

## Analytical study on the dynamic response of a vertically single-span arch bridge due to passing vehicle

Fatemeh Tamjid<sup>1</sup>, Ali Keyhani<sup>2</sup>

1- Department of Civil and Environmental Engineering Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

2- Department of civil engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

### ABSTRACT

Modeling and simulation of the dynamic response of the bridge caused by vehicle passage is a significant factor in designing bridge structure. This paper investigates the dynamic response of the vertical arch bridge due to the moving vehicle. These responses include the record of vertical, horizontal displacements, and the rotation of various points of a single-span arch bridge. Moreover, the reference points were positioned in one-quarter, half, and three-quarters of the bridge span length. Considering the complicated behavior of these structures, field experiments are essential to assess their behavior. However, it is impossible to perform field experiments for every type of these structures due to their diversity. Therefore, accurate simulation seems essential to study their behavior. Accordingly, the Finite Element Method (FEM) has been employed to model the bridge structure. Primarily, the modeling was coded using FEM in MATLAB software, furthermore, the bridge-vehicle interaction model was applied, then the effect of arch radius modifications on bridge parameters was examined. Validation was carried out in two methods. The first included the modeling of the bridge in finite element software and a comparison of the modes shape and frequency of the first three modes with the results of the modeling and The second, compared the time history responses of displacement in the middle of the bridge and the degree of freedom of vehicle in the present study with previous prominent studies. The results of validation showed appropriate consistency, which confirmed the modeling. According to the results of the present study, by increasing the curvature radius of the beams, the vertical displacement in the middle of their spans increases. Furthermore, by reducing the curvature radius of the beams, the horizontal displacement of the middle of its span increases, which shows the reverse result compared to the vertical displacement. Moreover, the advantages of the presented study include simplicity, appropriate accuracy, and practicality in the monitoring of bridge health.

### ARTICLE INFO

**Receive Date:** 03 November 2021

**Revise Date:** 04 July 2022

**Accept Date:** 30 July 2022

### Keywords:

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: <https://doi.org/10.22065/jsce.2022.300129.2613>

\*Corresponding author:

Email address: [akeyhani@shahroodut.ac.ir](mailto:akeyhani@shahroodut.ac.ir)

## بررسی تحلیلی پاسخ دینامیکی پل قوسی قائم تک دهانه بر اثر عبور خودرو

فاطمه تمجید<sup>۱</sup>، علی کیهانی<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی دکتری سازه، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

### چکیده

مدل سازی و شبیه سازی پاسخ دینامیکی پل در حین عبور خودرو، همواره از اهمیت زیادی در طراحی سازه پل برخوردار بوده است. در این پژوهش، پاسخ دینامیکی پل قوسی قائم بر اثر عبور وسیله نقلیه مورد بررسی قرار گرفته است. این پاسخ ها شامل تاریخچه تغییر مکان قائم و افقی و دوران نقاط مختلف یک پل قوسی تک دهانه بوده که نقاط مرجع آن، در فواصل یک چهارم، یک دوم و سه چهارم دهانه پل قرار داده شده است. با توجه به رفتار پیچیده سازه پل ها، انجام آزمایش های میدانی جهت ارزیابی رفتار آنها ضروری است. اما؛ به علت تعدد این گونه سازه ها امکان انجام آزمایش های میدانی برای همه وجود ندارد. بنابراین جهت مطالعه رفتار این پل ها، شبیه سازی دقیق آنها ضروری به نظر می رسد. لذا، در مطالعه حاضر از روش اجزای محدود برای مدل سازی سازه پل استفاده شده است. مدلسازی، ابتدا در نرم افزار **MATLAB** به روش اجزای محدود کد نویسی شده و مدل اندرکنش پل-خودرو در آن اعمال گردیده است و سپس، اثر تغییرات شعاع بر پارامترهای پل مورد بررسی قرار گرفته است. صحت سنجی پژوهش نیز به دو صورت انجام پذیرفته است: روش اول مدلسازی پل در نرم افزار اجزای محدود و مقایسه شکل مودها و فرکانس سه مود اول با خروجی برنامه اجزای محدود و روش دوم مقایسه پاسخ های تاریخچه زمانی تغییر مکان وسط پل و درجه آزادی خودرو در پژوهش حاضر با پژوهش های شاخص پیش از آن می باشد. بررسی پاسخ ها و مقایسه آنها با مراجع فوق الذکر، از تطابق مناسب پاسخ ها و درستی مدلسازی حکایت دارد. با توجه به نتایج پژوهش، با افزایش شعاع انحنا تیرها، تغییر مکان قائم وسط دهانه آنها افزایش می یابد. نیز، با کاهش شعاع انحنا تیر، تغییر مکان افقی وسط دهانه آن افزایش می یابد که این تغییر دقیقاً نقطه مقابل در نتایج تغییر مکان قائم است. همچنین افزایش سرعت عبور خودرو تاثیر معکوس بر بازتاب های پل و افزایش شعاع انحنا باعث کاهش تغییر مکان های قائم پل می گردد. لذا می توان ادعا نمود که از جمله مزیت های روش پیشنهادی، سادگی به همراه دقت مناسب و در عین حال کاربردی بودن آن در بحث پایش سلامت پل ها می باشد.

کلمات کلیدی: روش اجزای محدود، اندرکنش پل-خودرو (VBI)، بار متحرک، پل خمیده، پایش سلامت سازه، روش شناسایی سیستم

غیر مستقیم

شناسه دیجیتال:		سابقه مقاله:				
doi:	<a href="https://doi.org/10.22065/jsce.2022.300129.2613">https://doi.org/10.22065/jsce.2022.300129.2613</a>	چاپ	انتشار آنلاین	پذیرش	بازنگری	دریافت
	10.22065/jsce.2022.300129.2613	۱۴۰۲/۰۲/۳۱	۱۴۰۱/۰۵/۰۸	۱۴۰۱/۰۵/۰۸	۱۴۰۱/۰۴/۱۳	۱۴۰۰/۰۸/۱۲
علی کیهانی akeyhani@shahroodut.ac.ir					*نویسنده مسئول: پست الکترونیکی:	

## ۱- مقدمه

سازه های مهندسی عمران به طور ناگزیر در معرض اثرات نامطلوب فرسایش محیطی، پیری مصالح، خستگی، اثرات بلندمدت بار و بلایای طبیعی و... قرار دارند که این، منجر به تجمع آسیب ها در سازه می شود. خرابی سازه ای به نگرانی جهانی تبدیل شده است؛ چرا که یک تهدید پنهان است که پتانسیل تبدیل شدن به شکست ناگهانی و یا فروریزش سازه ای را دارا می باشد.

مسئله اندرکنش دینامیکی پل-خودرو توجه بسیاری از محققان را در سال های اخیر به خود جلب نموده است. نیاز به بررسی این مشکل، در استفاده روز افزون از وسایل نقلیه پر سرعت و سنگین بروز و ظهور پیدا می کند. در اینگونه مدل ها، طرق مختلفی برای تحلیل پاسخ دینامیکی اندرکنش پل-خودرو وجود دارد. یکی از معروف ترین این روش ها، آن است که سازه ی پل به صورت یک تیر مستقیم با مقطع یکنواخت یا غیر یکنواخت، بسته به حرکت بار یا خودرو، در نظر گرفته شود [۵-۱]. در مراجع ۱ تا ۵، تیرهای پل بصورت یک تیر دو سر مفصل یا یک تیر چند دهانه و با استفاده از تئوری تیر تیموشنکو یا اولر-برنولی و بر اساس روش های تحلیلی یا روش های اجزای محدود مدلسازی و آنالیز شده اند و در نهایت، پاسخ دینامیکی اندرکنش پل-خودرو استخراج گردیده است.

موضوع پاسخ دینامیکی پل خمیده، در سال های اخیر، توجه بسیاری از صاحب نظران این حوزه را به خود جلب نموده است. پل های خمیده توسط عرشه یا تیر منحنی شکل که در معرض عبور انواع مختلف بار قرار می گیرند، مدلسازی می گردند [۸-۶]. به منظور انجام آنالیز پاسخ دینامیکی این گونه پل ها، دو روش تحلیلی و اجزای محدود انجام می شوند؛ که روش های تحلیلی به نظر رایج تر از روش های اجزای محدود می باشند. از میان تحقیقات بیشماری که در این حوزه وجود دارد، اسماعیل زاده و قریشی در [۹] ۱۹۹۵ ارتعاش یک تیر اولر-برنولی را تحت جرم متحرک بررسی نمودند. یانگ و همکاران در [۱۰] ۲۰۰۱ نیز یک تئوری کلی برای تحلیل ارتعاش تیر خمیده افقی در معرض بارهای متحرک ارائه دادند. در آن پژوهش، هریک از بارها، به شکل یک نیروی گرانشی و یک نیروی سانتریفیوژ (جانب مرکز) در نظر گرفته شده اند. نویسندگان، این مسئله را با در نظر گرفتن سهم مود اول ارتعاش، در حالت تقریبی و تحلیلی حل نمودند. وو و چیانگ در [۱۱] ۲۰۰۳ پاسخ های ارتعاش اجباری یک تیر خمیده افقی در معرض بار متحرک را با استفاده از روش انتگرال گیری مستقیم نیومارک بررسی نمودند. از آنجا که در پژوهش های تیرهای خمیده اخیر، پاسخ های درون صفحه و برون صفحه کوپله نبودند، رفتار درون صفحه این تیرها نادیده گرفته شدند؛ نیز علاوه بر تحلیل هایی که بر روی مدل المان تیر منحنی و جرم سازگار<sup>۱</sup> انجام گرفت، پژوهشگران مدل المان تیر مستقیم و جرم توده ای<sup>۲</sup> را برای آنالیز ارتعاش آزاد و ارتعاش اجباری تیرهای منحنی بکار گرفتند. لوو و همکاران در [۱۲] ۲۰۰۶ تیر تیموشنکو در معرض جرم متحرک را با استفاده از روش اجزای محدود بررسی نمودند. همین طور نیکخو و همکاران در [۱۳] ۲۰۰۷ یک تیر اولر-برنولی را که تحت تحریک جرم متحرک قرار داشت، را مطالعه نمودند و به یک فرمولاسیون تقریبی در حل این مسئله دست یافتند که بر پایه ی محدود نمودن اینرسی جرم متحرک صرفاً در ارتباط با مولفه عمودی شتاب، قرار داشت. مسلّم و همکاران در [۱۴] ۲۰۱۱ به حل تقریبی برای پاسخ دینامیکی تیرهای کامپوزیت ساندویچی در معرض جرم متحرک، پرداختند. آنها اثرات ضخامت لایه ها و جهت گیری الیاف فیبر را بر روی تغییر مکان تیر و نیروی تماسی بین تیر و جرم بررسی نمودند. دای و آنگ در [۱۵] ۲۰۱۴ یک راه حل تحلیلی برای پاسخ حالت پایدار<sup>۳</sup> تیر قوسی بر بستر فونداسیون میرای ویسکوز، ارائه دادند که در معرض عبور بارهای منفرد و متوالی قرار گرفته بود. آنها همچنین یک مطالعه محاسباتی با استفاده از روش المان متحرک بر اساس المان های مجزای تیر مستقیم انجام دادند. شنگ و ونگ در [۱۶] ۲۰۱۷ پاسخ های دینامیکی غیر خطی سازه ها را تحت بارهای متحرک تعیین نمودند. بار مورد بررسی به شکل یک سیستم چهار درجه آزادی با سیستم تعلیق خطی و تاثیر های انعطاف پذیر مدل گردیده و سازه ی آن نیز به صورت یک تیر اولر-برنولی دو سر مفصل در نظر گرفته شده است. لی و رن در [۱۷] ۲۰۱۸ حل تحلیلی در سه جهت برای پاسخ های تیرهای منحنی در معرض بارهای متحرک را استخراج کردند که این پاسخ ها شامل پاسخ های حرکت در جهات عمودی، پیچشی و شعاعی-محوری بودند. در این پژوهش،

<sup>1</sup> consistent-mass

<sup>2</sup> lumped-mass

<sup>3</sup> Steady-state response

تأثیرات پارامترهای سیستم همانند سرعت خودرو، شتاب ترمز گیری، شعاع خمیدگی پل، دهانه و مدول الاستیک عرشه پل منحنی شکل بر روی ارتعاش نقطه وسط آن مورد بررسی قرار گرفته است.

