همراه اتصال صفحات FRP و اتصال صفحات FRP با روش آغشته سازی سطح (Wet lay-up process) ترمیم‌شده بودند مورد بررسی قرار گرفتند. در این پژوهش در بال کششی تیر فولادی یک بریدگی به طول 22 mm و ضخامت 2 mm ایجاد شد که پس از ترمیم این بریدگی با جوش پر شد. نمونه‌ها با استفاده از دو نوع اپوکسی مختلف و دو نوع FRP متفاوت ترمیم شدند و در محدوده‌های مختلف تنش تحت

بارگذاری خستگی قرار گرفتند. در طی این پژوهش مشخص شد که استفاده از یک صفحه FRP به صورت پیوسته می تواند عمر خستگی را تا هفت برابر افزایش دهد و استفاده از چهار نوار جدا از هم FRP که با روش آغشته سازی به سطح متصل شده اند می تواند عمر خستگی را سه برابر سازد. همچنین مشخص شد نوع اپوکسی استفاده شده در این پژوهش تأثیر قابل توجهی بر نتایج ندارد.

در پژوهش انجام شده توسط کلمبی و فاوا [۵] هشت نمونه تقویت شده با صفحات FRP و یک نمونه تقویت نشده تحت بارگذاری خستگی قرار گرفتند. تمامی نمونه ها در میانه خود با یک بریدگی به ارتفاع ۲۰ میلی متر که محدوده ی بال پایین و جان تیر را پوشش می دهد خسارت دیده بودند. سه نمونه با یک لایه نوار CFRP و پنج نمونه با دولا یه نوار CFRP تقویت شدند. پس از اعمال بارگذاری میزان رشد ترک در نمونه ها ثبت گردید و سپس تمامی نمونه ها در نرم افزار آباکوس شبیه سازی شدند. یک مدل سازی عددی بر پایه ی سازگاری کرنش و رفتار کشسان مصالح نیز انجام شد تا نتیجه ها حاصل از مطالعه آزمایشگاهی، تحلیلی و عددی با یکدیگر مقایسه شوند. در نتیجه ی این مقایسه مشخص شد که رابطه های عددی برای تخمین نیروی موجود در نوارهای CFRP در برخی موارد ناکارآمد بوده و مدل سازی انجام شده توسط نرم افزار تا حد قابل قبولی تنش های موجود در نوارها را تخمین می زند.

در پژوهش انجام شده توسط بوچارلی و همکاران [۶] نحوه ی توزیع تنش و کرنش در نمونه های تقویت شده با صفحات CFRP، با استفاده از مدل سازی های عددی و تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته است. در این پژوهش برای صحت سنجی نتایج مدل تحلیلی و عددی از نمونه های آزمایشگاهی و مدل سازی عددی مطرح شده در پژوهش کلمبی و فاوا [۵] استفاده شده است. خروجی مدل های عددی و تحلیلی طرح شده در این پژوهش با نتایج آزمایشگاهی تطابق خوبی داشتند و در پایان این پژوهش یک بررسی تحلیلی بر روی عوامل موثر بر نحوه ی توزیع کرنش نیز انجام شد. در نتیجه بررسی عوامل موثر بر توزیع تنش مشخص شد که طول ترک خوردگی در محل ایجاد بریدگی، بر کرنش محوری ایجاد شده در ناحیه ی جدایش CFRP تأثیری نخواهد گذاشت اما بر مقادیر کرنش ناحیه جدایش در حد الاستیک تأثیر اندکی خواهد داشت در حالی که بر میزان گستره ی ناحیه ی جدایش اثر قابل توجهی خواهد داشت.

در پژوهش دیگری که توسط هو و همکاران انجام شده است [۷] قوانین آیین نامه ای که برای طراحی اعضای تقویت شده با صفحات CFRP تحت بارگذاری خستگی، مورد استفاده قرار می گیرند بررسی شده است و با توجه به مطالب به دست آمده نکات و برنامه های عددی جهت راهنمایی مهندسیین ارایه شده است. نمونه های تقویت شده ی مورد بررسی در این پژوهش در دو گروه کلی نمونه های ترک خورده و بدون ترک خوردگی جای می گیرند. برای نمونه های بدون ترک خوردگی، نخست با استفاده از روش های محاسباتی مقدار کاهش تنش پس از اتصال صفحات تقویتی CFRP برای نمونه های مختلف مشخص شده است و سپس با استفاده از یک جدول راهنما جهت گیری ها و چسب مناسب برای اتصال صفحات برای کاربردهای گوناگون در اختیار مهندسیین قرار گرفته است. برای نمونه های ترک خورده با استفاده از روش اجزای محدود یک برنامه ی رایانه ای برای محاسبه ی عمر خستگی و تنش مجاز نمونه های تقویت شده تحت بارگذاری خستگی، ارایه شده است.

در پژوهشی که توسط لی و همکاران انجام شده است [۸] اثر دو متغیر بارگذاری خستگی و خوردگی بر عمر خستگی تیرهای فولادی تقویت شده با صفحات CFRP مورد بررسی قرار گرفته است. در این پژوهش هشت نمونه تیر فولادی برش دار شده تحت بارگذاری بالای خستگی و چرخه های خوردگی قرار گرفتند و اثر این دو عامل بر مقاومت، سختی و نحوه ی توزیع کرنش نمونه ها بررسی شد. در این پژوهش مشخص شد که اثر منفی بارگذاری بالا بر اتصال صفحه های CFRP در محل ایجاد بریدگی تیر فولادی بروز خواهد کرد. همچنین مشخص شد در تیرهایی که تحت اضافه بارگذاری خستگی قرار گرفتند اثر چرخه های خوردگی بر کاهش مقاومت و سختی پیوسته ادامه خواهد داشت در حالی که در تیرهای تقویت شده بدون بارگذاری بالا، اثر چرخه های خوردگی بر کاهش مقاومت و سختی پس از ۹۰ چرخه محسوس نخواهد بود.

۳- روش انجام پژوهش عددی

در این پژوهش عددی از نمونه‌های آزمایشگاهی مورد استفاده در پژوهش توکلی‌زاده و سعادت‌منش [۳] برای درست آزمایی استفاده گردید و از نتیجه‌ها به دست آمده، می‌توان در پیش‌بینی عمر خستگی تیرهای فولادی تقویت‌شده با نوارهای CFRP سود جست.

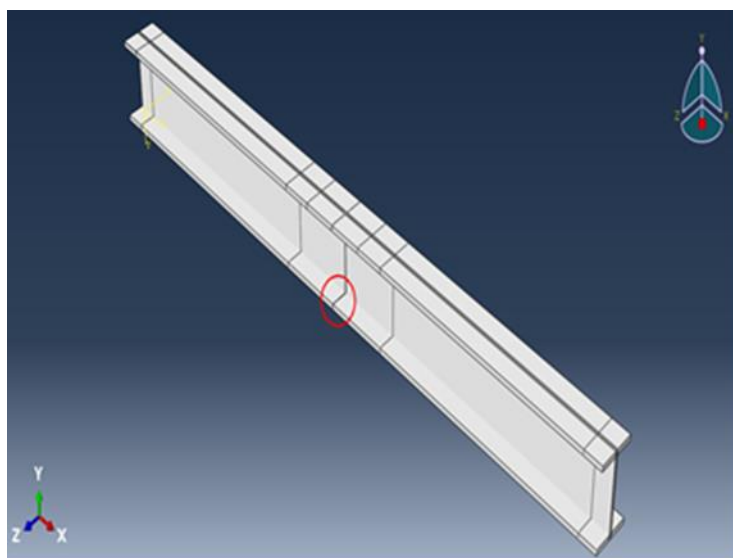
نیمرخ فولادی: در مدل‌سازی عددی این پژوهش از تیرهای فولادی به طول ۱/۳ متر استفاده شده است که بر روی دهانه‌ای به طول ۱/۲۲ متر با تکیه‌گاه‌های ساده قرار گرفته است. تیرهای فولادی از مقطع $W5 \times 10$ (با ارتفاع ۱۲۷ میلی‌متر و وزن واحد طول ۱۴۵ نیوتن بر متر) و از جنس فولاد A36 هستند و طی فرآیند نورد گرم تولید شده‌اند، گفتنی است با توجه به این که نمونه‌ها تحت بارگذاری خستگی قرار خواهند گرفت، رفتار فولاد تحت بارگذاری‌های چرخه‌ای باید در نرم‌افزار لحاظ شود [۳، ۹-۱۱]؛ مشخصات مکانیکی این نوع فولاد در جدول ۱ گزارش شده است. با توجه به اینکه در بال پایینی این مقطع، در میانه‌ی تیر، دو بریدگی ایجاد شده است، مشخصات هندسی مقطع این تیر در جدول ۲ برای مقطع برش‌دار و مقطع بدون برش گزارش شده است [۳، ۱۲].

