

Developing a Hybrid Method in Analyzing the Interaction of Vehicle–Bridge Systems

Mohsen.M Karimi ¹, R.Morshed^{2*}

1- PhD candidate, Dept. of Civil Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

2 Associate Prof., Dept. of Civil Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

ABSTRACT

This paper presents a hybrid method for predicting the dynamic responses of bridge structures contemplating the interaction between vehicle–bridge systems. This method is a combination of the theoretical approach and iterative increments as commonly used numerical solutions. It has been shown, the contact force between the vehicle and bridge has a linear relationship with the displacement at the contact point. The parameters of mentioned linear relationship change during the movement of the vehicle on the bridge. In the proposed framework, each increment is initiated with the numerical and iterative parts. Then, according to the analytical part of the proposed framework, the linear relationship of contact force and displacement between the vehicles a bridge is extracted. Consequently, considering the numerical and analytical criteria, the contact displacements and contact forces are calculated. Results indicate that the proposed method offers a framework to predict the dynamic response of bridge and vehicle considering the vehicle-bridge interaction. It was concluded that this method takes a considerably lower computational effort compared to conventional iterative methods In the structures with high contact displacement between the vehicle and structure (for example in the flexible pavement), the suggested method can solve the interaction problems in a considerably lower time and computational effort.

ARTICLE INFO

Receive Date: 01 January 2021

Revise Date: 21 October 2021

Accept Date: 21 May 2022

Keywords:

Vehicle-Bridge Interaction

Iterative Method

Flexible Pavement

Dynamic Behavior of Bridge

Newmark Method

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: <https://doi.org/10.22065/jsce.2022.263226.2322>

*Corresponding author: Reza Morshed.

Email address: morshed@yazd.ac.ir

وسعه یک روش ترکیبی برای تحلیل سیستم اندرکنش وسیله متحرک و پل

حسن محمدکریمی حسین آبادی^۱، رضا مرشد^{۲*}

۱- دانشجوی دکتری سازه، دانشگاه یزد، یزد، ایران

۲- دانشیار، دانشگاه یزد، یزد، ایران

چکیده

در این مقاله از یک روش ترکیبی براساس روش تکرار و روش تئوری برای حل مسئله اندرکنش پل و وسیله متحرک استفاده شده است. روابط نیومارک و معادله دیفرانسیل مرتبه دوم حاکم بر اندرکنش پل و وسیله متحرک نشان می‌دهد که هر نیروی تماسی در پل و یا وسیله‌های متحرک، با جابجایی‌های نقاط مشترک بین پل و وسیله‌های متحرک رابطه خطی دارد. پارامترهای تشکیل دهنده این رابطه خطی با جابجا شدن وسیله متحرک بر روی پل، تغییر می‌کند. در روش پیشنهادی در این مقاله، در هر گام از فرآیند حل عبور وسیله متحرک بر روی پل ابتدا با استفاده از روش تکرار آغاز می‌شود. اگر تعداد فرآیند تکرار برابر با تعداد جابجایی‌های نقاط تماسی به‌اضافه یک شود و قبل از آن معیار همگرایی تامین نشده باشد، با استفاده از روش تئوری، رابطه خطی موجود بین نیروهای تماسی و جابجایی‌های تماسی در وسیله متحرک و پل در آن گام زمانی محاسبه می‌گردد. با استفاده از رابطه‌های حاصله، مقدار جابجایی‌های تماسی که هر دو معادله دیفرانسیل پل و وسیله متحرک را در آن گام زمانی بخصوص ارضا کنند، بدست می‌آیند. مطابق نتایج بدست آمده در این تحقیق مشاهده شد که با استفاده از روش پیشنهادی در این مقاله، تعداد تلاش برای بدست آوردن همگرایی در مقایسه با روش تکرار معمولی در هر گام کاهش می‌یابد. نتایج نشان می‌داد که سرعت همگرایی در روش پیشنهادی بخصوص برای مقدار شاخص همگرایی دقیقتر، بیشتر است. همچنین مشاهده شد در حالت روسازی انعطاف پذیر که تغییرات نیروی تماسی در گامهای متوالی زیاد است، سرعت حل روش پیشنهادی از روش تکرار معمول بسیار بیشتر است. افزایش سرعت در مسائلی که تکرار حل اندرکنش پل و وسیله متحرک لازم است مفید واقع می‌شود.

کلمات کلیدی: اندرکنش پل و وسیله متحرک، روش تکرار، روسازی انعطاف پذیر، رابطه نیومارک، رفتار دینامیکی پل

سابقه مقاله:		شناسه دیجیتال:			
دریافت	بازنگری	پذیرش	انتشار آنلاین	چاپ	doi:
					https://doi.org/10.22065/jsce.2022.263226.2322
				۱۴۰۱/۱۲/۲۹	10.22065/jsce.2022.263226.2322
*نویسنده مسئول:		دکتر رضا مرشد			
پست الکترونیکی:		morshed@yazd.ac.ir			

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر تحقیقات زیادی بر روی مسئله حرکت وسیله متحرک بر روی پل صورت گرفته است. در تحقیقات صورت گرفته، سه نوع مدل‌سازی برای وسیله متحرک ارائه شده است: بار متحرک [۵-۱]، جرم متحرک [۶-۹] و جرم و فنر متحرک [۱۵-۱۰]. زمانی که اینرسی وسیله متحرک در مقابل پل قابل صرف نظر کردن باشد، وسیله متحرک را می‌توان به صورت بار متحرک مدل‌سازی کرد. در این روش صحت پاسخ بدست آمده برای پل وابسته به میزان برقراری شرط قابل صرف نظر بودن اینرسی وسیله متحرک بوده و همچنین پاسخ وسیله متحرک نیز بدست نمی‌آید. در مدل‌سازی قطار بصورت جرم متحرک، هرچند اثر اینرسی وسیله متحرک در نظر گرفته می‌شود ولی این نوع مدل‌سازی از وسیله متحرک، توانایی ارزیابی میزان راحتی مسافری را ندارد. مدل جرم سوار بر فنر از اولین مدل‌سازی‌های وسیله متحرک بصورت سیستم جرم و فنر است. در تحقیقاتی که در این زمینه در سال‌های اخیر انجام شده است، از مدل‌های کامل‌تر قطار، که شامل: بدنه اصلی، بوژی و چرخ‌ها هستند، استفاده شده است [۱۵-۱۷]. در تحقیقی دیگر با اندازه‌گیری فشار دینامیکی ناشی از لاستیک وسیله نقلیه بر پل و سپس تعیین پارامترهای مجهول مدل با استفاده از فیلتر کالمن، نیروی اندرکنش بین پل و وسیله متحرک مشخص گردید [۱۸]. در تحقیقات دیگری به منظور بررسی شرایط و سختی تکیه‌گاهی بر روی رفتار دینامیکی مدل‌های مورد استفاده به منظور لحاظ نمودن اندرکنش خطوط ریلی با قطار، ابتدا اجزای سیستم خط آهن به صورت مجموعه‌ای از جرم، فنر و میراگرها مدل‌سازی شدند و سپس مدل‌هایی از خطوط ریلی شامل مدل‌های خط آهن بر روی بسترهای ارتجاعی پیوسته و گسسته، خط آهن با وجود یک، دو یا سه لایه و چند الگوی بارگذاری مختلف مورد مطالعه قرار گرفتند [۲۰-۱۹].