هدی سرپرست و همکار در ۲۰۱۹ [۱۸]، ارتعاش آزاد و اجباری تیر منحنی متورق (لمینیت شده) را تحت بارهای عبوری، آنالیز نمودند. همچنین اثر تغییرات پارامترهایی همچون توالی ورقه ها و سرعت حرکت بار را بر روی رفتار ارتعاشی مورد ارزیابی و بررسی قرار دادند. نیز در ۲۰۲۰، فریدانی و همکار [۱۹] پاسخ دینامیکی تیر کامپوزیتی منحنی نسبتاً ضخیم ساندویچی با تکیه گاه های ساده تحت یک جرم متحرک را بررسی کردند. در این مطالعه هندسه تیر به شکل منحنی فرض شده بود و علاوه بر آن اینرسی دورانی و تغییر مکان برشی عرضی نیز در نظر گرفته شد. با انجام یک مطالعه پارامتریک تأثیرات برخی از پارامترهای مهم از جمله جرم، سرعت جرم متحرک، شعاع انحنای تیر و نسبت ضخامت هسته به کل ضخامت، بر روی پاسخ های دینامیکی مورد مطالعه قرار گرفت.

از جمله ی کاربرد های مطالعه روش های اندرکنش پل-خودرو<sup>۴</sup> (VBI)، روش های پایش سلامت سازه<sup>۵</sup> می باشند. برای پایش موثر سازه های پیچیده و بزرگ مقیاس، روش های شناسایی آسیب "لرزش محور"<sup>۶</sup> توسط بسیاری از محققان مطرح شده اند. مفهوم اساسی این روش ها آن است که پارامترهای مودال به ویژه فرکانس ها، شکل مودها و میرایی مودال، تابع خواص فیزیکی سازه (جرم، میرایی و سختی) هستند. بنابراین تغییرات خواص فیزیکی، مانند کاهش سختی ناشی از ایجاد ترک یا خرابی اتصال، موجب تغییرات در خواص مودال می شود که این خود موجب تغییر در الگوی ارتعاش در پاسخ خروجی سازه می گردد. از میان سازه های زیر بنایی، پل ها به دلیل ماهیت شریانی خود، از اهمیت زیادی برخوردارند. لذا پایش سلامت سازه ای و شناسایی آسیب های احتمالی در آنها بسیار حائز اهمیت است. در همین راستا، اندازه گیری و استخراج فرکانس های ارتعاش و اشکال مودی پل ها امری ضروری در پایش و مانیتورینگ پل به شمار می رود. این مهم در سال های اخیر، با استفاده از عبور یک خودرو از روی پل توسط یانگ و همکاران [۲۰-۲۲] پیشنهاد شده است. این تکنیک متفاوت از آنچه که بطور مرسوم برای اندازه گیری ویژگی های دینامیکی پل ها انجام می گیرد، بوده است؛ چرا که نیازی به نصب سنسور بر روی سازه پل نیست، بلکه تمام آنچه لازم است یک یا چند عدد سنسور شتاب یا تغییرمکان سنج است که بر روی محورخودروی عبوری از پل نصب می گردد. با عبور خودرو از پل و تحلیل پاسخ رکورد های خودرو، ویژگی های دینامیکی پل استخراج می گردد. به چنین تکنیک اندازه گیری خصوصیات پل، "روش غیر مستقیم"<sup>۷</sup> اطلاق می شود؛ چرا که نیاز به اندازه گیری مستقیم پاسخ پل نمی باشد. در مقابل، روشی که از آن به عنوان "روش مستقیم"<sup>۸</sup> یاد می شود، مستقیماً بر پایه ی پاسخ های پل استوار است. روش غیر مستقیم، اگر بطور کامل توسعه یابد، دارای مزایایی همچون قابلیت انعطاف پذیری بیشتر، اقتصادی بودن و کارایی بهتر نسبت به روش های متداول دیگر می باشد.

در مطالعه حاضر از روش اجزای محدود برای مدل سازی سازه پل قوسی استفاده شده است. مدلسازی، ابتدا در نرم افزار MATLAB به روش اجزای محدود کد نویسی شده و مدل اندرکنش پل و خودرو در آن اعمال گردیده است. سپس اثر تغییرات شعاع بر پارامترهای پل مورد بررسی قرار گرفته است. صحت سنجی این پژوهش نیز به دو طریق انجام پذیرفته است. روش اول مدلسازی پل در نرم افزار اجزای محدود و مقایسه شکل مودها و فرکانس سه مود اول با خروجی کد اجزای محدود و روش دوم مقایسه پاسخ های تاریخیچه زمانی تغییر مکان وسط پل و درجه آزادی خودرو در پژوهش حاضر با پژوهش های شاخص پیش از آن می باشد. نوآوری کار حاضر استخراج فرمولاسیون اندرکنش پل-خودرو برای پل قوسی قائم تک دهانه می باشد که پیشتر، تنها برای پل مستقیم انجام شده است. لذا متناسب با ایجاد انحنای تغییراتی در فرمول بندی پل مستقیم بوجود آمده است. با اطمینان از صحت مدلسازی با دو روش اعتبار سنجی، تأثیر تغییر شعاع انحنای پل بر روی پارامترهای دیگر آن از جمله تغییر مکان قائم و افقی و چرخش در درجات آزادی نقاط مبنا (نقاط ۱/۴ و ۱/۲ و ۳/۴ دهانه) مورد بررسی قرار گرفته است.

<sup>4</sup> Vehicle-Bridge Interaction

<sup>5</sup> Structural Health Monitoring (SHM)

<sup>6</sup> Vibration-based damage detection

<sup>7</sup> Indirect approach

<sup>8</sup> Direct approach

## ۱- مدل سازی و فرمولاسیون عددی

در مقاله حاضر سعی شده است تا ساده ترین مدل بر اساس روش اجزای محدود برای پاسخ دینامیکی پل قوسی قائم در معرض عبور خودرو را ارائه شود. پل قوسی توسط یک تیر تک دهانه با تکیه گاه های مفصلی بر اساس تئوری اولر-برنولی مدل سازی شده است. سیستم پل قوسی خودرو متحرک بعنوان یک سیستم دو درجه آزادی بر اساس روش اجزای محدود از یکدیگر جداسازی شدند و سپس معادلات حاکم بر حرکت و اندرکنش پل-خودرو بر اساس اصل تعادل دینامیکی استخراج گردیده است و معادلات حاکم با روش نیومارک در حوزه زمان حل شدند. در انتها، تأثیر پارامترهای مشخصه بر اندرکنش پل قوسی-وسیله نقلیه مانند شعاع انحنای عمودی پل، تأثیرات تغییر شعاع بر پاسخ های دینامیکی مختلف پل، به تفصیل مورد مطالعه قرار گرفته است.

مدل اندرکنش پل-خودرو در شکل (۱) نشان داده شده است که در آن پل قوسی تک دهانه در معرض عبور وسیله نقلیه قرار گرفته و در مدل سازی پل تئوری تیر اولر-برنولی اعمال شده است. در مطالعه تحلیلی حاضر، خودروی عبوری بعنوان یک سیستم دو گرهی در نظر گرفته شده که یکی از گره ها در ارتباط با جرم بدنه خودرو  $M_v$  و دیگری مرتبط با جرم چرخ  $m_w$  می باشد. جرم بدنه خود دارای یک فنر به سختی  $k_v$  و یک میراگر با ضریب میرایی  $c_v$  است [۲]. با فرض اینکه هیچ پرسی حین عبور خودرو از روی پل اتفاق نمی افتد و در تمام مدت چرخ خودرو در تماس کامل با پل باقی می ماند، معادله حرکت سیستم خودرو به شرح رابطه (۱) است:

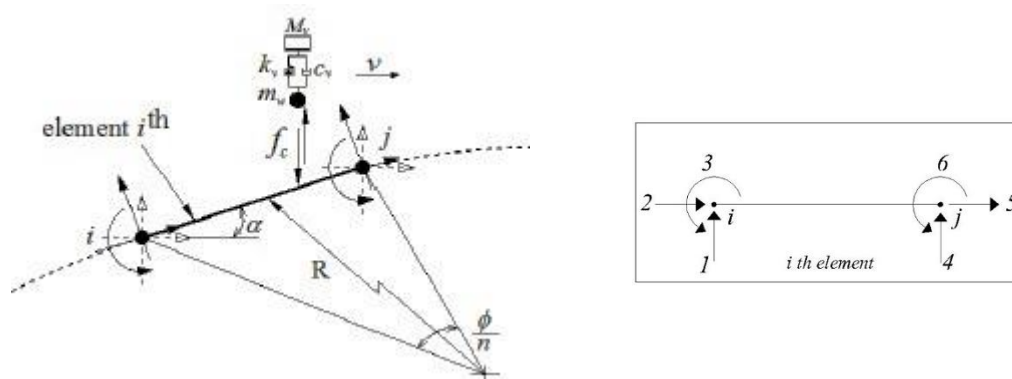
$$\begin{bmatrix} M_v & 0 \\ 0 & m_w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z}_v \\ \ddot{z}_w \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_v & -c_v \\ -c_v & c_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z}_v \\ \dot{z}_w \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_v & -k_v \\ -k_v & k_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_v \\ z_w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f_c - (M_v + m_w)g \end{Bmatrix} \quad (1)$$

که در آن  $f_c$  نیروی تماسی بوده و برابر مقدار زیر است:

$$f_c = (M_v + m_w)g + m_w \ddot{z}_w + M_v \ddot{z}_v \quad (2)$$

در رابطه (۲)،  $Z_v$  و  $Z_w$  به ترتیب بردار تغییر مکان های قائم دو گره مرتبط با جرم بدنه خودرو و جرم چرخ می باشند.

در مدل سازی اجزای محدود فرض بر آن گذاشته شده است که اعضای تقسیم شده به حد کفایت بزرگ هستند که بتوان آنها را بصورت یک المان مستقیم قلمداد نمود همچنین مطابق (شکل ۱)، هر المان دارای دو گره ابتدایی و انتهایی بوده و هر گره آن دارای سه درجه آزادی تغییر مکان افقی  $u$ ، تغییر مکان قائم  $w$  و دوران  $\theta$  است.



شکل ۱- درجات آزادی در هر المان تیر قوسی (سمت راست) و مدل اجزای محدود تیر قوسی در معرض خودرو (مدل یک چهارم خودرو) (سمت چپ)

همچنین رابطه هندسی میان پارامترهای یک المان قوسی مطابق رابطه (۳) محاسبه میگردد:

$$l = \frac{\phi}{n} R, \quad \alpha = \arcsin\left(\frac{\cos(\frac{\phi}{2} - \frac{\phi}{n}) - \cos(\frac{\phi}{2} - (i-1)\frac{\phi}{n})}{l}\right) \quad (3)$$

که در آن  $\alpha$  زاویه میان المان پل قوسی و راستای افق،  $R$  و  $\emptyset$  به ترتیب شعاع انحنا و زاویه پل قوسی و  $l$  و  $n$  طول المان قوس و تعداد المان های تقسیم شده پل (تیر) قوسی می باشند.