جدول ۱: مشخصات مکانیکی فولاد A36 در قسمت‌های بال و جان [۳، ۹-۱۱]

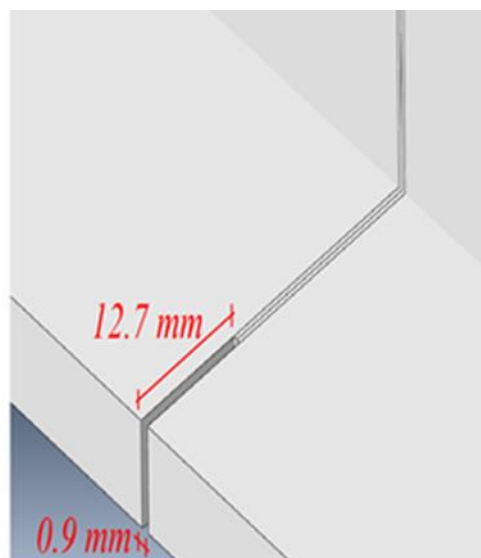
مشخصات مکانیکی جان		مشخصات مکانیکی بال	
مشخصه مکانیکی	مقدار مشخصه	مشخصه مکانیکی	مقدار مشخصه
E(GPa)	۱۹۹/۹	E(GPa)	۱۹۴/۴
f_y (MPa)	۳۳۰/۹	f_y (MPa)	۳۳۶/۴
f_u (MPa)	۴۱۳/۷	f_u (MPa)	۴۱۳/۷
(kJ) انرژی شکست در حالت کششی و فشاری	۹۰/۹	(kJ) انرژی شکست در حالت کششی و فشاری	۸۸/۴
(kJ) انرژی شکست در حالت برشی ۱	۸۲/۸	(kJ) انرژی شکست در حالت برشی ۱	۸۰/۰
(kJ) انرژی شکست در حالت برشی ۲	۸۲/۸	(kJ) انرژی شکست در حالت برشی ۲	۸۰/۰
C_1 (MPa)	۳۵۹۱۲/۱	C_1 (MPa)	۳۵۹۱۲/۱
C_2 (MPa)	۶۹۷۲/۳	C_2 (MPa)	۶۹۷۲/۳
C_3 (MPa)	۴۲۲۱/۷	C_3 (MPa)	۴۲۲۱/۷
γ_1 (MPa)	۶۵۰/۷	γ_1 (MPa)	۶۵۰/۷
γ_2 (MPa)	۵۳/۳	γ_2 (MPa)	۵۳/۳
γ_3 (MPa)	۵/۷۴	γ_3 (MPa)	۵/۷۴
Q_{∞} (MPa)	۲۲۸/۰۲	Q_{∞} (MPa)	۲۲۸/۰۲
b	۰/۱۱	b	۰/۱۱

جدول ۲: ابعاد نیمرخ فولادی W5×10 در دو حالت سالم و برش دار [۱۳]، [۱۴]

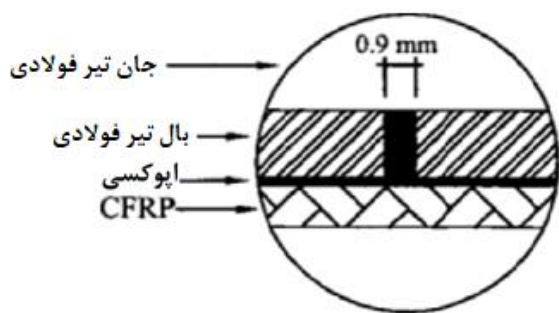
	مقطع سالم		مقطع برش دار	
	مشخصه	مقدار مشخصه	مشخصه	مقدار مشخصه
b_t (mm)		۷۶/۳	b_t (mm)	۷۶/۳
b_b (mm)		۷۶/۳	b_b (mm)	۵۰/۹
d (mm)		۱۲۷/۰	d (mm)	۱۲۷/۰
$(t_f)_t$ (mm)		۸/۳	$(t_f)_t$ (mm)	۸/۳
$(t_f)_b$ (mm)		۸/۳	$(t_f)_b$ (mm)	۸/۳
t_w (mm)		۵/۴	t_w (mm)	۵/۴



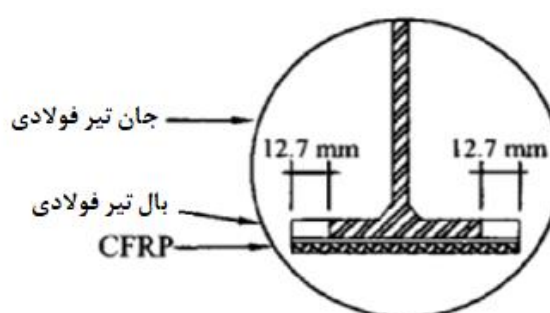
(الف)



(ب)



(پ)



(ت)

شکل ۱: تیر فولادی و برش ایجاد شده در طرفین لبه‌ی بال پایین تیر (الف) محل ایجاد بریدگی در لبه‌ی بال پایین تیر فولادی (ب) ابعاد برش ایجاد شده در لبه‌ی بال پایین تیر فولادی (پ) نمای برش از کنار تیر فولادی (ت) نمای مقطع برش خورده [۳].

اپوکسی: برای اتصال نوار CFRP به بال پایین تیر فولادی از چسب دو بخشی اپوکسی، برای اتصال نوارهای CFRP به سطح فولادی استفاده شده است. ضخامت اپوکسی پس از اتصال ۰/۵ میلی‌متر و طول و عرض آن به ترتیب ۳۰۰ و ۷۶/۳ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. مشخصات مکانیکی اپوکسی مطابق با اطلاعات تولیدکننده و پژوهش‌های انجام شده در نرم‌افزار وارد گردید [۱۳، ۱۴]. مشخصات مکانیکی اپوکسی در جدول ۳ گزارش شده است.

جدول ۳: مشخصات مکانیکی اپوکسی [۱۳، ۱۴]

مشخصه مکانیکی	مقدار
E(GPa)	۴/۵
ν	۰/۳۳
f_u (MPa)	۳۱
ϵ_u	۰/۰۰۳۵

نوارهای CFRP: مشخصات مصالح CFRP مورد استفاده در این پژوهش در جدول ۴ آورده شده است [۱۵]. بدیهی است که نوارها به گونه‌ای نصب شده‌اند که در محل و راستای بیشترین تنش کششی در تیر فولادی عمل کنند.

جدول ۴: مشخصات مکانیکی نوارهای CFRP [۱۵]

E_1 (GPa)	۱۴۴
E_2 (GPa)	۴/۲
ν	۰/۳۴
G_{12} (GPa)	۲/۹
G_{13} (GPa)	۲/۹
G_{23} (GPa)	۱/۸۶
$(f_t)_1$ (MPa)	۲۱۳۷
$(f_c)_1$ (MPa)	۲۱۳۷
$(f_t)_{12}$ (MPa)	۷۴
$(f_c)_{12}$ (MPa)	۷۴
$(f_s)_1$ (MPa)	۹۶
$(f_s)_{12}$ (MPa)	۴۸

۱- نوارهای CFRP با طول ۳۰۰ میلی‌متر، عرض ۷۶/۳ میلی‌متر و ضخامت ۱/۲۷ میلی‌متر برای تقویت تیرهای فولادی به کار رفته‌اند.
۲- و اعداد ۲، ۱ و ۳ به ترتیب نشان‌دهنده‌ی جهت‌های طولی، عرضی و ضخامتی نمونه هستند.

چیدمان آزمایش: همچنان که ذکر شد، در پژوهش مرجع [۳] دو نمونه تیر فولادی تحت بارگذاری خستگی قرار گرفتند: نمونه‌های تقویت‌نشده و نمونه‌های تقویت‌شده با نوار CFRP. تیرهای فولادی با طول ۱/۳ متر بر روی دهانه‌ای به طول ۱/۲۲ متر با تکیه‌گاه‌های ساده قرار گرفته‌اند و دو بار متمرکز که هر یک از میانه‌ی تیر ۱۰۰ میلی‌متر فاصله دارند بر تیر اعمال شده است. مطابق با پژوهش این بار با فرکانسی در محدوده‌ی ۵ تا ۱۰ هرتز بر تیر اعمال می‌شود و مقادیر خیز در نقطه‌ی میانی تیر اندازه‌گیری می‌گردد و برای محاسبه‌ی روند افت سختی نسبی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

در عمل با توجه به اینکه امکان بارگذاری متمرکز بر روی تیر فولادی وجود ندارد این بار از طریق دو نوار بر روی بال بالا اعمال می‌شود به گونه‌ای که مرکز سطح هر کدام از صفحات بارگذاری منطبق بر محل اثر بار متمرکز باشد. همچنین محل قرار گرفتن تیر بر روی تکیه‌گاه‌های ساده روی تیر در آزمایشگاه در محل بال بالا و بال پایین توسط گیره طوری مقید شده‌اند که تنها امکان دوران در راستای عمود بر محور طولی خود را دارند.

نمودار بارگذاری خستگی نمونه‌ها یک نمودار سینوسی نیم چرخه است و نسبت تنش وارده در نقطه‌ی اوج نمودار به تنش وارده در نقطه کمینه نمودار (R) برابر ۰/۱ است و در گزارش این پژوهش محدوده تنش اعمالی بیان شده است.

در جدول ۵ محدوده‌های تنش و تعداد چرخه‌های بارگذاری برای نمونه‌های تقویت‌نشده و تقویت‌شده گزارش شده است. در جدول ۵ همچنین اولین چرخه‌ای که ترک خوردگی بال پایین آغاز شده است نیز ذکر شده است. تنش‌های گزارش شده در جدول ۵ مقدار تنش ایجاد شده در بال پایین تیر، در نقطه‌ی میانه‌ی طول تیر و در راستای طولی آن است. برای محاسبه‌ی باری که بتواند چنین تنشی را در نقطه‌ی مذکور ایجاد کند، از رابطه‌ی تجربی که در پژوهش مرجع [۳] ذکر شده، استفاده می‌شود:

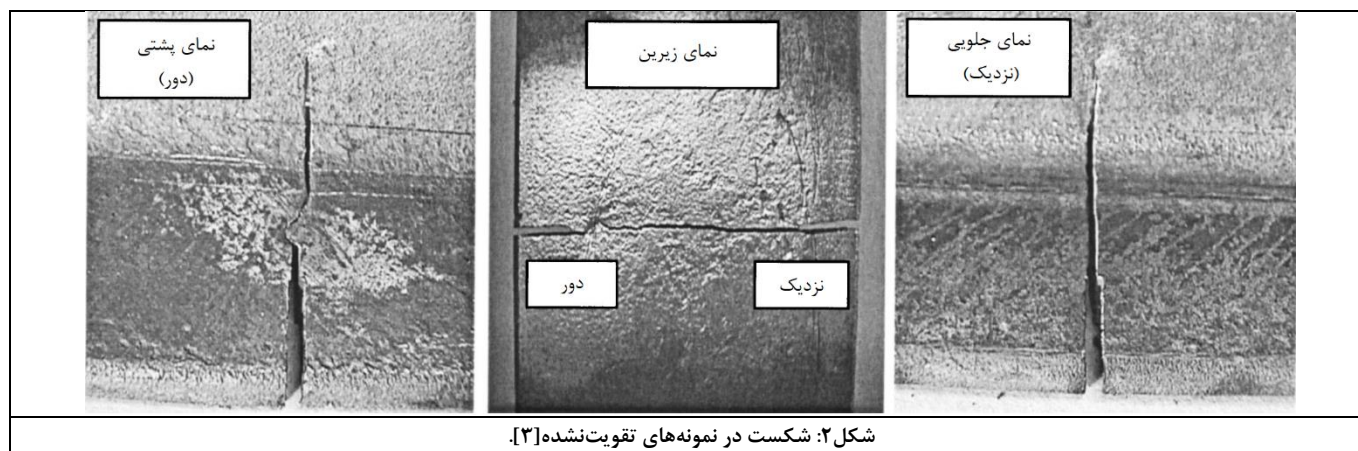
$$\sigma = 4,856P \quad (1)$$

در رابطه‌ی (۱) تنش وارد بر حسب پاسکال و P بار وارده بر حسب نیوتن است. پس از محاسبه‌ی بار وارده، همچنان که ذکر شد با توجه به این که این بار به صورت متمرکز بر تیر وارد نمی‌شود و به صورت گسترده در نقاط متناظر بار متمرکز بر تیر اعمال خواهد شد، مقدار P بر مساحت سطح بارگذاری گسترده پخش می‌شود تا مقدار بار گسترده مشخص شود. سطح زیرین بارهای متمرکز در این پژوهش ۶۰ میلی‌متر نظر گرفته شده است.