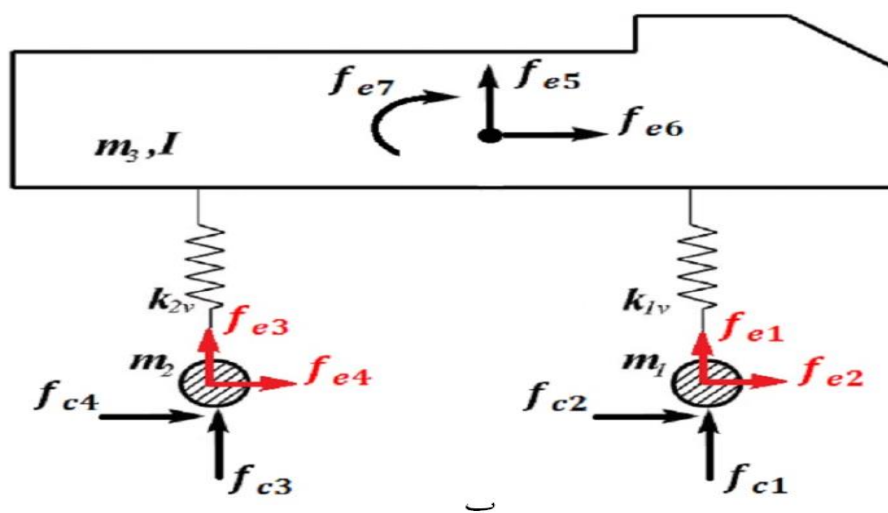
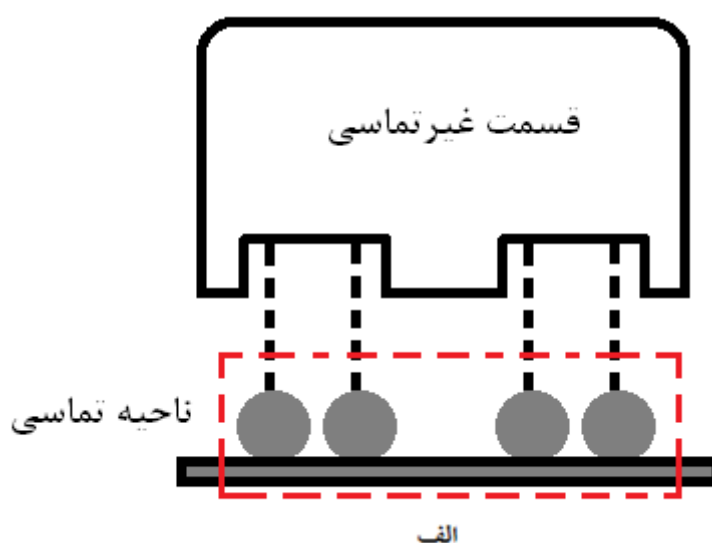
برای آنالیز اندرکنش پل و قطار دو دسته معادله دیفرانسیل مرتبه دو برای پل و وسیله متحرک وجود دارد که اندرکنش بین پل و وسیله متحرک، این دو دسته معادله را به یکدیگر وابسته می‌سازد [۲۱]. با عبور وسیله متحرک در سرتاسر پل نقطه تماس دو سیستم وسیله متحرک و پل جابجا می‌شود و در هر گام از عبور وسیله متحرک از روی پل ماهیت اندرکنش بین پل و وسیله متحرک تغییر می‌کند. برای آنالیز اندرکنش بین پل و وسیله متحرک دو روش تئوری [۲۲-۲۴] و روش تکرار [۲۵-۲۷] وجود دارد. البته در سازه‌های ساده از روش تحلیلی هم استفاده می‌شود [۱۰ و ۲۸]. در روش تئوری در هر گام، معادله دیفرانسیل جدیدی بدست آورده که اثر اندرکنش پل و وسیله متحرک در موقعیت وسیله متحرک بر روی پل، در آن گام زمانی، در معادله دیفرانسیل بدست آمده اثر داده شده است. سپس این معادله دیفرانسیل که فقط برای یک گام زمانی از عبور وسیله متحرک بر روی پل قابل استفاده است، حل می‌گردد [۲۱]. در واقع در هر گام باید ماتریس جرم، میرایی و سختی جدیدی بدست بیاید که اندرکنش پل و وسیله متحرک در آن‌ها اعمال شده است. از روش تکرار می‌توان به طرق مختلف برای حل اندرکنش پل و وسیله متحرک استفاده کرد. یک روش برای استفاده از روش تکرار به این صورت بوده که ابتدا یک مقدار جابجایی برای نقاط تماسی در نظر گرفته شده و بعد نیروهای تماسی بدست آمده از حل معادله دیفرانسیل وسیله متحرک را در معادله دیفرانسیل پل قرار داده و مقدار جابجایی اصلاح شده بدست می‌آید. این فرآیند تا رسیدن به دقت مورد نظر ادامه داده می‌شود [۲۵]. از برتری روش تکرار نسبت به روش دقیق می‌توان به عدم نیاز به بدست آوردن معادله دیفرانسیل جدیدی که اثر اندرکنش پل و وسیله متحرک در آن اعمال شده باشد، اشاره کرد که همین برتری این روش حل مسئله اندرکنش پل و وسیله متحرک را برای مدل‌های گوناگون از پل و وسیله متحرک آسان می‌سازد. ولی زمانی که از مدل‌های پیچیده‌تر پل و وسیله متحرک در مدل‌سازی استفاده شود سرعت روش تکرار کاهش می‌یابد [۲۱]. صادقی و همکاران مدلی ساده برای در نظر گرفتن اندرکنش وسیله نقلیه با پل‌هایی با طول دهانه متوسط تا بلند که در معرض بارهای ترافیکی تصادفی هستند، ارائه نمودند. مطابق نتایج این تحقیق مشخص شد که در یک پل تحت بار تصادفی، با افزایش جرم و کاهش سختی پل، میزان وابستگی پاسخ‌های پل به دینامیک وسیله نقلیه کاهش می‌یابد [۳۱]. نحوه لحاظ نمودن اندرکنش وسیله نقلیه و پل در مسائل مرتبط با پایش سلامت پل‌ها تحت اثر ترافیک عبوری به ویژه در روش‌های مبتنی بر به‌روز رسانی مدل اهمیت ویژه‌ای دارد [۳۲].

در این تحقیق با استفاده از روابط نیومارک و معادله دیفرانسیل پل و وسیله متحرک نشان داده شده است که هر نیروی تماسی در پل با جابجایی‌های تماسی و هر نیروی تماسی در وسیله متحرک با جابجایی‌های نقاط تماسی در همان وسیله متحرک رابطه خطی دارد. این رابطه خطی را می‌توان به دو صورت تئوری و روش غیرمستقیم (که در این تحقیق ارائه شده است) بدست آورد. در روش پیشنهادی در

این تحقیق، برای حل اندرکنش وسیله متحرک و پل ابتدا با استفاده از روش تکرار شروع به حل مسئله در هر گام کرده و اگر تعداد تکرار به تعداد جابجایی‌های نقاط تماسی با اضافه یک برسد با استفاده از روش دقیق، جابجایی‌هایی برای نقاط تماسی بدست آمده که از تمام جابجایی‌هایی که در تکرارهای قبلی استفاده شده به جواب نهایی نزدیکتر است.

۲- رابطه خطی بین نیروهای تماسی و جابجایی‌های تماسی در هر وسیله متحرک

همان‌طور که در شکل شماره ۱-الف نشان داده شده است وسیله متحرک را می‌توان به دو قسمت تقسیم کرد. یک قسمت در تماس با پل (چرخها) و قسمت دوم که در تماس مستقیم با پل نمی‌باشد. جابجایی قسمت در تماس مستقیم با پل را می‌توان با بردار $\{d_w\}$ و جابجایی قسمتی که در تماس مستقیم با پل نیست را با بردار $\{d_u\}$ نشان داد. با در نظر گرفتن m_v, k_v, c_v به ترتیب به عنوان ماتریس جرم، سختی و میرایی وسیله متحرک و $\{d_v\}$ بعنوان بردار تغییر مکان وسیله متحرک که برابر با $\{d_u\}\{d_w\}$ است، معادله حرکت وسیله متحرک بصورت رابطه (۱) خواهد بود [۲۱].



شکل ۱-مدل‌سازی وسیله متحرک

الف: مدل وسیله متحرک به صورت تفکیک شده به دو قسمت چرخ و سیستم سوار بر آن ب: دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر وسیله متحرک

$$[m_v]\{\ddot{d}_v\} + [c_v]\{\dot{d}_v\} + [k_v]\{d_v\} = \{f_v\} \quad (1)$$

در این رابطه $\{f_v\}$ بردار نیرو بوده که می توان آن را با استفاده از رابطه (۲) به دو قسمت تقسیم کرد.

$$\{f_v\} = \{f_e\} + [I]\{f_c\} \quad (2)$$

در این رابطه $\{f_e\}$ بردار نیروهای خارجی بجز نیروهای تماسی است که شامل نیروهایی چون نیروی وزن وارد بر اجرام بوده و $\{f_c\}$ نیروهای تماسی است که از طریق چرخها به وسیله متحرک وارد می شود. همانطور که در شکل شماره ۱-ب نشان داده شده است نیروهای خارجی بجز نیروی تماسی با اندیس e بر درجات آزادی وسیله متحرک وارد می شود و نیروهای تماسی که با اندیس c نشان داده شده است برای مدلسازی وسیله متحرک نیاز به انتقال به درجه آزادی وسیله متحرک دارد که این کار توسط ماتریس تبدیل [I] انجام می شود. لازم به توضیح است که مدل وسیله متحرک شکل ۱-ب بطور مثال آورده شده و در روابط تعداد درجات آزادی و شکل وسیله متحرک محدودیتی ندارد. از طرفی جابجایی چرخهای وسیله متحرک با جابجایی نقاط تماسی پل و اعوجاج موجود در ریل (با ناهمواری روسازی راه در بزرگراهها) مطابق رابطه (۳) در ارتباط با یکدیگر هستند [۲۱].

$$\{d_w\} = [\Gamma]\{d_c\} + \{r\} \quad (3)$$

که در رابطه فوق $[\Gamma]$ ماتریس قید و در زمانی که پرشی برای چرخ وسیله متحرک اتفاق نیافتد برابر ماتریس واحد است و بردار $\{r\}$ نشان دهنده ناهمواریهای روسازی است.

معادله دیفرانسیل (۱) را با تفکیک ماتریسها به دو بخش بالایی و چرخها و با استفاده از رابطه (۲)، می توان بصورت رابطه (۴) باز نویسی کرد.

$$\begin{bmatrix} [m_{uu}] & [m_{uw}] \\ [m_{wu}] & [m_{ww}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{d}_u\} \\ \{\ddot{d}_w\} \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} + \begin{bmatrix} [c_{uu}] & [c_{uw}] \\ [c_{wu}] & [c_{ww}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{d}_u\} \\ \{\dot{d}_w\} \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} + \begin{bmatrix} [k_{uu}] & [k_{uw}] \\ [k_{wu}] & [k_{ww}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d_u\} \\ \{d_w\} \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} = \begin{Bmatrix} \{f_{ue}\} \\ \{f_{we}\} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} [I_u] \\ [I_w] \end{Bmatrix} \{f_c\}_{t+\Delta t} \quad (4)$$

$\{f_{ue}\}$ و $\{f_{we}\}$ بترتیب بردار نیروهای خارجی (بجز نیروهای تماسی) وارد بر قسمت بالا و بخش چرخها می باشند و مقدار آنها مستقل از نیروهای تماسی و مستقل از زمان است. $\{f_c\}_{t+\Delta t}$ بیانگر نیروی تماسی وارد بر چرخها بوده و ماتریسهای $[I_u]$ و $[I_w]$ ماتریسهای تبدیل هستند [۲۱].