بر اساس تئوری اولر-برنولی روش اجزای محدود پل قوسی به المان های تیر دو گرهی تقسیم می گردد. هر گره دارای سه درجه آزادی شامل دو درجه آزادی تغییر مکان و یک درجه آزادی دورانی در مختصات کلی است. ماتریس های المان پل قوسی، در مختصات کلی، با ترکیب ماتریس های المان تیر به شکل رابطه (۴) محاسبه می گردند:

$$K_e = L^T K'_e / L \quad , \quad M_e = L^T M'_e / L \quad (۴)$$

در رابطه فوق  $L$  ماتریس تبدیل از مختصات لوکال (محلی) به گلوبال (کلی) بوده و  $K_e$  و  $M_e$  نیز به ترتیب ماتریس های سختی و جرم المان های پل قوسی در مختصات محلی می باشند. این ماتریس ها در بسیاری از پژوهش های پیشین مرتبط با روش های المان محدود بدست آمده که مطابق رابطه (۵) است:

$$K'_e = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 \\ \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 \\ \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (۵)$$

$$M'_e = mAL \begin{bmatrix} \frac{13}{35} & 0 & \frac{11}{210}L & \frac{9}{70} & 0 & -\frac{13}{420}L \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 \\ \frac{11}{210}L & 0 & \frac{1}{105}L^2 & \frac{13}{420}L & 0 & -\frac{1}{140}L^2 \\ \frac{9}{70} & 0 & \frac{13}{420}L & \frac{13}{35} & 0 & -\frac{11}{210}L \\ 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{13}{420}L & 0 & -\frac{1}{140}L^2 & -\frac{11}{210}L & 0 & \frac{1}{105}L^2 \end{bmatrix} , L = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بر پایه اصل تعادل دینامیکی، معادله حاکم بر اندرکنش المان پل قوسی-خودرو در هر گام زمانی طبق رابطه (۶) بدست می آید:

$$M_e \ddot{q}_e + C_e \dot{q}_e + K_e q_e = F_e \quad (۶)$$

در رابطه فوق،  $F_e$  بردار نیروی گرهی سازگار است که توسط نیروی تماسی شامل نیروهای افقی و قائم در مختصات محلی ایجاد می گردد و مطابق رابطه (۷) بدست می آید:

$$F_e = F_{e,v} + F_{e,h} \quad \Rightarrow \quad F_{e,v} = -\delta(x) N_v^T f_c \cos \alpha \quad , \quad F_{e,h} = -\delta(x) N_h^T f_c \sin \alpha \quad (۷)$$

که در آن  $\delta(x)$ : تابع دلتای دیراک،  $N_v$  و  $N_h$  توابع شکل المان تیر هستند که توسط رابطه (۸) بیان می گردند:

$$N_h = [0 \quad N_2 \quad 0 \quad 0 \quad N_5 \quad 0] \quad , \quad N_v = [N_1 \quad 0 \quad N_3 \quad N_4 \quad 0 \quad N_6] \quad (8)$$

در رابطه فوق  $N_i$  همان توابع شکل هرمیتی است که مطابق رابطه (۹) تعریف می گردند:

$$N_1 = 1 - \frac{3x^2}{l^2} + \frac{2x^3}{l^3}, \quad N_2 = 1 - \frac{x}{l}, \quad N_3 = x - \frac{2x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}, \quad N_4 = \frac{3x^2}{l^2} - \frac{2x^3}{l^3},$$

$$N_5 = \frac{x}{l}, \quad N_6 = -\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2} \quad (9)$$

با جمع کردن ماتریس های المان در مختصات کلی (گلوبال) معادله اندرکنشی حاکم بر حرکت خودرو بر روی پل قوسی طبق رابطه (۱۰) بدست می آید:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} [M_b] + [m]^* & \{0\} \\ [0] & m_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \{\ddot{d}\} \\ \dot{y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [C_b] + [c]^* & -c_v[N]^T \\ -c_v[N] & c_v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \{\dot{d}\} \\ \dot{y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [K_b] + [k]^* & -k[N]^T \\ -c_v\dot{x}[N]_x - k[N] & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \{d\} \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_v + F_h \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$[m]^* = m_w [N]^T [N], \quad [c]^* = 2m_w \dot{x}[N]^T [N]_x + c_v [N]^T [N],$$

$$[k]^* = m_w \dot{x}^2 [N]^T [N]_{xx} + m_w \dot{x} [N]^T [N]_x + k [N]^T [N] + c_v \dot{x} [N]^T [N]_x$$

در رابطه (۱۰)،  $[M_b]_{3n-1 \times 3n-1}$  و  $[C_b]_{3n-1 \times 3n-1}$  و  $[K_b]_{3n-1 \times 3n-1}$  به ترتیب ماتریس های مربعی جرم، میرایی و سختی المان پل (تیر) و  $[M]_{3n \times 3n}$  و  $[C]_{3n \times 3n}$  و  $[K]_{3n \times 3n}$  ماتریس های مربعی جرم، میرایی و سختی نهایی با ملحوظ داشتن اثر اندرکنش خودرو (جرم فنردار) هستند. لازم به ذکر است که مرتبه هریک از ماتریس ها، بر اساس تعداد گره های المانهای پل ( $n$ ) تعریف گردیده و با توجه به در نظر گرفتن سه درجه آزادی برای هر گره، مرتبه ماتریس های جرم و سختی و میرایی اولیه برابر  $3n + 3$  بوده که پس از بستن دو درجه آزادی مرتبط با تغییر مکان گره های ابتدایی و انتهایی بعنوان تکیه گاه های مفصلی، نهایتاً مرتبه ماتریس های مذکور برای المان پل (تیر) بدون در نظر گرفتن اثر اندرکنش با خودرو، برابر  $3n - 1$  خواهد بود. همچنین  $[F]_{3n \times 1}$  بردار نیرو در مختصات کلی (گلوبال)،  $[N]^T$  بردار توابع شکل هرمیتی و نیز  $m_w$  و  $c_v$  به ترتیب جرم چرخ و میرایی سیستم تعلیق خودرو و از جمله پارامترهای اسکالر می باشند. ماتریس ضرایب میرایی با استفاده از میرایی رایلی به ترتیب رابطه (۱۱) خواهد بود:

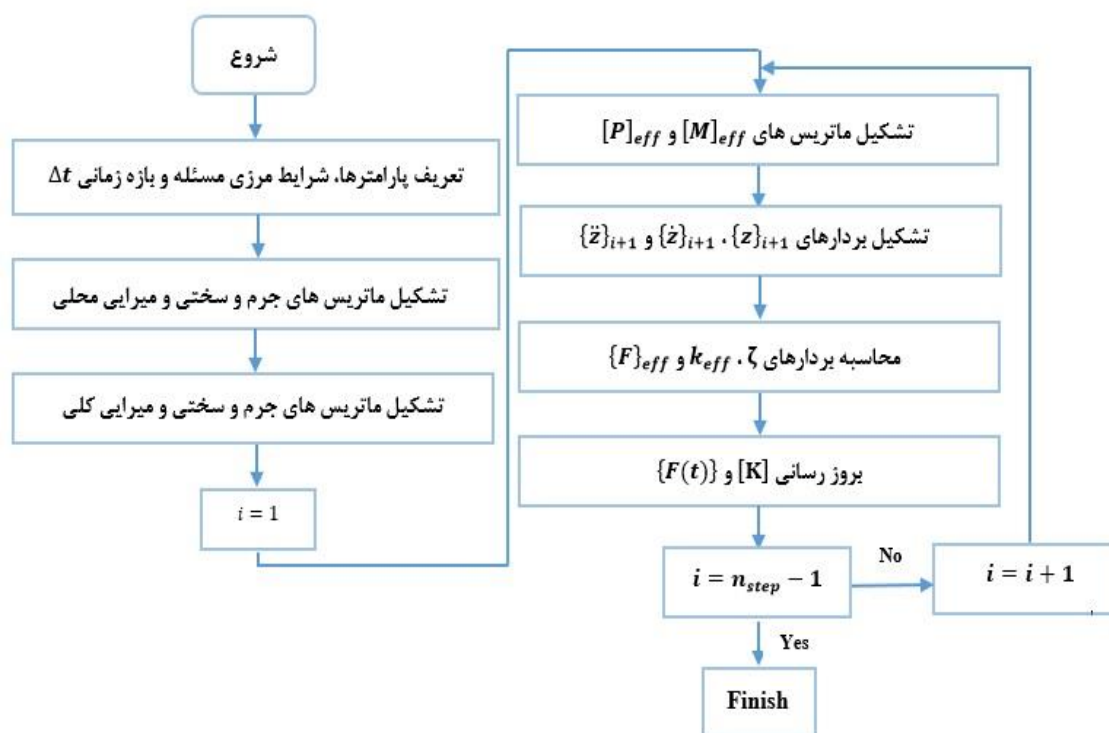
$$C = \alpha \times M + \beta \times K \quad (11)$$

ضرایب  $\alpha$  و  $\beta$  نیز ضرایب میرایی رایلی هستند که مطابق رابطه (۱۲) بدست می آیند:

$$\alpha = \frac{2\omega_1\omega_2(\xi_1\omega_2 - \xi_2\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}, \quad \beta = \frac{2(\xi_2\omega_2 - \xi_1\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \quad (12)$$

در رابطه فوق  $\omega_1$  و  $\omega_2$  به ترتیب فرکانس زاویه ای مود اول و دوم و  $\xi_1$  و  $\xi_2$  نیز به ترتیب میرایی مودهای اول و دوم ارتعاش تیر می باشند.

رابطه (۱۰) رابطه اندرکنش میان پل قوسی-خودرو است که حل آن به کمک روش عددی نیومارک- $\beta$  انجام می شود. معادله اندرکنش مذکور در برنامه MATLAB کد نویسی گردیده است و خروجی برنامه شامل سیگنال پاسخ دینامیکی خودرو و جابجایی افقی  $u$ ، سرعت افقی  $\dot{u}$ ، شتاب افقی  $\ddot{u}$ ، جابجایی قائم  $w$ ، سرعت قائم  $\dot{w}$ ، شتاب قائم  $\ddot{w}$  و دوران  $\theta$  سرعت  $\dot{\theta}$  و شتاب  $\ddot{\theta}$  در نقاط  $1/3$ ،  $1/2$  و  $3/4$  دهانه پل می باشند. در شکل (۲) فلوجارت تحلیل پاسخ دینامیکی اندرکنش پل قوسی-خودرو آمده است.



شکل ۲- فلوجارت برای تحلیل پاسخ دینامیکی اندرکنش پل قوسی-خودرو

## ۲- نتایج

### ۱-۳- اعتبار سنجی

در این بخش مدل پژوهش حاضر، از طریق مقایسه نتایج بدست آمده با پژوهش های شاخص پیشین اعتبار سنجی می گردد. مشخصات مصالح تیر و خودروی عبوری از روی آن (مدل یک چهارم خودرو) در جدول (۱) آورده شده است.