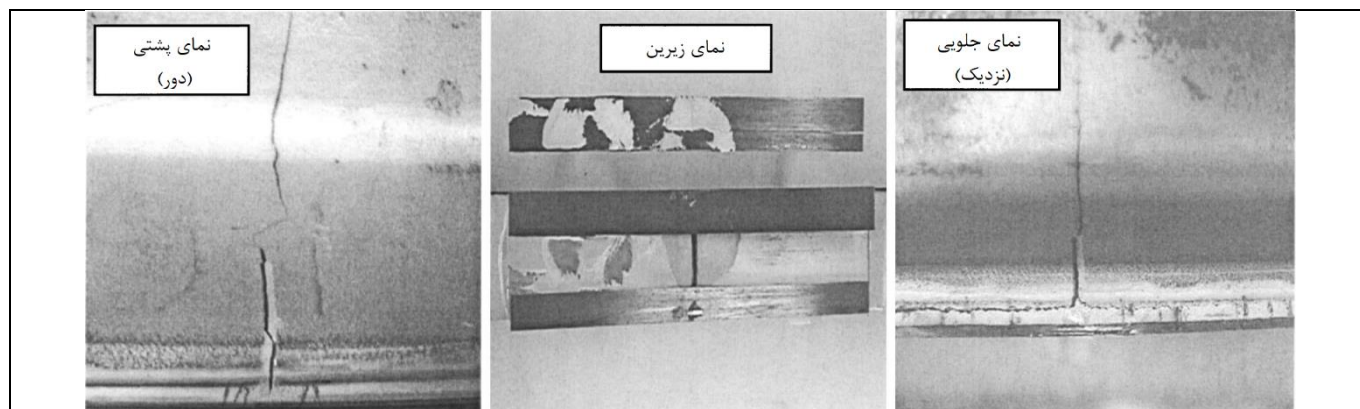
جدول ۵: محدوده‌ی تنش‌های وارد بر تیرهای تقویت‌شده و تعداد چرخه‌های بارگذاری برای هر تیر تا بروز ترک خوردگی و شکست نمونه [۳]

محدوده‌ی تنش (MPa)	تیرهای تقویت‌شده		تیرهای تقویت‌نشده	
	تعداد چرخه		تعداد چرخه	
	آغاز ترک خوردگی	شکست	آغاز ترک خوردگی	شکست
۲۰۷	۱۵۲,۴۱۴	۳۷۹,۸۲۴	۶۹,۷۶۰	۱۱۹,۱۴۰
۲۴۱	۹۲,۶۸۷	۲۴۱,۹۶۵	۳۲,۴۹۵	۷۱,۲۷۸
۲۷۶	۳۵,۹۶۶	۱۰۵,۳۴۵	۱۴,۵۱۱	۳۵,۷۱۰
۳۱۰	۲۱,۶۵۵	۷۵,۹۱۰	۱۰,۰۱۹	۳۰,۲۱۶
۳۴۵	۱۶,۷۸۶	۵۴,۳۰۰	۷,۶۰۶	۱۹,۰۶۸
۳۷۹	۷,۱۴۶	۳۵,۳۵۶	—	—

تیرهای فولادی تحت تنش‌های گزارش شده قرار می‌گیرند و زمانی که خیز در میانه‌ی تیر به ۵ میلی‌متر برسد و یا رشد قابل توجهی در خیز میانه تیر مشاهده شود، آزمایش متوقف می‌شود؛ شکل ۲ و ۳ به ترتیب، شکست را در نمونه‌های تقویت‌نشده و تقویت‌شده تحت بارگذاری خستگی نشان می‌دهد همچنین شکل ۴ تصویر شماتیک تیرهای فولادی تقویت‌شده و تقویت‌نشده را تحت بارگذاری‌های ایده‌ال و تجربی (مدل عددی و آزمایشگاهی) نشان می‌دهد.



شکل ۲: شکست در نمونه‌های تقویت‌نشده [۳].

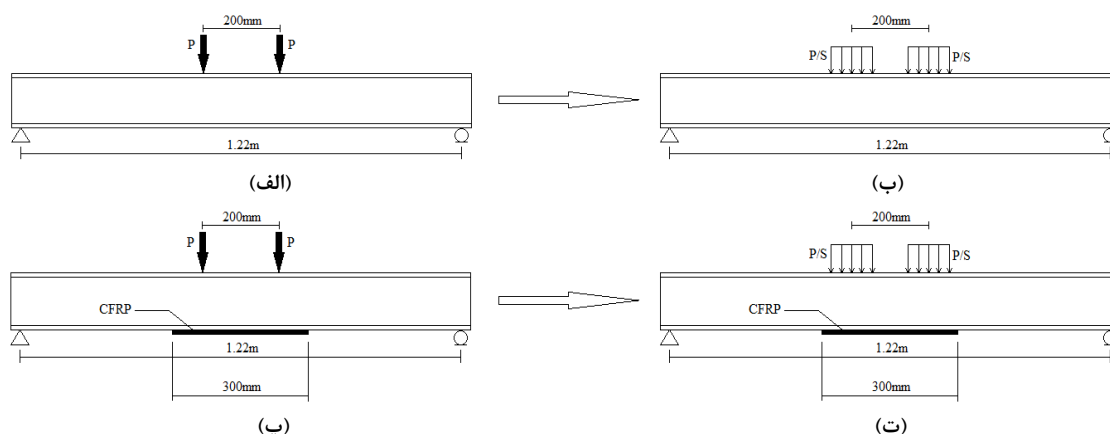


شکل ۳: شکست در نمونه‌های تقویت‌شده [۳].

مدل‌سازی عددی: مطابق با اطلاعات ارائه شده نمونه‌ها در نرم‌افزار آباکوس مدل‌سازی می‌شوند. با توجه به تقارن مسئله هم در هندسه و هم در بارگذاری این جز را می‌توان با ترسیم نیمه‌ی تمام اجزای نمونه‌ها و اعمال شرایط مرزی مناسب در محل حذف اجزا می‌توان تحلیل را انجام داد و به این فرآیند سرعت بخشید. با توجه به این که در تحلیل خستگی ویژگی‌هایی چون میرایی مصالح نیز در روند تحلیل تاثیر خواهند گذاشت و نوع تحلیل نیز دینامیکی خواهد بود بنابراین باید توجه کرد که پس از حذف اجزا شرایط مرزی را طوری بر نمونه‌های تقویت‌نشده و تقویت‌شده اعمال کرد که نتایج و خروجی‌ها دستخوش تغییر نشود.

با توجه به این که در آزمایشگاه بار وارده بر نمونه‌ها به صورت یک بار گسترده در سطح محدود بر بال بالایی تیر فولادی اعمال شده است، در مدل عددی نیز بار متمرکز محاسبه شده طبق رابطه‌ی (۱) بر سطح اعمال بار که یک مستطیل با مساحت $۶۰/۰ \times ۷۶/۳$ میلی‌متر مربع است، تقسیم می‌شود.

سپس برای اعمال بارگذاری با یک نمودار نیم چرخه‌ی سینوسی، مقادیر حداکثر و حداقل بار محاسبه می‌شود و نمودار نیم چرخه‌ی سینوسی با توجه به گام‌های زمانی و فرکانس ۸ هرتز در یک جدول زمان - ضرایب بار وارد می‌شود و به نرم‌افزار معرفی می‌گردد. مقادیر بار گسترده و متمرکز وارد برای هر محدوده‌ی تنش و نقاط کمینه و بیشینه‌ی بارگذاری (مطابق با بارگذاری گسترده) در جدول ۶ آورده شده است. لازم به ذکر است که برای ایجاد تنش‌های ذکر شده در جدول ۶ باید این مقادیر بار را در دو سوی تیر به مقدار یکسان وارد کرد (رجوع شود به شکل ۴).



شکل ۴: نمایش شماتیک تیرهای فولادی تحت بارگذاری خستگی (P مقدار بار وارده و S سطح پخش بار در مدل عددی و آزمایشگاهی است): (الف) تیر تقویت‌نشده با بارگذاری ایده‌ال (ب) تیر تقویت‌نشده با بارگذاری عملی (پ) تیر تقویت‌شده با بارگذاری ایده‌ال (ت) تیر تقویت‌شده با بارگذاری عملی.