با استفاده از روش نیومارک شتاب و سرعت در لحظه $t+\Delta t$ را می توان با استفاده از روابط (۵)، بر اساس جابجایی در لحظه $t+\Delta t$ و مقادیر معلوم شتاب، سرعت و جابجایی در زمان t نوشت [۲۷].

$$\{\ddot{d}_u\}_{t+\Delta t} = a_1(\{d\}_{t+\Delta t} - \{d\}_t) - a_3\{\dot{d}\}_t - a_4\{\ddot{d}\}_t \quad (5-الف)$$

$$\{\dot{d}\}_{t+\Delta t} = a_2(\{d\}_{t+\Delta t} - \{d\}_t) - a_5\{\dot{d}\}_t - a_6\{\ddot{d}\}_t \quad (5-ب)$$

ضرایب استفاده شده در رابطه (۵) بصورت رابطه (۶) می باشند.

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{\beta \Delta t^2}, & a_2 &= \frac{\gamma}{\beta \Delta t}, & a_3 &= \frac{1}{\beta \Delta t} \\ a_4 &= \frac{1}{2\beta} - 1, & a_5 &= \frac{\gamma}{\beta} - 1, & a_6 &= \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\gamma}{\beta} - 2 \right) \end{aligned} \quad (6)$$

در این رابطه β و γ ضرایب نیومارک می باشند، برای مثال در صورتی که $\beta = 0.25$ و $\gamma = 0.5$ باشد مطابقت با روش شتاب متوسط دارد.

با توجه به اینکه قسمت بالایی از وسیله متحرک در تماس با پل نبوده و نیروی تماسی بین پل و وسیله متحرک بر آن قسمت وارد نمی شود بنابراین زیر ماتریس $[I_u]$ در رابطه (۴) برابر با صفر می باشد. با جاگذاری رابطه (۵) بجای شتاب و سرعت لحظه $t+\Delta t$ در معادله دیفرانسیل (۴)، معادله (۷) حاصل می شود.

$$\begin{bmatrix} [K_{uu}] & [K_{uw}] \\ [K_{wu}] & [K_{ww}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d_u\} \\ \{d_w\} \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} = \begin{Bmatrix} 0 \\ [I_w] \end{Bmatrix} \{f_c\}_{t+\Delta t} + \begin{bmatrix} [B_u] \\ [B_w] \end{bmatrix}_t \quad (7)$$

عبارت های موجود در رابطه (۷) بصورت رابطه های (۸) و (۹) تعریف شده اند.

$$K_{ii} = a_1[m_{ii}] + a_2[c_{ii}] + [k_{ii}] \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} B_u \\ B_w \end{bmatrix}_t &= \begin{Bmatrix} \{f_{ue}\} \\ \{f_{we}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1[m_{uu}] + a_2[c_{uu}] & a_1[m_{uw}] + a_2[c_{uw}] \\ a_1[m_{wu}] + a_2[c_{wu}] & a_1[m_{ww}] + a_2[c_{ww}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d_u\} \\ \{d_w\} \end{Bmatrix}_t \\ &+ \begin{bmatrix} a_3[m_{uu}] + a_5[c_{uu}] & a_3[m_{uw}] + a_5[c_{uw}] \\ a_3[m_{wu}] + a_5[c_{wu}] & a_3[m_{ww}] + a_5[c_{ww}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{d}_u\} \\ \{\dot{d}_w\} \end{Bmatrix}_t \\ &+ \begin{bmatrix} a_4[m_{uu}] + a_6[c_{uu}] & a_4[m_{uw}] + a_6[c_{uw}] \\ a_4[m_{wu}] + a_6[c_{wu}] & a_4[m_{ww}] + a_6[c_{ww}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{d}_u\} \\ \{\ddot{d}_w\} \end{Bmatrix}_t \end{aligned} \quad (9)$$

همانطور که در معادله (۷) مشاهده می‌شود تنها مقادیری که وابسته به زمان $t + \Delta t$ هستند جابجایی در این لحظه و نیروهای تماسی می‌باشند.

با بسط ردیف اول معادله (۷)، به معادله (۱۰) می‌رسیم.

$$[K_{uu}]\{d_u\}_{t+\Delta t} + [K_{uw}]\{d_w\}_{t+\Delta t} = [B_u]_t \quad (10)$$

از رابطه (۱۰) می‌توان مقدار $\{d_u\}_{t+\Delta t}$ را بر اساس $\{d_w\}_{t+\Delta t}$ بصورت رابطه (۱۱) بدست آورد.

$$\{d_u\}_{t+\Delta t} = [K_{uu}]^{-1} [[B_u]_t - [K_{uw}]\{d_w\}_{t+\Delta t}] \quad (11)$$

از طرف دیگر با بسط ردیف دوم معادله (۷) معادله (۱۲) بدست خواهد آمد.

$$[K_{wu}]\{d_u\}_{t+\Delta t} + [K_{ww}]\{d_w\}_{t+\Delta t} = [l_w]\{f_c\}_{t+\Delta t} + [B_w]_t \quad (12)$$

با جایگذاری بردار $\{d_u\}_{t+\Delta t}$ که در معادله (۱۱) بر اساس $\{d_w\}_{t+\Delta t}$ بدست آمده است در معادله (۱۲)، معادله (۱۳) بدست می‌آید.

$$[K_{wu}][[K_{uu}]^{-1} [[B_u]_t - [K_{uw}]\{d_w\}_{t+\Delta t}]] + [K_{ww}]\{d_w\}_{t+\Delta t} = [l_w]\{f_c\}_{t+\Delta t} + [B_w]_t \quad (13)$$

با ساده سازی معادله (۱۳) با این هدف که پارامتر $\{d_w\}_{t+\Delta t}$ در یک طرف معادله و پارامتر $\{f_c\}_{t+\Delta t}$ در طرف دیگر معادله باشد، معادل (۱۴) بدست می‌آید.

$$[[K_{ww}] - [K_{wu}][K_{uu}]^{-1}[K_{uw}]]\{d_w\}_{t+\Delta t} = [l_w]\{f_c\}_{t+\Delta t} + [B_w]_t + [K_{wu}][K_{uu}]^{-1}[B_u]_t \quad (14)$$

از معادله (۱۴) مقدار بردار $\{f_c\}_{t+\Delta t}$ (نیروی نقاط تماسی) به صورت معادله (۱۵) بدست خواهد آمد.

$$\{f_c\}_{t+\Delta t} = [l_w]^{-1} \left[[[K_{ww}] - [K_{wu}][K_{uu}]^{-1}[K_{uw}]]\{d_w\}_{t+\Delta t} - [B_w]_t - [K_{wu}][K_{uu}]^{-1}[B_u]_t \right] \quad (15)$$

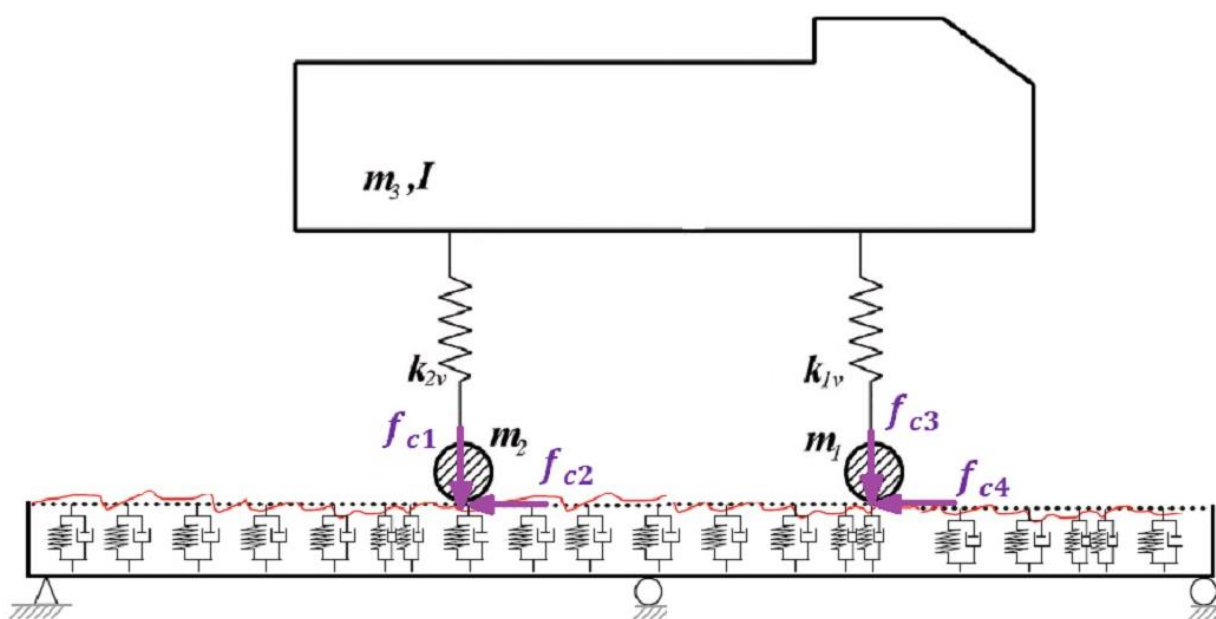
با جاگذاری رابطه (۳) در رابطه (۱۵) نیروهای تماسی در وسیله متحرک بصورت رابطه (۱۶) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} \{f_c\}_{t+\Delta t} &= [l_w]^{-1} \left[[[K_{ww}] - [K_{wu}][K_{uu}]^{-1}[K_{uw}]]\{r\}_{t+\Delta t} - [B_w]_t - [K_{wu}][K_{uu}]^{-1}[B_u]_t \right] \\ &+ [l_w]^{-1} \left[[[K_{ww}] - [K_{wu}][K_{uu}]^{-1}[K_{uw}]]\{r\}_{t+\Delta t} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

از آنجا بردار $\{r\}$ در لحظه $t+\Delta t$ مشخص می‌باشد، تنها عبارتی که در رابطه (۱۶) وابسته به زمان $t+\Delta t$ است، نیروهای تماسی و جابجایی‌های تماسی هستند. بنابراین هر نیروی تماسی در هر وسیله متحرک با جابجایی‌های نقاط تماسی در همان وسیله متحرک رابطه‌ی خطی دارد.