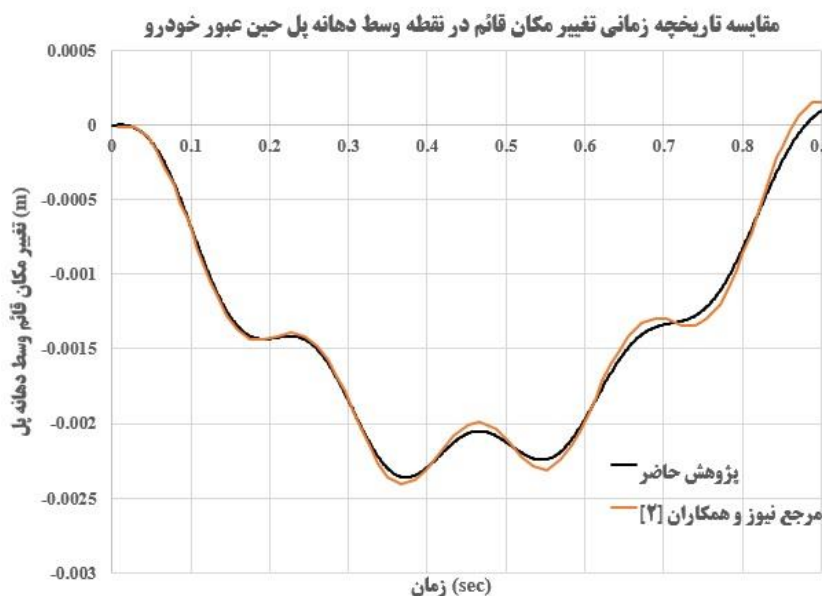
جدول ۱- مشخصات تیر و خودرو

$M_V = 5750 \text{ kg}$	جرم بدنه خودرو	$L = 25 \text{ m}$	طول تیر
$m_w = 0 \text{ kg/m}$	جرم چرخ های خودرو	$E = 2.87 \times 10^9 \text{ N.m}^2$	مدول الاستیک تیر
$K_V = 1595 \text{ KN/m}$	سختی فنر متعلق به خودرو	$m = 2303 \text{ kg/m}$	جرم بر واحد طول تیر
$C_V = 0 \text{ N.s/m}$	میرایی سیستم تعلیق خودرو	$v = 0.2$	ضریب پواسون مصالح تیر
$V = 27.78 \text{ m/s}$	سرعت خودرو	$I = 2.9 \text{ m}^4$	ممان اینرسی تیر

### ۱-۱-۳- اعتبار سنجی نوع اول



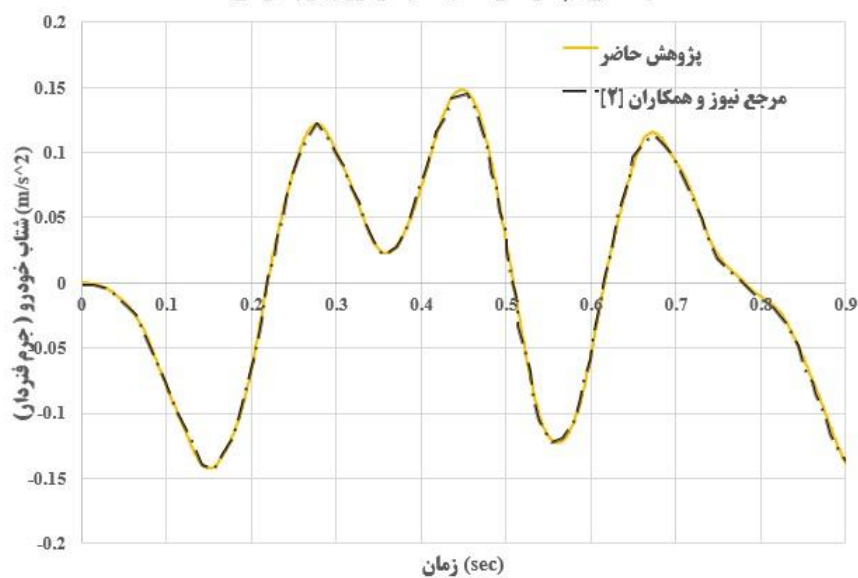
در شکل (۳) تاریخچه زمانی تغییر مکان قائم نقطه وسط دهانه تیر در مطالعه حاضر با نتایج مقاله ای که توسط نیوز و همکاران [۲] انجام شده مقایسه میگردد. همچنانکه مشهود است تطابق بسیار مناسب با حداکثر ۱,۴٪ تفاوت در پاسخ ها مشاهده می گردد.



شکل ۳- مقایسه تاریخچه زمانی تغییر مکان قائم نقطه وسط تیر در پژوهش حاضر و مرجع نیوز و همکاران [۲]

شکل (۴) نشانگر مقایسه تاریخچه زمانی شتاب قائم در درجه آزادی خودرو در پژوهش حاضر با آنچه که در مرجع [۲] انجام شده است، می باشد. همان طور که دیده می شود، تطابق بسیار مناسب در پاسخ های پژوهش حاضر مشاهده می گردد.

مقایسه تاریخچه زمانی شتاب قائم خودرو (جرم فئردار)

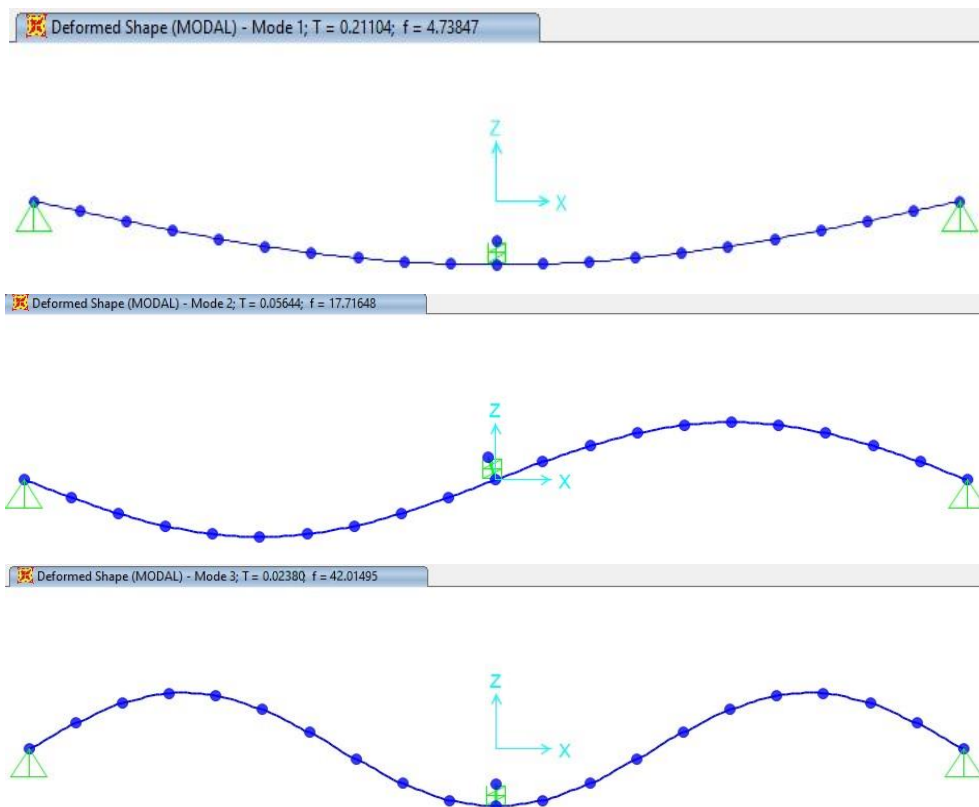


شکل ۴- مقایسه تاریخچه زمانی شتاب قائم در درجه آزادی خودرو در پژوهش حاضر و مرجع نیوز و همکاران [۲]

۳-۱-۲ اعتبارسنجی نوع دوم

در این بخش، از مدل سازی المان محدود یک تیر دو سر مفصل به منظور مقایسه با نتایج روش پیشنهادی، استفاده شده است. این مدل با استفاده از روش اجزای محدود در نرم افزار SAP2000، بدست آمده است و با حل آن و با آنالیز مودال، پارامترهای مودال، شکل مودها و فرکانس های ارتعاش بدست می آید. نتایج خروجی های مدل اجزای محدود در سه مود اول ارتعاش با مدل پل-خودرو در کد متلب مقایسه شده است.

مشخصات تیر مدلسازی شده در نرم افزار اجزای محدود و نیز کد متلب، بصورت جدول شماره (۲) می باشد.



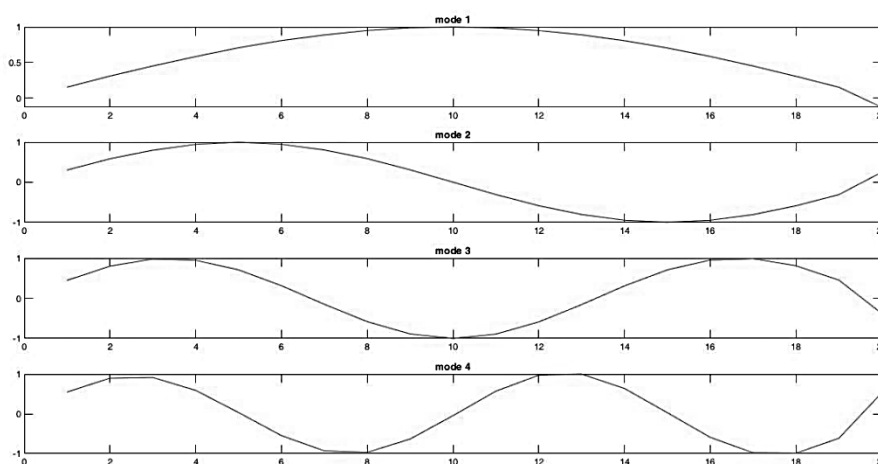
شکل ۵- فرکانس و دوره تناوب مودهای اول و دوم و سوم تیر در آنالیز مودال در نرم افزار اجزای محدود SAP2000

در شکل (۵) شکل مودهای اول و دوم و سوم تیر به همراه فرکانس متناظر ارتعاش، به ترتیب برابر  $4/738$ ،  $17/716$  و  $42/0195$  هرتز و پریود زمانی متناظر آن ها به ترتیب  $0/211$ ،  $0/05644$  و  $0/02380$  ثانیه آورده شده است. همان طور که ملاحظه می شود شکل مودها، کاملاً درست و منطبق بر اصول آنالیز مودال یک تیر دو سر مفصل در دینامیک سازه می باشد. در جدول (۲) فرکانس ها و ضرایب میرایی سه مود اول ارتعاش از خروجی های مدل در کد متلب استخراج گردیده است. همچنانکه مشاهده میشود، اولین فرکانس بدست آمده از کد متلب برابر  $4/812$  هرتز است که با مقدار مشابه بدست آمده از مدلسازی اجزای محدود آن در SAP2000 با مقدار  $4/738$  هرتز بسیار نزدیک بوده و خطایی در حدود  $1/54\%$  دارد.

جدول ۲- فرکانس و میرایی سه مود اول ارتعاش در کد متلب

فرکانس ارتعاش	میرایی هر مود
$f_1 = 4.812 \text{ 1/s}$	$\zeta_1 = 0.0216$
$f_2 = 18.875 \text{ 1/s}$	$\zeta_2 = 0.0001$
$f_3 = 43.308 \text{ 1/s}$	$\zeta_3 = 0.0001$

شکل (۶) شکل چهار مود اول ارتعاش از خروجی مدل پل-خودرو اجزای محدود در کد را نشان می‌دهد. این شکل مود دقیقاً منطبق بر چهار مود اول ارتعاشی یک تیر دو سر مفصل می باشد فلذا می تواند معیار خوبی از درستی مدل‌سازی پل-خودرو اجزای محدود در کد متلب باشد.

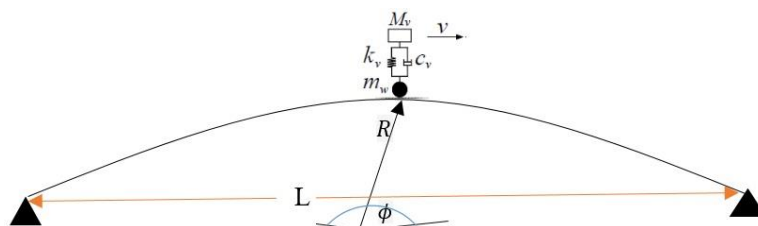


شکل ۶- خروجی شکل مودها در مدل پل-خودرو در کد متلب

### ۲-۳ مطالعه پارامتریک

همان طور که در مقدمه این پژوهش آمد، در مطالعات پیشین اثر حرکت جرم و نیروی منفرد بر روی پل خمیده و پل مستقیم دیده شده است [۲]. هدف اصلی این مقاله استخراج رابطه عددی میان یک پل خمیده و خودروی عبوری از روی آن (مدل جرم و فنر و میراگر) و یافتن پارامترهای تغییر مکانی پل (تیر) با استفاده از آن بوده است. لذا در بخش نتایج، به بررسی تاثیر تغییر پارامتر مهم شعاع انحنای پل (تیر) بر بازتاب‌های دینامیکی نقاط کلیدی پل پرداخته می‌شود.