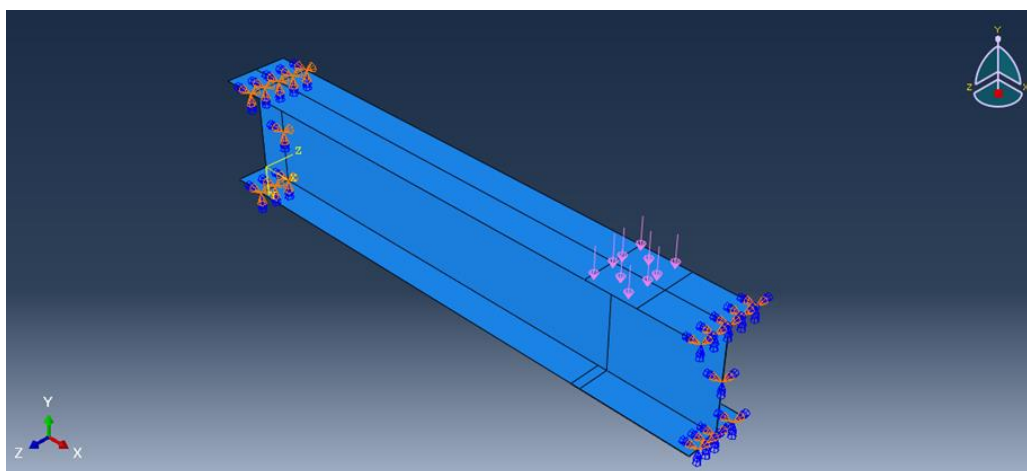
برای آنکه شرایط بارگذاری سینوسی در نرم افزار بهتر مشخص شود ضمن مشخص کردن الگوی بارگذاری سینوسی برای بارگذاری در نرم افزار گام های زمانی تحلیل نیز برابر با گام های زمانی نمودار بارگذاری انتخاب شدند. در این پژوهش گام های زمانی تحلیل برابر با ۰/۰۱۲۵ ثانیه انتخاب شدند به این معنا که نرم افزار مقدار بار وارده در هر ۰/۰۱۲۵ ثانیه را به نمونه اعمال می کند و سپس مقادیر تغییر شکل ها را در این گام های زمانی محاسبه می کند.

جدول ۶: بارگذاری وارد بر یک نیمه تیر برای ایجاد تنش در بال پایینی تیرهای فولادی، در محل میانه تیر [۳]

نقطه ی کمینه ی بارگذاری (kPa)	نقطه ی بیشینه ی بارگذاری (kPa)	محدوده ی بار گسترده معادل محدوده ی تنش (kPa)	محدوده ی بار متمرکز معادل (kN)	محدوده ی تنش (MPa)
۱۰۳۴/۵۸	۱۰۳۴۵/۸۰	۹۳۱۱/۲۲	۴۲/۶۳	۲۰۷
۱۲۰۴/۵۱	۱۲۰۴۵/۱۲	۱۰۸۴۰/۶۰	۴۹/۶۳	۲۴۱
۱۳۷۹/۴۴	۱۳۷۹۴/۴۱	۱۲۴۱۴/۹۶	۵۶/۸۴	۲۷۶
۱۵۴۹/۳۷	۱۵۴۹۳/۷۲	۱۳۹۴۴/۳۴	۶۳/۸۴	۳۱۰
۱۷۲۴/۳۰	۱۷۲۴۳/۰۱	۱۵۵۱۸/۷۱	۷۱/۰۵	۳۴۵
۱۸۹۴/۲۳	۱۸۹۴۲/۳۲	۱۷۰۴۸/۰۹	۷۸/۰۵	۳۷۹

برای ایجاد قیدهای تکیه گاهی مطابق با شرایط آزمایشگاهی، در دو سوی ابتدا و انتهای تیر، به فاصله ی ۴۰ میلی متر از هر لبه یک سطح ایجاد می شود و در این سطح تمامی درجات آزادی انتقالی و دورانی تیر به جز دوران در راستای محور عمود بر صفحه ی بال تیر بسته می شود. مقید کردن تیر در تمام ارتفاع بال و جان با قید تکیه گاهی مفصلی به این دلیل است که در شرایط آزمایشگاه نیز تمام این قسمت به یک صفحه ی قابل دوران بسته و مقید شده است.

همان طور که ذکر شد با توجه به اینکه نمونه ها به صورت نیمه مدل سازی شده اند در انتهای نمونه ها باید شرایط مرزی مناسب اعمال بشود. در یک تیر دوسر مفصل متقارن مقدار شیب در میانه ی دهانه حول محورهای اصلی x ، y و z برابر با صفر است چرا که در این نقطه مقدار لنگر - به عنوان عامل ایجادکننده شیب - حول تمام محورها صفر است؛ همچنین میزان جابجایی تیر ساده متقارن در میانه ی دهانه در دو راستای x و z نیز برابر صفر است زیرا با توجه به اینکه بارگذاری وارد بر تیر تنها در راستای y است بنابراین عواملی که می تواند سبب ایجاد تغییر مکان در دو راستای x و z شوند اعوجاج صفحات تیر به ترتیب حول محورهای z و y است و با توجه به اینکه دوران حول این محورها برابر صفر است مقدار جابجایی نیز در این جهات برابر صفر است.



شکل ۵: شرایط تکیه گاهی و بارگذاری وارد بر مجموعه ی تیر فولادی، اپوکسی و صفحه ی CFRP

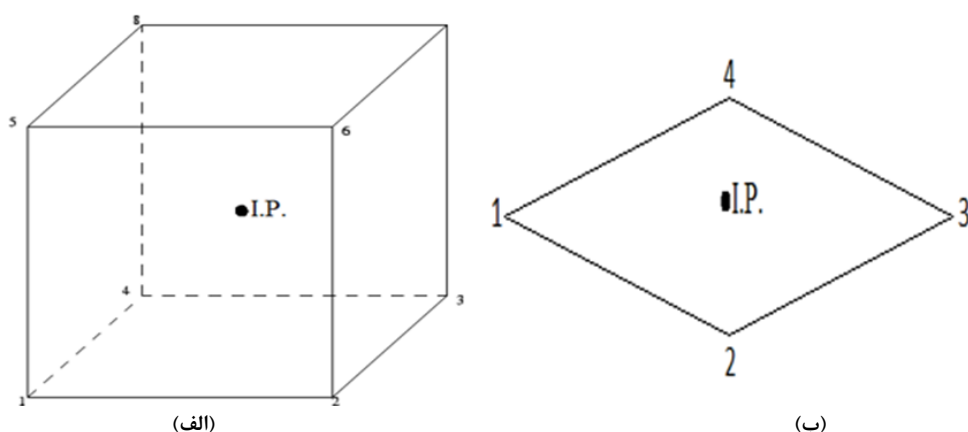
برای مدل سازی لایه‌ی اپوکسی به جای شبیه سازی این قسمت با یک عضو صفحه‌ای، از یک جز سه بعدی استفاده شده است؛ این عمل سبب می شود تا با در نظر گرفتن امکان ترک خوردگی در راستای ضخامت لایه‌ی اپوکسی، گسیختگی نمونه‌ها بر اثر جدایش نوار CFRP از سطح فولاد – که یکی از انواع معمول گسیختگی در بارگذاری خستگی است – نیز در نظر گرفته شود. همچنین با توجه به این که در سطح تماس میان لایه‌ی اپوکسی و نوار CFRP هیچ لغزشی به وجود نخواهد آمد [۱۶]، CFRP به صورت یک پوسته‌ی تقویتی بر سطح زیرین لایه‌ی اپوکسی متصل شده است. این عمل ضمن آنکه سبب تسریع محاسبات در نرم افزار می شود، شرایط اتصال CFRP به اپوکسی را بهتر شبیه سازی می کند.

برای شبکه بندی اجزای موجود در مدل سازی باید با استفاده از آزمون و خطا و توجه به نمونه‌های مشابه مقدار ابعاد مناسب برای شبکه بندی را انتخاب کرد. اندازه‌هایی که برای شبکه بندی نمونه انتخاب شدند ۲۰، ۴۰ و ۸۰ میلی متر بودند؛ این مقادیر بیانگر حداکثر ابعاد طول، عرض و ارتفاع یک جز مکعب مربعی در شبکه بندی هر بخش اجزا سه بعدی (در این پژوهش تنها جز سه بعدی اپوکسی مسلح به صفحه‌ی CFRP است) است و برای اجزای صفحه‌ای این مقادیر ابعاد طول و عرض هر شبکه را مشخص می کنند.

نوع جز مورد استفاده در تحلیل تیرهای فولادی و صفحه‌ی CFRP جز S4R است. مطابق با تعریف نرم افزار Abaqus [۱۷] این جز یک جز صفحه‌ای ۴ گرهی است که هر گره آن سه درجه آزادی انتقالی در جهات x ، y و z و سه درجه آزادی دورانی حول x ، y و z دارد. با توجه به اینکه انتگرال در این جز تنها در مرکز جز محاسبه می شود هیچ گونه درگیری و قفل شدگی^۱ میان اجزای مجاور بروز نخواهد کرد. این جز که برای عموم تحلیل‌های صفحه‌ای مورد استفاده قرار می گیرد با نظریه‌ی کلاسیک صفحه‌ها نیز کاملاً سازگار است. برای تحلیل تیر فولادی از ۳۰۲ جز S4R و برای تحلیل صفحه‌ی CFRP از ۳۲ جز استفاده می شود که با توجه به اینکه تیرها و CFRP به شکل نیمه مدل سازی شده‌اند این تعداد به ترتیب به ۱۵۱ و ۱۶ جز کاهش می یابد.

