

## Evaluation of the effect of anisotropy on the shear modulus with dissipated energy approach

Mostafa Zamanina<sup>1\*</sup>

1- Assistant professor, Department of Civil, Water and Environmental Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

### ABSTRACT

Dynamic shear stiffness is a key parameter for determining the soil behavior for site analysis under strong ground motion. The dynamic shear modulus reduces during cyclic loading due to the loss in the soil shear strength. Besides, the soil behavior depends on the loading direction due to the anisotropic nature of the soil. Thus, the anisotropic shear stiffness should be determined for accurate modeling of the soil in the models able to incorporate the anisotropy to estimate the soil's behavior. The models based on the dissipated energy are appropriate for determining the model parameters at different loading conditions. In this study, the shear stiffness of dense Babolsar and Toyoura sands obtained from torsional shear apparatus have been compared, and the effect of major principal stress has been evaluated. The specimens were similarly prepared to the relative density of 75% and then isotopically consolidated before shearing. The shear stress was applied in a stress-controlled manner under a unique deviator stress ratio but at different major principal stress directions. The variation of shear stiffness under different loading direction were evaluated. Results indicated that the major principal stress direction has a significant influence on the dynamic shear stiffness. On the other hand, a unique relationship for the evolution of shear stiffness can be obtained using the dissipate energy approach.

### ARTICLE INFO

**Receive Date:** 27 August 2021  
**Revise Date:** 05 December 2021  
**Accept Date:** 24 January 2022

### Keywords:

Shear stiffness  
Anisotropy  
Dissipated energy  
Sand  
Cyclic loading

All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering.

doi: <https://doi.org/10.22065/jsce.2022.301710.2549>

\*Corresponding author: Mostafa Zamanian  
Email address: [m\\_zamanian@sbu.ac.ir](mailto:m_zamanian@sbu.ac.ir)

## ارزیابی تاثیر ناهمسانی بر سختی برشی با رویکرد انرژی مستهلک شده

مصطفی زمانیان\*

۱- استادیار، دانشگاه شهید بهشتی، دانشکده مهندسی عمران آب و محیط زیست، تهران، ایران

### چکیده

سختی برشی دینامیکی از پارامترهای مهم در تعیین رفتار خاک‌ها در آنالیز ساختگاه تحت جنبش نیرومند زمین است. در طول بارگذاری دینامیکی مقدار سختی برشی دینامیکی به دلیل افت مقاومت خاک ناشی از اعمال بارگذاری سیکلی کاهش می‌یابد. از طرفی رفتار خاک به دلیل ماهیت ناهمسان آن وابسته به جهت محور بارگذاری است. بنابراین برای مدلسازی صحیح رفتار خاک می‌بایست مقدار سختی در شرایط ناهمسان را تعیین کرد تا مدل‌های رفتاری که قادر به اعمال ناهمسانی هستند بتوانند رفتار دقیق خاک را پیش بینی کنند. استفاده از مدل‌های بر پایه انرژی راه حل مناسبی برای تعیین مقدار پارامترهای مدل در شرایط مختلف بارگذاری هستند. در این تحقیق مقادیر سختی برشی دینامیکی بدست آمده از آزمایش‌های برش پیچشی تناوبی انجام شده بر روی ماسه‌های متراکم بابلسر و توپورا با هم مقایسه شده و تاثیر جهت تنش اصلی حداکثر بر روی آن‌ها مشخص شده است. در ادامه با استفاده از مدل‌های بر پایه انرژی، روند تغییرات سختی برشی در شرایط مختلف بارگذاری بررسی شد. نتایج نشان داد که جهت محور تنش اصلی حداکثر، تاثیر زیادی بر روی سختی برشی دینامیکی دارد. از سوی دیگر، در صورت استفاده از رویکرد انرژی مستهلک شده می‌توان به یک رابطه واحد برای توسعه سختی برشی با کرنش برشی رسید.

کلمات کلیدی: سختی برشی، ناهمسانی، انرژی مستهلک شده، ماسه، بارگذاری سیکلی

| شناسه دیجیتال:                        |   | سابقه مقاله: |               |                                    |            |            |
|---------------------------------------|---|--------------|---------------|------------------------------------|------------|------------|
| doi:                                  | <a href="https://doi.org/10.22065/jsce.2022.301710.2549">https://doi.org/10.22065/jsce.2022.301710.2549</a> | چاپ          | انتشار آنلاین | پذیرش                              | بازنگری    | دریافت     |
|                                       | 10.22065/jsce.2022.301710.2549  | ۱۴۰۱/۰۷/۳۱   | ۱۴۰۰/۱۱/۰۴    | ۱۴۰۰/۱۱/۰۴                         | ۱۴۰۰/۰۹/۱۴ | ۱۴۰۰/۰۶/۰۵ |
| مصطفی زمانیان<br>m_zamanian@sbu.ac.ir |   |              |               | *نویسنده مسئول:<br>پست الکترونیکی: |            |            |

## ۱- مقدمه

بطور کلی ناهمسانی در ساختار خاک، تحت تاثیر دو عامل خواهد بود. بخش اول تحت تاثیر فرآیند ته‌نشینی ذرات (شرایط محیطی و زمین شناسی که خاک در طی آنها شکل می‌گیرد)، شکل و ابعاد دانه‌ها است، که به ناهمسانی ذاتی معروف می‌باشد. بخش دوم ناهمسانی که پس از فرآیند ته‌نشینی رخ می‌دهد، ناشی از تاریخچه تنش وارد بر خاک می‌باشد که به عنوان ناهمسانی القایی شناخته می‌شود [۱]. ناهمسانی ذاتی به وضعیت غیرهمسان بافت خاک در شرایط قبل از برش اطلاق می‌شود که عمدتاً تحت تاثیر شکل دانه‌ها و جهت قرار گیری آنها است. در حین پروسه ته‌نشینی طبیعی، جهت اکثر دانه‌های غیر کروی، غالباً در جهت محور ته‌نشینی بوده و بخش عمده‌ای از نیروهای تماسی قائم، در جهت عمود بر صفحه ته‌نشینی می‌باشد [2-4]. آرایش خاص ذرات جامد و تخلخل توده دانه‌ها (ساختار دانه‌ها) بصورت پیوسته تغییر می‌کند [۱]. غیر همسانی القایی خاک از تغییر شکل تدریجی میکروساختار خاک در حین برش ناشی می‌شود که مستقل از شرایط اولیه خاک و نوع اتصال بین دانه‌ها است. تغییر پیوسته در ساختار خاک در حین پروسه برش منجر به ایجاد پیوند در جهت اعمال تنش و از بین رفتن پیوند در جهت عمود بر محور اعمال تنش خواهد شد. این پروسه می‌تواند در اثر لغزش رخ داد و منجر به تغییر در ساختار خاک شود [2-6].

در دهه‌های ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰ تحقیقات زیادی بر روی رفتار غیر خطی خاک تحت شرایط بارگذاری تناوبی انجام شد. این تحقیقات نشان داد که ابعاد دانه‌ها، فشار موثر همه جانبه، پلاستیسیته و پارامترهای زیاد دیگری بر روی تغییرات مدول برشی و نسبت میرایی با کرنش برشی اثرگذارند [۷،۸]. مدول برشی یک مصالح الاستیک ایده آل هرگز تحت تاثیر مقدار کرنش قرار نخواهد گرفت و نسبت میرایی آن نیز همیشه صفر باقی خواهد ماند. این دو شرط دو شرط مرزی برای خاک به شمار می‌روند. از طرفی شن و ماسه بطور قابل توجهی رفتار غیر خطی از خود نشان داده و نسبت میرایی و مدول برشی آنها با کرنش برشی تغییر می‌کند. لذا می‌توان نتیجه گرفت که مقدار غیر خطی بودن خاک با گسسته بودن<sup>۱</sup> دانه‌ها ارتباط مستقیمی دارد. گسسته بودن به این معناست که دانه‌های خاک به چه صورت از یکدیگر گسسته شده‌اند. پارامترهای متعددی بر مقدار مدول برشی مؤثر هستند. دامنه کرنش، تنش مؤثر، نسبت تخلخل و تعداد سیکل بارگذاری در دسته پر اهمیت قرار دارند [۷].