۳- رابطه خطی بین نیروهای تماسی و جابجایی‌های تماسی در پل

معادله دیفرانسیل حاکم بر سیستم پل را میتوان به صورت معادله (۱۷) نوشت. در این رابطه نیروهای وارده بر پل به دو دسته تقسیم شده‌اند، یک‌دسته نیروهایی که بین وسیله متحرک و پل در حال تبادل است و با اندیس c نشان داده شده‌اند و دیگری نیروهای خارجی (بجز نیروهای تماسی) که با اندیس e نشان داده شده و شامل نیروهایی چون وزن اجزا تشکیل دهنده پل بوده که مقدار آنها مستقل از زمان است.



شکل ۲: نیروی وارد بر پل با در نظر گرفتن روسازی انعطاف پذیر

$$[m_b]\{\ddot{d}_b\} + [c_b]\{\dot{d}_b\} + [k_b]\{d_b\} = \{f_c\} + \{f_e\} \quad (17)$$

با تقسیم بندی درجات آزادی المان‌ها به دو بخش در تماس با وسیله متحرک $\{d_c\}$ و درجات آزادی که در تماس مستقیم با وسیله متحرک نیستند $\{d_n\}$ ، معادله (۱۷) را می‌توان به صورت معادله (۱۸) بازنویسی کرد.

$$\begin{bmatrix} [m_{cc}] & [m_{cn}] \\ [m_{nc}] & [m_{nn}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{d}_c\} \\ \{\ddot{d}_n\} \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} + \begin{bmatrix} [c_{cc}] & [c_{cn}] \\ [c_{nc}] & [c_{nn}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{d}_c\} \\ \{\dot{d}_n\} \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} + \begin{bmatrix} [k_{cc}] & [k_{cn}] \\ [k_{nc}] & [k_{nn}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d_c\} \\ \{d_n\} \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} = \begin{Bmatrix} \{f_c\}_{t+\Delta t} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \{f_{ec}\} \\ \{f_{en}\} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

حال همان مراحل انجام گرفته بر روی معادله دیفرانسیل وسیله متحرک را می‌توان بر روی معادله دیفرانسیل پل انجام داد. با استفاده از رابطه (۵)، معادله دیفرانسیل (۱۸) تبدیل به معادله (۱۹) خواهد شد.

$$\begin{bmatrix} [K_{cc}] & [K_{cn}] \\ [K_{nc}] & [K_{nn}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d_c\} \\ \{d_n\} \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} = \begin{Bmatrix} \{f_c\}_{t+\Delta t} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} B_c \\ B_n \end{Bmatrix}_t \quad (19)$$

که زیر ماتریس $[K_{ij}]$ موجود در رابطه (۱۹) بصورت رابطه (۸) و ماتریس $[B_n]_t$ که مقادیر آن در زمان $t+\Delta t$ مشخص است، بصورت رابطه (۲۰) می باشد.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} B_c \\ B_n \end{bmatrix}_t &= \begin{Bmatrix} f_{ec} \\ f_{en} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1[m_{cc}] + a_2[c_{cc}] & a_1[m_{cn}] + a_2[c_{cn}] \\ a_1[m_{nc}] + a_2[c_{nc}] & a_1[m_{nn}] + a_2[c_{nn}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d_u\} \\ \{d_n\} \end{Bmatrix}_t \\ &+ \begin{bmatrix} a_3[m_{cc}] + a_5[c_{cc}] & a_3[m_{cn}] + a_5[c_{cn}] \\ a_3[m_{nc}] + a_5[c_{nc}] & a_3[m_{nn}] + a_5[c_{nn}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{d}_u\} \\ \{\dot{d}_n\} \end{Bmatrix}_t \\ &+ \begin{bmatrix} a_4[m_{cc}] + a_6[c_{cc}] & a_4[m_{cn}] + a_6[c_{cn}] \\ a_4[m_{nc}] + a_6[c_{nc}] & a_4[m_{nn}] + a_6[c_{nn}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{d}_u\} \\ \{\ddot{d}_n\} \end{Bmatrix}_t \end{aligned} \quad (20)$$

با بسط ردیف دوم معادله (۱۹) معادله (۲۱) بدست خواهد آمد.

$$[K_{nc}]\{d_c\}_{t+\Delta t} + [K_{nn}]\{d_n\}_{t+\Delta t} = [B_n]_t \quad (21)$$

از این عبارت بردار بردار $\{d_n\}_{t+\Delta t}$ را می توان بر اساس بردار $\{d_c\}_{t+\Delta t}$ به صورت معادله (۲۲) بدست آورد.

$$\{d_n\}_{t+\Delta t} = [K_{nn}]^{-1} [[B_n]_t - [K_{nc}]\{d_c\}_{t+\Delta t}] \quad (22)$$

با بسط ردیف اول معادله (۱۹)، معادله (۲۳) بدست خواهد آمد.

$$[K_{cc}]\{d_c\}_{t+\Delta t} + [K_{cn}]\{d_n\}_{t+\Delta t} = \{f_c\}_{t+\Delta t} + [B_c]_t \quad (23)$$

با جاگذاری بردار $\{d_n\}_{t+\Delta t}$ که از معادله (۲۲) بدست آمده است در معادله (۲۳)، معادله (۲۴) حاصل خواهد شد.

$$[K_{cc}]\{d_c\}_{t+\Delta t} + [K_{cn}] \left[[K_{nn}]^{-1} [[B_n]_t - [K_{nc}]\{d_c\}_{t+\Delta t}] \right] = \{f_c\}_{t+\Delta t} + [B_c]_t \quad (24)$$

معادله (۲۴) را می توان به صورت معادل (۲۵) بازنویسی کرد.

$$\left[[K_{cc}] - [K_{cn}][K_{nn}]^{-1}[K_{nc}] \right] \{d_c\}_{t+\Delta t} = \{f_c\}_{t+\Delta t} + [B_c]_t + [K_{cn}][K_{nn}]^{-1}[B_n]_t \quad (25)$$

از معادله (۲۵) مقدار بردار نیروهای تماسی به صورت معادله (۲۶) بدست خواهد آمد.

$$\{f_c\}_{t+\Delta t} = \left[[K_{cc}] - [K_{cn}][K_{nn}]^{-1}[K_{nc}] \right] \{d_c\}_{t+\Delta t} - [B_c]_t - [K_{cn}][K_{nn}]^{-1}[B_n]_t \quad (26)$$

همانطور که در رابطه (۲۶) مشخص است هر نیروی تماسی در پل هم با تمام جابجایی‌های نقاط تماسی در پل رابطه خطی دارد. همانطور که در شکل شماره ۲ نشان داده شده است پل می‌تواند دارای مدلسازی دقیقی از روسازی انعطاف پذیر باشد که در این حالت نیروی تماسی اول وارد بر روسازی می‌شود و سپس بر روی عرشه پل توزیع می‌گردد. در این موارد روسازی هم بخشی از پل محسوب و مدلسازی می‌گردد و در روابط تأثیری ندارد.

۴- بدست آوردن غیر مستقیم رابطه خطی بین نیروها و جابجاییهای تماسی نظیر حالتی که فقط یک وسیله متحرک بر روی پل در حال حرکت است

در عبارت‌های (۱۶) و (۲۶) هر کدام از نیروهای نقاط تماسی بین وسیله متحرک و پل بر اساس جابجایی‌های نقاط تماسی بین آنها با استفاده از روابط نیومارک و معادله دیفرانسیل حاکم بر پل و وسیله متحرک بدست آمده‌اند. بدست آوردن رابطه (۱۶) و (۲۶) با استفاده از فرآیند توضیح داده شده در بخش‌های ۲ و ۳ فرآیندی طولانی است. در این بخش روشی برای بدست آوردن غیرمستقیم رابطه‌های (۱۶) و (۲۶) بترتیب برای وسیله متحرک و پل ارائه شده است.

در شرایطی که فقط یک وسیله متحرک در حال عبور از پل باشد، می‌توان هر نیروی تماسی در پل و یا وسیله متحرک را، با استفاده از روابط (۱۶) و (۲۶) بصورت رابطه (۲۷) بازنویسی کرد.