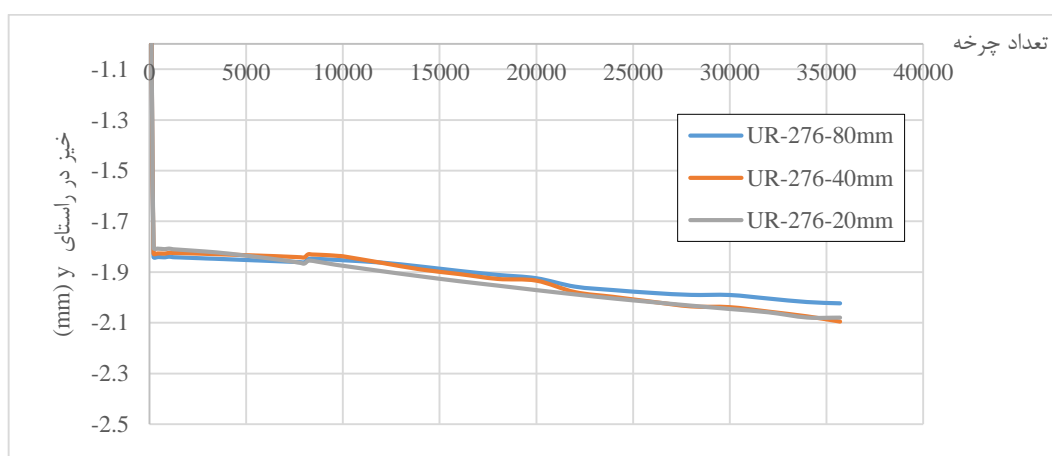
نوع جز مورد استفاده در تحلیل اپوکسی جز C3D8R است. مطابق با تعریف نرم افزار Abaqus [۱۸] این جز یک جز مکعبی ۸ گرهی است که هر گره آن سه درجه آزادی انتقالی در جهات x ، y و z دارد. این جز برای عموم تحلیل‌های سه بعدی مورد استفاده قرار می گیرد و با توجه به اینکه انتگرال در یک نقطه محاسبه می گردد از بروز درگیری اجزا جلوگیری می شود. برای تحلیل اپوکسی از ۳۲ جز S4R استفاده می شود که با توجه به اینکه اپوکسی به شکل نیمه مدل سازی شده است این تعداد به ۱۶ جز کاهش می یابد.

در مجموع برای تحلیل یک تیر تقویت شده ۱۸۳ جز و برای یک تیر تقویت نشده ۱۵۱ جز با روش اجزا محدود مورد استفاده قرار گرفتند. شکل ۶ اجزای C3D8R و S4R را نمایش می دهند.

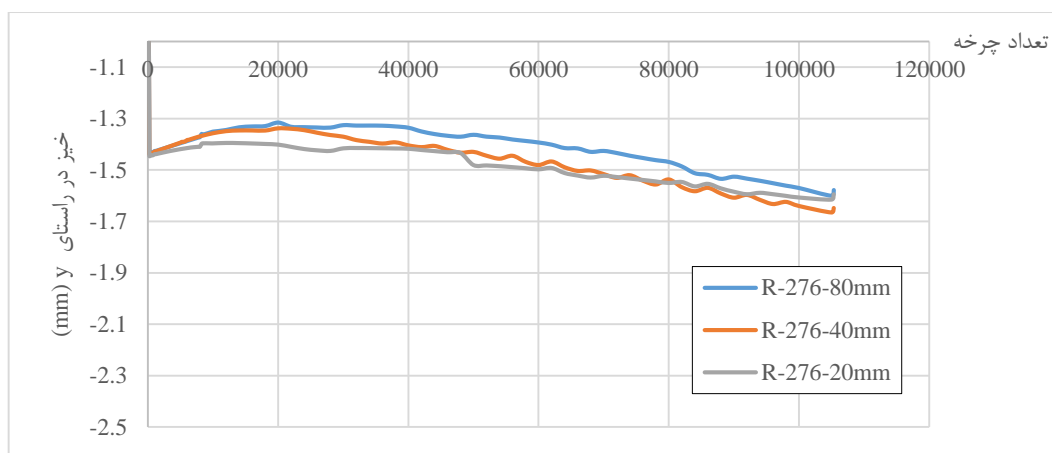


شکل ۶: (الف) جز C3D8R با یک نقطه برای انتگرال گیری در مرکز و ۸ گره در گوشه های خود با سه درجه آزادی انتقالی در راستای محورها اصلی مختصات دکارتی (ب) جز S4R با یک نقطه برای انتگرال گیری در مرکز و ۴ گره در گوشه های خود با سه درجه آزادی انتقالی در راستای محورها اصلی مختصات دکارتی و سه درجه آزادی دورانی حول محورها اصلی مختصات دکارتی

برای اطمینان از اینکه ابعاد شبکه بندی مناسب انتخاب شده اند دو نمونه R-276 (تیر فولادی تقویت شده تحت تنش 276MPa در نقطه میانی بال پایینی) و UR-276 (تیر فولادی تقویت نشده تحت تنش 276MPa در نقطه میانی بال پایینی) با ابعاد شبکه بندی ۲۰، ۴۰ و ۸۰ میلی متر تحلیل شده اند و مقدار خیز در نقطه میانی بال پایینی تیر قرائت شده و نمودار خیز-تعداد چرخه رسم شده است. شکل های ۷ و ۸ نمودار خیز-تعداد چرخه را به ترتیب برای نمونه های R-276 و UR-276 با شبکه بندی های مختلف نشان می دهند.



شکل ۷: نمودار خیز نقطه میانی تیر تقویت نشده در بال پایینی در مقابل تعداد چرخه های بارگذاری برای ابعاد شبکه بندی ۲۰، ۴۰ و ۸۰ میلی متر است



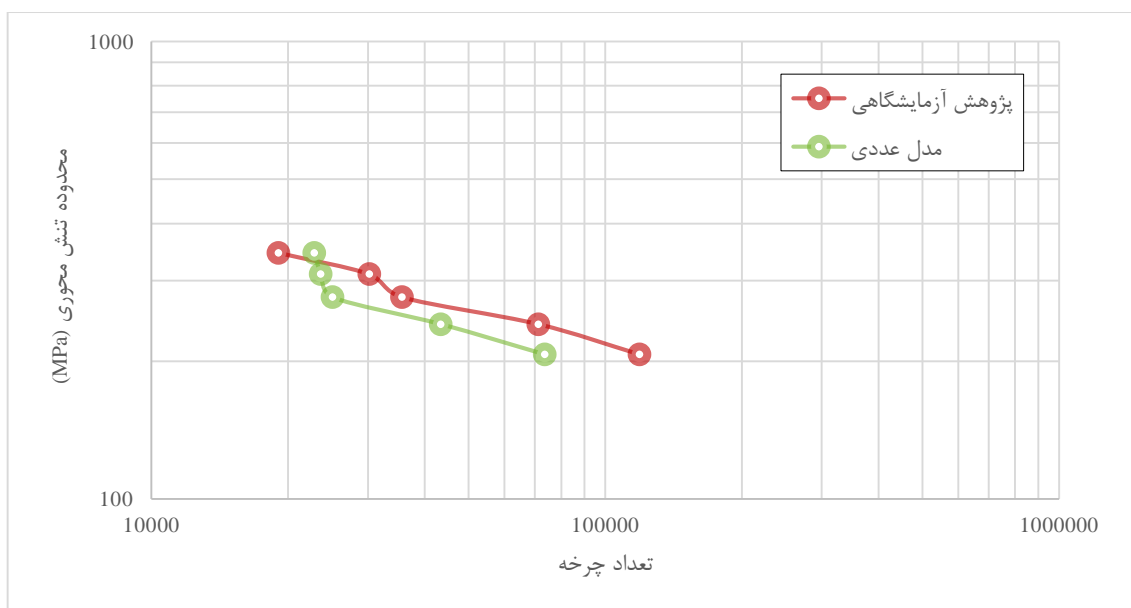
شکل ۸: نمودار خیز نقطه‌ی میانی تیر تقویت‌شده در بال پایینی در مقابل تعداد چرخه‌های بارگذاری برای ابعاد شبکه‌بندی ۲۰، ۴۰ و ۸۰ میلی‌متر است

با توجه به شکل‌های ۷ و ۸ مقادیر خیز در نقطه‌ی میانی تیر برای بال پایینی به ازای شبکه‌بندی با ابعاد ۲۰ و ۴۰ میلی‌متر، به خصوص در چرخه‌های پایانی، تقریباً برابر است، ضمن آنکه برخی از مقادیر خیز در نمودار UR-276-8cm مستقیماً توسط نرم‌افزار محاسبه نشده است و از طریق درون‌یابی به دست آمده‌اند؛ این مسئله به این خاطر است که مقادیر تنش در محل ایجاد بریدگی در بال پایینی تیر به علت ناسازگار بودن شبکه‌ها قابل محاسبه نیستند و نرم‌افزار تنها در مواقعی که پاسخ‌ها در این محدوده پایدار باشند مقادیر خیز را گزارش می‌کند.

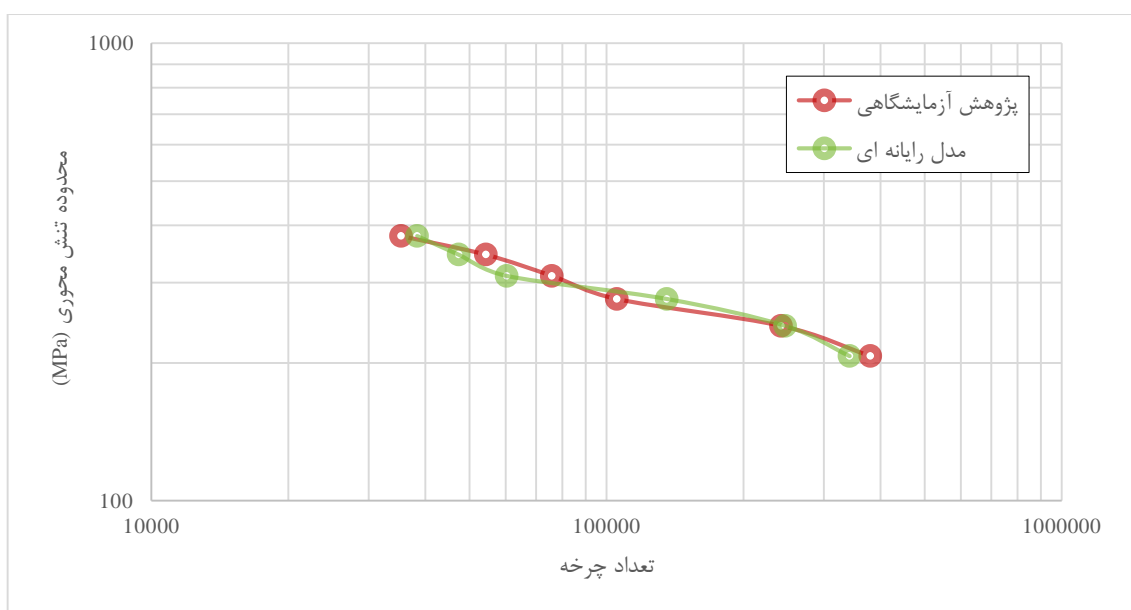
۴- بررسی نتیجه‌ها و خروجی‌ها

پس از راه‌اندازی مدل عددی و به دست آوردن خروجی‌ها میزان همخوانی مدل ارایه شده با نتیجه‌های آزمایشگاهی بررسی می‌شود. در این راستا نمودار تنش - عمر خستگی برای نمونه‌های آزمایشگاهی و نمونه‌های عددی در برابر یکدیگر رسم می‌شود و نتیجه‌های به دست آمده مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند.