در شرایط زهکشی نشده مهمترین عامل در کاهش سختی و مقاومت نمونه‌های ماسه‌ای، افزایش فشار آب حفره‌ای ماندگار می‌باشد. با اعمال سیکل‌های بارگذاری و افزایش فشار آب حفره‌ای ماندگار در ماسه، نیروهای بین دانه‌ای کاهش یافته و بر مقدار کرنش‌های تجمعی افزوده می‌شود. با افزایش کرنش‌های پیش رونده و کاهش سختی اسکلت خاک، سهم بار تحمل شده توسط بخش سیال نمونه بیشتر شده و به تبع آن فشار آب حفره‌ای افزایش خواهد یافت. این روند کاهش سختی و افزایش فشار آب حفره‌ای تا آنجا ادامه خواهد یافت که نمونه خاک سختی خود را از دست داده و روانگرا شود. در نمونه‌های متراکم نیز مهمترین عامل خرابی افزایش فشار آب حفره‌ای در هر نیم سیکل بارگذاری و توسعه کرنش‌های تجمعی و پیش رونده می‌باشد. بنابراین تغییرات فشار آب حفره‌ای ماندگار تاثیر بسزایی بر مقادیر مدول برشی و یا نسبت میرایی در نمونه‌های ماسه‌ای خواهد داشت و مستقل از نوع بارگذاری (مد بارگذاری) است [۹-۱۱].

برای تحلیل واقعی تغییرات سختی در حین یک زلزله واقعی می‌بایست رکورد زلزله به تعدادی سیکل یکنوای معادل، بر اساس آنالیز پاسخ زلزله منطقه تبدیل شود [12]. نحوه این تبدیل در تحقیقات مختلفی مورد ارزیابی قرار گرفت که بزرگترین عیب این روش نیز به شمار می‌رود [8,12,13]. مدل‌هایی که بر اساس مقدار انرژی مستهلک شده در خاک ارائه شده‌اند نیاز به تبدیل رکورد زلزله به رکورد بارگذاری یکنوای معادل ندارند و از این حیث بر مدل‌های تجربی بر پایه سیکل معادل، ارجحیت دارند.

مقدار انرژی مستهلک شده در واحد حجم خاک ( $\Delta W$ ) را در شرایط بارگذاری کلی می‌توان طبق رابطه (۱) محاسبه کرد.

$$dW = \sigma'_{ij} d\epsilon_{ij} = \sigma'_v d\epsilon_v + \sigma'_r d\epsilon_r + \sigma'_h d\epsilon_h + 2\tau_{vh}d\gamma_{vh} \quad (1)$$

<sup>1</sup> Discreteness

که در این رابطه  $\sigma'_v$  تنش قائم موثر،  $d\varepsilon_v$  جزء کرنش قائم،  $\sigma'_r$  تنش شعاعی موثر،  $d\varepsilon_r$  جزء کرنش شعاعی،  $\sigma'_h$  تنش افقی موثر،  $d\varepsilon_h$  جزء کرنش افقی،  $\tau_{vh}$  تنش برشی و  $d\gamma_{vh}$  جزء کرنش برشی می‌باشند [۱۱].

مدلهای بر پایه انرژی با تعیین مقدار انرژی مستهلک شده در هر سیکل بارگذاری در آزمایشات آزمایشگاهی و ارتباط آن با مقدار انرژی مستهلک شده در حین حرکت نیرومند زمین، قابلیت بالایی جهت آنالیز پاسخ ساختگاه خواهند داشت.

در تحقیقات انجام شده در خصوص سختی برشی خاک‌های دانه‌ای، تمرکز اصلی بر خصوصیات همچون نسبت تخلخل و تنش همه جانبه بوده است [۱۴،۱۵] و اخیراً تاثیر پارامترهای دیگری مانند شکل دانه‌ها و اثرات دانه بندی [۱۶،۱۷] و همچنین تاثیر ریزدانه چسبنده و غیر چسبنده [۱۸-۲۱] شده است. در زمینه موضوع تاثیر ناهمسانی تنش بر سختی برشی [۱۸،۲۲]، تحقیقات محدودی وجود دارد. در این تحقیق تغییرات سختی برشی در حین بارگذاری ناهمسان مورد ارزیابی قرار گرفته است. به همین منظور تغییرات سختی برشی دینامیکی دو نوع ماسه تحکیم همسان یافته در شرایط بارگذاری ناهمسان (تغییر در جهت تنش اصلی بیشینه) اندازه‌گیری شده است. به منظور از بین بردن اثرات ناشی از مسیر تنش و نوع بارگذاری ناهمسان بر روی تغییرات سختی برشی از روش‌های بر پایه انرژی مستهلک شده، استفاده شد. از آنجا که ناهمسانی تنش تاثیر بسزایی بر روی روند تغییرات سختی برشی با کرنش برشی دارد، استفاده از روش‌های بر پایه انرژی می‌تواند تا حدود زیادی تاثیرات مسیر تنش را کاهش دهند که در صورت رسیدن به روابطی واحد در مسیرهای تنش مختلف، استفاده از این نتایج در مدل‌های رفتاری بسیار جذاب خواهد بود زیرا علاوه بر از بین بردن تاثیرات ناهمسانی تنش، مشکلات استفاده از تعداد سیکل‌های یکنوای معادل برای مدل‌سازی جنبش نیرومند زمین نیز مرتفع خواهد شد.

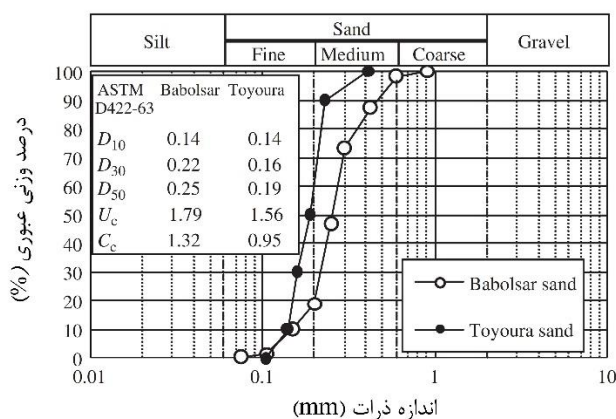
## ۲- مصالح آزمایش

در پژوهش حاضر از نتایج آزمایش بر روی دو ماسه بابلسر و توپورا استفاده شده است. ماسه بابلسر یک ماسه طبیعی است که از سواحل دریای خزر و از محدوده ساحل شهرستان بابلسر تهیه شده است. دانه‌های ماسه بابلسر نیمه مدور تا نیمه گوشه دار بوده و چگالی دانه‌های جامد (Gs) این مصالح ماسه‌ای برابر ۲/۷۵۳ می‌باشد. علت بالا بودن نسبی مقدار چگالی دانه‌های جامد، وجود درصدی از ترکیبات اکسید آهن و موادی نظیر نیکل و کبالت است که جذب آهن‌ربا نیز می‌شوند. ماسه توپورا یک ماسه مصنوعی و استاندارد ساخت کشور ژاپن بوده و بصورت ماسه‌ای تمیز با دانه بندی یکنواخت و تقریباً ریز دانه طبقه‌بندی می‌شود. دانه‌های ماسه توپورا نیز نسبتاً گرد گوشه تا نسبتاً تیز گوشه می‌باشند. اجزای اصلی تشکیل دهنده این ماسه عمدتاً کوارتز (حدوداً ۹۰٪) و سیلیس (حدوداً ۴٪) هستند.