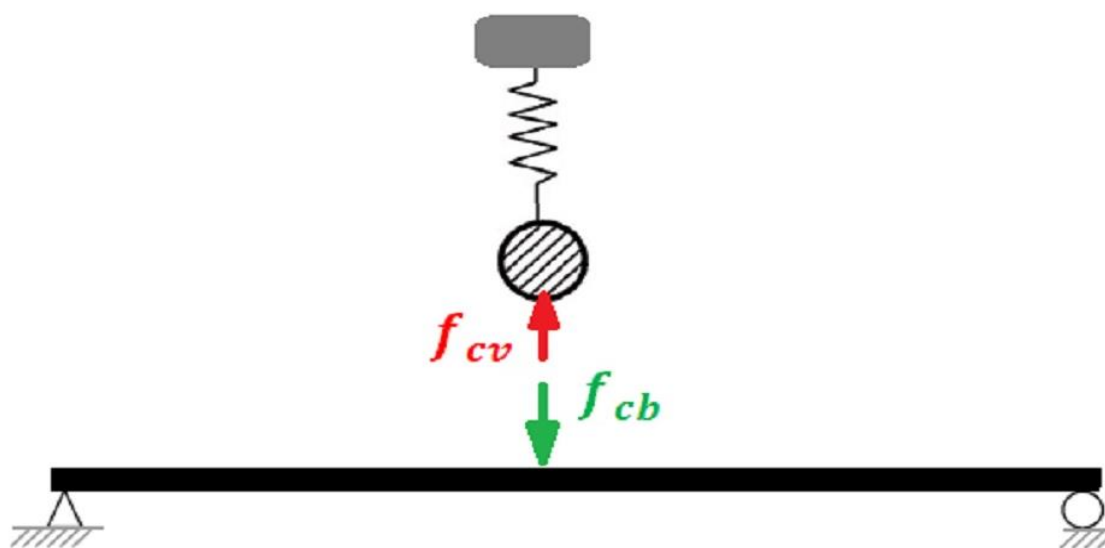
$$f_i = a_{i0} + a_{i1}d_{c1} + a_{i2}d_{c2} + \dots + a_{in}d_{cn} \quad (27)$$

همان‌طور که در رابطه (۲۷) مشخص است، هر نیروی تماسی f_i در پل و یا وسیله متحرک با $n+1$ ضریب a_{ij} با جابجایی‌های تماسی در ارتباط است. اگر برای یک موقعیت بخصوص وسیله متحرک بر روی پل، معادله دیفرانسیل وسیله متحرک را برای $n+1$ دسته جابجایی تماسی متفاوت حل کرده و نیروهای نقاط تماسی متناظر آنها را بدست آید، $n+1$ ضرایب a_{ij} رابطه (۲۷) را می‌توان برای تمام نیروهای تماسی در وسیله متحرک با استفاده از رابطه (۲۸) بدست آورد.

$$\begin{Bmatrix} f_i^1 \\ f_i^2 \\ f_i^3 \\ \vdots \\ f_i^{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d_{c1}^1 & d_{c2}^1 & \dots & d_{cn}^1 \\ 1 & d_{c1}^2 & d_{c2}^2 & \dots & d_{cn}^2 \\ 1 & d_{c1}^3 & d_{c2}^3 & \dots & d_{cn}^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & d_{c1}^{n+1} & d_{c2}^{n+1} & \dots & d_{cn}^{n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{i0} \\ a_{i1} \\ a_{i2} \\ \vdots \\ a_{in} \end{bmatrix} \quad (28)$$

اگر دسته نیروی نقاط تماسی بدست آمده از وارد کردن $n+1$ دسته جابجایی متفاوت در نقاط تماسی وسیله متحرک را به عنوان نیروی تماسی به نقاط تماسی در پل وارد شود، باز می‌توان رابطه (۲۷) را برای تمام نیروهای تماسی در پل با استفاده از رابطه (۲۸) بدست آورد. همان‌طور که مشخص است زمانی که یک وسیله متحرک بر روی پل باشد، فقط یک ماتریس U مطابق رابطه (۲۹) باید معکوس شود. بعد از بدست آوردن رابطه (۲۷) برای تمام نیروهای تماسی در پل و قطار می‌توان با استفاده از آن‌ها رابطه (۱۶) و (۲۶) را برای وسیله متحرک و پل بدست آورد. با مساوی قرار دادن رابطه‌های (۱۶) و (۲۶) مقدار دسته جابجایی‌هایی بدست می‌آید که از تمام دسته جابجایی‌هایی نقاط تماسی که در ماتریس U وجود دارد به جواب نهایی نزدیکتر است.

$$[U] = \begin{bmatrix} 1 & d_{c1}^1 & d_{c2}^1 & \dots & d_{cn}^1 \\ 1 & d_{c1}^2 & d_{c2}^2 & \dots & d_{cn}^2 \\ 1 & d_{c1}^3 & d_{c2}^3 & \dots & d_{cn}^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & d_{c1}^{n+1} & d_{c2}^{n+1} & \dots & d_{cn}^{n+1} \end{bmatrix} \quad (29)$$



شکل ۳: نیروی تماسی قائم وارد بر پل و وسیله متحرک

بطور مثال اگر اندرکنش پل و وسیله متحرک به صورت شکل شماره ۳ مدلسازی شود و تنها مولفه قائم نیرو در نظر گرفته شود رابطه (۲۷) برای وسیله متحرک و پل را می‌توان بصورت رابطه (۳۰) و (۳۱) بازنویسی کرد.

$$f_{cv} = a_{v0} + a_{v1}d_{cv} \quad (30)$$

$$f_{cb} = a_{b0} + a_{b1}d_{cb} \quad (31)$$

که f_{cv} نیروی تماسی در وسیله متحرک و f_{cb} نیروی تماسی در پل است. همانطور که مشخص است هر کدام از وسیله متحرک و پل می‌تواند به ازای جابجایی مختلف نیروی تماسی مختلفی داشته باشد ولی زمانی که به ازای جابجایی یکسان نیروی تماسی یکسان از رابطه (۳۰) و (۳۱) حاصل شود شرایط اندرکنش وسیله متحرک و پل تامین شده است. در روابط (۳۰) و (۳۱) ضرایب a_{v0} و a_{v1} مجهول هستند. همانطور که توزیع داده شده این روابط را می‌توان از فرآیند تشریح شده در بخش ۲ و ۳ در هر گام زمانی عبور وسیله متحرک بر روی پل بدست آورد ولی هزینه محاسباتی و زمانی زیادی دارد. ولی می‌توان برای آن گام زمانی بخصوص با نیروی خرجی متفاوت (که الزاما اندرکنش وسیله متحرک و پل را راضاء نمی‌کند) تحلیل نمود.

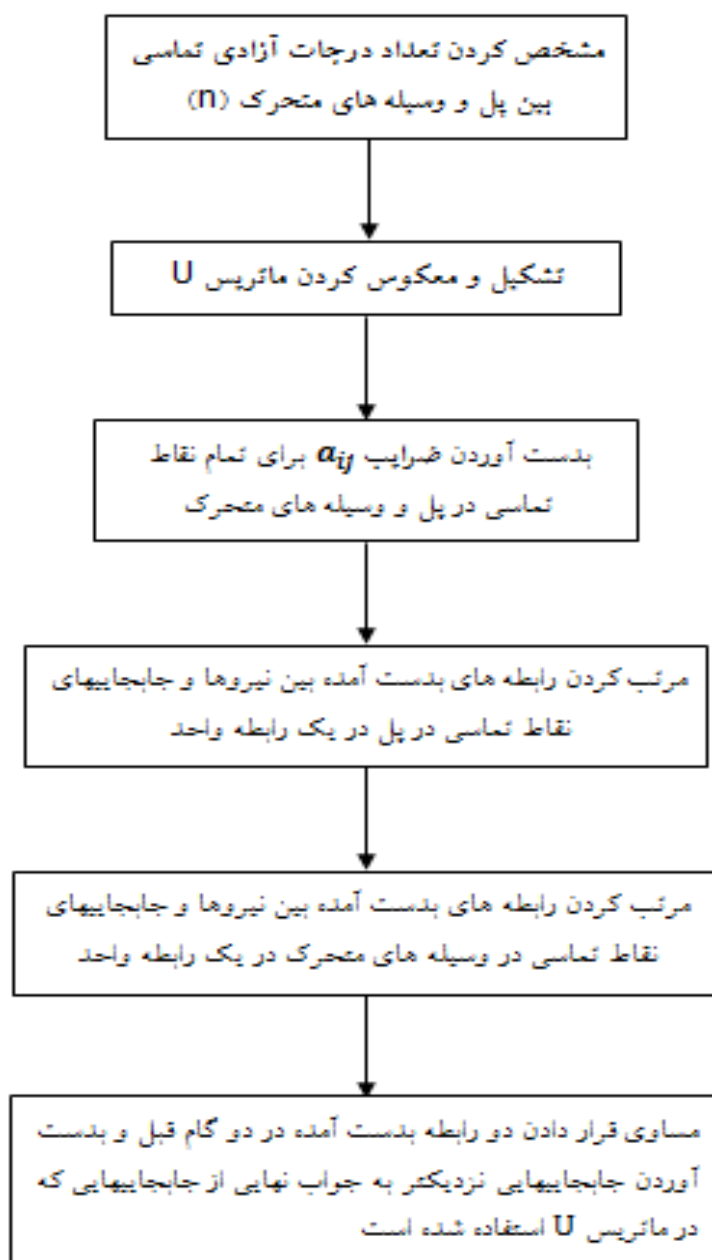
حال می‌توان ضرایب مجهول روابط (۳۰) و (۳۱) بطور جداگانه محاسبه نمود. سپس با مساوی قرار دادن این دو رابطه مقدار جابجایی که قید اندرکنش وسیله متحرک و پل در آن گام زمانی را تامین کند، بدست آورد.