بدین منظور تیرهای دوسر مفصل با مقطع مستطیلی متعددی با شعاع انحنای متفاوت تحت تحریک عبور یک وسیله نقلیه (مدل یک چهارم خودرو) قرار گرفتند. مشخصات مصالح تیر و خودروی عبوری از روی آن (مدل یک چهارم خودرو) در جدول (۳) و نمای شماتیک از پل و خودروی عبوری در شکل (۷) آورده شده است. شایان ذکر است که پارامتر سرعت خودرو به صورت ثابت و نامتغیر در نظر گرفته شده است.



شکل ۷- تصویر شماتیک از سازه پل و خوردوی عبوری

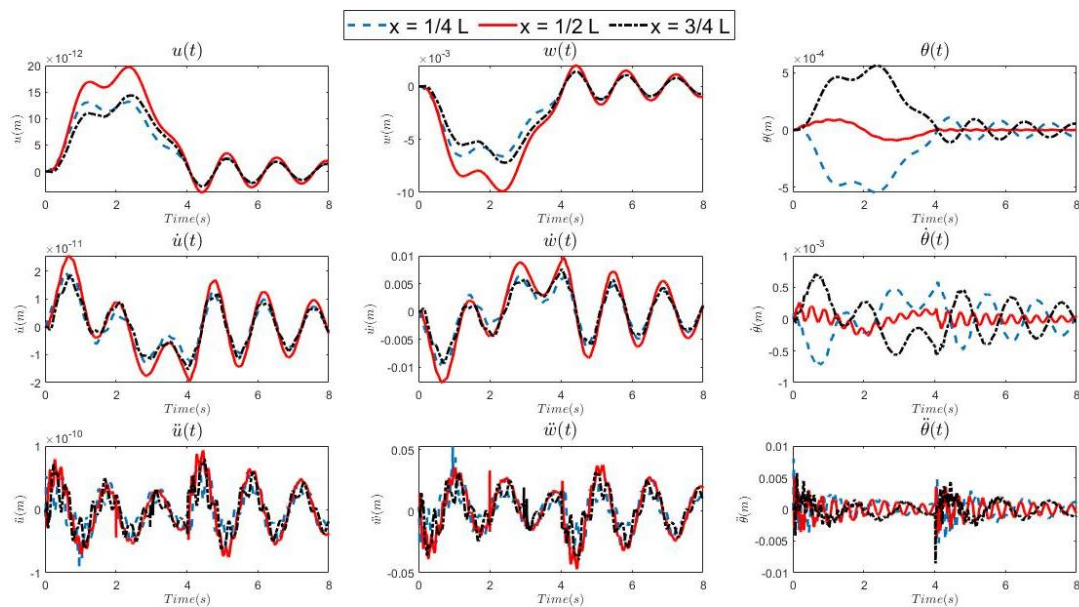
جدول ۳- مشخصات تیرقوسی و خوردوی عبوری

$M_V = 5750 \text{ kg}$	جرم بدنه خودرو	$L = 40 \text{ m}$	طول تیر
$m_w = 0 \text{ kg/m}$	جرم چرخ های خودرو	$E = 2.87 \times 10^9 \text{ N.m}^2$	مدول الاستیک تیر
$K_V = 1595 \text{ KN/m}$	سختی فنر متعلق به خودرو	$m = 2303 \text{ kg/m}$	جرم بر واحد طول تیر
$C_V = 0 \text{ N.s/m}$	میرایی سیستم تعلیق خودرو	$\nu = 0.2$	ضریب پواسون مصالح تیر
$V = 10 \text{ m/s}$	سرعت خودرو	$I = 2.9 \text{ m}^4$	ممان اینرسی تیر

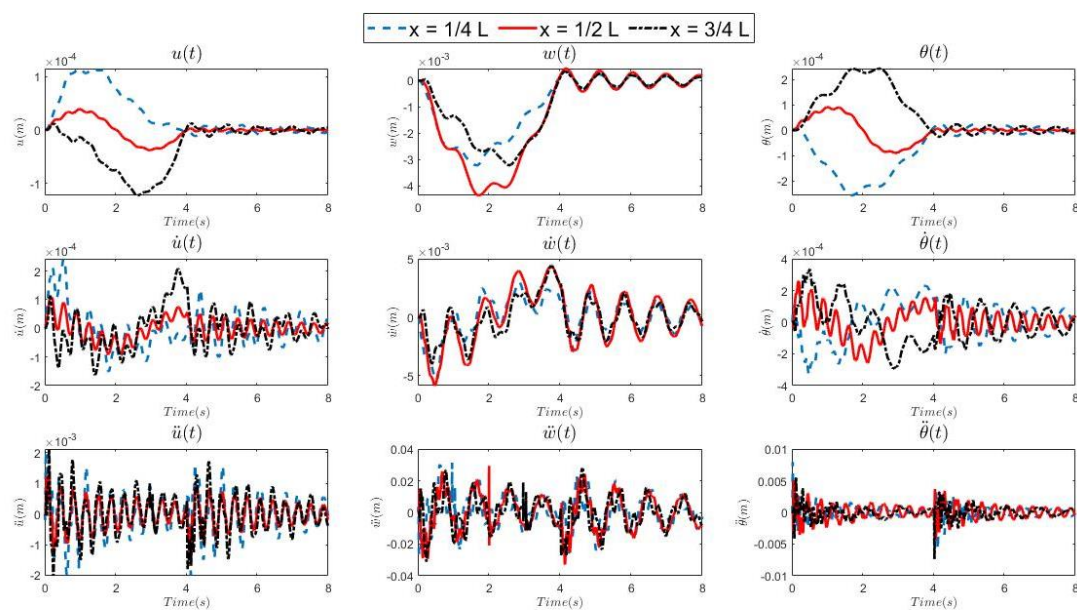
## ۳-۲-۱ تاثیر تغییرات شعاع انحنا ی تیر بر بازتاب های دینامیکی نقاط مختلف پل

در شکل های (۸) تا (۱۱) به بررسی تاثیرات تغییر شعاع بر پاسخ های دینامیکی مختلف پل (تیر دو سر مفصل) پرداخته می شود. بازه زمانی استخراج داده ها دو برابر مدت زمان عبور خودرو از روی پل ( $t_f = 4 \text{ sec}$ ) و برابر ۸ ثانیه در نظر گرفته شده است. لحظه ۴ ثانیه دقیقاً زمانی است که خودرو، پل را ترک می کند. این پاسخ ها شامل جابجایی افقی  $u$ ، سرعت افقی  $\dot{u}$ ، شتاب افقی  $\ddot{u}$ ، جابجایی قائم  $w$ ، سرعت قائم  $\dot{w}$ ، شتاب قائم  $\ddot{w}$  و دوران  $\theta$  سرعت  $\dot{\theta}$  و شتاب  $\ddot{\theta}$  در نقاط  $1/3$ ،  $1/2$  و  $3/4$  دهانه پل می باشند. تغییرات شعاع به ترتیب در شکل ها  $1 \times 10^{10}$ ، 200، 100 و 50 متر می باشد.

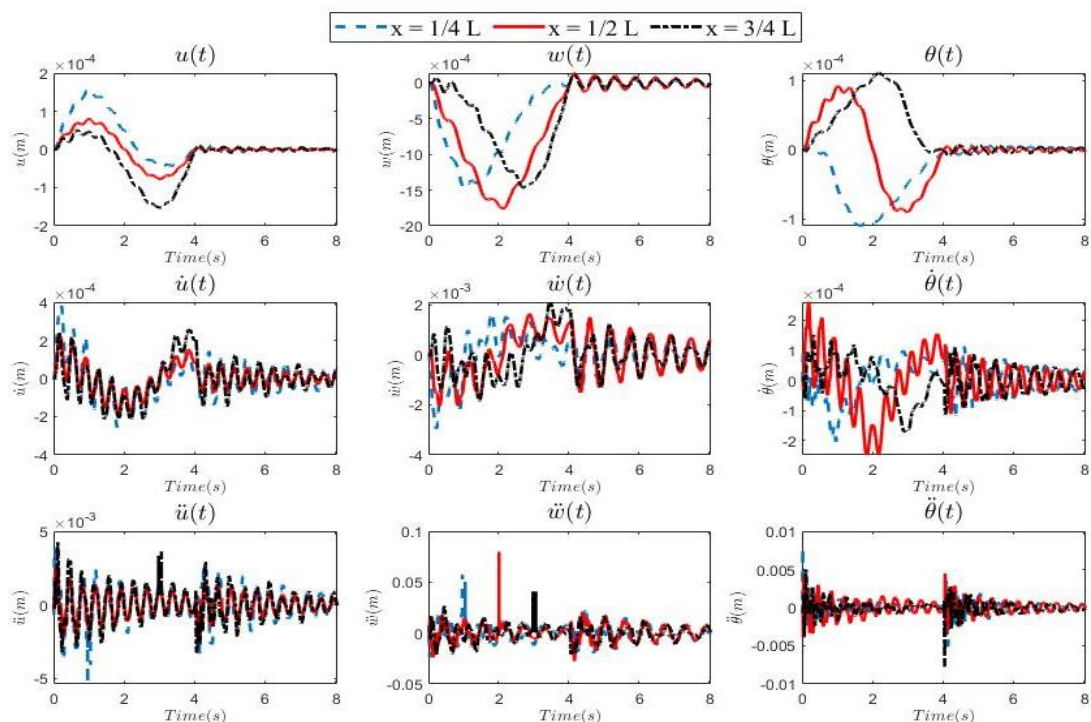
در کلیه شکل های این بخش، اشکال ستون سمت راست برابر تاریخچه زمانی دوران درجه آزادی مربوطه، ستون وسط نشانگر تاریخچه تغییر مکان قائم و ستون سمت راست نمایانگر تاریخچه تغییر مکان افقی در نقاط کنترل تیر می باشند.