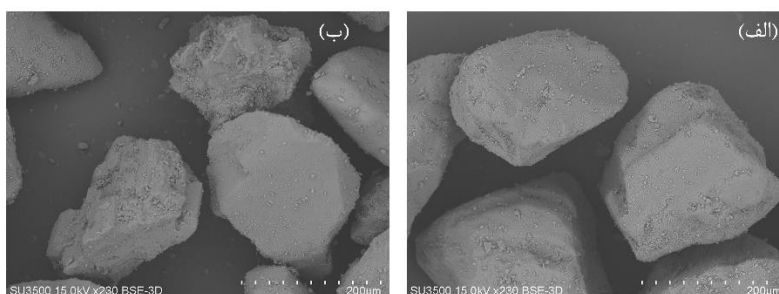
با انجام آزمایشهای شاخص بر اساس استاندارد ASTM، خصوصیات مکانیکی این دو ماسه تعیین شد که نتایج آن در جدول (۱) ارائه شده است [23-26]. با توجه به نتایج آزمایشات شاخص انجام شده و براساس طبقه‌بندی یونیفاید، این دو ماسه در رده ماسه‌های با اندازه دانه متوسط و بد دانه بندی شده (SP) طبقه بندی می‌شوند. شکل (۱) منحنی دانه بندی و شکل (۲) عکس میکروسکوپی این دو ماسه را نشان می‌دهد.

جدول ۱: ویژگیهای فیزیکی ماسه‌های بابلسر و توپورا

| نوع ماسه | چگالی دانه‌های جامد (Gs) | نسبت تخلخل حداکثر (e <sub>max</sub> ) | نسبت تخلخل حداقل (e <sub>min</sub> ) |
|----------|--------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|
| بابلسر   | ۲/۷۵۳                    | ۰/۷۸                                  | ۰/۵۴                                 |
| توپورا   | ۲/۶۴۵                    | ۰/۹۷                                  | ۰/۶۱                                 |



شکل ۱: منحنی دانه بندی ماسه بابلسر و تویورا



شکل ۲: تصویر میکروسکوپی از دانه های (الف) ماسه تویورا و (ب) ماسه بابلسر

### ۳- روش آزمایش

یکی از راه های ارزیابی رفتار ناهمسان خاکها، اعمال ترکیبی از نیروهای محوری و پیچشی است که توسط دستگاه استوانه توخالی امکان پذیر می باشد. علاوه بر این دو نیرو، اعمال فشار داخل و خارج نمونه استوانه توخالی نیز می تواند منجر به ایجاد شکل کلی تری از تنشهای اعمال شده بر نمونه خاک شود. در آزمایشات استوانه توخالی، امکان اعمال ترکیبی از جهت محور تنش اصلی حداکثر  $(\alpha)$  وجود داشته و تنش ها و کرنش ها نیز بصورت تانسوری، بررسی خواهند شد. امکان انجام آزمایشات در شرایط زهکشی شده و نیز زهکشی نشده نیز از دیگر قابلیت های این دستگاه بوده که انجام آزمایش را در طیف وسیعی از شرایط بارگذاری مهیا خواهد کرد.

جهت انجام آزمایشهای این تحقیق از نتایج آزمایشات دستگاه استوانه توخالی سیکلی استفاده شده است که مشخصات اصلی دستگاه، محدوده بارگذاری و نتایج قابل استحصال در جدول (۲) ارائه شده است. سیستم بارگذاری و اعمال نیروی این دستگاه پنوماتیکی بوده و از تجهیزات الکترونیکی متعددی جهت اندازه گیری نیرو، کرنش و فشار استفاده می شود. این دستگاه حرکت های مکانیکی را به سیگنال های الکترونیکی تبدیل می کند تا امکان جمع آوری و سنجش آنها توسط دستگاه قرائت مرکزی فراهم شود. برای کنترل دقیق مقادیر تنش و کرنش، ارتباط مشخصی بین پنج مولفه نرم افزار دستگاه، سیستم جمع آوری سریع اطلاعات، شیرهای اتوماتیک، محرک های بار محوری و ترک پیچشی و مبدل های بار، فشار و تغییر مکان برقرار می شود. نمونه ها ساخته شده توسط این دستگاه دارای قطر خارجی ۱۰۰ میلی متر، قطر داخلی ۶۰ میلی متر و ارتفاع ۲۰۰ میلی متر می باشند.

جدول ۲: مشخصات دستگاه آزمایش استوانه توخالی

| مشخصه                  | واحد | ظرفیت     | دقت        |
|------------------------|------|-----------|------------|
| قطر خارجی              | cm   | ۱۰        | ---        |
| قطر داخلی              | cm   | ۶         | ---        |
| ارتفاع نمونه           | cm   | ۲۰        | ---        |
| نیروی محوری            | kN   | $\pm 10$  | ۰/۰۰۱      |
| لنگر پیچشی             | N.m  | $\pm 300$ | ۰/۰۱       |
| تغییرات حجم            | cc   | ۱۰۰       | ۰/۱        |
| تغییر مکان شعاعی       | mm   | $\pm 50$  | میکرون ۱/۵ |
| تغییر مکان محوری       | mm   | $\pm 25$  | ۰/۰۱       |
| فشار آب حفره ای        | kPa  | ۱۰۰۰      | ۰/۱        |
| فشار داخلی سلول        | kPa  | ۱۰۰۰      | ۰/۱        |
| فشار خارجی سلول        | kPa  | ۱۰۰۰      | ۰/۱        |
| تغییرات حجم سلول داخلی | cc   | ۱۰۰       | ۰/۱        |

از آنجا که هدف اصلی این تحقیق بررسی اثر جهت محور تنش اصلی بیشینه بر روی پارامترهای سیکلی ماسه شل و تحکیم همسان یافته بابلر بود، یکسری آزمایش سیکلی زهکشی نشده توسط دستگاه استوانه توخالی تناوبی انجام پذیرفت. برای ساخت نمونه‌ها نیز از تکنیک تراکم کاهش یافته به روش کوبش مرطوب استفاده شد [۲۷]. هدف اصلی تکنیک تراکم کاهش یافته ساخت نمونه‌ها با تراکم ثابت در طول ارتفاع نمونه است. در تکنیک تراکم کاهش یافته که در ساخت نمونه‌های خاک به روش کوبش مرطوب استفاده می‌شود، اثرات انرژی اعمال شده بر لایه‌های فوقانی در تراکم لایه‌های پایین نمونه نیز در نظر گرفته می‌شود. به همین منظور ضخامت لایه‌های زیرین نمونه در حین تراکم مقداری بیشتر از لایه‌های فوقانی در نظر گرفته می‌شود تا تاثیر انرژی وارد شده از لایه‌های فوقانی بر لایه‌های تحتانی نیز منظور شود. درصد تراکم نمونه‌ها در انتهای مرحله تحکیم، در محدوده ۷۰ الی ۸۰ درصد (بطور متوسط ۷۵٪) قرار گرفت. برای اشباع نمونه‌ها، ابتدا گاز دی اکسید کربن و سپس آب بدون هوا از درون نمونه‌ها عبور داده شد. مرحله اشباع کامل با افزایش مرحله‌ای پس فشار و تا رسیدن مقدار ضریب اسکمپتون (B) به حدود ۰/۹۶ ادامه یافت. در مرحله بعد، نمونه‌ها تحت تنش همه جانبه ۵۰ و ۱۵۰ کیلوپاسکال و بصورت همسان، تحکیم پیدا کردند.