۵- بدست آوردن غیر مستقیم رابطه خطی بین نیروها و شتاب‌های تماسی در حالتی که بیش از یک وسیله متحرک در حال حرکت بر روی پل است

برای بدست آوردن رابطه (۲۷) برای نیروهای تماسی پل تفاوتی وجود ندارد که نقاط تماسی مربوط به یک وسیله متحرک و یا چندین وسیله متحرک باشد. در واقع در رابطه (۲۶) نشان داده شد که هر نیروی تماسی در پل با تمام جابجایی‌های نقاط تماسی پل در ارتباط است. ولی رابطه (۱۶) همانطور که در بخش ۳ توضیح داده شد، به‌طور مستقل در هر کدام از وسیله‌های متحرک صادق است. به این صورت که هر نیروی تماسی در یک وسیله متحرک فقط با جابجایی‌های نقاط تماسی مربوط به همان وسیله متحرک در ارتباط بوده و هیچ رابطه‌ای با جابجایی تماسی وسیله‌های متحرک دیگر با پل ندارد. اگر تعداد جابجایی‌های نقاط تماسی در هر وسیله متحرک برابر با n' فرض شود، رابطه (۲۷) را می‌توان به‌صورت رابطه (۳۲) بازنویسی کرد. در این رابطه فرض شده است که هر نیروی تماسی در هر وسیله

متحرک با ضرایب b_{ij} با جابجایی‌های تماسی دیگر وسیله‌های متحرک در ارتباط است (واضح است که ضرایب b_{ij} ها برابر با صفر هستند). در این حالت برای بدست آوردن ضرایب a_{ij} به‌طور غیرمستقیم باید ماتریسی به بزرگی $n+1$ معکوس شود ولی این ماتریس برابر با ماتریس U (رابطه (۲۹)) می باشد که برای بدست آوردن رابطه خطی بین نیروها و جابجایی‌های تماسی در پل باید معکوس شود. به دلیل اینکه هر نیروی تماسی در هر وسیله متحرک تنها با درجات آزادی نقاط تماسی همان وسیله متحرک در ارتباط است ضرایب b_{ij} صفر بدست می‌آید. با این روش بدست آوردن رابطه‌های بین جابجایی‌ها و نیروهای تماسی در وسیله‌های متحرک، فقط باید یک ماتریس معکوس شود. در شکل شماره ۴ فلوجارت بدست آوردن رابطه‌های (۱۶) و (۲۷) به‌طور غیرمستقیم ارائه شده است.

$$f_i = a_{i0} + \sum_{j=1}^{n'} a_{ij} d_{cj} + \sum_{j=1}^{n-n'} b_{ij} d_{cj} \quad (32)$$



شکل ۴: فلوجارت بدست آوردن غیر مستقیم روابط خطی بین نقطه نیروها و جابجایی‌های نقاط تماسی در پل و وسیله متحرک

۶- روش ترکیبی از روش تئوری و روش تکرار برای حل مسئله دینامیک غیر خطی حرکت وسیله متحرک بر روی پل

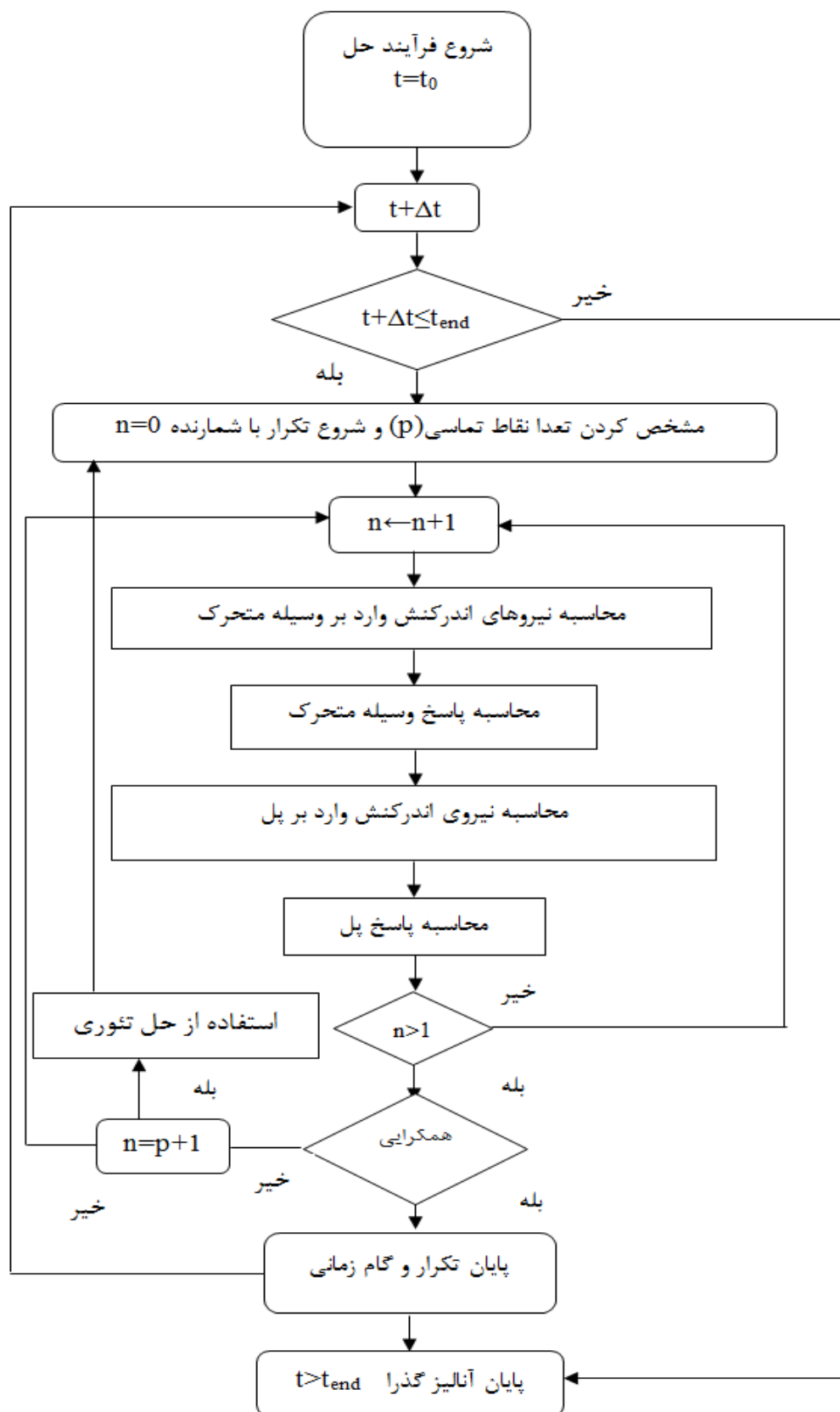
همانطور که اشاره شد یکی از روشهایی که می توان از روش تکرار برای حل مسئله اندرکنش پل و وسیله متحرک استفاده کرد به این صورت می باشد که ابتدا محل های تماس وسیله متحرک و پل مشخص می شود و سپس برای نقاط تماسی جابجاییهایی در نظر گرفته می شود. سپس معادله دیفرانسیل وسیله متحرک حل شده و مقدار نیروهای تماسی بین پل و وسیله متحرک بدست می آید. با وارد کردن نیروهای تماسی بدست آمده در نقاط تماسی در معادله دیفرانسیل پل، جابجاییهای اصلاح شده برای نقاط تماسی بدست می آید. فرآیند توضیح داده شده تا تامین معیار همگرایی تکرار می شود. با فرض اینکه که تعداد درجات آزادی در نقاط تماسی بین پل و وسیله متحرک برابر با n باشد. و تعداد تکرار حلقه توضیح داده شده به تعداد $n+1$ برسد، می توان با استفاده از فلوچارت شکل شماره ۵ اندرکنش پل و وسیله متحرک را با روش دقیق حل کرد. در شکل شماره ۵ فلوچارت حل مسئله اندرکنش پل و وسیله متحرک ارائه شده است که از روش تکرار و تئوری بسته به شرایط همگرایی در هر گام از حل اندرکنش پل و وسیله متحرک استفاده می شود.

۷- بررسی عددی روش پیشنهادی

برای مقایسه سرعت حل روش پیشنهادی با روش تکرار معمول، پل یک دهانه دو سر ساده همانند شکل شماره ۶ انتخاب شده است که تحت عبور ۱۵ واگن از قطار شینکانسن سری ۳۰۰ قرار گرفته است. این پل به طول ($L=30\text{ m}$)، جرم واحد طول ($m=41.74\text{ ton/m}$)، مدول الاستیسیته ($E_b=28.28\text{ GPa}$)، ممان اینرسی ($I=7.839\text{ m}^4$) می باشد. ریل به صورت تیر برنولی-اویلر مدل سازی شده است که بر روی بستر الاستیک (بالاست) به صورت نامحدود در دو طرف پل امتداد دارد. جرم واحد طول دو ریل و بالاست ($m_r=0.587\text{ ton/m}$)، مدول الاستیسیته ریل ($E_r=210\text{ GPa}$) و ممان اینرسی دو ریل ($I_r=6.11 \times 10^5\text{ m}^4$) می باشد. سختی قائم بالاست ($k_v=104 \times 10^6\text{ N/m}$) و میرایی قائم ($c_{bv}=50 \times 10^3\text{ N s/m}$) در نظر گرفته شده است [۲۱]. معادلات دیفرانسیل پل و قطار در فرآیند تکرار شکل شماره ۵ با استفاده از روش گام زمانی مستقیم نیومارک و با فرض شتاب متوسط ($\gamma=0.5$, $\beta=0.25$) حل شده است. گام زمانی برای حل برابر ($\Delta t=0.005$) در نظر گرفته شده است. برای توقف کردن تکرار در هر گام از معیار همگرایی مطابق رابطه (۳۱) استفاده شده است، که به صورت اختلاف نرم اقلیدوسی^۱ بین بردار جابجایی پل در گام n و بردار جابجایی پل در گام زمانی ($n-1$) بخش بر اختلاف نرم اقلیدوسی، بین بردار جابجایی پل در گام n و بردار جابجایی پل شروع برای تکرار تعریف شده، استفاده شده است [۳۰]. برای بررسی اثر مقدار معیار همگرایی دو مقدار 1×10^{-8} و 1×10^{-5} که محدوده معیار همگرایی دقت کافی برای حل این مسئله می باشد، استفاده شده است [۲۵]. دو سرعت ۶۰ و ۱۰۰ متر بر ثانیه برای قطار در نظر گرفته شده است که سرعت ۱۰۰ متر بر ثانیه اولین سرعت رزونانس پل بر اثر عبور قطار شینکانسن سری ۳۰۰ می باشد. مشخصات یک واگن از قطار شینکانسن شکل شماره ۷ و در جدول ۱ آورده شده است.