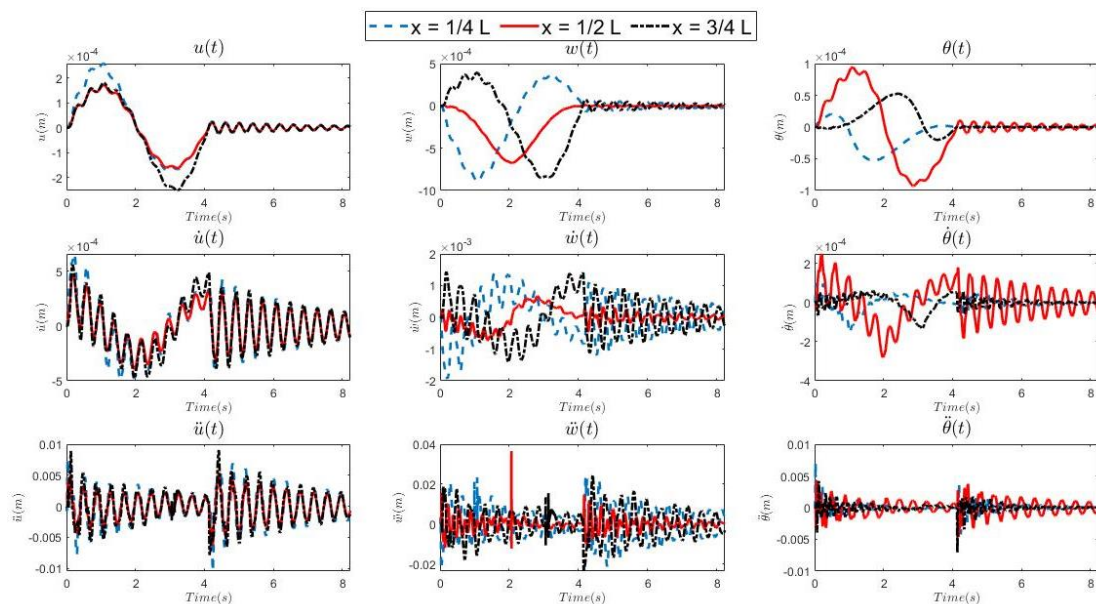
شکل ۸- تاریخچه زمانی تغییر مکان قائم ( $w(t)$ )، تغییر مکان افقی ( $u(t)$ ) و چرخش گره‌ها ( $\theta(t)$ ) و نیز سرعت و شتاب درجات آزادی مربوطه در فواصل یک چهارم، یک دوم و سه چهارم دهانه از روی پل با شعاع  $R = 1 \times 10^{10}$



شکل ۹- تاریخچه زمانی تغییر مکان قائم ( $w(t)$ )، تغییر مکان افقی ( $u(t)$ ) و چرخش گره‌ها ( $\theta(t)$ ) و نیز سرعت و شتاب درجات آزادی مربوطه در فواصل یک چهارم، یک دوم و سه چهارم دهانه از روی پل با شعاع  $R = 200 \text{ m}$



شکل ۱۰- تاریخچه زمانی تغییر مکان قائم ( $w(t)$ )، تغییر مکان افقی ( $u(t)$ ) و چرخش گره ها ( $\theta(t)$ ) و نیز سرعت و شتاب درجات آزادی مربوطه در فواصل یک چهارم، یک دوم و سه چهارم دهانه از روی پل با شعاع  $R = 100 \text{ m}$



شکل ۱۱- تاریخچه زمانی تغییر مکان قائم ( $w(t)$ )، تغییر مکان افقی ( $u(t)$ ) و چرخش گره ها ( $\theta(t)$ ) و نیز سرعت و شتاب درجات آزادی مربوطه در فواصل یک چهارم، یک دوم و سه چهارم دهانه از روی پل با شعاع  $R = 50 \text{ m}$

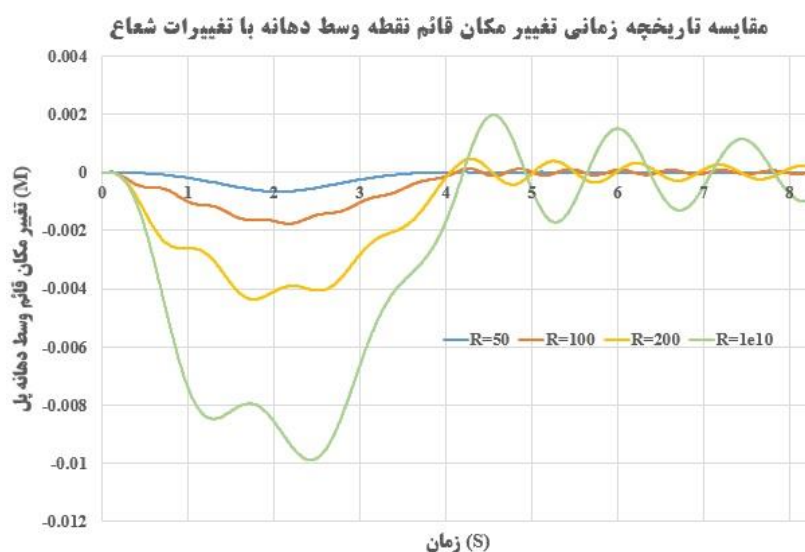
با بررسی شکل های ۸ الی ۱۱ و با توجه به سرعت یکنواخت عبور برابر  $V = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  می توان بعنوان مثال در خصوص تاریخچه زمانی تغییر مکان قائم نقطه وسط تیر (شکل ردیف اول در ستون وسط)، میزان حداکثر تغییر مکان تیر در شعاع  $R = 1 \times 10^{10}$  متر

( $\omega_{\max} = -10 \times 10^{-3} \text{ m}$ ) تقریباً  $15/75$  برابر حداکثر مقدار تغییر مکان تیر در شعاع  $R = 50$  متر ( $\omega_{\max} = -6.35 \times 10^{-4} \text{ m}$ ) است. این میزان برای عبور خودرو در شعاع  $R = 200$  متر برابر  $\omega_{\max} = -4.36 \times 10^{-3} \text{ m}$  و  $2/5$  برابر مقدار متناظر در شعاع  $R = 100$  متر ( $\omega_{\max} = -1.75 \times 10^{-3} \text{ m}$ ) است. این موارد دقیقاً مشابه تغییرات مولفه‌های سرعت و شتاب قائم نقاط پل (شکل‌های ستون وسط ردیف‌های دوم و سوم) می‌باشد. لذا می‌توان نتیجه گرفت که، با فرض ثابت بودن سرعت عبور خودرو، با افزایش شعاع انحنای پل، تغییر مکان قائم نقاط مختلف پل کاهش چشمگیری می‌یابد. در بخش بعد به تفصیل در خصوص تاثیر تغییر شعاع تیر بر بازتاب‌های دینامیکی نقطه وسط تیر پرداخته می‌شود.

### ۳-۲-۲ تاثیر تغییرات شعاع بر پارامترهای تغییر مکانی نقطه وسط دهانه

در این بخش اختصاصاً به بررسی تاثیر تغییرات شعاع تیر به ترتیب بر روی تغییر مکان قائم و افقی در نقطه وسط دهانه پل پرداخته می‌شود. با توجه به اینکه اعتبار سنجی در پژوهش‌هایی از این دست [۲] و [۲۰ و ۲۱ و ۲۲]، با پارامترهای تغییر مکان و شتاب در نقطه کنترل وسط دهانه پل (تیر) صورت می‌گیرد، لذا بررسی تغییرات پارامترهایی همچون شعاع بر آن‌ها (تاریخچه تغییر مکان و...) بصورت اختصاصی در این بخش صورت می‌پذیرد.

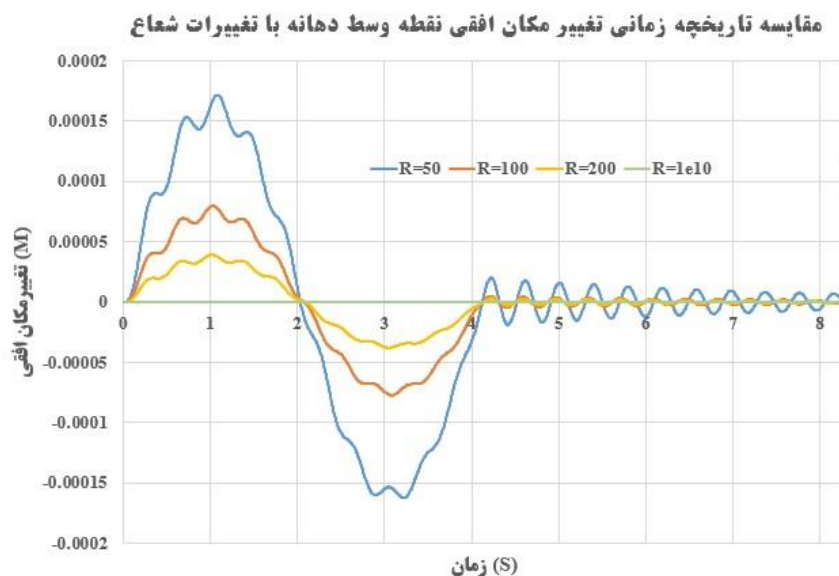
شکل‌های (۱۲) و (۱۳) تاثیر تغییرات شعاع تیر به ترتیب بر روی تغییر مکان قائم و افقی در نقطه وسط دهانه پل را نشان می‌دهد. شعاع‌های در نظر گرفته شده ۵۰، ۱۰۰، ۲۰۰ و ۱۰۱۰ متر بودند که شعاع ۱۰۱۰، با توجه به طول دهانه ۴۰ متر با تقریب مناسب معادل با یک تیر مستقیم بدون انحنا می‌باشد. با چشمداشت به سرعت یکنواخت عبور خودرو ( $V = 10 \text{ m/s}$ )، لحظه ۴ ثانیه دقیقاً زمانی است که خودرو، پل را ترک می‌کند.



شکل ۱۲-تاثیر تغییرات شعاع بر تاریخچه زمانی تغییر مکان قائم  $(w(t))$ ، تیر فوسی

مطابق نتایج بدست آمده از شکل ۱۲، مشاهده می‌شود که با افزایش شعاع انحنای تیر‌ها، تغییر مکان قائم وسط دهانه آنها افزایش می‌یابد.

شکل (۱۳) تاریخچه زمانی تغییر مکان افقی نقطه وسط پل در مقابل زمان است که در آن با توجه به طول دهانه ۴۰ متر و سرعت ثابت عبور خودرو برابر ۱۰ متر بر ثانیه، با کاهش شعاع انحنای تیر، تغییر مکان افقی وسط دهانه آن افزایش می‌یابد که این تغییر دقیقاً نقطه مقابل در نتایج تغییر مکان قائم است.



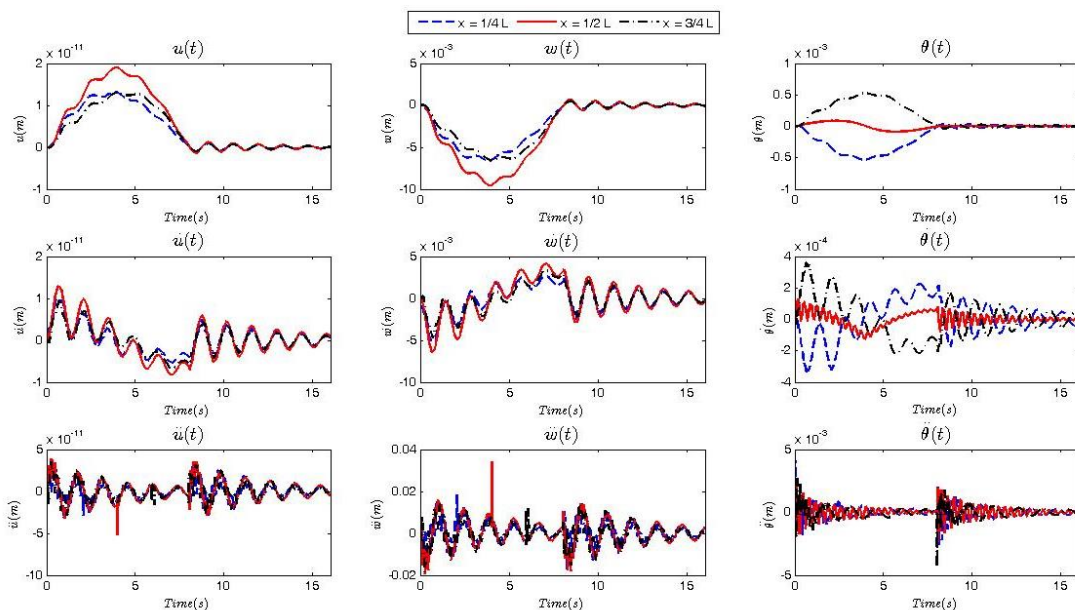
شکل ۱۳- تاثیر تغییرات شعاع بر تاریخچه زمانی تغییر مکان افقی  $(u(t))$  تیر منحنی