بارگذاری سیکلی نمونه‌ها، تحت شرایط کنترل شده  $\alpha$  (۱۰، ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۸۰ درجه) و نیز نسبت ثابت تنش تفاضلی بیشینه به مقدار تنش انتهای تحکیم برای ماسه بابلر  $q/p' = 0.27$  و برای ماسه توپورا  $q/p' = 0.13$  انتخاب شد بطوریکه مقدار پارامتر  $\alpha$  در طول هر آزمایش ثابت نگه داشته شد. با توجه به تاثیر کم فرکانس بارگذاری بر پاسخ نمونه‌ها به بارگذاری سیکلی و همچنین به منظور اندازه گیری دقیق تر فشار آب حفره‌ای اضافی، فرکانس بارگذاری ۰/۲۵ انتخاب شد و در هر سیکل بارگذاری، ۵۰ داده ثبت گردید [۱۱]. معیار گسیختگی بعنوان اولین وقوع کرنش برشی پیچشی ۲/۵٪ و یا کرنش قائم ۵٪ در نظر گرفته شد. این معیار بطور گسترده ای در آزمایشات برش پیچشی مورد استفاده قرار گرفته است [۲۸، ۲۹].

در نهایت ۱۰ آزمایش استوانه توخالی تناوبی بر روی نمونه‌های متراکم و تحکیم همسان یافته در شرایط بارگذاری کنترل شده، انجام شد. مشخصات نمونه‌های آزمایش شده در جدول (۳) ارائه شده است.

برای اندازه گیری سرعت موج برشی از دستگاه المان خمشی (بندالمنت) استفاده شد. در آزمایش بندر المنت برای به دست آوردن سرعت موج برشی در نمونه‌های خاک از المان‌های پیزوالکتریک استفاده می‌شود. در این آزمایش المان‌های پیزوالکتریک در بالا و پایین نمونه قرار می‌گیرند و به المان‌های پیزوالکتریک جریان متصل می‌شود که منجر به تغییر ابعاد پیزوالکتریک شده و موج برشی ایجاد شده از المان پایین ارسال و از المان بالای نمونه دریافت می‌شود. با دانستن فاصله بین فرستنده و دریافت کننده و اندازه گیری زمان حرکت موج می‌توان سرعت موج برشی را محاسبه کرد. المان‌های پیزوالکتریک در این تحقیق دارای ارتفاع ۷ میلی‌متر، عرض ۱۰ میلی‌متر و

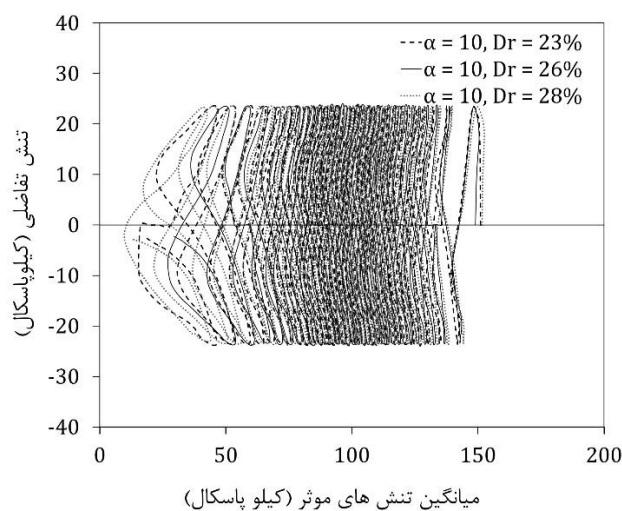
ضخامت ۱ میلی‌متر است. برای اندازه‌گیری فاصله زمانی بین موج ارسالی و موج دریافتی از روش فاصله زمانی بین حداکثر قله امواج (peak-to-peak) استفاده شد. لازم به ذکر است که نمونه‌ها با قطر ۵ سانتی‌متر و ارتفاع ۱۰ سانتی‌متر ساخته شدند.

جدول ۳: مشخصات نمونه‌های آزمایش شده

| Test No. | نوع ماسه | p'  | $\alpha$ (degree) | Dr (%) | e     |
|----------|----------|-----|-------------------|--------|-------|
| 1        | بابلسر   | 150 | 10                | 73     | 0.601 |
| 2        | بابلسر   | 150 | 30                | 79     | 0.593 |
| 3        | بابلسر   | 150 | 45                | 77     | 0.591 |
| 4        | بابلسر   | 150 | 60                | 71     | 0.598 |
| 5        | بابلسر   | 150 | 80                | 76     | 0.593 |
| 6        | تویورا   | 150 | 10                | 74     | 0.704 |
| 7        | تویورا   | 150 | 30                | 72     | 0.715 |
| 8        | تویورا   | 150 | 45                | 78     | 0.689 |
| 9        | تویورا   | 150 | 60                | 74     | 0.704 |
| 10       | تویورا   | 150 | 80                | 75     | 0.700 |

#### ۴- نتایج آزمایش‌ها

به منظور کنترل یکنواختی ساخت نمونه‌ها و ارزیابی عدم تأثیرگذاری آن در نتایج و نیز تکرار پذیر بودن آزمایشات، ضروری است با انجام آزمایش‌های مشابه، پاسخ نمونه‌های مشابه در شرایط آزمایش مشابه مقایسه شوند. به این منظور با انتخاب ۳ نمونه ماسه شل بابلسر، در شرایط بارگذاری با جهت محور تنش اصلی ثابت  $\alpha=10^\circ$  مسیر تنش موثر نمونه‌ها در شرایط تحکیم همسان با هم مقایسه شد (شکل ۳). همانطور که از این شکل مشخص است، نتایج تطابق خوبی داشته و آزمایشات تکرار پذیر می‌باشند.



شکل ۳: مقایسه نتایج آزمایشات انجام شده در شرایط ساخت و بارگذاری مشابه به منظور بررسی تکرارپذیری نتایج

منحنی مسیر تنش موثر در نمونه‌های متراکم بابلسر و تویورا به ترتیب در شکل‌های (۴) و (۵) نشان داده شده است. همانطور که از این شکل‌ها مشخص است با افزایش تعداد سیکل بارگذاری، تنش موثر کاهش می‌یابد که در طول آزمایش نیز مقدار تنش تفاضلی

حداکثر اعمال شده بر روی نمونه ها ثابت است. بعبارت دیگر آزمایشات در شرایط تنش کنترل شده انجام شده و نسبت تنش در طول آزمایش ثابت بود. کاهش مقاومت نمونه‌ها با اعمال سیکل‌های بارگذاری ناشی از افزایش فشار آب حفره‌ای است که در اثر افزایش کرنش پلاستیک در هر سیکل بارگذاری بر نمونه اعمال تحمیل می‌شود. نکته قابل توجه اینکه در تمامی نمونه‌ها، با افزایش تعداد سیکل بارگذاری، نمونه به شرایط بحرانی و تحرک سیکلی نزدیک می‌شود. بعبارت دیگر، اگرچه در لحظاتی، با اعمال تنش تفاضلی مقدار فشار آب حفره‌ای اضافی منجر به صفر شدن تنش موثر می‌شود، اما برگشت جهت محور بارگذاری ناشی از تغییر جهت بارگذاری (اعمال باربرداری) منجر به اتساع نمونه و کاهش فشار آب حفره‌ای می‌شود. این موضوع منجر به عدم وقوع روانگرایی کامل نمونه شده و پایداری نمونه حفظ می‌شود. بعبارت دیگر خرابی (گسیختگی) در نمونه‌های متراکم ناشی از صفر شدن تنش موثر نبوده و معمولاً با تعریف یک کرنش دو برابر دامنه آستانه، تعریف می‌شود. این موضوع در هر دوی نمونه‌های بابلسر و توپورا قابل مشاهده است.