$$\frac{\| \frac{t+\Delta t}{n} u_B - \frac{t+\Delta t}{n-1} u_B \|}{\| \frac{t+\Delta t}{n} u_B - \frac{t+\Delta t}{0} u_B \|} < \varepsilon \quad (33)$$

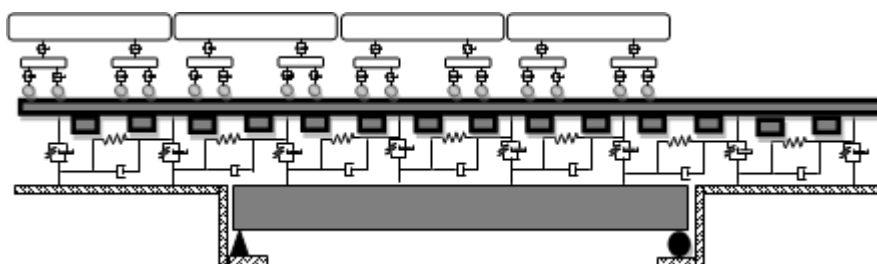
¹ Euclidean norm



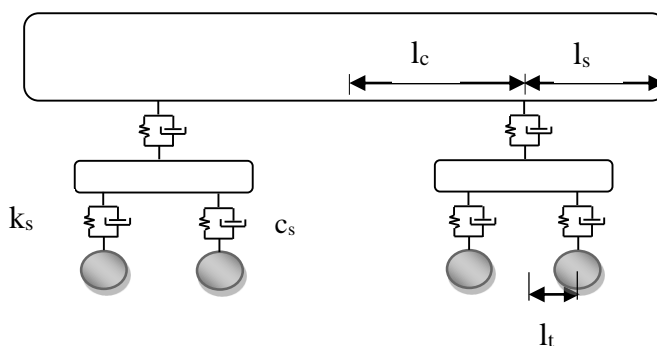
شکل ۵: فلوجارت استفاده از روش تکرار و روش تئوری برای حل مسئله اندرکنش پل و وسیله متحرک

جدول ۱: مشخصات واگن قطار شینکانسن

مقدار	نماد	قسمت
۴۱/۷۴t	M_c	جرم بدنه
$۲۰۸۰t \cdot m^2$	I_c	ممان اینرسی جرمی بدنه
۳/۰۴t	M_t	جرم یک بوژی
$۳/۹۳t \cdot m^2$	I_t	ممان اینرسی جرمی یک بوژی
۱/۷۸t	M_w	جرم یک چرخ
۱۱۸۰ kN/m	k_p	سختی سیستم معلق اولیه
۳۹/۲ kN.s/m	c_p	میرایی سیستم معلق اولیه
۵۳۰ kN/m	k_s	سختی سیستم معلق ثانویه
۹۰/۲ kN.s/m	c_s	میرایی سیستم معلق ثانویه
۸/۷۵m	l_c	نصف فاصله طولی بین مرکز جرم‌های بوژی عقب و جلو
۱/۲۵m	l_t	نصف فاصله طولی بین چرخ‌ها در یک بوژی
۳/۷۵m	l_s	فاصله طولی بین مرکز جرم بوژی و نزدیکترین بدنه خارجی واگن



شکل ۶: مدل حرکت قطار بر روی پل با روسازی انعطاف پذیر



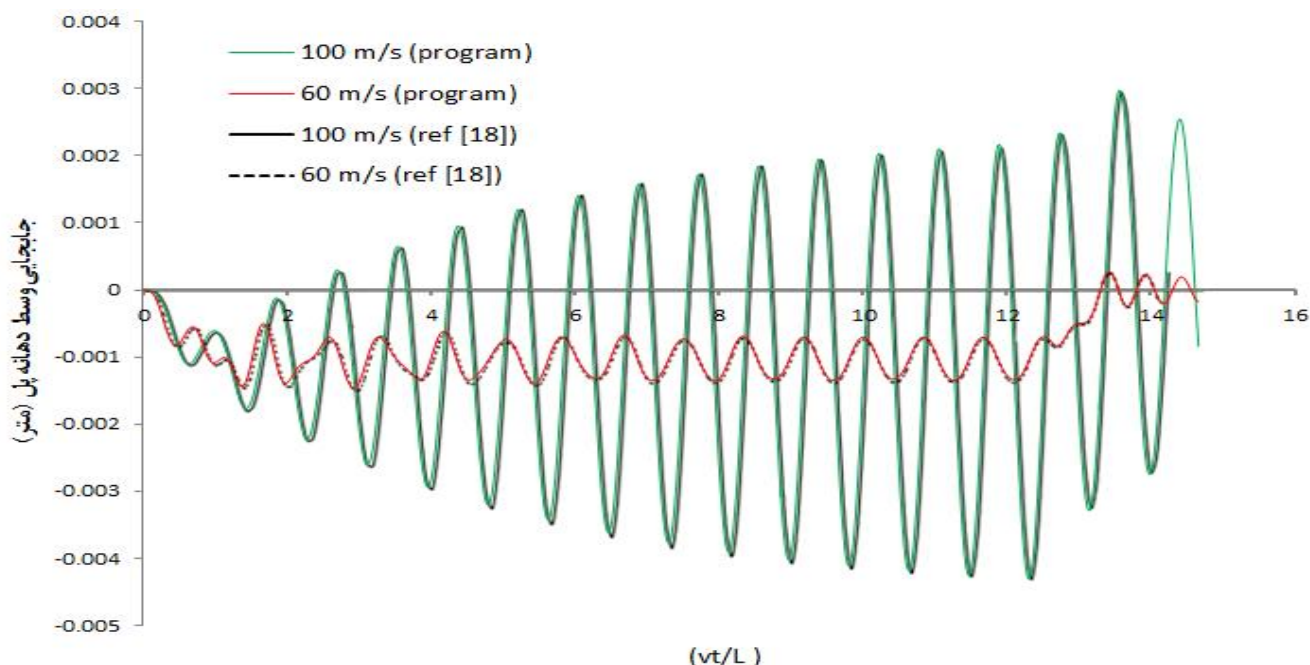
شکل ۷: مدل دوبعدی از واگن قطار

در شکل‌های شماره ۸ و ۹ جایجایی وسط دهانه پل و ریل با مرجع شماره [۲۱] مقایسه شده است و همچنین مدت زمان لازم برای حل روش پیشنهادی و روش تکرار معمول برای عبور پانزده واگن از قطار شینکانسن بر روی پل در جدول ۲ آمده است. همان‌طور که اشاره

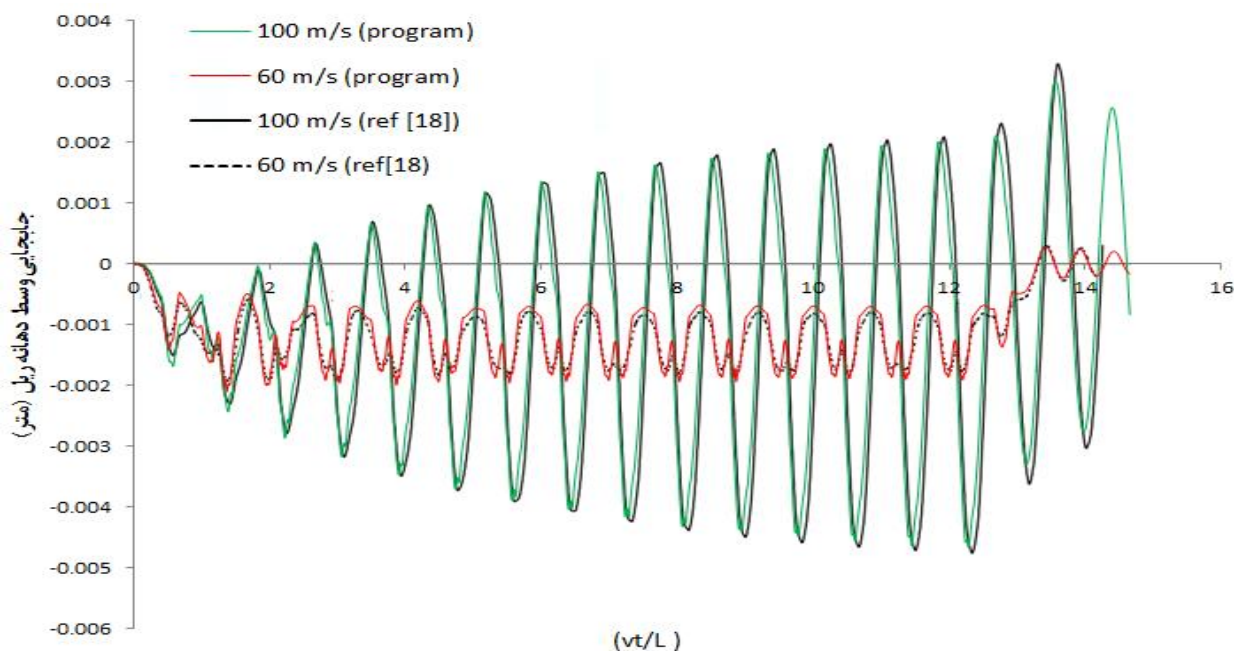
شد در این نوع مدل سازی از روسازی، به دلیل آنکه تغییرات نیروی تماسی در آن زیاد می باشد، سرعت حل روش تکرار کاهش می یابد و روش های تئوری با وجود اینکه نیاز به بدست آوردن ماتریس های جدیدی هستند که اندرکنش پل و وسیله متحرک در آنها اعمال شده باشد، در این نوع مدل سازی از روسازی، شاهد عملکرد بهتری نسبت به روش تکرار هستیم. همان طور که در جدول ۲ مشخص است، مدت زمان لازم برای حل مسئله با استفاده از روش پیشنهادی، کاهش چشم گیری در مقایسه با روش تکرار معمول پیدا کرده و با کوچکتر شدن معیار همگرایی، اختلاف بیشتر می شود. مدت زمان لازم برای حل با استفاده از روش تکرار معمول وابسته به مقدار معیار همگرایی می باشد ولی روش پیشنهادی به دلیل اینکه در تمام گام های زمانی در پروسه تکرار از فلوچارت شکل شماره ۵ استفاده می کند زمان لازم برای حل تفاوتی نمی کند. این عدم تفاوت باعث شده است که در هنگام انتخاب معیار همگرایی 1×10^{-5} دقت حل مسئله از معیار همگرایی 1×10^{-8} هم بیشتر شود.