### ۳-۲-۳ تاثیر تغییرات سرعت عبور خودرو بر بازتاب های دینامیکی نقاط مختلف پل

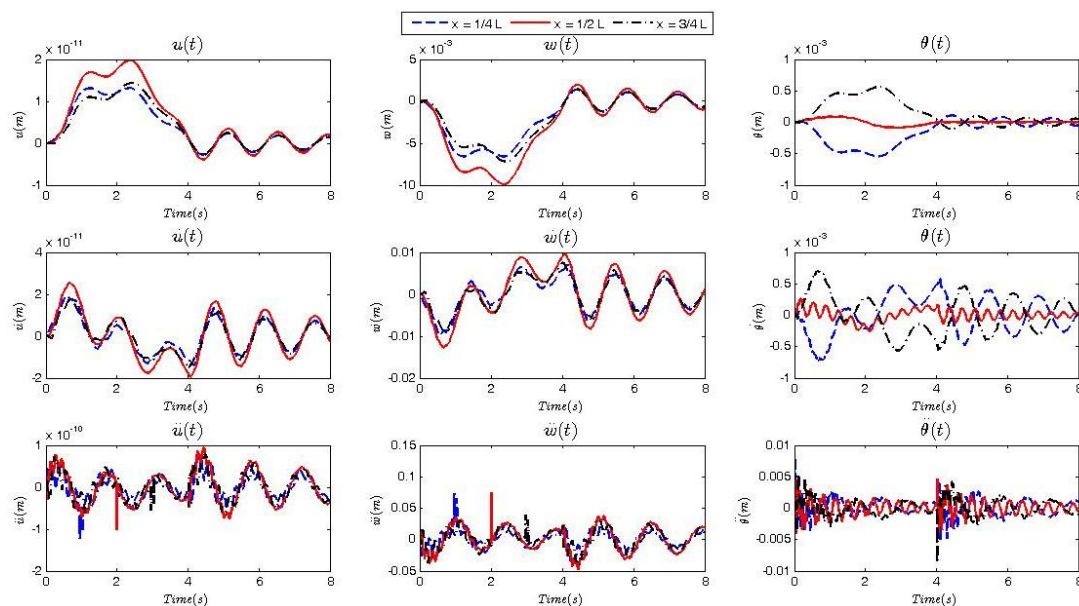
در این بخش، تیرهای منحنی مستطیلی با تکیه گاه های مفصلی با نیروی متمرکزی که در طول تیر با سرعت های ثابت مختلف حرکت می کنند، تحت تحریک قرار می گیرند. تیرها با مشخصات مطابق جدول شماره (۳) تنها با تفاوت در سرعت عبور خودرو (جرم فنردار) می باشند. در شکل های ۱۴ الی ۱۶، پل (تیر) دارای شعاع  $R = 1 \times 10^{10}$  و معادل یک تیر مستقیم و با سرعت های عبور خودرو برابر ۵، ۱۰ و ۲۰ متر بر ثانیه می باشد.

در کلیه شکل های این بخش نیز، اشکال ستون سمت راست برابر تاریخچه زمانی دوران در درجه آزادی مربوطه، ستون وسط نشانگر تاریخچه تغییر مکان قائم و ستون سمت راست نمایانگر تاریخچه تغییر مکان افقی در نقاط کنترل تیر می باشند.

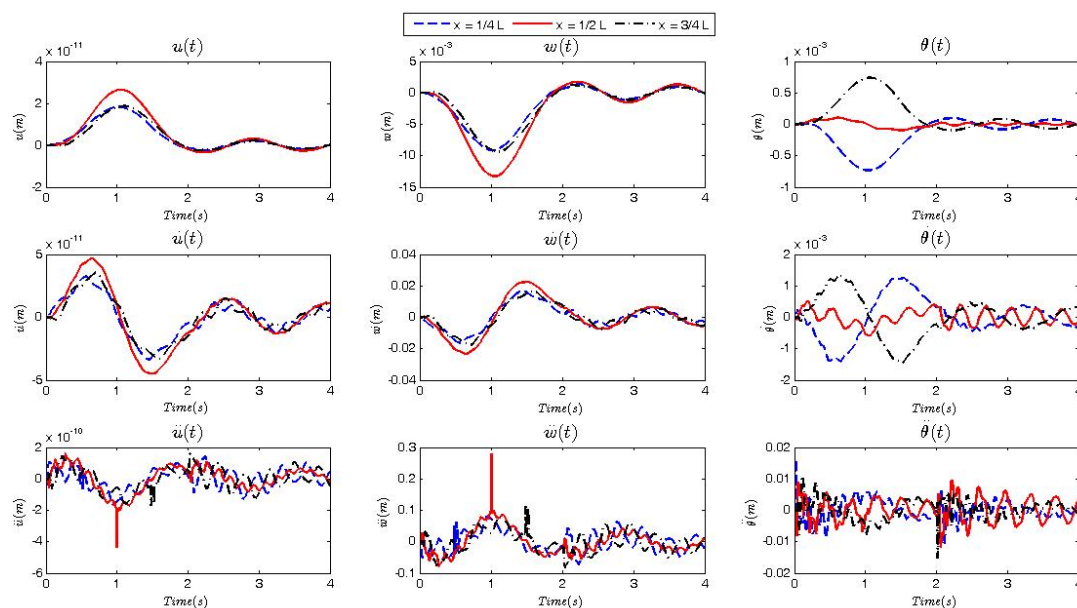




شکل ۱۴- تاریخچه زمانی تغییر مکان قائم  $(w(t))$ ، تغییر مکان افقی  $(u(t))$  و چرخش گره‌ها  $(\theta(t))$  و نیز سرعت و شتاب درجات آزادی مربوطه در فواصل یک چهارم، یک دوم و سه چهارم دهانه از روی پل مستقیم با شعاع  $R = 1 \times 10^{10} m$  با سرعت  $V = 5 \frac{m}{s}$



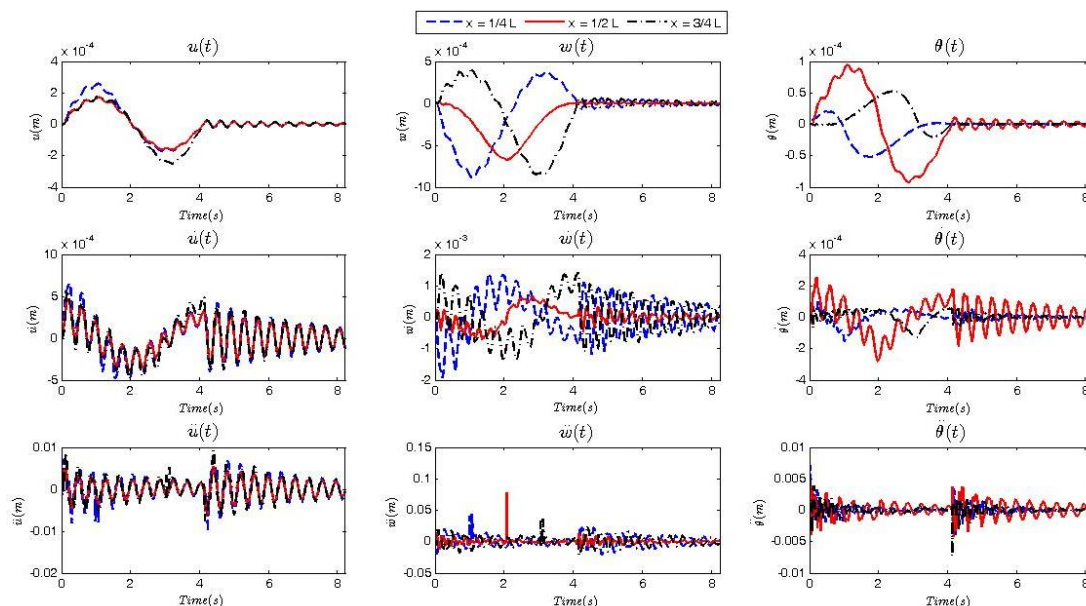
شکل ۱۵- تاریخچه زمانی تغییر مکان قائم  $(w(t))$ ، تغییر مکان افقی  $(u(t))$  و چرخش گره‌ها  $(\theta(t))$  و نیز سرعت و شتاب درجات آزادی مربوطه در فواصل یک چهارم، یک دوم و سه چهارم دهانه از روی پل مستقیم با شعاع  $R = 1 \times 10^{10} m$  با سرعت  $V = 10 \frac{m}{s}$



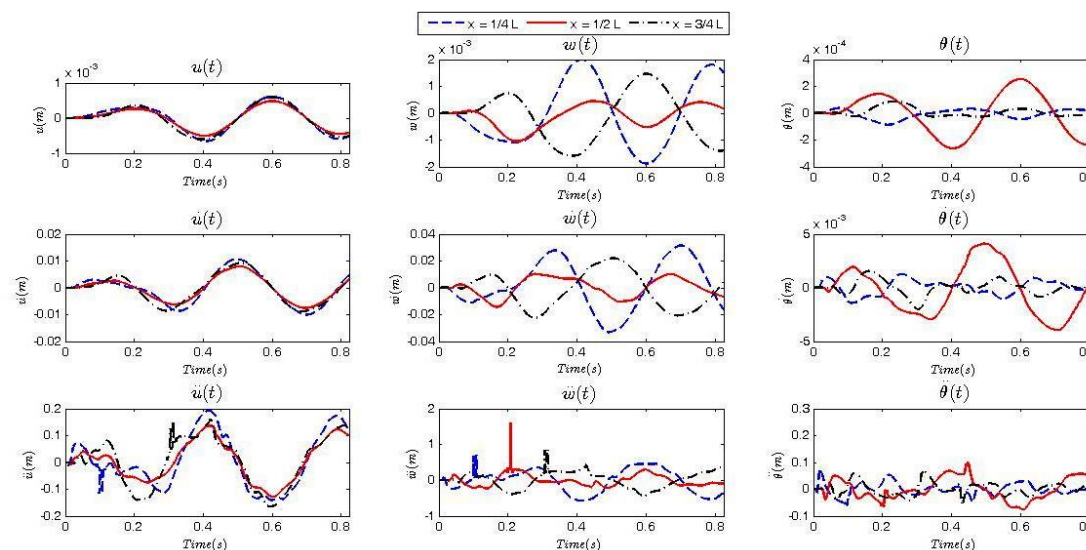
شکل ۱۶- تاریخچه زمانی تغییر مکان قائم ( $w(t)$ )، تغییر مکان افقی ( $u(t)$ ) و چرخش گره‌ها ( $\theta(t)$ ) و نیز سرعت و شتاب درجات آزادی مربوطه در فواصل یک چهارم، یک دوم و سه چهارم دهانه از روی پل مستقیم با شعاع  $R = 1 \times 10^{10} m$  با سرعت  $V = 20 \frac{m}{s}$

با بررسی شکل‌های ۱۴ الی ۱۶ می‌توان بعنوان نمونه دریافت که در خصوص تاریخچه زمانی تغییر مکان قائم نقطه وسط تیر (شکل ردیف اول در ستون وسط)، میزان حداکثر تغییر مکان تیر در سرعت ۲۰ متر بر ثانیه ( $\omega_{\max} = -13 \times 10^{-3} m$ ) تقریباً  $1/6$  برابر حداکثر مقدار تغییر مکان تیر در سرعت ۵ متر بر ثانیه ( $\omega_{\max} = -8 \times 10^{-3} m$ ) است. این میزان برای عبور خودرو با سرعت ۱۰ متر بر ثانیه برابر  $\omega_{\max} = -10 \times 10^{-3} m$  و  $1/25$  برابر مقدار متناظر در سرعت ۵ متر بر ثانیه است. این موارد دقیقاً مشابه تغییرات مولفه‌های سرعت و شتاب قائم نقاط پل (شکل‌های ستون وسط ردیف‌های دوم و سوم) می‌باشد. لذا می‌توان نتیجه گرفت که، با فرض ثابت بودن شعاع انحنای پل، با افزایش سرعت عبور خودرو پاسخ‌های دینامیکی نقاط مختلف پل افزایش می‌یابد.

شکل‌های ۱۷ و ۱۸، تغییرات بازتاب‌های دینامیکی نقاط مختلف پل قوسی را بر اساس شعاع  $R = 50 m$  و برای سرعت‌های  $V = 10 \frac{m}{s}$  و  $V = 100 \frac{m}{s}$  نشان می‌دهند.