شکل‌های ۹ و ۱۰ به ترتیب نمودارهای تنش- عمر خستگی را برای تیرهای تقویت‌نشده و تقویت‌شده نشان می‌دهد؛ این نمودارها بر اساس داده‌های آزمایشگاهی و نتیجه‌های مدل‌سازی عددی رسم شده‌اند و میزان درستی آن‌ها با نتیجه‌های آزمایشگاهی را نشان می‌دهند.



شکل ۹: نمودار تنش - عمر خستگی بر اساس داده‌های آزمایشگاهی و تحلیل عددی برای نمونه‌های تقویت‌نشده.



شکل ۱۰: نمودار تنش - عمر خستگی بر اساس داده‌های آزمایشگاهی و تحلیل عددی برای نمونه‌های تقویت‌شده.

بر اساس شکل ۹ دقت مدل عددی در محاسبه‌ی عمر خستگی نمونه‌های تقویت‌نشده برای تنش‌های مختلف، متفاوت است و میزان دقت مدل عددی برای نمونه‌ی با تنش ۲۴۱ مگاپاسکال نسبت به سایر نمونه‌ها کمتر است، همین‌طور مشاهده می‌شود که با افزایش مقدار تنش خطای مدل عددی کاهش خواهد یافت یا به بیان دیگر با کاهش تعداد چرخه‌های بارگذاری مقدار خطا نیز کمتر خواهد شد. همچنین همان‌طور که در شکل ۹ مشخص است مدل عددی عمر تمامی نمونه‌ها به جز نمونه‌ی قرارگرفته تحت تنش ۳۴۵ مگاپاسکال را نسبت به نتایج آزمایشگاهی کمتر تخمین می‌زند. مطابق شکل ۱۰ مدل عددی در تخمین عمر خستگی نمونه‌های تقویت‌شده نسبت به نمونه‌های تقویت‌نشده بهتر عمل می‌کند و میزان تطابق نتایج مدل عددی با نتایج آزمایشگاهی در مورد نمونه‌های تقویت‌شده بیشتر است،

بر اساس شکل ۱۰ دقت مدل عددی در تخمین عمر خستگی نمونه‌های تقویت‌شده با تغییرات تنش ارتباط منظمی ندارد و تنها می‌توان گفت در محدوده‌ی ۳۱۰ تا ۲۷۰ مگاپاسکال خطای مدل عددی افزایش می‌یابد و به ازای مقادیر تنش خارج از این محدوده مقدار خطا کمتر خواهد شد. برای روشن‌تر شدن میزان خطای مدل عددی در تخمین عمر خستگی، در جدول ۷ عمر خستگی تمام نمونه‌ها در حالت تقویت‌شده و تقویت‌نشده بر طبق نتیجه‌های آزمایشگاهی و مدل‌سازی عددی آورده شده است و خطای مدل عددی نسبت به داده‌های آزمایشگاهی محاسبه شده است. مطابق با روش معمول در پژوهش‌های مشابه [۱۹] میزان خطای مدل عددی با رابطه‌ی (۲) محاسبه شده است:

$$PE = \left| \frac{\log_{10}(N_E) - \log_{10}(N_P)}{\log_{10}(N_E)} \right| \times 100 \quad (2)$$

در رابطه‌ی (۲) درصد خطا، N_E تعداد چرخه‌های عمر خستگی بر اساس نتیجه‌های آزمایشگاهی و N_P تعداد چرخه‌های عمر خستگی بر اساس مدل عددی است. دلیل استفاده از لگاریتم تعداد چرخه‌ها به جای استفاده‌ی مستقیم از تعداد چرخه‌ها آن است که با توجه به پراکندگی نتیجه‌های آزمایشگاهی در تحلیل‌های خستگی اختلاف میان نتیجه‌های آزمایشگاهی بسیار زیاد است و مقادیر این اختلاف در محدوده‌ی چند ده هزار چرخه نوسان می‌کند، برای کم کردن اثر این اختلاف چشمگیر از بررسی و مقایسه‌ی لگاریتمی مقادیر استفاده می‌شود؛ همچنین زمانی که تعداد چرخه‌های بارگذاری افزایش می‌یابد مقدار خطای مجاز در تخمین عمر خستگی نیز افزایش خواهد یافت بنابراین باید با یک مقیاس مناسب اثر افزایش تعداد چرخه‌های بارگذاری بر افزایش میزان خطا را نیز لحاظ کرد.

جدول ۷: عمر خستگی بر اساس نتیجه‌ها آزمایشگاهی و مدل عددی (برای تیرهای تقویت‌شده و تقویت‌نشده) و درصد خطای مدل عددی برای هر محدوده‌ی تنش

محدوده تنش (MPa)	تیرهای تقویت‌شده			تیرهای تقویت‌نشده		
	تعداد چرخه عمر خستگی بر اساس داده‌های آزمایشگاهی	تعداد چرخه عمر خستگی بر اساس نتیجه‌ها مدل عددی	PE	تعداد چرخه عمر خستگی بر اساس داده‌های آزمایشگاهی	تعداد چرخه عمر خستگی بر اساس نتیجه‌ها مدل عددی	PE
۲۰۷	۳۷۹,۸۲۴	۳۴۱,۷۸۶	۰/۸۲	۱۱۹,۱۴۰	۷۳,۶۰۴	۴/۱۲
۲۴۱	۲۴۱,۹۶۵	۲۴۶,۹۴۲	۰/۱۶	۷۱,۲۷۸	۴۳,۴۶۱	۴/۴۲
۲۷۶	۱۰۵,۳۴۵	۱۳۵,۷۶۹	۲/۱۹	۳۵,۷۱۰	۲۵,۰۷۹	۳/۳۷
۳۱۰	۷۵,۹۱۰	۶۰,۴۰۵	۲/۰۳	۳۰,۲۱۶	۲۳,۶۰۶	۲/۳۹
۳۴۵	۵۴,۳۰۰	۴۷,۳۲۳	۱/۲۶	۱۹,۰۶۸	۲۲,۸۵۷	۱/۸۴
۳۷۹	۳۵,۳۵۶	۳۸,۳۶۲	۰/۷۸	--	--	--

مطابق با اطلاعات استخراج‌شده از جدول ۷ می‌توان رابطه‌ای برای عمر خستگی نمونه‌های تقویت‌شده و تقویت‌نشده متناسب با محدوده‌ی تنش اعمالی ارایه کرد. رابطه‌های (۳) و (۴) به ترتیب، عمر خستگی را برای نمونه‌های تقویت‌نشده و تقویت‌شده بیان می‌کنند.

$$\log_{10}(S) = -0.3725 \log_{10}(N) + 4.1200 \quad (3)$$

$$\log_{10}(S) = -0.2448 \log_{10}(N) + 3.6857 \quad (4)$$

ضریب برازش (R^2) برای رابطه‌ی (۳) برابر ۰/۸۳ و برای رابطه‌ی (۴) برابر ۰/۹۷ است. رابطه‌های (۵) و (۶) به ترتیب، رابطه‌های تجربی گزارش‌شده در پژوهش مرجع [۳] برای تعیین عمر خستگی نمونه‌های تقویت‌نشده و تقویت‌شده هستند؛ همچنین رابطه‌های

پیشنهادی AASHTO در تعیین عمر خستگی نمونه‌های تقویت‌نشده و تقویت‌شده به ترتیب، به شکل رابطه‌های (۷) و (۸) بیان شده‌اند. لازم به ذکر است که در رابطه‌های (۵) و (۶) به ترتیب، ضریب برازش برابر ۰/۹۸ و ۰/۹۹ است. لازم به ذکر است که در رابطه‌های (۳) تا (۸)، S محدوده‌ی تنش اعمالی برحسب مگاپاسکال و N تعداد چرخه‌های بارگذاری است.

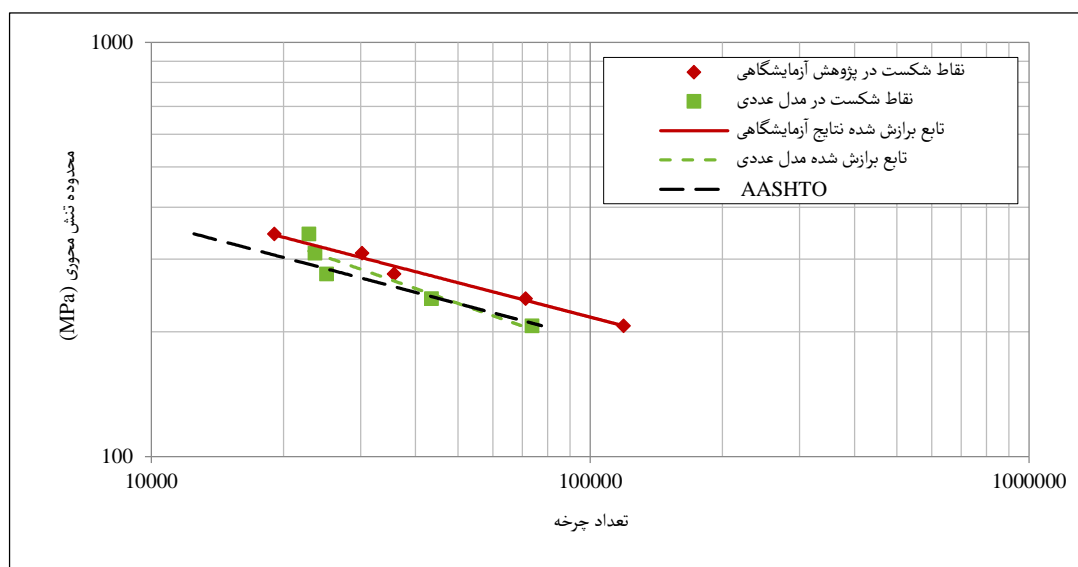
$$\text{Log}_{10}(S) = -0.2757\text{Log}_{10}(N) + 3.7152 \quad (۵)$$