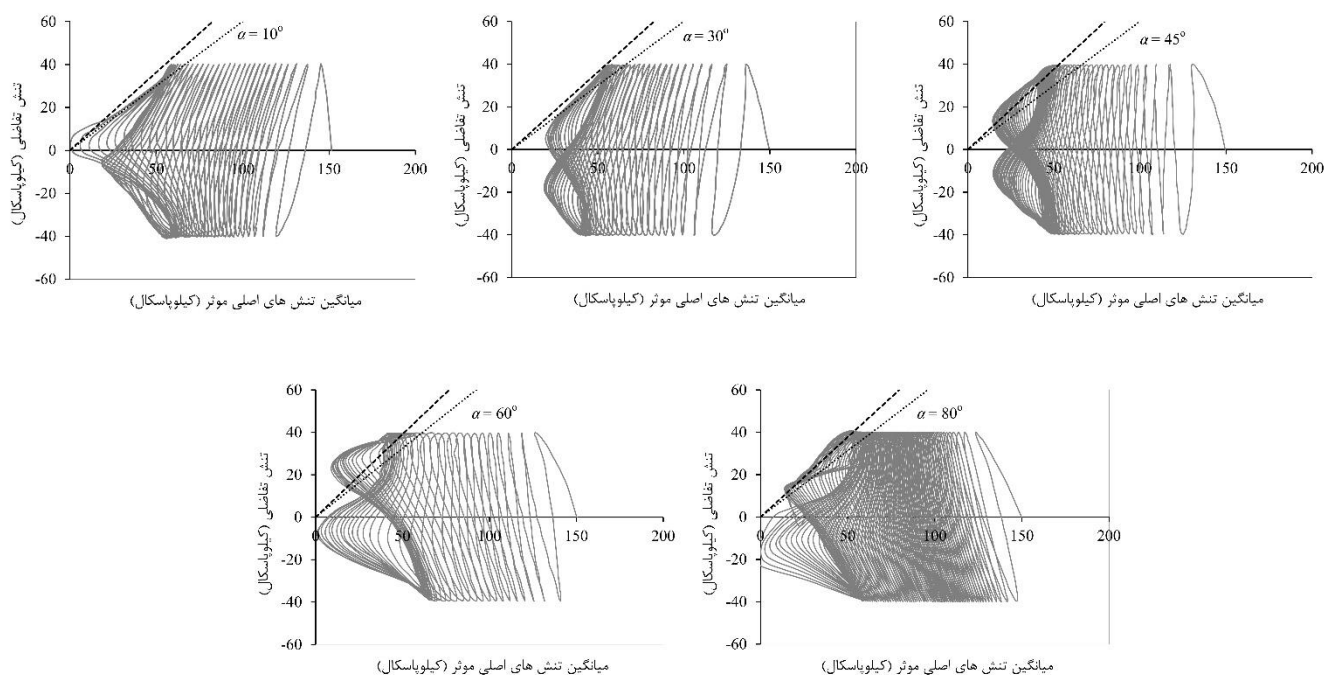
نکته قابل توجه دیگر در مسیرهای تنش تفاضلی-تنش موثر نمونه‌ها، مسیرهای مختلف تنش در حین بارگذاری در جهت‌های مختلف است. همانطور که قابل مشاهده است، در تمامی نمونه‌ها که در شرایط تنش موثر اولیه و تراکم یکسانی مورد آزمایش قرار گرفته‌اند، تغییر در جهت محور تنش اصلی حداکثر منجر به مسیرهای تنش مختلفی شده است. از طرف دیگر تعداد سیکل‌های منجر به خرابی نیز در نمونه‌های آزمایش شده در شرایط مختلف جهت محور تنش اصلی حداکثر، متفاوت است. با مقایسه کیفی نمونه‌ها می‌توان دید، نمونه‌های آزمایش شده در شرایط  $\alpha = 10^\circ$  و  $\alpha = 80^\circ$  بیشترین تعداد سیکل را قبل از رسیدن به شرایط حالت پایدار تحمل کرده‌اند و با نزدیک شدن جهت محور تنش اصلی حداکثر به حدود  $60^\circ$  درجه از تعداد سیکل تحمل شده کاسته شده است. دلیل اصلی این موضوع نوع بارگذاری در جهت بارگذاری در شرایط جهت محور تنش اصلی بیشینه  $10^\circ$  و  $80^\circ$  است، که مد بارگذاری غالب از نوع بارگذاری محوری است، اما برای جهت محور بارگذاری  $45^\circ$  درجه، مد غالب بارگذاری به برش خالص نزدیک می‌شود. محققان دیگری نیز افت مقاومت برشی با نزدیک شدن جهت محور بارگذاری به  $45^\circ-60^\circ$  درجه را گزارش کرده‌اند که با افزایش جهت محور بارگذاری به  $90^\circ$  درجه، مقداری افزایش مقاومت سیکلی مشاهده شده است.

برای محاسبه سختی برشی سیکلی (سختی برشی) و نرخ میرایی در هر سیکل می‌توان از یک گراف تنش بر حسب کرنش (لوپ هیسترزیس) استفاده کرد. شکل (۶) یک لوپ هیسترزیس را نشان می‌دهد که نحوه محاسبه سختی سکانت و نرخ میرایی نیز در آن نشان داده شده است. با برداشت پنجاه نقطه در هر سیکل بارگذاری می‌توان مساحت این لوپ هیسترزیس را به دقت محاسبه نمود. رابطه (۲) نحوه محاسبه مساحت لوپ هیسترزیس را نشان می‌دهد:

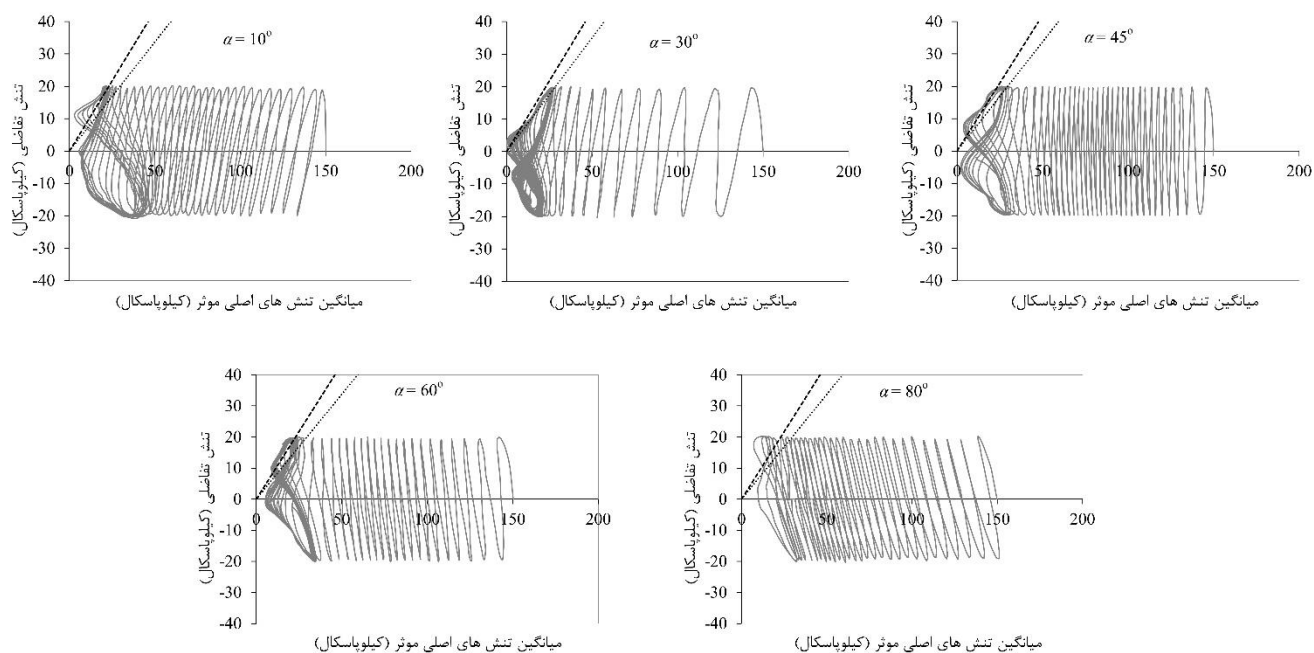
$$A_{loop} = -\frac{1}{2} \left( \begin{vmatrix} \gamma_1 & \tau_2 \\ \tau_1 & \tau_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \gamma_2 & \tau_3 \\ \tau_2 & \tau_3 \end{vmatrix} + \dots + \begin{vmatrix} \gamma_{50} & \tau_1 \\ \tau_{50} & \tau_1 \end{vmatrix} \right) \quad (2)$$

که در این رابطه  $A_{loop}$  مساحت یک چند ضلعی مسطح بسته است که اضلاع آن همدیگر را قطع نمی‌کنند. مختصات نقاط این چند ضلعی  $(\gamma_1, \tau_1)$ ،  $(\gamma_2, \tau_2)$ ، ...،  $(\gamma_{50}, \tau_{50})$  می‌باشد که  $\gamma_i$  و  $\tau_i$  به ترتیب کرنش و تنش برشی در نقطه  $i$ ام می‌باشند [۲۵].