شکل ۱۷- تاریخچه زمانی تغییر مکان قائم ( $w(t)$ )، تغییر مکان افقی ( $u(t)$ ) و چرخش گره ها ( $\theta(t)$ ) و نیز سرعت و شتاب درجات آزادی مربوطه در فواصل یک چهارم، یک دوم و سه چهارم دهانه از روی پل با شعاع  $R = 50\text{ m}$  با سرعت  $V = 10\frac{m}{s}$



شکل ۱۸- تاریخچه زمانی تغییر مکان قائم ( $w(t)$ )، تغییر مکان افقی ( $u(t)$ ) و چرخش گره ها ( $\theta(t)$ ) و نیز سرعت و شتاب درجات آزادی مربوطه در فواصل یک چهارم، یک دوم و سه چهارم دهانه از روی پل با شعاع  $R = 50\text{ m}$  با سرعت  $V = 100\frac{m}{s}$

با بررسی اشکال فوق بعنوان نمونه می توان دریافت که حداکثر تغییر مکان قائم نقطه وسط تیر (شکل ردیف اول در ستون وسط) در سرعت ۱۰۰ متر بر ثانیه برابر  $\omega_{max} = -10 \times 10^{-4}\text{ m}$  بوده و تقریباً  $1/43$  برابر حداکثر میزان تغییر مکان تیر در سرعت ۱۰ متر بر ثانیه ( $\omega_{max} = -7 \times 10^{-4}\text{ m}$ ) است.

آنچه که از این بحث بر می آید بیانگر تاثیر مستقیم سرعت خودرو بر پاسخ های دینامیکی پل است. به گونه ای که با افزایش سرعت خودرو، بازتاب های پل نیز افزایش می یابند. همچنین افزایش شعاع انحنای پل تاثیر معکوس بر مقادیر پاسخ های پل دارد. بنحوی که با افزایش شعاع انحنای پل از مقادیر بازتاب نسبت به حالت پل مستقیم، کاسته می شود. این مورد با مقایسه حداکثر تغییر مکان نقطه وسط

پل در سرعت  $V = 10 \frac{m}{s}$  برای شعاع  $50$  متر ( $\omega_{max} = -7 \times 10^{-4} m$ ) و پل مستقیم ( $\omega_{max} = -10 \times 10^{-3} m$ ) مشخص می گردد.

در حالت کلی بازتاب های دینامیکی تیرها در مواجهه با بارهای متحرک با سرعت های بالاتر، در مقایسه با بارهای با سرعت آهسته، مقادیر بزرگتری را بخود می گیرند. در سرعت های بالاتر، حداکثر انحراف می تواند حتی بیشتر از  $160$  درصد حداکثر حالت بارگذاری آهسته باشد. اگر همان تیر ها برای افزایش استحکام کمی خمیده شوند، اثرات بار متحرک بر انحراف عمودی را می توان تا حد زیادی کاهش داد. با افزایش شعاع انحنای تیر را می توان برای حمل بارهای متحرک به طور موثرتر طراحی کرد. این برای مهندسان طراح بسیار مهم است زیرا وسایل نقلیه متحرک، قطارها و... می توانند حداکثر سرعت خود را افزایش دهند. در مقابل سازه ها و اختصاصاً پل ها باید برای تحمل چنین بارهایی طراحی شوند. روش اجزای محدود، ابزار مفیدی برای تجزیه و تحلیل این گونه سازه ها فراهم می کند.

### ۳- نتیجه گیری

مدل سازی و شبیه سازی پاسخ دینامیکی پل در حین عبور خودرو، همواره از اهمیت زیادی در طراحی سازه پل برخوردار بوده است. سیستم اندرکنش پل-خودرو متحرک دارای ماهیت دینامیکی بوده و اصول و ضوابط دینامیک سازه ها بر آن حاکم می باشد. تحقیقات بسیاری در این زمینه موجود است که قسمتی شامل بررسی تاثیرات نامعینی های مختلف در سازه و وسیله نقلیه عبوری بر روی پاسخ دینامیکی سیستم کوپل شده پل-خودرو می باشد. در این مقاله پاسخ دینامیکی پل قوسی قائم بر اثر عبور وسیله نقلیه مورد بررسی قرار گرفت. این پاسخ ها شامل تاریخچه تغییر مکان قائم و افقی و دوران نقاط مختلف یک پل قوسی تک دهانه بودند که نقاط مرجع آن در فواصل یک چهارم، یک دوم و سه چهارم دهانه پل قرار داده شده بود. با توجه به رفتار پیچیده این سازه ها، انجام آزمایش های میدانی جهت ارزیابی رفتار آنها ضروری است، اما به علت تعدد این پل ها، امکان انجام آزمایش های میدانی بر روی همه آنها وجود ندارد. بنابراین جهت مطالعه رفتار این پل ها، شبیه سازی دقیق آنها ضروری به نظر می رسد. با استفاده از روش اجزای محدود، سازه ی تیر منحنی شکل که تحت ارتعاش اجباری توسط بار متحرک قرار می گیرند به راحتی تجزیه و تحلیل هستند. لذا در مطالعه حاضر از این روش (روش اجزای محدود) برای مدل سازی سازه پل استفاده شد. مدلسازی ابتدا در نرم افزار MATLAB به روش اجزای محدود کد نویسی شده و مدل اندرکنش پل و خودرو در آن اعمال گردید و پس از آن اثر تغییرات شعاع و تغییرات سرعت بر پارامترهای مختلف پل و درجات آزادی مربوطه مورد بررسی قرار گرفت. صحت سنجی نیز به دو صورت انجام پذیرفت که روش اول مدلسازی پل در نرم افزار اجزای محدود و مقایسه شکل مودها و فرکانس سه مود اول با خروجی برنامه اجزای محدود و روش دوم نیز مقایسه پاسخ های تاریخچه زمانی تغییر مکان وسط پل و درجه آزادی خودرو در پژوهش حاضر با پژوهش های شاخص پیش از آن بود. بررسی پاسخ ها و مقایسه آنها با مراجع فوق الذکر، از تطابق مناسب پاسخ ها و درستی مدلسازی حکایت داشت. با توجه به نتایج این پژوهش، با افزایش شعاع انحنای تیر ها، تغییر مکان قائم وسط دهانه آنها افزایش یافت. نیز با کاهش شعاع انحنای تیر، تغییر مکان افقی وسط دهانه آن افزایش یافت که این تغییر دقیقاً نقطه مقابل در نتایج تغییر مکان قائم بود. در بخش نتایج مطالعه پارامتریک دیده شد که بزرگی پاسخ دینامیکی سازه تحت بارهای متحرک، تابعی از سرعت بار است. یعنی بازتاب های دینامیکی تیرها در مواجهه با بارهای متحرک با سرعت های بالاتر، در مقایسه با بارهای با سرعت آهسته، مقادیر بزرگتری را بخود می گیرند. نیز اگر سازه منحنی شکل باشد، بزرگی پاسخ نیز تابعی از شعاع اولیه انحنای پل است یعنی با افزایش شعاع انحنای پل از مقادیر بازتاب نسبت به حالت پل مستقیم، کاسته می شود. از جمله مزیت های روش پیشنهادی، سادگی به همراه دقت مناسب و در عین حال کاربردی بودن آن در بحث پایش سلامت پل ها می باشد.

### مراجع

- [1] Deng L and Wang F (2015). "Impact factors of simply supported prestressed concrete girder bridges due to vehicle braking." Journal of Bridge Engineering, 20(11): 1-6.

- [۲] Neves SGM, Azevedo AFM, and Calçada R., (2012). "A direct method for analyzing the vertical vehicle–structure interaction." *Engineering Structures*, 34: 414-420.
- [۳] Tanuja V and Animesh C (2017). "Vibration of road bridges under moving vehicles: a comparative study between the single contact point and two contact point models." *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, 41(1): 99-111.
- [۴] Yang YB and Yau JD (1997). "Vehicle-bridge interaction element for dynamic analysis." *Journal of Structural Engineering*, 123(11): 1512-1518.
- [۵] Yang, Y. B, Lin, C. W and Yau, J. D. (2004) "Extracting bridge frequencies from the dynamic response of a passing vehicle." *Journal of Sound and Vibration*, vol. 272, no. 3-5, p. 471493
- [۶] Reis M and Pala Y (2009). Dynamic response of a slightly curved bridges under moving mass loads. *The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering*, 4(3): 143-148.
- [۷] Yang F, Sedaghati R, and Esmailzadeh E (2008). Free in-plane vibration of general curved beams using finite element method. *Journal of Sound and Vibration*, 318(4-5): 850-867.
- [۸] Yang, F., Sedaghati, R., and Esmailzadeh, E. (2009). Vibration suppression of non-uniform curved beams under random loading using optimal tuned mass damper. *Journal of Vibration and Control*, 15(2): 233-261.
- [۹] Esmailzadeh, E. and Ghorashi, M., (1995). "Vibration analysis of beams traversed by uniform partially distributed moving masses". *J Sound Vibr* 184, pp. 9-17.
- [۱۰] Yang, Y.-B., Wu, C.-M., and Yau J.-D., (2001). "Dynamic response of a horizontally curved beam subjected to vertical and horizontal moving loads", *Journal of Sound and vibration* 242(3), pp. 519-537.
- [۱۱] Wu, J.-S., Chiang, L.-K., (2003). "Out-of-plane responses of a circular curved Timoshenko beam due to a moving load", *International Journal of Solids and Structures* 40, pp. 7425–7448.
- [۱۲] Lou P., Dai G.L., and Zeng Q.Y., (2006). "Finite element analysis for a Timoshenko beam subjected to a moving mass". *IMEchE, Part C, Journal of Mechanical Engineering Science*, 220(5), pp. 669-678.
- [۱۳] Nikkhoo A., Rofooei F.R. and Shadnam M.R., (2007). Dynamic behavior and modal control of beams under moving mass. *Sound and Vibration*, 306(3-5), pp. 712-724.
- [۱۴] Kahya V. and Mosallam A.S., (2011). Dynamic analysis of composite sandwich beams under moving mass. *Journal of Engineering Sciences*, pp. 18-25.
- [۱۵] Dai, J., Ang, K.-K., (2014). Steady-state response of a curved beam on a viscously damped foundation subjected to a sequence of moving loads, *Proc IMechE Part F, J Rail, and Rapid Transit*, 0(0) 1–20.
- [۱۶] Sheng G. G., Wang X., (2017). The geometrically nonlinear dynamic responses of simply supported beams under moving loads, *Applied Mathematical Modelling*, 48, pp. 183-195.
- [۱۷] Li, S.H. and Ren, J.Y., (2018). Analytical study on dynamic responses of a curved beam subjected to three-directional moving loads, *Applied Mathematical Modelling*, <https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.02.006>.
- [۱۸] Sarparast H., Ebrahimi-Mamaghani A., (2019). "Vibrations of laminated deep curved beams under moving loads", *Composite Structures*, <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.111262>
- [۱۹] Freidani M., Hosseini M., (2020). "Elasto-dynamic Response Analysis of a Curved Composite Sandwich Beam Subjected to the Loading of a Moving Mass", *Mechanics of Advanced Composite Structures* 7 -347 – 354
- [۲۰] Yang, Y. B, Lin, C. W and Yau, J. D. (2004) "Extracting bridge frequencies from the dynamic response of a passing vehicle." *Journal of Sound and Vibration*, vol. 272, no. 3-5, p. 471493
- [۲۱] Yang, Y. B., and Lin, C. W. (2005), "Vehicle-bridge interaction dynamics and potential applications." *J. Sound Vib.* 284(1–2), 205–226.
- [۲۲] Lin, C. W., and Yang, Y. B. (2005). "Use of a passing vehicle to scan the bridge frequencies - An experimental verification." *Eng. Struct.* 27(13), 1865–1878