جدول ۲: مقایسه سرعت حل در روش تکرار معمول و روش پیشنهادی در حالت روسازی انعطاف پذیر

سرعت حرکت قطار (m/sec)	معیار همگرایی (ϵ)	زمان لازم برای حل توسط روش پیشنهادی (ثانیه)	زمان لازم برای حل توسط روش تکرار معمول (ثانیه)
۱۰۰	1×10^{-8}	۱۴,۱۹	۷۳,۸۰
۱۰۰	1×10^{-5}	۱۴,۱۹	۴۱,۱۵
۶۰	1×10^{-8}	۲۸,۰۷	۱۵۵,۰۲
۶۰	1×10^{-5}	۲۸,۰۷	۱۰۰,۰۴



شکل ۸: جابجایی قائم وسط دهانه پل



شکل ۹: جابجایی قائم وسط دهانه ریل

همانطور که از مقادیر ارائه شده در جدول ۲ مشخص است، در تمام موارد سرعت همگرایی روش پیشنهادی از روش تکرار معمول بیشتر بوده و هر اندازه معیار همگرایی عدد کوچکتری باشد، روش پیشنهادی در زمانهای کوتاهتری نسبت به روش تکرار معمول قادر به حل مسئله است.

۹- جمع بندی و نتیجه گیری

در مسائلی همچون بروز رسانی مدل پل که در پایش سلامت پلها استفاده می‌شود، نیاز به تحلیل اندرکنش پل و وسیله متحرک است. علاوه بر این سرعت حل مسئله اندرکنش پل و وسیله متحرک در میزان موفقیت و کارایی سیستم پایش سلامت ارائه شده برای پل نقش بسیار کلیدی ایفا می‌کند. در این نوع مسائل حتی مقدار اندکی تغییر در سرعت حل باعث تکرار زیاد حل اندرکنش پل و وسیله متحرک با پارامترهای متفاوت نهایتاً تغییر فاحشی در زمان حل خواهد داشت. در این تحقیق یک روش جدید برای حل مسئله اندرکنش حرکت وسیله متحرک بر روی سازه پیشنهاد گردید که در حل مسائلی چون حرکت وسیله متحرک بر روی پل و یا حرکت وسیله متحرک بر روی روسازی قابل استفاده می‌باشد. ابتدا با استفاده از روابط نیومارک و معادله دیفرانسیل مرتبه دوم حاکم بر وسیله متحرک و پل نشان داده شد که نیروهای تماسی با جابجایی‌های تماسی در پل و وسیله متحرک رابطه خطی دارند. سپس روشی غیرمستقیم برای بدست آوردن رابطه خطی بین نیروها و جابجایی‌های تماسی ارائه شد که با استفاده از دسته نیروها و جابجایی‌های متناظر که از معادله دیفرانسیل پل و وسیله متحرک بدست آمده با معکوس کردن تنها یک ماتریس رابطه بین نیروهای تماسی و جابجایی‌های تماسی بدست می‌آید. سپس روشی ترکیبی از روش تکرار و روش دقیق ارائه شد که سرعت حل روش تکرار معمول را در شرایطی که تغییرات نیروی تماسی زیاد باشد چندین برابر می‌سازد.

مراجع

- [1] Timoshenko, S. P. "CV. On the forced vibrations of bridges." *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 43.257 (1922): 1018-1019.
- [2] Yau, J. D., Wu, Y. S., & Yang, Y. B. (2001). Impact response of bridges with elastic bearings to moving loads. *Journal of Sound and Vibration*, 248(1), 9-30.
- [3] Fryba, L. *Vibration of Solids and Structures under Moving Loads*. London: Thomas Telford, 1999.
- [4] Yau, J. D. (2006). Vibration of parabolic tied-arch beams due to moving loads. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 6(02), 193-214.
- [5] Yau, J. D., & Fryba, L. (2007). Response of suspended beams due to moving loads and vertical seismic ground excitations. *Engineering Structures*, 29(12), 3255-3262.
- [6] Foda, M. A., & Abduljabbar, Z. (1998). A dynamic green function formulation for the response of a beam structure to a moving mass. *Journal of sound and vibration*, 210(3), 295-306.
- [7] Akin, J. E., & Mofid, M. (1989). Numerical solution for response of beams with moving mass. *Journal of Structural Engineering*, 115(1), 120-131.
- [8] Lee, H. P. (1996). Dynamic response of a beam with a moving mass.
- [9] Ichikawa, M., Miyakawa, Y., & Matsuda, A. (2000). Vibration analysis of the continuous beam subjected to a moving mass. *Journal of Sound and Vibration*, 230(3), 493-506.
- [10] Biggs, J. M., & Biggs, J. M. (1964). *Introduction to structural dynamics*. McGraw-Hill College.
- [11] Green, M. F., & Cebon, D. (1997). Dynamic interaction between heavy vehicles and highway bridges. *Computers & structures*, 62(2), 253-264.
- [12] Yang, Y. B., & Yau, J. D. (1997). Vehicle-bridge interaction element for dynamic analysis. *Journal of Structural Engineering*, 123(11), 1512-1518.
- [13] Pesterev, A. V., Bergman, L. A., Tan, C. A., Tsao, T. C., & Yang, B. (2003). On asymptotics of the solution of the moving oscillator problem. *Journal of Sound and Vibration*, 260(3), 519-536.
- [14] Wang, T. L., Garg, V. K., & Chu, K. H. (1991). Railway bridge/vehicle interaction studies with new vehicle model. *Journal of Structural Engineering*, 117(7), 2099-2116.
- [15] Xia, H., De Roeck, G., Zhang, H. R., & Zhang, N. (2001). Dynamic analysis of train-bridge system and its application in steel girder reinforcement. *Computers & Structures*, 79(20-21), 1851-1860.
- [16] Wu, Y. S., Yang, Y. B., & Yau, J. D. (2001). Three-dimensional analysis of train-rail-bridge interaction problems. *Vehicle System Dynamics*, 36(1), 1-35.
- [17] Lee, C. H., Kawatani, M., Kim, C. W., Nishimura, N., & Kobayashi, Y. (2006). Dynamic response of a monorail steel bridge under a moving train. *Journal of Sound and Vibration*, 294(3), 562-579.
- [18] Chen, Z., Xie, Z., & Zhang, J. (2018). Measurement of Vehicle-Bridge-Interaction force using dynamic tire pressure monitoring. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 104, 370-383.
- [19] Mosayebi, S. A., Zakeri, J. A., & Esmaeili, M. (2018). Investigations on vehicle interaction with CWR tracks considering some aspects of rail support modulus. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 62(2), 444-450.
- [20] Mosayebi, S. A., Esmaeili, M., & Zakeri, J. A. (2020). Dynamic Train-Track Interactions and Stress Distribution Patterns in Ballasted Track Layers. *Journal of Transportation Engineering, Part B: Pavements*, 146(1), 04019042.
- [21] Yang, Y. B., Yau, J. D., Yao, Z., & Wu, Y. S. (2004). *Vehicle-bridge interaction dynamics: with applications to high-speed railways*. World Scientific.
- [22] Yang, Y. B., & Lin, B. H. (1995). Vehicle-bridge interaction analysis by dynamic condensation method. *Journal of Structural Engineering*, 121(11), 1636-1643.
- [23] Yang, Y. B., & Wu, Y. S. (2001). A versatile element for analyzing vehicle-bridge interaction response. *Engineering structures*, 23(5), 452-469.
- [24] Sheng, X., Jones, C. J. C., & Thompson, D. J. (2004). A theoretical model for ground vibration from trains generated by vertical track irregularities. *Journal of sound and vibration*, 272(3-5), 937-965.
- [25] Yang, F., & FONDER, G. A. (1996). An iterative solution method for dynamic response of bridge-vehicles systems. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 25(2), 195-215.
- [26] Majka, M., & Hartnett, M. (2009). Dynamic response of bridges to moving trains: A study on effects of random track irregularities and bridge skewness. *Computers & Structures*, 87(19-20), 1233-1252.
- [27] Liu, K., Reynders, E., De Roeck, G., & Lombaert, G. (2009). Experimental and numerical analysis of a composite bridge for high-speed trains. *Journal of sound and vibration*, 320(1-2), 201-220.
- [28] Liu, X. W., Xie, J., Wu, C., & Huang, X. C. (2008). Semi-analytical solution of vehicle-bridge interaction on transient jump of wheel. *Engineering Structures*, 30(9), 2401-2412.
- [29] Newmark, N. M. (1959). A method of computation for structural dynamics. *Journal of the engineering mechanics division*, 85(3), 67-94.

- [30] Majka, M., & Hartnett, M. (2008). Effects of speed, load and damping on the dynamic response of railway bridges and vehicles. *Computers & Structures*, 86(6), 556-572.
- [31] Eshkevari, S. S., Matarazzo, T. J., & Pakzad, S. N. (2020). Simplified vehicle-bridge interaction for medium to long-span bridges subject to random traffic load. *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, 10(4), 693-707.
- [32] Szafranski, M. (2021). A dynamic vehicle-bridge model based on the modal identification results of an existing EN57 train and bridge spans with non-ballasted tracks. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 146, 107039.