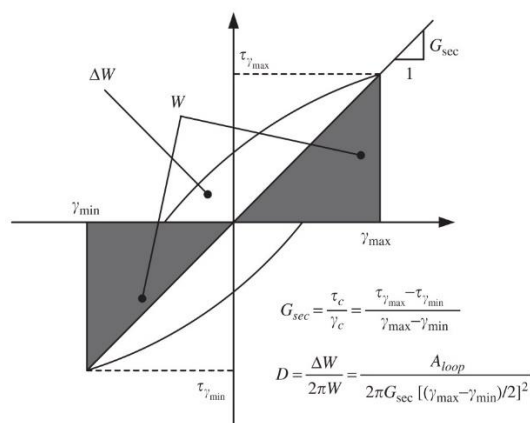




شکل ۴: تغییرات تنش تفاضلی با تنش موثر میانگین در نمونه‌های ماسه بابل‌سدر در جهت‌های مختلف تنش اصلی حداکثر

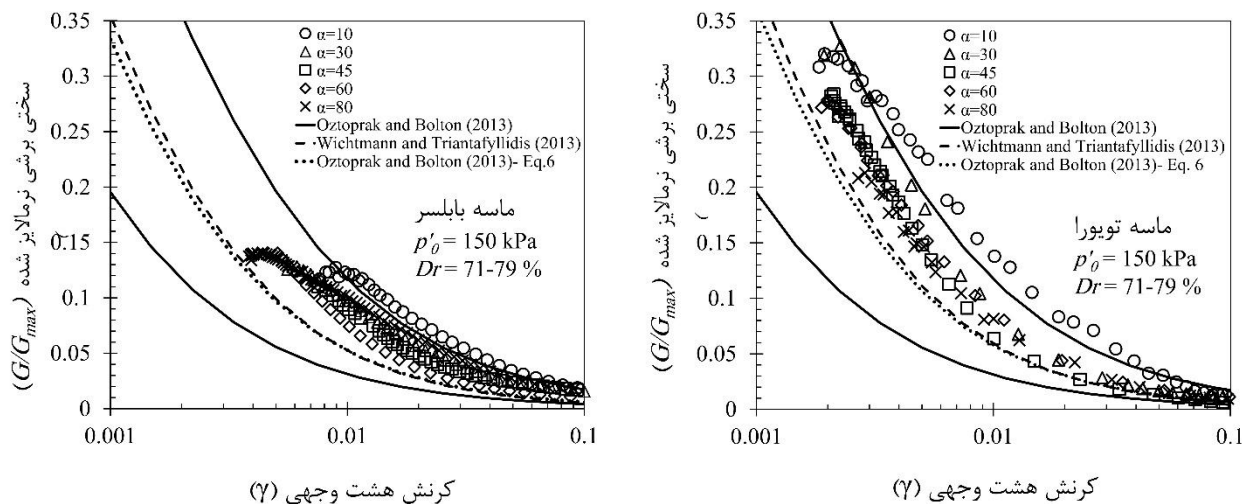


شکل ۵: تغییرات تنش تفاضلی با تنش موثر میانگین در نمونه‌های ماسه توپورا در جهت‌های مختلف تنش اصلی حداکثر



شکل ۶: نحوه تعیین سختی سکانت و نرخ میرایی در یک لوپ هیستریزس تنش برشی بر حسب کرنش برشی [30]

در شکل (۷) تغییرات سختی برشی نرمال شده با کرنش برشی هشت وجهی برای نمونه های بابلسر و توپورا نشان داده شده است. مقدار سختی برشی در هر سیکل از رابطه (۲) و شکل (۶) محاسبه شده است و بر مقدار سختی برشی حداکثر بدست آمده از آزمایش المان خمشی تقسیم شد. با توجه به اینکه مد بارگذاری در آزمایش های انجام شده در شرایط مختلف جهت تنش اصلی حداکثر متفاوت است، لذا مقادیر کرنش برشی در هر کدام از آزمایش های به شکل مختلفی می تواند محاسبه شود. بعبارت دیگر برای آزمایش های انجام شده در شرایط  $\alpha$  نزدیک به صفر درجه، شرایط بارگذاری شبیه به آزمایش سه محوری است و مقدار کرنش برشی با استفاده از دایره موهر و تبدیل کرنش محوری و شعاعی محاسبه می شود و در شرایط  $\alpha$  نزدیک به ۴۵ درجه، مد بارگذاری به برش خالص نزدیک بوده و مقادیر کرنش برشی را براحتی می توان از کرنش پیچشی اعمال شده بر روی نمونه بدست آورد. برای از بین بردن این تفاوت ها، از کرنش برشی هشت وجهی برای تمامی نمونه ها استفاده شد.



شکل ۷: تغییرات سختی برشی نرمال شده با کرنش برشی هشت وجهی

همانطور که نتایج نشان می دهند، مقدار سختی برشی در نمونه های آزمایش شده در شرایط  $\alpha$  نزدیک به ۱۰ درجه برای هر دو نوع ماسه بابلسر و توپورا بیشترین مقدار را داشته و با نزدیک شدن  $\alpha$  به حدود ۶۰ درجه نمونه ها کمترین مقدار سختی برشی را از خود نشان می دهند. لازم به ذکر است که خطوط توپر در این شکل حد بالا و پائین مقدار سختی برشی از نتایج تحلیل Oztoprak and Bolton [31] است و خط چین مقدار پیش بینی شده توسط Wichtmann and Triantafyllidis [32] (روابط (۳) تا (۵)) و نقطه چین نیز مقدار

پیش بینی شده از روابط (۶) تا (۹) است که توسط Oztoprak and Bolton [31] ارائه شده‌اند. لازم به ذکر است که مقادیر پیش بینی شده توسط Oztoprak and Bolton [31] عمدتاً از نتایج آزمایشات سه محوری و برش ساده سیکلی بدست آمده‌اند که در این آزمایشات کنترل کاملی بر روی مقادیر جهت محور تنش اصلی حداکثر وجود ندارد. در آزمایش انجام شده در شرایط  $\alpha = 10^\circ$  نمونه بیشترین مقاومت خود را نسبت به سایر آزمایشات آزمایشگاهی نشان می‌دهد زیرا جهت محور تنش اصلی حداکثر همیشه در جهت محور قائم ثابت باقی می‌ماند. به همین دلیل مقادیر سختی برشی بدست آمده در این آزمایش از محدوده ارائه شده نیز تا حدودی فراتر رفته است. در سایر شرایط آزمایش که مقاومت از حد نهایت مقاومت نمونه کمتر است، تغییرات سختی برشی به مقادیر پیش بینی شده توسط محققین نزدیک می‌شود.