$$\text{Log}_{10}(S) = -0.2491\text{Log}_{10}(N) + 3.7097 \quad (۶)$$

$$\text{Log}_{10}(S) = -0.2800\text{Log}_{10}(N) + 3.6848 \quad (۷)$$

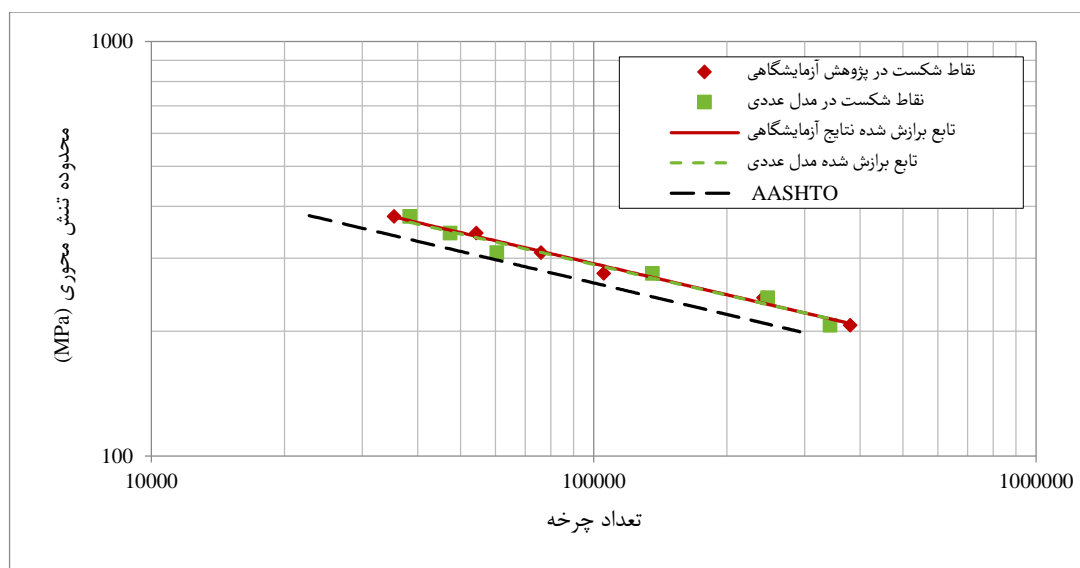
$$\text{Log}_{10}(S) = -0.2525\text{Log}_{10}(N) + 3.6798 \quad (۸)$$

در ادامه نمودارهای محدوده تنش محوری-عمر خستگی برای هریک از نمونه‌های تقویت‌شده و تقویت‌نشده، مطابق با رابطه‌ی مدل‌های عددی، آزمایشگاهی و آیین‌نامه‌ای رسم می‌شود و میزان صحت رابطه‌های عددی برازش شده ارزیابی می‌گردد. در شکل ۱۱ رابطه‌های (۳)، (۵) و (۷) که مربوط به تعیین عمر خستگی نمونه‌های تقویت‌نشده هستند رسم شده‌است و می‌توان در این شکل میزان اختلاف این سه رابطه از یکدیگر را به خوبی مشاهده کرد. در شکل ۸ نمودار رابطه‌های برازش داده شده روی نتیجه‌های پژوهش آزمایشگاهی [۳] و مدل‌سازی عددی همراه با رابطه‌ی پیشنهادی AASHTO در برابر یکدیگر رسم شده‌اند. این شکل ارتباط محدوده‌ی تنش محوری و عمر خستگی را برای نمونه‌های تقویت‌نشده نشان می‌دهد.



شکل ۱۱: نمودار رابطه‌های برازش‌شده از نتیجه‌های آزمایشگاهی و مدل عددی در برابر رابطه‌ی ارایه شده توسط AASHTO برای تیر فولادی تقویت‌نشده.

شکل ۱۲ نمودار رابطه‌های برازش داده شده روی نتیجه‌های پژوهش آزمایشگاهی [۳] و مدل‌سازی عددی همراه با رابطه‌ی پیشنهادی AASHTO در برابر یکدیگر رسم شده‌اند؛ این شکل ارتباط محدوده‌ی تنش محوری و عمر خستگی را برای نمونه‌های تقویت‌شده نشان می‌دهد.



شکل ۱۲: نمودار رابطه‌های برازش‌شده از نتیجه‌های آزمایشگاهی و مدل عددی در برابر رابطه‌ی ارایه شده توسط AASHTO برای تیر فولادی تقویت‌شده با نوارهای CFRP.

با توجه به شکل ۱۱ رابطه‌ی برازش شده با استفاده از داده‌های مدل عددی برای تنش‌های در حدود پایین بیشتر با رابطه‌ی پیشنهادی AASHTO هم‌خوانی دارند و برای تنش‌های در حدود بالا با رابطه‌ی برازش شده روی نتیجه‌های آزمایشگاهی هم‌خوانی دارند به عبارت دیگر، با افزایش تعداد چرخه‌های بارگذاری خروجی‌های مدل عددی به محاسبات آیین‌نامه‌ای نزدیک‌تر هستند و با کاهش تعداد چرخه‌های بارگذاری رابطه‌ی برازش‌شده‌ی عددی به رابطه‌ی آزمایشگاهی نزدیک‌تر است این موضوع پیش‌تر در توضیحاتی که ذیل شکل ۹ نیز ارایه شدند نیز بررسی شد. این موضوع در جدول ۸ به‌طور دقیق‌تر بررسی شده است. همچنین با توجه به شکل ۱۲ تابع برازش داده شده روی نتیجه‌های مدل عددی هم‌خوانی خوبی با نتیجه‌های آزمایشگاهی دارد. اختلاف مقادیر آزمایشگاهی و عددی با محاسبات آیین‌نامه‌ای در تخمین عمر خستگی نمونه‌های تقویت‌شده با افزایش و کاهش چرخه‌های بارگذاری ثابت می‌ماند؛ این امر می‌تواند ناشی از ملاحظات محافظه‌کارانه‌ی آیین‌نامه باشد چرا که در تخمین عمر خستگی نمونه‌های تقویت‌نشده نیز مشاهده شد رابطه‌ی پیشنهادی آیین‌نامه عمر نمونه‌ها را کمتر از مقادیر آزمایشگاهی تخمین می‌زند. اگرچه که هم مدل عددی و هم نتیجه‌های آزمایشگاهی اختلاف اندکی با رابطه‌ی پیشنهادی AASHTO دارند؛ این موضوع در جدول ۸ به‌طور دقیق‌تر بررسی شده است.

جدول ۸: عمر خستگی محاسبه شده با استفاده از رابطه‌های (۳) تا (۸) و میزان خطای رابطه‌ی (۳) و (۴) با رابطه‌های (۵) تا (۸)

محدوده‌ی تنش (MPa)	تیرهای تقویت نشده						تیرهای تقویت شده					
	PE			PE			PE			PE		
	خطای رابطه‌ی مدل عددی نسبت به رابطه‌ی آزمایشگاهی AASHTO	خطای رابطه‌ی مدل عددی نسبت به رابطه‌ی آزمایشگاهی AASHTO	خطای رابطه‌ی مدل عددی نسبت به رابطه‌ی آزمایشگاهی AASHTO	خطای رابطه‌ی مدل عددی نسبت به رابطه‌ی آزمایشگاهی AASHTO	خطای رابطه‌ی مدل عددی نسبت به رابطه‌ی آزمایشگاهی AASHTO	خطای رابطه‌ی مدل عددی نسبت به رابطه‌ی آزمایشگاهی AASHTO	خطای رابطه‌ی مدل عددی نسبت به رابطه‌ی آزمایشگاهی AASHTO	خطای رابطه‌ی مدل عددی نسبت به رابطه‌ی آزمایشگاهی AASHTO	خطای رابطه‌ی مدل عددی نسبت به رابطه‌ی آزمایشگاهی AASHTO	خطای رابطه‌ی مدل عددی نسبت به رابطه‌ی آزمایشگاهی AASHTO	خطای رابطه‌ی مدل عددی نسبت به رابطه‌ی آزمایشگاهی AASHTO	
۲۰۷	۳۹۴,۳۹۱	۳۹۲,۷۷۶	۲۵۲,۳۹۹	۰/۰۳	۳/۵۹	۶۹,۶۸۰	۱۱۸,۹۰۰	۷۷,۵۳۰	۴/۵۷	۰/۹۵		
۲۴۱	۲۱۱,۸۸۰	۲۱۳,۳۲۶	۱۳۸,۱۹۲	۰/۰۵	۳/۶۱	۴۶,۳۲۳	۶۸,۴۸۹	۴۵,۰۳۵	۳/۵۱	۰/۲۶		
۲۷۶	۱۲۱,۷۵۴	۱۲۳,۷۸۳	۸۰,۷۶۴	۰/۱۴	۳/۶۳	۳۲,۱۸۸	۴۱,۸۸۱	۲۷,۷۴۵	۲/۴۷	۱/۴۵		
۳۱۰	۷۵,۷۴۶	۷۷,۶۵۲	۵۰,۹۷۸	۰/۲۲	۳/۶۵	۲۳,۵۶۴	۲۷,۴۸۰	۱۸,۳۲۲	۱/۵۰	۲/۵۶		
۳۴۵	۴۸,۹۲۸	۵۰,۵۴۵	۳۳,۳۷۱	۰/۳۰	۳/۶۷	۱۷,۶۸۲	۱۸,۶۴۳	۱۲,۵۰۳	۰/۵۴	۳/۶۷		
۳۷۹	۳۳,۳۲۶	۳۴,۶۶۰	۲۲,۹۹۸	۰/۳۸	۳/۶۹	--	--	--	--	--		

مطابق با اطلاعات جدول ۸، هم‌خوانی رابطه‌ی (۳) با رابطه‌ی آزمایشگاهی (رابطه‌ی (۵)) با افزایش تنش کاهش می‌یابد و برعکس، هم‌خوانی این رابطه با رابطه‌ی پیشنهادی AASHTO (رابطه‌ی (۷)) با افزایش تنش افزایش می‌یابد. اما در کل هم‌خوانی رابطه‌ی (۳) با نتیجه‌های آزمایشگاهی و آیین‌نامه‌ای در حد مناسب است.