روابط Wichtmann and Triantafyllidis [32]:

$$\left(\frac{G}{G_{max}}\right) = \frac{1}{1 + d\left(\frac{\gamma}{\gamma_{ref}}\right)} \quad (3)$$

$$\gamma_{ref} = \sqrt{\frac{p'}{p_{atm}}} \quad (4)$$

$$d = 1093.7 + 1955.3 \ln(C_u) \quad (5)$$

روابط Oztoprak and Bolton [31]:

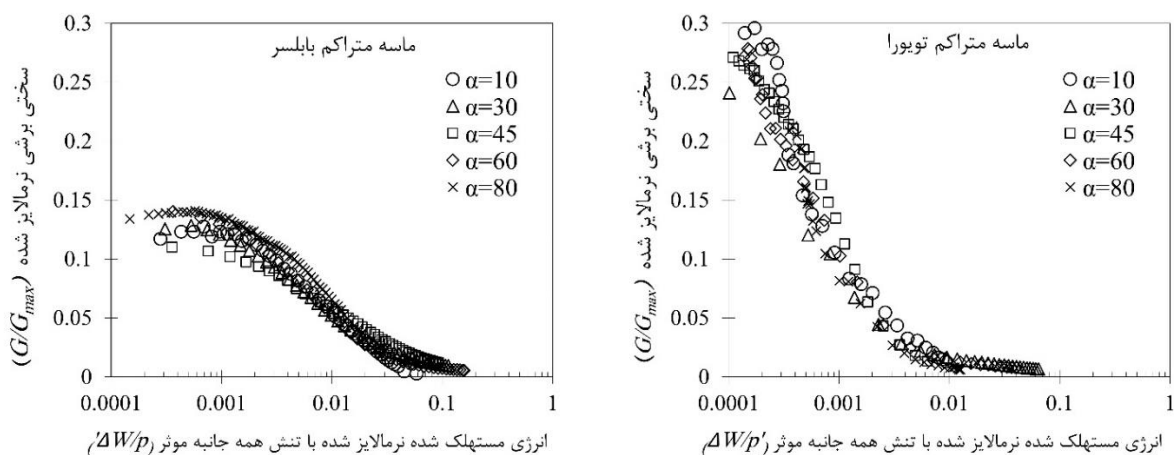
$$\left(\frac{G}{G_{max}}\right) = 1 / \left[ 1 + \left( \frac{\gamma - \gamma_e}{\gamma_{ref}} \right)^\xi \right] \quad (6)$$

$$\gamma_{ref} (\%) = 0.01 C_u^{-0.3} \left( \frac{p'}{p_{atm}} \right) + 0.08 e. D_r \quad (7)$$

$$\gamma_e = 0.002 + 0.012 \gamma_{ref} \quad (8)$$

$$\xi = C_u^{-0.075} \quad (9)$$

در شکل (۸) تغییرات سختی برشی نرمال شده با انرژی مستهلک شده در واحد تنش را برای نمونه‌های ماسه بابلسر و توپورا در شرایط مختلف جهت محور بارگذاری نشان داده شده است. مقادیر انرژی مستهلک شده تجمعی در ابتدا در هر سیکل از رابطه (۱) محاسبه شده و سپس با مقادیر انرژی مستهلک شده در سیکل‌های قبل جمع شده است. در نهایت مقدار انرژی مستهلک شده بر مقدار تنش موثر اولیه تقسیم شده است. همانطور که نتایج نشان می‌دهند، تغییرات سختی برشی نرمال شده با انرژی مستهلک شده در سیکل‌های بارگذاری مستقل از جهت محور بارگذاری است. بعبارت دیگر در صورتیکه تغییرات سختی برشی با انرژی مستهلک شده در هر سیکل بررسی شود، می‌توان تاثیر ناهمسانی تنش بر روی سختی برشی را تقلیل داده و نتایج آزمایشات در شرایط مختلف بارگذاری به یک مقدار واحد میل می‌کنند. این نتایج از این جهت می‌توانند قابل توجه باشند که برای مدلسازی حرکات نیرومند زمین، چنانچه از روابط انرژی مستهلک شده استفاده شوند، علاوه بر این نیازی به تبدیل کردن حرکات نیرومند زمین به سیکل‌های یکنوای معادل نیست، از اثرات ناهمسانی تنش بر سختی برشی نیز می‌توان صرف نظر کرد. بعبارت دیگر بجای استفاده از مدل‌های رفتاری پیچیده‌ای که قابلیت در نظر گرفتن شرایط ناهمسان تنش را دارند، می‌توان از مدل‌های رفتاری ساده‌تری نیز استفاده کرد.



شکل ۸: تغییرات سختی برشی نرمال شده با انرژی مستهلک شده در واحد تنش

## ۵- جمع بندی و نتیجه گیری

به منظور ارزیابی تاثیر جهت محور اصلی تنش حداکثر بر روی سختی برشی ماسه، از نتایج یکسری آزمایش سیکلی زهکشی نشده توسط دستگاه استوانه توخالی استفاده شد. نمونه‌ها با شرایط اولیه یکسان تهیه شدند و همگی تحت تنش همه جانبه ۱۵۰ کیلوپاسکال بصورت همسان تحکیم پیدا کردند. در ادامه هر نمونه تحت تنش سیکلی بصورت تنش کنترل شده قرار گرفت که جهت محور تنش اصلی حداکثر در نمونه‌های مختلف از ۱۰ تا ۸۰ درجه تغییر کرد اما در طول آزمایش جهت محور تنش اصلی حداکثر، ثابت بود. آزمایشات بر روی دو نوع ماسه بابلسر و توپورا در شرایط دانسیته نسبی متراکم انجام شد. هدف از این تحقیق بررسی تاثیر جهت محور تنش اصلی حداکثر بر سختی بر تغییرات سختی برشی در حین بارگذاری بود. در ادامه با استفاده از روش‌های انرژی، امکان‌پذیری از بین بردن تاثیر ناهمسانی بر سختی برشی مورد ارزیابی قرار گرفت. بر اساس نتایج آزمایشات و نیز تحلیل‌های انجام شده، مشخص شد که سختی برشی تحت تاثیر جهت محور تنش اصلی حداکثر است. در نمونه‌های آزمایش شده در شرایط مختلف از نظر جهت محور تنش اصلی بیشینه، تنش تفاضلی بصورت مدهای مختلفی از تنش بر نمونه وارد می‌شود و سختی برشی نمونه تحت تاثیر این جهت‌های بارگذاری متفاوت بود. در شرایطی که نمونه تحت بارگذاری محوری (جهت محور تنش اصلی بیشینه نزدیک به محور قائم) بود، بیشترین سختی برشی ثبت شد. در شرایط مد بارگذاری نزدیک به برش خالص و شرایطی که جهت محور تنش اصلی حداکثر به جهت صفحه ته نشینی نزدیک می‌شد، کمترین سختی برشی اندازه‌گیری شد. به منظور از بین بردن تاثیر مد بارگذاری و بعبارت دیگر تاثیر ناهمسانی تنش بر سختی برشی، تغییرات سختی برشی با انرژی مستهلک شده اندازه‌گیری شد. نتایج نشان داد، که با در نظر گرفتن رویکرد انرژی مستهلک شده در نمونه‌های متراکم و در محدوده کرنش‌های بزرگ، سختی برشی مستقل از جهت محور بارگذاری است. بعبارت دیگر، با از بین بردن تاثیر مد بارگذاری و استفاده از انرژی مستهلک شده در هر سیکل، می‌توان از تاثیر ناهمسانی تنش بر سختی برشی صرف نظر کرد. این موضوع برای مدلسازی رفتار خاک در شرایط جنبش نیرومند زمین، بسیار ارزشمند است. زیرا برای آنالیز ساختگاه، علاوه بر عدم نیاز به تبدیل جنبش نیرومند زمین به تعداد سیکل یکنوا، از اثرات ناهمسانی سختی برشی نیز می‌توان صرف نظر کرد.