با توجه به اطلاعات جدول ۸، با افزایش تنش، هم‌خوانی رابطه‌ی (۴) با رابطه‌ی آزمایشگاهی (رابطه‌ی (۶)) کاهش می‌یابد اما میزان خطای رابطه بسیار اندک و در حدود چند هزار چرخه است که با توجه به تعداد بسیار بالای چرخه‌های بارگذاری می‌توان این میزان خطا را ناچیز دانست. همچنین هم‌خوانی رابطه‌ی (۴) با رابطه‌ی آیین‌نامه‌ی AASHTO ثابت بوده و با افزایش یا کاهش تنش تغییر چندانی نمی‌کند.

در مجموع، می‌توان از اطلاعات جدول ۸ چنین برداشت کرد که مدل عددی در تخمین عمر خستگی نمونه‌های تقویت شده نسبت به نمونه‌های تقویت نشده، نتیجه‌های نزدیک‌تری به مقادیر آزمایشگاهی ارائه می‌کند.

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش رفتار تیرهای فولادی تقویت شده با نوارهای CFRP و تیرهای فولادی تقویت نشده تحت بارگذاری خستگی، در یک مدل عددی تحت بررسی قرار گرفتند. بر اساس مدل‌سازی عددی انجام شده در این پژوهش و مقایسه‌ی خروجی‌های این مدل با پژوهش‌های آزمایشگاهی پیشین نتیجه‌گیری‌های زیر استنباط می‌شوند:

۱- مدل‌سازی عددی نمونه‌های مورد بررسی در این پژوهش می‌تواند عمر خستگی نمونه‌های تقویت نشده را با خطای حداکثر ۴/۴۳ درصد نسبت به نتیجه‌های آزمایشگاهی تخمین بزند و رابطه‌ی تنش-عمر خستگی برازش شده با استفاده از نتیجه‌های مدل عددی با حداکثر خطای ۴/۵۷ درصد نسبت به رابطه‌ی تجربی و بیشینه خطای ۳/۶۷ درصد نسبت به رابطه‌ی آیین‌نامه‌ای عمر خستگی تیرهای فولادی تقویت نشده را تخمین می‌زند.

۲- مدل‌سازی عددی نمونه‌های مورد بررسی در این پژوهش، عملکرد بهتری در تخمین عمر خستگی نمونه‌های تقویت شده از خود نشان می‌دهد به گونه‌ای که عمر خستگی نمونه‌های تقویت شده مطابق با نتیجه‌های مدل عددی با خطای حداکثر ۲/۱۹ درصد نسبت به

نتیجه‌های آزمایشگاهی به دست می‌دهد و رابطه‌ی تنش-عمر خستگی برآزش شده بر اساس نتیجه‌های مدل عددی با بیشینه خطای ۰/۳۸ درصد نسبت به رابطه‌ی تجربی و ۳/۶۹ درصد نسبت به رابطه‌ی آیین‌نامه‌ای عمر خستگی نمونه‌های تقویت‌شده را تخمین می‌زند.

۳- خطای مدل‌سازی عددی در تخمین عمر خستگی نمونه‌های تقویت‌نشده، با کاهش تنش افزایش می‌یابد. درحالی‌که مقدار خطا در تعیین عمر خستگی نمونه‌های تقویت‌شده، با کاهش یا افزایش تنش چندان نسبتی ندارد و خطای در محدوده تنش ۳۰۰ مگاپاسکال بیشترین مقدار را دارد. همچنین می‌توان گفت خطای رابطه‌های برآزش شده با استفاده از نتیجه‌های مدل عددی نسبت به رابطه‌ی آیین‌نامه‌ای برای نمونه‌های تقویت‌نشده و تقویت‌شده، تقریباً به‌طور منظم با افزایش تنش افزایش می‌یابد درحالی‌که مقدار خطا نسبت به رابطه‌ی تجربی، برای نمونه‌های تقویت‌نشده با افزایش تنش کاهش می‌یابد و برای نمونه‌های تقویت‌شده با افزایش تنش افزایش می‌یابد.

۴- مشاهده شد که مدل عددی در این پژوهش، نتیجه‌ها بهتری در شبیه‌سازی تیرهای فولادی تقویت‌شده نسبت به تیرهای فولادی تقویت‌نشده ارائه می‌دهد. این موضوع به دلیل شبیه‌سازی بهتر افت سختی نسبی در طی فرآیند خستگی در نمونه‌های تقویت‌شده نسبت به نمونه‌های تقویت‌نشده بود. لازم است تا در پژوهش‌های آینده با بررسی بیشتر ابعاد پدیده خستگی مثل نحوه‌ی توزیع تنش و گسترش ترک در تیر، میزان هم‌خوانی مدل‌های عددی با نتیجه‌های آزمایشگاهی در ابعاد دیگر برای تیرهای تقویت‌نشده بررسی گردد.

سپاسگزاری

این پژوهش با حمایت معاونت محترم پژوهشی دانشگاه فردوسی مشهد تحت عنوان طرح پژوهشی شماره‌ی ۳-۵۵۸۹۲، انجام گرفته است. همچنین نویسندگان به این وسیله از گروه مهندسی عمران، که با در اختیار گذاشتن سیستم محاسباتی توانمند، کمک شایانی در انجام این پژوهش داشتند کمال تشکر را دارند.

مراجع

- [1] Lorenzo, L. and Hahn, H. T. (1986). Fatigue Failure Mechanisms in Unidirectional Composites. *Composite Materials: Fatigue and Fracture*, 1, pp 210–232.
- [2] Awad, Z. K.; Aravinthan, T.; Zhuge, Y. and Gonzalez, F. (2012). A review of optimization techniques used in the design of fibre composite structures for civil engineering applications. *Materials and Design*, 33, pp 534–544.
- [3] Tavakkolizadeh, M. and Saadatmanesh, H. (2003). Fatigue strength of steel girders strengthened with carbon fiber reinforced polymer patch. *Journal of Structural Engineering*. 129 (2), pp 186-196.
- [4] Jiao, H.; Mashiri, F. and Zhao, X. L. (2012). A comparative study on fatigue behaviour of steel beams retrofitted with welding, pultruded CFRP plates and wet layup CFRP sheets. *Thin-Walled Structures*, 59, pp 144-152.
- [5] Colombi, P. and Fava, G. (2015). Experimental study on the fatigue behavior of cracked steel beams repaired with CFRP plates. *Engineering Fracture Mechanics*. 145, pp 128-142.
- [6] Bocciarelli, M.; Colombi, P.; D'Antino, T. and Fava, G. (2018). Intermediate crack induced debonding in steel beams reinforced with CFRP plates under fatigue loading. *Engineering Structures*, 171, pp 883-893.
- [7] Hu, L.; Feng, P. and Zhao, X. L. (2017). Fatigue design of CFRP strengthened steel members. *Thin-Walled Structures*, 119, pp 482-498.
- [8] Li, J.; Deng, J.; Yi, W.; Guan, J. and Zheng, H. (2019). Experimental study of notched steel beams strengthened with a CFRP plate subjected to overloading fatigue and wetting/drying cycles. *Composite Structures*, 209, pp 634-643.
- [9] Anderson, T. L. (1994), *Fracture Mechanics, Fundamentals and Applications*. 2nd Edition. CRC Press: Washington DC, 630.
- [10] Hartloper, A. R.; De Castro e Sousa, A. and Lignos, D. G. (2021). Constitutive modeling of structural steels: nonlinear isotropic/kinematic hardening material model and its calibration. *Journal of Structural Engineering*, 147 (4), 04021031.
- [11] Gorash, Y. and MacKenzie, D. (2017). On cyclic yield strength in definition of limits for characterization of fatigue and creep behavior. *Open Engineering*. 7 (1), pp 126-140.

- [12] Amesweb-Advanced Mechanical Engineering Solutions, (2017). *Profiles*. Available at: <https://amesweb.info/Profiles/Standard-Steel-I-Beam-Sizes-Chart.aspx>.
- [13] Hernandez, D. A.; Alberto Soufen, C. and Ornaghi Orlandi, M. (2017). Carbon fiber reinforced polymer and epoxy adhesive tensile test failure analysis using scanning electron microscopy. *Materials Research*, 20 (4), pp 951-961.
- [14] Ferreira Rodrigues, M.; Correia, J. A. F. O.; Pedrosa, B.; De Jesus, A. M. P. (2017). Static and fatigue behavior of Sikadur®-30 and Sikadur®-52 structural resins/adhesives. In: *2nd International Conference on Structural Integrity*. Funchal, Madeira, Portugal: INEGI/Faculty of Engineering, 17.
- [15] Kachlakev, D. I.; Miller, T. H.; Potisuk, T.; Yim, S. C. and Chansawat, K. (2001). *Finite element modeling of reinforced concrete structures strengthened with FRP laminates*. Oregon: Oregon department of transportation, 133.
- [16] Wang, Y. C.; Lee, M. G. and Chen, B. C. (2007). Experimental study of FRP-strengthened RC bridge girders subjected to fatigue loading. *Composite Structures*. 81 (4), pp 491-498.
- [17] Abaqus documentation, (2017). *Three-dimensional conventional shell element library*. Available at: <https://abaqus-docs.mit.edu/2017/English/SIMACAEELMRefMap/simaelm-r-shellgeneral.html>.
- [18] Massachusetts Institute of Technology: MIT, (2017). *Eight-node brick element with reduced integration (C3D8R and F3D8R)*. Available at: https://web.mit.edu/calculix_v2.7/CalculiX/ccx_2.7/doc/ccx/node27.html.
- [19] Karolczuka, A.; Papuga, J. and Palin-Luc, T. (2020). Progress in fatigue life calculation by implementing life-dependent material parameters in multiaxial fatigue criteria. *International Journal of Fatigue*. 134, 105509.