## مراجع

- [1] Oda M. (1972), *Initial fabrics and their relations to mechanical properties of granular material*. SOILS AND FOUNDATIONS 12:17–36. <https://doi.org/10.3208/sandf1960.12.17>.

- [2] Wang R, Cao W, Xue L, Zhang JM. (2020), *An anisotropic plasticity model incorporating fabric evolution for monotonic and cyclic behavior of sand*. Acta Geotechnica:1–23. <https://doi.org/10.1007/s11440-020-00984-y>.
- [3] Shi J, Guo P, Stolle D. (2020), *Micromechanical analysis of non-coaxiality between stress and strain increment in granular materials*. Acta Geotechnica 15:2559–74. <https://doi.org/10.1007/s11440-020-00923-x>.
- [4] Senetakis K, Li H. (2017), *Influence of stress anisotropy on small-strain stiffness of reinforced sand with polypropylene fibres*. Soils and Foundations 57:1076–82. <https://doi.org/10.1016/j.sandf.2017.07.003>.
- [5] Abelev A v., Lade P v. (2004), *Characterization of failure in cross-anisotropic soils*. Journal of Engineering Mechanics 130:599–606. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2004\)130:5\(599\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2004)130:5(599)).
- [6] Lade P v., Rodriguez NM, van Dyck EJ. (2014), *Effects of principal stress directions on 3D failure conditions in cross-anisotropic sand*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering 140:04013001. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0001005](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0001005).
- [7] Towhata I. (2008), *Geotechnical Earthquake Engineering*. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-35783-4>.
- [8] Seed HB. (1972), *Soil moduli and damping factors for dynamic response analysis*. Journal of Terramechanics 8:109. [https://doi.org/10.1016/0022-4898\(72\)90110-3](https://doi.org/10.1016/0022-4898(72)90110-3).
- [9] Polito CP, Green RA, Lee J. (2008), *Pore Pressure Generation Models for Sands and Silty Soils Subjected to Cyclic Loading*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering 134:1490–500. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2008\)134:10\(1490\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2008)134:10(1490)).
- [10] Polito CP. (1999), *The Effects Of Non-Plastic and Plastic Fines On The Liquefaction Of Sandy Soils*.
- [11] Polito CP, II JRM. (2001), *Effects of Nonplastic Fines on the Liquefaction Resistance of Sands*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering 127:408–15. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2001\)127:5\(408\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2001)127:5(408)).
- [12] Seed HB (Harry B, Idriss IM, of California BerkeleyEERC, of California BerkeleyC of E. (1972), *Soil moduli and damping factors for dynamic response analysis*. Journal of Terramechanics 8:109. [https://doi.org/10.1016/0022-4898\(72\)90110-3](https://doi.org/10.1016/0022-4898(72)90110-3).
- [13] Boulanger RW, Seed RB, Chan CK, Seed HB, Sousa JB. (1991), *Liquefaction behavior of saturated sands under uni-directional and bi-directional monotonic and cyclic simple shear loading*. Geotechnical Engineering Report No UCB/GT/91-08:1–544.
- [14] Hardin B, Richart F. (1963), *Elastic Wave Velocities in Granular Soils*. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division 89:33–66.
- [15] Hardin BO, Black WL. (1967), *Sand stiffness under various triaxial stresses*. Journal of Terramechanics 4:70. [https://doi.org/10.1016/0022-4898\(67\)90133-4](https://doi.org/10.1016/0022-4898(67)90133-4).
- [16] Santamarina JC, Cho GC. (2004), *Soil behaviour: The role of particle shape*. Advances in Geotechnical Engineering: The Skempton Conference - Proceedings of a Three Day Conference on Advances in Geotechnical Engineering, organised by the Institution of Civil Engineers, p. 604–17.
- [17] Payan M, Khoshghalb A, Senetakis K, Khalili N. (2016), *Effect of particle shape and validity of Gmax models for sand: A critical review and a new expression*. Computers and Geotechnics 72:28–41. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2015.11.003>.
- [18] Payan M, Senetakis K. (2019), *Effect of Anisotropic Stress State on Elastic Shear Stiffness of Sand–Silt Mixture*. Geotechnical and Geological Engineering 37:2237–44. <https://doi.org/10.1007/s10706-018-0690-9>.
- [19] Payan M, Khoshini M, Jamshidi Chenari R. (2020), *Elastic Dynamic Young's Modulus and Poisson's Ratio of Sand-Silt Mixtures*. Journal of Materials in Civil Engineering 32:04019314. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)MT.1943-5533.0002991](https://doi.org/10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0002991).

- [20] Payan M, Senetakis K, Khoshghalb A, Khalili N. (2017), *Characterization of the small-strain dynamic behaviour of silty sands; contribution of silica non-plastic fines content*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering 102:232–40. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2017.08.008>.
- [21] Zamanian M, Payan M, Memarian S, Senetakis K. (2021), *Impact of bedding plane direction and type of plastic microparticles on stiffness of inherently anisotropic gap-graded soils: Index, wave propagation and micromechanical-based interpretations*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering 150:106924. <https://doi.org/10.1016/J.SOILDYN.2021.106924>.
- [22] Payan M, Chenari RJ. (2019), *Small strain shear modulus of anisotropically loaded sands*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering 125:105726. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2019.105726>.
- [23] ASTM. (2009), *ASTM-D6913-04: Standard test methods for particle-size distribution (gradation) of soils using sieve analysis*. ASTM International 04:36. <https://doi.org/10.1520/D6913-04R09E01.2>.
- [24] ASTM D422-63. (2007), *ASTM D422-63(2007)e2, Standard Test Method for Particle-Size Analysis of Soils*, ASTM International. Annual Book of ASTM Standards. <https://doi.org/10.1520/D0422-63R07E02>.
- [25] ASTM. (2013), *ASTM D4253-00: Standard Test Methods for Maximum Index Density and Unit Weight of Soils Using a Vibratory Table*. vol. 00. ASTM International; . <https://doi.org/10.1520/D4253-00R06>.
- [26] ASTM. (2006), *ASTM D4254-00: Standard Test Methods for Minimum Index Density and Unit Weight of Soils and Calculation of Relative Density*. vol. I. ASTM International; . <https://doi.org/10.1520/D4254-00R06E01.1.3>.
- [27] Selig E, Ladd R. (1978), *Preparing Test Specimens Using Undercompaction*. Geotechnical Testing Journal 1:16. <https://doi.org/10.1520/gtj10364j>.
- [28] Zamanian M, Jafarzadeh F. (2020), *Experimental study of stress anisotropy and noncoaxiality of dense sand subjected to monotonic and cyclic loading*. Transportation Geotechnics 23:100331. <https://doi.org/10.1016/J.TRGEO.2020.100331>.
- [29] Hyodo M, Murata H, Yasufuku N, Fujii T. (1991), *Undrained Cyclic Shear Strength and Residual Shear Strain of Saturated Sand by Cyclic Triaxial Tests*. Soils and Foundations 31:60–76. [https://doi.org/10.3208/SANDF1972.31.3\\_60](https://doi.org/10.3208/SANDF1972.31.3_60).
- [30] Jafarzadeh F, Sadeghi H. (2012), *Experimental study on dynamic properties of sand with emphasis on the degree of saturation*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering 32:26–41. <https://doi.org/10.1016/J.SOILDYN.2011.08.003>.
- [31] Oztoprak S, Bolton MD. (2012), *Stiffness of sands through a laboratory test database*. Géotechnique 63:54–70. <https://doi.org/10.1680/geot.10.p.078>.
- [32] Wichtmann T, Triantafyllidis T. (2013), *Effect of uniformity coefficient on G/Gmax and damping ratio of uniform to well-graded quartz sands*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering 139:59–72. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0000735](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0000735).